

SOLUÇÃO ANALITICA PARA A DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA EM UM ABSORVEDOR PLANO DE UM CONCENTRADOR CILINDRO PARABÓLICO

 M. H. O. Pedrosa Filho ^{1,2}, O. C. Vilela ¹, N. Fraidenraich ¹
 ¹ Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, Campus Pesqueira. BR 232, km 208, Prado, Pesqueira-PE, Brasil.
 ² Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Energia Nuclear. Av. Prof. Luiz Freire, s/n, Recife-PE, Brasil e-mail: manoel.henrique@yahoo.com.br

RESUMEN: Este trabajo presenta un abordaje alternativo para la obtención de la distribución de energía en un absorbedor plano de un concentrador parabólico linear. La distribución del brillo de sol dentro del cono solar está determinada por la intensidad de los rayos del haz que está en función del ángulo (ϕ) en el interior de la apertura angular, que depende del ángulo (θ) formado entre el eje del cono y el eje de la parábola. La propuesta es una representación gráfica de la relación entre (ϕ) y (θ) con isolíneas de (y) para visualizar las regiones de la absorbedor parcial o totalmente iluminada. La intensidad de la radiación que llega a el absorbedor en cada punto y, se obtiene mediante la integración de los aportes de cada región de la parábola I (ϕ (θ , y)). Las simulaciones se realizaron con diferentes distribuciones de brillo y teniendo en cuenta la falta de alineación con el vector solar. Los resultados coinciden con la literatura.

Palabras-clave: Concentración solar, distribución del brillo solar, distribución de energía.

INTRODUÇÃO

O tema sobre a distribuição de energia em um absorvedor de um concentrador tem sido tratado na literatura científica por diversos autores, seja de forma analítica (Löf et al., 1963; Evans, 1977; Nicolás e Duran, 1980), seja utilizando o procedimento de traçamento de raios (Daly, 1979, Pedrosa Filho et al., 2010). O atual progresso na tecnologia dos concentradores utilizados tanto para sistemas fotovoltaicos (células de multijunção) como para sistemas térmicos (SEGS) têm revitalizado a sua importância, especialmente no que se refere à otimização dos projetos de concentradores. Este trabalho, baseado em Fraidenraich (2010), apresenta uma nova abordagem na obtenção da distribuição de energia em um absorvedor plano.

O procedimento incorpora todas as informações provenientes do disco solar para gerar o perfil de radiação na região absorvedora de um concentrador. Elabora também uma solução diagramática que facilita a compreensão e utilização do modelo na geração de perfis de radiação quando são considerados desvios da situação ideal.

A radiação emitida pelo Sol e que ingressa na abertura do concentrador é caracterizada por um feixe cônico de raios cuja semi-abertura angular é igual a (φ_s) e a distribuição de radiação (brilho do sol) está determinada pela intensidade dos raios do feixe (I), dependente do ângulo (φ) dentro da abertura angular. O ângulo (φ_s) depende do tamanho aparente do sol.

A intensidade de energia do raio (I) que atinge um determinado ponto (y) do absorvedor depende dos ângulos (θ) e (ϕ). O ângulo (θ) é definido entre o raio central do cone de abertura (ϕ_s) refletido pela superfície da parábola e o eixo do concentrador (Fig. 1). O ângulo (ϕ) está associado ao feixe que reflete com ângulo (θ) e atinge o absorvedor em um ponto determinado (y).

O modelo foi desenvolvido para um concentrador parabólico de foco linear e absorvedor plano localizado na região focal. Concentradores cilíndricos só desviam raios contidos na superfície transversal ao eixo do concentrador. Raios paralelos não sofrem desvios. Por tal motivo, só é analisada a projeção no plano transversal ao concentrador dos raios provenientes do sol. Nessas condições, basta considerar um cone plano de abertura angular (φ_s).

Geometrias similares ao concentrador parabólico podem ser analisadas com o mesmo modelo. É suficiente para isso que os raios incidentes na abertura realizem uma única reflexão antes de atingir o absorvedor.

DESCRIÇÃO DO MODELO

A radiação incidente na cavidade parabólica pode ser representada por um pacote de raios ($+\phi_s$, $-\phi_s$) simetricamente distribuídos ao redor de um raio central. Analisando o plano transversal da parábola, cada raio de um pacote é identificado pelo ângulo (ϕ), formado entre o raio e o eixo do seu feixe. Na cavidade da superfície parabólica, o ângulo (θ) está definido

entre o eixo do feixe e o eixo da parábola (Fig. 1); (P1) e (P2) são pontos onde os raios atingem a superfície refletora da parábola. O absorvedor considerado é um plano de largura (W), comprimento infinito, perpendicular ao eixo da parábola e que contém seu foco (F).



Fig. 1 – Configuração dos ângulos da parábola no plano focal.

Na Fig. 1, por convenção, o ângulo (φ) é positivo para raios situados à esquerda do eixo do feixe e negativos para raios a direita do feixe. Os ângulos (θ) são considerados positivos à direita da parábola e negativos à esquerda. Os valores de (y) são positivos à direita e negativos à esquerda do foco.

A relação entre o ponto (y) onde o raio atinge o plano focal e os ângulos (θ) e (ϕ) é dada pela Eq. 1

$$y = \frac{r \cdot \tan(\varphi) \cdot \sec(\theta)}{1 - \tan(\varphi) \cdot \tan(\theta)}$$
(1)

onde o raio (r) é a distância entre o foco da parábola e um ponto na superfície refletora atingido por um feixe específico. A Eq. 1 conduz à mesma equação descrita por Duffie e Beckmann (1991) que permite calcular o tamanho total da imagem produzida no plano focal por uma parábola com um ângulo de borda (θ_r), um raio de borda (r_r) e iluminada por um cone solar com semi-ângulo solar (ϕ_s) (Eq. 2).

$$W = \frac{2.r_r.sen(\varphi_s)}{\cos(\theta_r + \varphi_s)}$$
(2)

A posição (y) no absorvedor será alcançada por raios de ângulo (ϕ) que pertencem a um feixe que, após a reflexão na parábola, faz um ângulo (θ) com o seu eixo. O ângulo (θ) define o ponto de interseção do feixe com a parábola. Já o ângulo (ϕ) define o raio particular desse feixe que atinge o ponto (y). A representação diagramática, mostrada na Fig. 2, permite visualizar o comportamento dos raios que atingem um ponto (y).



Fig. 2 – *Conjunto de valores* (θ - φ) *que atingem o absorvedor em um ponto* (*y*=*cte*) *utilizado como parâmetro de cada curva.*

No eixo vertical da Fig. (2) representa-se o ângulo (θ) e no eixo horizontal o ângulo (ϕ). Os valores de (θ) variam entre (0) e o ângulo de borda (θ_r) e os valores de (ϕ) entre zero e a semi-abertura do sol (ϕ_s). As curvas traçadas constituem o lugar geométrico dos pares ($\theta - \phi$) que atingem o local (y) no absorvedor (isolinhas). O parâmetro correspondente a cada isolinha é precisamente o local (y) de incidência dos raios ($\theta - \phi$). Para cada valor do ângulo (θ) existe um único valor do ângulo (ϕ) que incide no local (y) do absorvedor.

O diagrama da Fig. (2) foi obtido a partir de uma parábola com abertura de 1,64 m e distância focal de 1 m, que resulta em W = 0,0076 m. Foram traçadas 10 isolinhas referentes aos valores de (y) desde (0) até (y_m) em passos de 0,1 y_m . O gráfico apresentado mostra um dos lados da parábola ($\theta > 0$, lado direito) e pontos (y) escolhidos do lado esquerdo do foco (F). Esses pontos são atingidos por raios com ângulo ($\varphi > 0$), definido como sentido anti-horário em relação ao eixo do feixe. (lado esquerdo). Para ângulos ($\theta < 0$), o diagrama é obtido por meio de simetria em relação ao eixo representado pela linha ($\varphi = 0$).

A linha vertical mostrada no gráfico da Fig. 02 indica o máximo semi-ângulo solar do feixe ($\varphi_s = 0,267$ graus). Esta linha define duas regiões importantes do gráfico. À esquerda (abscissa, $\varphi \leq \varphi_s$), as isolinhas de (y) que não cruzam a linha vertical representam regiões do absorvedor que recebem contribuição da radiação refletida ao longo de toda a parábola. As isolinhas que intersectam a linha ($\varphi = \varphi_s$) representam regiões que recebem contribuição parcial da parábola. Na Fig. 2, para y = 0,6 y_m, o ângulo ($\theta_{lim, ya}$) separa as regiões da parábola que contribuem iluminando o local (y_a) com ($\theta > \theta_{lim, ya}$), da região que não contribui, ($\theta < \theta_{lim, ya}$). Todos os pontos localizados à direita da abscissa ($\varphi > \varphi_s$) recebem iluminação parcial da parábola.

As regiões de iluminação total e parcial no absorvedor podem ser definidas da seguinte forma. No intervalo $(0 \le y \le y_b)$ o absorvedor recebe iluminação plena da parábola. O local (y_b) pode ser calculado usando a Eq. 03.

$$y_b = f \cdot \tan(\varphi_s) \tag{3}$$

onde (f) é a distancia focal da parábola. Esta posição do absorvedor é definida pela curva tangente à linha vertical ($\phi_s = 0,267$ graus). Para a parábola utilizada no exemplo (f = 1), $y_b = 0,606y_m$.

O limite superior da região iluminada do absorvedor está definido pelo valor de (y) igual a W/2 (semi-largura do absorvedor) e corresponde à interseção da linha vertical (ϕ_s) com a curva de parâmetro (W/2) (Eq. 2). Essa região do absorvedor é iluminada só pelos raios extremos que incidem na borda do concentrador. A região do absorvedor compreendida entre os pontos (y_b) e (W/2) é iluminada parcialmente pelos raios incidentes na parábola e dá origem, em todos os casos, independentemente da distribuição de brilho da radiação incidente, a um perfíl de iluminação declinante. Isso vale também, por exemplo, para um perfíl de brilho uniforme.

As considerações anteriores podem ser ilustradas graficamente (Fig. 3). A região do absorvedor localizada entre o foco e (y_b) recebe contribuições de todos os pontos da superfície refletora da parábola. A região do absorvedor com $(y \ge y_b)$, representada pelas curvas que cruzam a linha vertical ($\phi_s = 0,267$ graus), é atingida por raios que incidiram em apenas uma parte da parábola. Por exemplo, o intervalo $(y_a - y_m)$, distante do foco da parábola (região destacada), é iluminado apenas por raios provenientes da região $(p_a - p_r)$.



Fig. 3 – Detalhes da iluminação da região focal.

As curvas da Fig. 04 mostram de uma forma completa, toda a superfície da parábola, desde $-\theta_r$ até θ_r , apresentando o absorvedor em sua extensão total, desde (W/2) até (-W/2) ($-y_m$ até y_m) onde, (W/2) é a metade do comprimento máximo (y_m) da imagem produzida, calculado com a Eq. 02.



Fig. 04 – Gráfico completo da parábola.

De um modo geral, as curvas da Fig. 04 que estão totalmente inseridas na faixa situada entre as duas linhas verticais, as quais indicam os limites do cone solar ($-\phi_s$ a ϕ_s) representam pontos do absorvedor atingidos por todos os raios dentro do feixe solar. Porém, as curvas que cruzam as referidas linhas, representam os pontos do absorvedor que são parcialmente atingidos pelo feixe solar (região entre y_b e W/2 na Fig. 03).

Determinação da distribuição de energia no absorvedor

A energia que incide no ponto (y) é contabilizada como a contribuição de todos os raios refletidos no espaço (θ) com intensidade de brilho I(ϕ), onde (ϕ) é o ângulo associado a (θ) para o parâmetro (y). Esta relação é mostrada na Eq. (4).

$$\tan(\varphi) = \frac{y}{|y.\tan(\theta)| + r.\sec(\theta)}$$
(4)

A intensidade da radiação que atinge (y) será, portanto, o somatório de todas as contribuições da parábola, e está representada pela Eq. 5.

$$I(y) = 2 \int_{\theta \inf}^{\theta_{sup}} I(\varphi(\theta, y) . \cos(\theta + \varphi(\theta, y))) d\theta$$
(5)

O resultado da integração é multiplicado por 2 para que sejam contabilizadas as contribuições da parábola desde $(-\theta_r)$ até $(+\theta_r)$ como mostrado na Fig. 04.

O fator I($\phi(\theta, y)$) representa a variação de brilho solar, que depende de (ϕ), associada ao ângulo (θ) e local (y). Qualquer distribuição de brilho teórica ou experimental pode ser utilizada, como as descritas por Abetti (1938) ou Rabl e Bendt (1979). O termo $\cos(\theta+\phi(\theta, y))$ representa o co-seno do ângulo formado pelo raio e a normal ao absorvedor (Fig. 1). $\phi = \phi(\theta, y)$ é a função já descrita (Eq. 4).

O limite superior da integração ($\theta_{superior}$) é igual a (θ_r) para todo valor de (y), independentemente de estar localizado na região ($-\phi_s < \phi < \phi_s$) ou ($-\phi_s > \phi > \phi_s$). O limite inferior de integração ($\theta_{inferior}$) dependerá do valor de (y). Na região definida por ($-\phi_s < \phi < \phi_s$), $\theta_{inferior}$ é igual a zero. Na região definida por ($-\phi_s > \phi > \phi_s$), $\theta_{inferior}$ é calculado pela expressão transcendente derivada da Eq. (4).

$$|y.\tan(\theta)| + r.\sec(\theta) = \frac{y}{\tan(\varphi_s)}$$
 (6)

Para se determinar a concentração local em cada ponto y, foi utilizada a definição de concentração de fluxo (C_{fluxo}) descrita por Rabl (1985), como sendo a relação entre o fluxo no absorvedor (I(y)) (Eq. 5) e o fluxo na abertura ($I_{abertura}$).

$$C_{fluxo} = \frac{I(y)}{I_{abertura}}$$
(7)

 $I_{abertura}$ foi considerada como sendo a soma das contribuições de cada raio, definido por (ϕ) dentro do feixe solar, onde $I(\phi)$ representa o brilho solar.

$$I_{abertura} = \int_{-\varphi_s}^{\varphi_s} I(\varphi) \cos(\varphi) . d\varphi$$
(8)

RESULTADOS

Utilizando o modelo descrito, foi obtida a distribuição de energia em um absorvedor plano localizado na região focal de uma calha parabólica, com distância focal de 1m, abertura de 1,64 m e ângulo de borda de 44,5 graus. A Fig. 5 mostra o gráfico da distribuição de intensidade. Os desvios ópticos não foram considerados.



Fig. 5 – Distribuição de energia ao longo do absorvedor.

O gráfico da distribuição em azul (Fig. 5) foi obtido utilizando-se a distribuição de brilho apresentada por Rabl e Bendt (1982), o gráfico em vermelho representa a concentração média obtida, 104,8 sois, valor equivalente ao fornecido pela Eq. 8 (Duffie e Beckman, 1991).

$$C_{geom} = \frac{sen\theta_r \cos(\theta_r + 0.267)}{sen(0.267)} - 1$$
(9)

Observa-se que a concentração máxima calculada é de 179,8 sois (ponto C(y=0), Fig. 5), a energia se distribui até o comprimento máximo (y_m) , o qual é definido pela reflexão dos raios na borda da parábola. Seu valor é 0,0076 m (ponto y_m , Fig. 5) fornecendo um comprimento total da imagem de 0,015m, como calculado pela Eq. 2.

A concentração local no centro do absorvedor (C(y=0)) pode ser determinada utilizando a Eq. (10).

$$C(y=0) = \frac{I(\varphi=0).\sin(\theta_r)}{\int\limits_{0}^{\varphi_s} I(\varphi).\cos(\varphi)d\varphi}$$
(10)

Seu resultado depende do modelo de distribuição de brilho utilizado $(I(\phi))$ e de sua integração numérica. Para a distribuição de brilho constante (Eq. 11)

$$C(y=0) = 214.5.\sin(\theta_{r})$$
(11)

Para a distribuição de brilho definida por Rabl e Bendt (1982), (Eq. 12)

$$C(y=0) = 257.3.\rho.\sin(\theta_{r})$$
(12)

Para a distribuição de brilho definida por Abetti (1938), (Eq. 12)

$$C(y=0) = 248.3.\rho.\sin(\theta_r)$$
 (13)

As distribuições de brilho constante e a fornecida por Rabl e Bendt (1982) são mostradas na Fig. 6.



Fig. 6 – Distribuição de energia no absorvedor, utilizando-se duas distribuições de brilho diferentes.

Para ambas foi utilizado o mesmo valor da integral expressa pela Eq. (8) e as mesmas características da parábola, anteriormente descritas.



Fig. 7 – Distribuição de energia utilizando-se quatro distribuições de brilho diferentes e todo o comprimento do absorvedor.

A Fig. 7 mostra a distribuição de energia ao longo de todo o absorvedor, utilizando-se quatro distribuições de brilho: Rabl e Bendt (1982), constante, gaussiana e Abetti (1938).

Efeito do desalinhamento do eixo da parábola em relação ao vetor solar

Como analisado por Evans (1977) e por Pedrosa Filho et. al (2010), o desalinhamento do eixo da parábola em relação ao vetor solar provoca o deslocamento e conseqüente espalhamento da distribuição de energia no absorvedor plano localizado na região focal de uma parábola.

Para que seja possível a simulação deste efeito, foi definido um novo ângulo (δ) (Fig. 8) como sendo o ângulo entre o eixo da parábola e o vetor solar.



Figura 8: Parábola com desalinhamento em relação ao vetor solar.

Considerando-se um ângulo de desalinhamento (δ), a Fig. 9 mostra que os raios que compõem a distribuição de brilho solar terão seus ângulos alterados, quando comparados com a situação de eixo alinhado. Considerando positivo um desalinhamento para a direita e negativo para a esquerda do eixo da parábola o deslocamento mostrado na Fig. 9 fará com que os raios do feixe incidente na abertura sejam identificados pelo ângulo ($\phi + \delta$) e o seus simétricos como (- $\phi + \delta$), com relação aos raios refletidos quando alinhados (Fig. 9).



Figura 9: Configuração dos ângulos da parábola com desalinhamento.

Portanto, para que seja possível analisar o efeito de um desalinhamento sobre a formação da imagem, se faz necessário definir uma nova faixa de ângulos para o feixe solar. Considerando-se o alinhamento, a faixa seria (- ϕ_s até + ϕ_s), para um desalinhamento (δ), a nova faixa será de (- ϕ_s + δ) até (+ ϕ_s + δ).



Figura 10: Gráfico da parábola desalinhada.

Este efeito pode ser visualizado na Fig. 10. As linhas verticais tracejadas representam a faixa $(-\phi_s)$ até $(+\phi_s)$ que ocorre quando o eixo da parábola está alinhado com o vetor solar. Considerando um desalinhamento negativo $(-\delta)$, a faixa a ser considerada será de $(-\phi_s-\delta)$ até $(+\phi_s-\delta)$.

As isolinhas mostram a parábola completa, porém, para o desalinhamento de 1 grau, a região iluminada foi deslocada de sua posição original desde a posição -0,0076 ($-y_{ma}$) até 0,0076 ($+y_{ma}$) para a região desde a posição -0,0358 ($-y_{md}$) até -0,020 ($+y_{md}$). O tamanho original absorvedor (0,015 m) aumentou para (0,071 m), ou seja, o absorvedor foi aumentado 4,6 vezes, para que seja possível visualizar a distribuição de energia no mesmo. Nesta, observa-se o deslocamento da faixa para a esquerda, o que significa que apenas aqueles pontos y do absorvedor (entre $-y_{md} e + y_{md}$) que estão dentro da nova faixa é que serão atingidos pelos raios do feixe solar.



Figura 11: Distribuição de energia na situação alinhada e com 1º de desalinhamento.

A Fig. 11 apresenta o resultado da integração ponto a ponto considerando a parábola alinhada e com desalinhamento de 1 (um) grau. Observa-se como previsto o deslocamento da imagem, a diminuição da concentração e um maior espalhamento da mesma ao longo do absorvedor.

COMENTÁRIOS FINAIS

Foi apresentado neste trabalho um modelo alternativo para a obtenção da distribuição de energia sobre o absorvedor plano de um coletor parabólico linear.

Foi definido um espaço $(\theta - \phi)$ que permite visualizar o comportamento geométrico do concentrador para qualquer distribuição de brilho incidente na abertura do coletor. Para tal, define-se uma função $\phi = \phi(\theta, y)$ ou sua inversa $\theta = \theta(\phi, y)$ onde o local (y), objeto do cálculo da intensidade de radiação, é definido por isolinhas no diagrama no espaço $(\theta - \phi)$.

O diagrama está dividido em duas regiões que permitem identificar que parte do absorvedor é iluminada total ou parcialmente pela superficie parabólica. A parte iluminada parcialmente apresenta sempre, ainda com distribuição de brilho constante, um perfil de iluminação declinante.

O diagrama ($\theta - \phi$) permite visualizar claramente o significado geométrico do desalinhamento na formação da imagem na região focal do concentrador. Com o auxilio de equações válidas para a geometria do coletor solar analisado (Eqs. (4), (5) e (7)) foi obtido o perfil de radiação no absorvedor quando existe um desalinhamento (δ) do eixo da parábola com relação ao vetor solar.

O método desenvolvido pode ser utilizado para qualquer geometria de concentrador desde que a radiação incidente realize uma única reflexão no caminho da abertura ao absorvedor.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq e a CAPES pelo incentivo por meio do fornecimento de bolsas de estudo e a aquisição dos equipamentos e materiais que permitiram a realização deste estudo.

REFERÊNCIAS

Abetti, G. (1938). The Sun. D. Van Nostrand, Princeton, New Jersey.

Daly, J. C. (1979). Solar concentrator flux distributions using backward ray tracing. Applied Optics, 18, 15.

Duffie, J. A., Beckman, W. A. (1991). Solar engineering of thermal processes. 2ª ed., Wiley-Interscience, New York.

Evans, D. L. (1977). On the performance of cylindrical parabolic solar concentrators with flat absorbers. Solar Energy, 19, 379–385.

Fraidenraich, N. (2010). Uma nova abordagem para calcular a distribuição de energia em concentradores solares. Notas de aula da disciplina Óptica Solar. UFPE, Recife, Brasil.

Löf, G. O. G., Duffie, J. A. (1963). Optimization of focusing solar-collector design. J. Eng. Power Trans. ASME 85A, 221-227.

Nicolás, R. O., Durán, J. C. (1980). Generalization of the two-dimensional optical analysis of cylindrical concentrators. Solar Energy, 25, 21-31.

Pedrosa Filho, M. H. O., Vilela, O. C., Fraidenraich N. (2010). Avaliação da influência dos desvios ópticos e de rastreamento na concentração de coletor parabólico linear. Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, 14, 04-101.

Rabl, A. (1985). Active solar collectors and their applications. New York: Oxford University Press.

Rabl, A., Bendt, P. (1982). Effect of circunsolar radiation on performance of focusing collectors, J. Solar Energy Eng., 104, 237.

ANALYTICAL SOLUTION FOR THE ENERGY DISTRIBUTION IN A FLAT ABSORBER OF A PARABOLIC CYLINDRICAL CONCENTRATOR

ABSTRACT. This work presents an alternative approach to obtain the energy distribution in a flat absorber of a linear parabolic concentrator. The bright distribution inside the plane cone of angular half aperture (φ_s) is determined by the beam rays intensity which depends on the angle (φ) inside the angular aperture, that depends on the angle (φ) formed between the reflected cone axis in the parabolic surface and the parabola axis. It's proposed a graphical representation for (φ) and (θ) relation, with iso-lines of y which allows visualizing the absorber regions totally or partially illuminated. The radiation intensity that reaches each point y in the absorber is gotten by a contribution integration of each parabola region I($\varphi(\theta, y)$). Simulations using different bright distributions and misalignment effect to the solar vector were done. The results gotten agree to those in the literature.

Key words: Solar Concentrators, solar bright distribution, Energy Distribution.