

## TRANSFERENCIA DE CALOR CONJUGADA UNIDIMENSIONAL Y TRIDIMENSIONAL EN UNA CAVIDAD

Sonia Esteban<sup>2</sup>, Ana María Aramayo<sup>1</sup>, Luis Cardón<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNSa.

<sup>2</sup>Departamento de Física - INENCO Facultad de Ciencias Exactas, UNSa.

Av. Bolivia 5150, 4400 Salta, Argentina (s.[esteban593@gmail.ar](mailto:esteban593@gmail.ar))

**RESUMEN:** En este trabajo se estudia la transferencia de calor estacionaria utilizando dos modelos: unidimensional y tridimensional. El primero es teórico y permite estimar la transferencia de calor en función de un parámetro, definido por la razón entre las resistencias térmicas de la placa sólida y del fluido. El segundo se realiza mediante la simulación numérica del problema de transferencia de calor conjugada en una cavidad tridimensional. La temperatura impuesta en la placa inferior es mayor que en la parte superior, mientras que las paredes laterales se mantienen adiabáticas. Se consideran placas de distintos materiales (aluminio, acero y cobre) y razones de aspecto de la cavidad ( $H/L$ ). En la interfase sólido-fluido, que define un “borde interno”, se establece una distribución de temperatura que dependerá del material, del espesor de la placa y del salto de temperatura impuesto. Esta distribución determina el patrón de flujo desarrollado en la región de fluido.

**Palabras Claves:** transferencia de calor conjugada, tridimensional, convección natural, conducción.

### INTRODUCCIÓN

Cuando se analiza la transferencia de calor por convección natural en cavidades, es conocido que el caso que más se aproxima a la realidad, es la de un recinto con placas difusivas ya sea verticales u horizontales y las otras aisladas, problema conocido como transferencia de calor conjugada (CHT). Y lo que busca es encontrar alguna correlación para el número de Nusselt que permita determinar el coeficiente de transferencia convectivo,  $h$ , del caso estudiado.

Anderson y Bejan (1981) estudian en forma teórica y experimental, la transferencia de calor a través de particiones verticales que rodean fluidos estratificados térmicamente. Demuestran que la transferencia de calor neta entre los extremos del recinto rectangular es proporcional a  $n^{-0.61}$ , donde  $n$  es la cantidad de particiones verticales insertadas en el interior del recinto.

Análiticamente, el problema de transferencia de calor a través de la pared vertical es dificultoso ya que la condición de temperatura de la pared es una de las incógnitas del problema. La temperatura de la pared resulta de la interacción entre las capas límites formadas en ambos lados de la pared. Para simplificar este problema, se puede realizar tres suposiciones:

a) Temperatura de la pared constante, b) Flujo de calor que atraviesa la pared constante y c) Distribución de temperatura en la pared obedece la ley de potencia. Para considerar despreciable el salto de temperatura cuando se atraviesa la pared, en comparación con la diferencia entre los dos reservorios de fluido semi-infinitos, debería ocurrir que la conductancia de la pared ( $k_w/W$ ) sea mucho mayor que la conductancia que atraviesa alguna de las capas límites ( $k_f/l$ ).

En los artículos de Esteban, et. al., y Aramayo, et. al., (2006) se estudia la convección natural y la transferencia de calor conjugada en un recinto rectangular bidimensional. En la parte inferior y superior del mismo se coloca una delgada placa difusiva de distintos espesores y materiales. Se obtienen distintos tipos de flujo en la cavidad dependiendo del número de Rayleigh impuesto, material y espesor de las placas y razón de aspecto. A medida que disminuye la razón de aspecto el cambio de flujo de conductivo a convectivo ocurre a número de Rayleigh menores. El retroceso de la multiplicación de celdas convectivas ocurre a menores  $Ra$  a medida que disminuye la razón de aspecto.

Costa (2002) ha estudiado otro tipo de configuración en el que considera el problema de convección natural en un recinto rectangular diferencialmente calentado, con paredes verticales difusivas. El autor indica que no existe estudio que permita evaluar el número de Nusselt efectivo para recintos con paredes difusivas, el cual es muy necesario para diversas aplicaciones en particular la térmica. Así, Costa desarrolla un procedimiento para evaluar el número de Nusselt global efectivo, en régimen de convección natural, para recintos rectangulares con paredes verticales difusivas. Evalúa el número de Nusselt efectivo usando la diferencia de temperatura impuesta sobre las caras exteriores del recinto, lo que usualmente se utiliza para recintos sin paredes difusivas; y las propiedades difusivas de las paredes verticales sólidas son tenidas en cuenta a través de un simple parámetro adimensional.

El problema analizado en Aramayo (2009) presenta varias particularidades interesantes. En primer lugar el apilamiento de recintos calentados por debajo es una configuración que ha sido poco estudiada. Además, debido a la geometría trapezoidal de los recintos apilados, que confiere una inclinación a las placas superior e inferior de los recintos, la convección en ellos es de tipo calentamiento lateral o multicelular según sea el número de Rayleigh y la razón de aspecto del recinto. Por último, las celdas convectivas por debajo y arriba de la placa separadora entre recintos, están acopladas conductivamente por ésta. Bejan (1995) llama capas límites conjugadas a este tipo de acoplamiento. Se resuelve el mismo conjunto de ecuaciones diferenciales en el dominio completo, distinguiendo los parámetros físicos en cada una de las regiones.

Existen dos aproximaciones básicas para resolver problemas de transferencia de calor conjugada. En una de ellas existe un acoplamiento directo y los distintos campos se resuelven simultáneamente en un único dominio. En la otra aproximación se

resuelve cada conjunto de ecuaciones (fluido y sólido) forma separada, con los métodos más apropiados. El inconveniente de esta aproximación es que requiere una estrategia especial para simulaciones en paralelo. Las condiciones de borde aplicadas a la parte sólida y fluido del dominio, incluidas las variables compartidas por ambos códigos son críticas para la exactitud y estabilidad de los cálculos, Duchaine F., et. al., (2009).

En nuestro caso hemos utilizado un software cuya parte central es un conjunto de módulos escrito en lenguaje C++ y se basa en el método de volúmenes finito. El software presenta diversos tutoriales disponible para el usuario, en particular existen dos específicos para problemas de transferencia de calor conjugada, `chtMultiRegionFoam` y `chtMultiRegionSimpleFoam`. El primer tutorial resuelve para flujo compresible, transitorio y turbulento; en tanto que el segundo, el mismo problema anterior pero estacionario. Por otro lado, se cuenta con un código desarrollado por F. Canesin ([www.polo.ufsc.br](http://www.polo.ufsc.br)) para flujo incompresible, acoplado con convección forzada. Dado que nuestro problema se plantea para flujo incompresible bajo la aproximación de Boussinesq, estacionario, se adaptó los tutoriales existentes. Esto condujo a la realización de nuestro propio código de resolución (`solver`) denominado `cavidadSimpleFoam`. La parte más importante de este nuevo código consiste en la re-definición de ciertas variables que van a ser utilizadas en la interfase sólido-fluido, y la adaptación de algunas subrutinas. Las condiciones impuestas en esta interfase son de importancia para la correcta resolución del problema, la manera de cómo tratarlas es a través de diccionarios (archivos editados por el usuario) que son invocados en el código de resolución, cuando se pasa de una región a otra. Las variables con las que trabajan estos diccionarios deben definirse de manera particular en los archivos `createFluidField` y `createSolidField`, definidos en el código de resolución.

En este trabajo se utiliza nuestro código de resolución para modelizar los aspectos térmicos de un recinto tridimensional, en el que se ha colocado una placa difusiva de distintos materiales, en la parte inferior. Se tiene en cuenta la convección natural en la cavidad y la conducción en la placa conductora, se analiza la influencia de la conducción de la placa, en el establecimiento de los patrones de flujo.

## ECUACIONES GOBERNANTES

La convección natural en recintos tridimensionales está modelada por las ecuaciones de continuidad, de momento y de energía, estacionaria; utilizando la aproximación de Boussinesq, resueltas para la parte fluida del dominio:

$$\text{De continuidad: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\text{De momento en x: } u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\text{De momento en y: } u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - g \beta [1 - \beta (T - T_\infty)] \quad (3)$$

$$\text{De momento en z: } u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

$$\text{De energía } u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_f \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (5)$$

Para la parte sólida solamente se resuelve la ecuación de conducción:

$$\left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (6)$$

Con las siguientes condiciones de borde:

- paredes verticales aisladas:  $u=0, v=0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0$ ,
- borde inferior a temperatura constante:  $u=0, v=0, T=T_C$ ,
- borde superior a temperatura constante:  $u=0, v=0, T=T_F$ ,
- condición en la interfase sólido-fluido:  $k_s \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=e^-} = k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=e^+}$ , donde  $y=e^+$  corresponde a la coordenada en la zona de fluido, en tanto que  $y=e^-$  corresponde a la coordenada en la zona del sólido.

## Casos analizados

La geometría tridimensional estudiada se muestra en la figura 1. Para recintos de razón de aspecto,  $A=H/L=0.03$  se ha trabajado con redes de  $100 \times 30 \times 100$  nodos ( $n_x, n_y, n_z$ ) y  $150 \times 45 \times 150$ . Para  $A=0.05$  con redes de  $100 \times 50 \times 100$  y  $150 \times 75 \times 150$ .

Los materiales considerados son aluminio, cobre y acero. En todos los casos, el espesor de la placa sólida es de 1 mm. Los saltos de temperatura considerados son  $\Delta T=40^\circ\text{C}$  y  $90^\circ\text{C}$ .

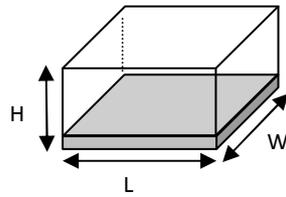


Figura 1. Geometría estudiada.

## RESULTADOS OBTENIDOS

### Cavidad con placa difusiva

Las distintas figuras presentadas corresponden al campo de temperatura desarrollado en la cavidad de aire, no se muestra la placa sólida, la cual en todos los casos, alcanza la temperatura impuesta en la parte inferior del recinto.

La figura 2 muestra el campo de temperatura en distintos planos a  $z=cte$ , para un recinto de 3cm de altura, placa de aluminio y  $\Delta T=90$  con distintas redes. De manera similar a los resultados de la cavidad sin placa difusiva, la figura 2 muestran la formación de celdas convectivas.

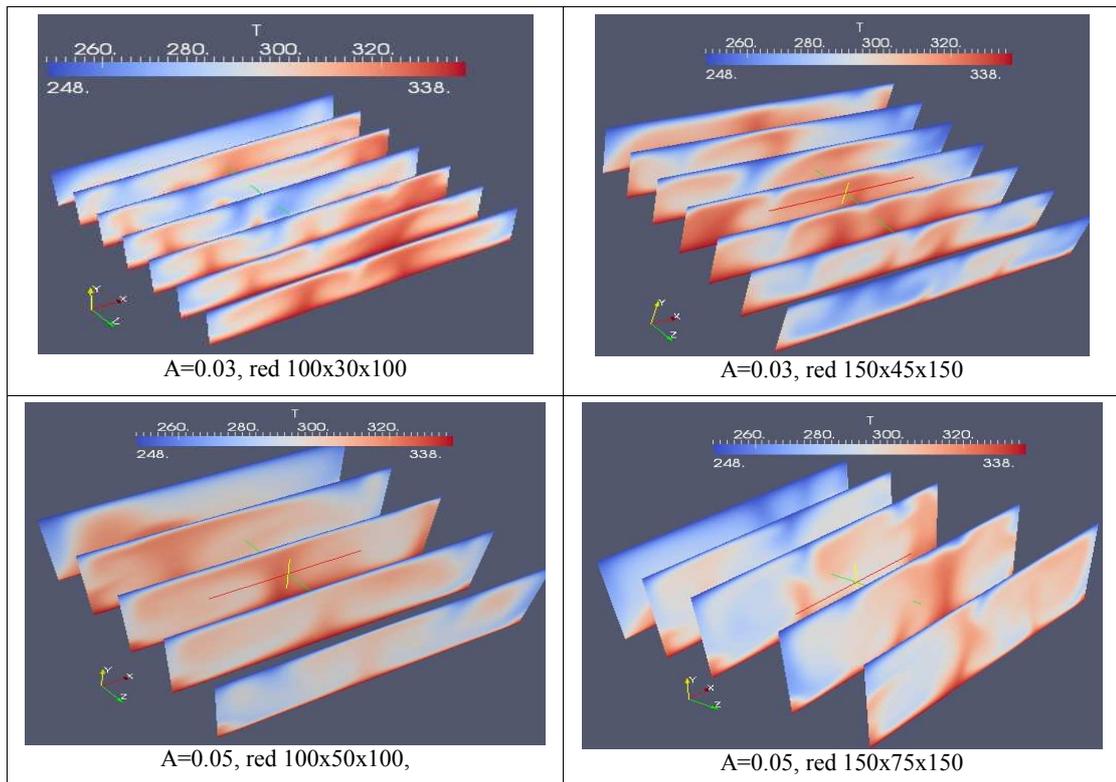


Figura 2. Campo de temperatura en distintos planos  $z=cte$ .

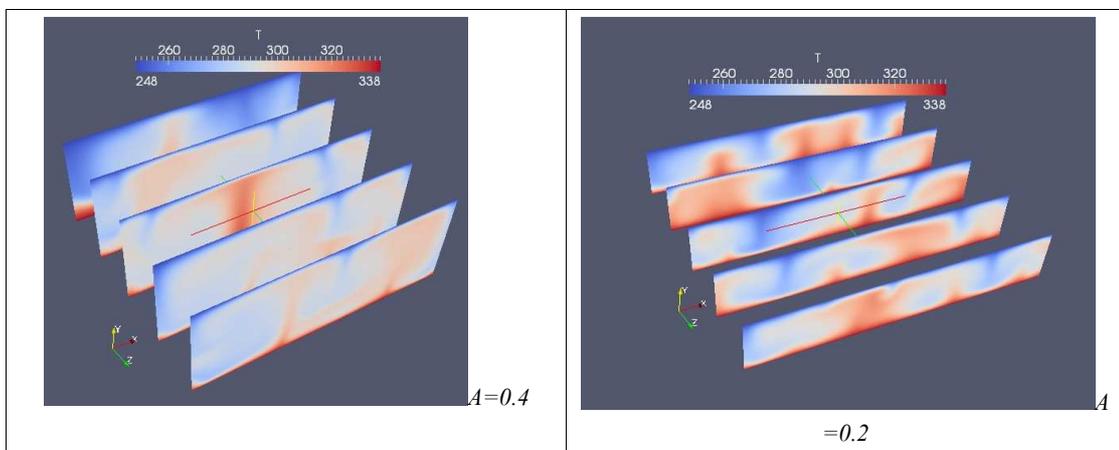


Figura 3. Campo de temperatura en distintos planos  $z=cte$ .

### Cavidad sin placa difusiva

A fines de comparación se ha simulado también una cavidad con aire, de altura  $H=5, 4, 3$  y  $2$  cm, el tamaño de las redes se determina de modo que se obtenga volúmenes de control cúbicos,  $100 \times 50 \times 100$ ,  $100 \times 40 \times 100$ ,  $100 \times 30 \times 100$  y  $100 \times 20 \times 100$ , respectivamente. La figura 3 muestra el campo de temperatura a distintos planos a  $z=cte$ , para  $A=0.4$  y  $A=0.2$ . Se observa, en ambos casos, plumas ascendentes y descendentes lo que da cuenta de la formación de celdas convectivas. En ninguno de los casos simulados se observa simetría en los planos  $x=cte$  y  $z=cte$ , no mostrados en este trabajo.

## TRANSFERENCIA DE CALOR

### Modelo unidimensional

En esta sección se aplica el modelo unidimensional, propuesto por Costa (2002), para estudiar cómo influye la conductividad de la placa en la transferencia de calor en un recinto descrito en la figura 4. El dominio consiste de un recinto rectangular de ancho  $L$  y alto  $H$ , en el cual se ha colocado una placa horizontal de espesor  $e$ , de conductividad  $k_s$ , (conductividad térmica del sólido) el recinto está lleno de un fluido de conductividad térmica  $k_f$ , se impone un salto de temperatura  $\Delta T$  entre la superficie inferior y superior; y las paredes verticales se asumen que están perfectamente aisladas.

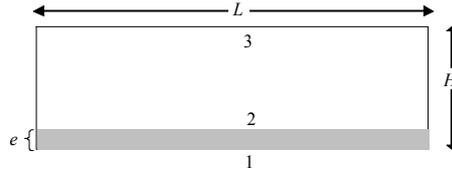


Figura 4. Modelo unidimensional.

Los índices 1, 2 y 3 indican las superficies horizontales que se consideran en este estudio. En la superficie 1, se impone como condición de borde una temperatura constante ( $T_C$ ), en tanto que la superficie 3 se mantiene a una temperatura inferior ( $T_F$ ). Para aplicar el modelo unidimensional se asume que la transferencia de calor se produce sólo en la dirección vertical y por lo tanto las temperaturas en cada una de las caras de las placas permanecen constantes.

Llamando  $H_1$  a la altura de la cavidad donde se encuentra el fluido y como  $e$  es el espesor de la placa, se tiene que:

$$H_1 = H - e \quad (7)$$

Para un recinto de altura  $H$  y ancho  $L$ , sin placa difusiva, es posible calcular la transferencia de calor adimensional, determinada por el número de Nusselt, mediante la siguiente correlación:

$$\overline{Nu}_H^0 = C_1 Ra_H^{C_2} \left(\frac{H}{L}\right)^{C_3} \quad (8)$$

siendo  $Ra_H$  el número de Rayleigh dado por:

$$Ra_H = \frac{g \beta \Delta T_1 H^3}{\alpha \nu} \quad (9)$$

asumiendo que el tipo de régimen no varía para un recinto con placa difusiva, es válida la correlación dada por la ecuación (8), para el recinto de altura  $H_1$  se tiene que:

$$\overline{Nu}_{H_1} = C_1 Ra_{H_1}^{C_2} \left(\frac{H_1}{L}\right)^{C_3} \quad (10)$$

donde  $\overline{Nu}_{H_1}$  es el número de Nusselt efectivo y  $Ra_{H_1}$ :

$$Ra_{H_1} = \frac{g \beta \Delta T_1 H_1^3}{\alpha \nu} \quad (11)$$

Dividiendo (10) por (8), se obtiene la relación entre el número de Nusselt efectivo y el correspondiente a una cavidad sin placa difusiva, mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\overline{Nu}_{H_1}}{\overline{Nu}_H^0} = \left(\frac{Ra_{H_1}}{Ra_H}\right)^{C_2} \left(\frac{H_1}{H}\right)^{C_3} = \left(\frac{H_1}{H}\right)^{3C_2+C_3} \left(\frac{\Delta T_1}{T_C - T_F}\right)^{C_2} \left(\frac{H_1}{H}\right)^{C_3} \quad (12)$$

Entonces, el número de Nusselt efectivo para un recinto con placa difusiva es de la forma:

$$\overline{Nu}_{H_1} = \overline{Nu}_H^0 \left(\frac{H_1}{H}\right)^{3C_2+C_3} \left(\frac{\Delta T_1}{T_C - T_F}\right)^{C_2} \quad (13)$$

Por otro lado, calculando el flujo de calor que atraviesa la placa y el recinto,  $Q'$ , se tiene que para la placa:

$$Q = k_s L \frac{(T_C - T_2)}{e}$$

donde  $k_s$  es la conductividad térmica de la placa de espesor  $e$ , despejando el salto de temperatura se obtiene:

$$T_C - T_2 = \frac{Q' e}{k_s L} \quad (14)$$

y para el recinto:

$$Q' = k_f L \frac{(T_2 - T_F)}{H_1} \overline{Nu}_{H_1}$$

donde  $k_f$  es la conductividad térmica del fluido que se encuentra en el recinto, despejando el salto de temperatura ( $T_2 - T_F$ ) se obtiene:

$$T_2 - T_F = \frac{Q' H_1}{k_f L Nu_{H_1}} \quad (15)$$

Sumando las igualdades (14) y (15) se obtiene:

$$T_C - T_F = \frac{Q'}{L} \left( \frac{H_1}{k_f Nu_{H_1}} + \frac{e}{k_s} \right) \quad (16)$$

despejando  $Q'$ , de la ecuación anterior se tiene que:

$$Q' = L \frac{k_f}{H_1} \frac{\overline{Nu}_{H_1}}{\left(1 + \frac{ek_f}{H_1 k_s} \overline{Nu}_{H_1}\right)} (T_C - T_F) \quad (17)$$

Utilizando el parámetro adimensional,  $F$ , que representa la razón entre las resistencias térmicas de la placa sólida y del fluido.

$$F = \frac{e/k_s}{H_1/k_f} = \frac{ek_f}{H_1 k_s} \quad (18)$$

el flujo de calor queda expresado del siguiente modo:

$$Q' = k_f L \frac{(T_C - T_F)}{4H_1} \frac{\overline{Nu}_{H_1}}{(1 + F Nu_{H_1})} \quad (19)$$

Dividiendo el salto de temperatura en el recinto (ecuación 15) entre el salto de temperatura total (ecuación 16), se tiene que:

$$\frac{\Delta T_{recinto}}{T_C - T_F} = \left(1 + \frac{ek_f}{k_s H_1} \overline{Nu}_{H_1}\right)^{-1} \quad (20)$$

por lo tanto, utilizando el parámetro definido en la ecuación 18, se obtiene:

$$\frac{\Delta T_{recinto}}{T_C - T_F} = \frac{1}{(1 + F \overline{Nu}_{H_1})} \quad (21)$$

Reemplazando la igualdad anterior (21) en la ecuación correspondiente al Nusselt efectivo (ecuación 13), se tiene que:

$$\overline{Nu}_{H_1} = \overline{Nu}_H^0 \left(\frac{H_1}{H}\right)^{3C_2 + C_3} (1 + F \overline{Nu}_{H_1})^{-C_2} \quad (22)$$

Así, la ecuación (22) permite calcular el número de Nusselt efectivo de la cavidad, conociendo  $\overline{Nu}_H^0$  que corresponde al número de Nusselt para un recinto sin placa difusiva, el salto de temperatura  $T_C - T_F$  y el parámetro adimensional  $F$ .

### Aplicación de modelo unidimensional

Para el caso de estudio, se mantuvo fijo el espesor de la placa ( $e=0.01m$ ), el ancho del dominio ( $L=0.1m$ ) y se considera que el recinto está lleno de aire  $k_f=0.02W/mK$ , los demás parámetros físicos y geométricos se muestran en la tabla 1:

$H_1$ (m)		$k_s$ (W/mK)		
A 0.3	A 0.5	Acero	Aluminio	Cobre
0.02	0.04	13.8	204	398

Tabla 1. Parámetros físicos y geométricos de los casos estudiados.

En tal caso los valores del parámetro adimensional  $F$ , son (tabla 2):

Acero		Aluminio		Cobre	
A 0.3	A 0.5	A 0.3	A 0.5	A 0.3	A 0.5
7.2464 $\times 10^{-4}$	3.6232 $\times 10^{-4}$	4.9020 $\times 10^{-5}$	2.4510 $\times 10^{-5}$	2.5126 $\times 10^{-5}$	1.2563 $\times 10^{-5}$

Tabla 2. Valores de  $F$

Valores de Rayleigh para los casos considerados

	$T = 40$		$T = 90$	
	A 0.3	A 0.5	A 0.3	A 0.5
$Ra_H$	1.8272 $\times 10^4$	1.4618 $\times 10^5$	4.1112 $\times 10^4$	3.2890 $\times 10^5$

Tabla 3. Valores de  $Ra$ .

Para analizar cómo varía el número de Nusselt efectivo en la cavidad, se debe resolver la ecuación fundamental (22), con ello se puede concluir el estudio de la influencia de la placa difusiva horizontal adyacente al recinto rectangular.

Usando la correlación de Berkovsky y Polevikov, citada en el trabajo de Costa (2002), se tiene que:

$$\overline{Nu}_H^0 = 0.167 Ra_H^{0.29} \left(\frac{H}{L}\right)^{0.13} \quad (23)$$

La ecuación del número de Nusselt efectivo en la cavidad, considerando la placa de distintos materiales se determina por la siguiente ecuación:

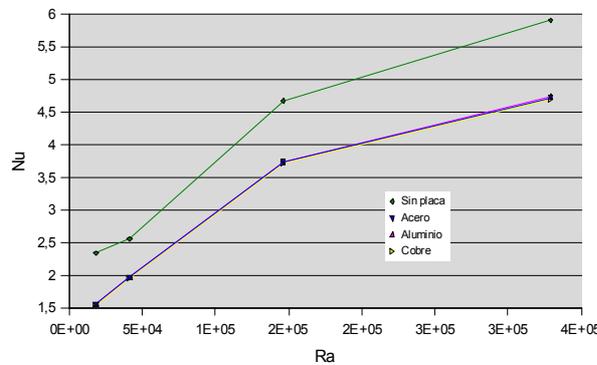
$$\overline{Nu}_{H_1} = \frac{H_1}{H} \left( F \overline{Nu}_{H_1} \right)^{0.29} \overline{Nu}_H^0$$

En la tabla 4 se muestra los valores  $\overline{Nu}_{H_1}$  y  $\overline{Nu}_H^0$  calculados mediante la correlación de Berkovsky (ecuación 23) para un recinto de altura  $H$  con una placa difusiva y sin placa, respectivamente.

	$Ra_{H_1}$	$\overline{Nu}_{H_1}^0$	$\overline{Nu}_{H_1}$	$\overline{Nu}_{H_1}$	$\overline{Nu}_{H_1}$
$A \approx 0.3$	$1.8272 \times 10^4$	2.3322	1.5543	1.5548	1.5548
	$4.1112 \times 10^4$	2.9505	1.9662	1.9669	1.9670
$A \approx 0.5$	$1.4618 \times 10^5$	4.6645	3.7301	3.7315	3.7315
	$3.2890 \times 10^5$	5.9011	4.7185	4.7207	4.7208

**Tabla 4.** Valores de  $Nu$ , aplicando el modelo uni-dimensional.

La figura 5 muestra el número Nusselt, determinado de manera teórica (ecuación 22) para una cavidad con placa difusiva, a partir de la transferencia de calor de una cavidad sin placa ( $\overline{Nu}_H^0$ ), y el parámetro adimensional ( $F$ ); en función del número de Rayleigh. La aproximación obtenida mediante este estudio teórico, muestran que la colocación de placas difusivas a una cavidad produce una disminución en el número de Nusselt, lo que conlleva a una disminución del coeficiente convectivo  $h$ . Utilizando el valor teórico unidimensional no se aprecia diferencia entre los valores de  $Nu$  para las distintas placas.



**Figura 5.**  $Nu$  en función de  $Ra$ , valores teóricos.

### Modelo tridimensional

Para determinar el flujo de calor tridimensional, se ha escalado con el valor de flujo obtenido para el régimen conductivo, definido por:  $Q_{cond} = k_p A \frac{\Delta T}{H}$  siendo  $\Delta T$  el salto de temperatura impuesto,  $H$  la distancia en la que se produce dicha diferencia y  $A$  el área transversal.

Mientras que el flujo de calor convectivo local para la cavidad, se calcula del siguiente modo:

$$Q_{conv}^{inf} = \int_{y_{inf}}^{y_{sup}} \int_{z_{inf}}^{z_{sup}} k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y_{inf}} dx dz \quad Q_{conv}^{sup} = \int_{y_{inf}}^{y_{sup}} \int_{z_{inf}}^{z_{sup}} k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y_{sup}} dx dz$$

siendo  $y_{inf} = 0$ , para el caso de la cavidad sin placa e  $y_{inf} = e$  para la cavidad con placa. Por lo que el calor adimensional, se obtiene al realizar el cociente entre  $q_{conv}$  con  $q_{cond}$ , obteniendo así el número de Nusselt local, del siguiente modo:

$$Nu^{inf} = \frac{\int_{y_{inf}}^{y_{sup}} \int_{z_{inf}}^{z_{sup}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y_{inf}} dx dz}{A \frac{\Delta T}{H}} = \frac{H}{A \Delta T} \int_{y_{inf}}^{y_{sup}} \int_{z_{inf}}^{z_{sup}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y_{inf}} dx dz \quad Nu^{sup} = \frac{\int_{y_{inf}}^{y_{sup}} \int_{z_{inf}}^{z_{sup}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y_{sup}} dx dz}{A \frac{\Delta T}{H}} = \frac{H}{A \Delta T} \int_{y_{inf}}^{y_{sup}} \int_{z_{inf}}^{z_{sup}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y_{sup}} dx dz$$

con lo cual el flujo de calor global, adimensional queda expresado de la siguiente manera:

$$\overline{Nu}^{inf} = \frac{H}{A \Delta T} \int_{y_{inf}}^{y_{sup}} \int_{z_{inf}}^{z_{sup}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y_{inf}} dx dz \quad \overline{Nu}^{sup} = \frac{H}{A \Delta T} \int_{y_{inf}}^{y_{sup}} \int_{z_{inf}}^{z_{sup}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y_{sup}} dx dz \quad (26)$$

### Transferencia de calor obtenida en la simulación numérica

La tabla 5 muestra los valores de  $Nu$  obtenidos en las distintas simulaciones utilizando la ecuación 26, a fin de realizar una comparación en la misma tabla se incluye los valores teóricos para el modelo unidimensional.

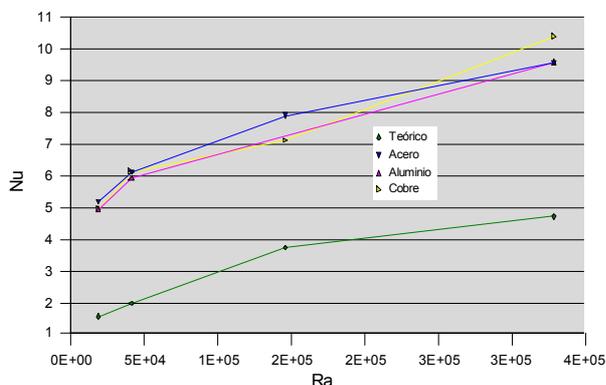
Se puede apreciar que los valores correspondientes al caso tri-dimensional superan en todos los casos superan de 200% a 300%, los valores obtenidos en forma teórica, utilizando el modelo unidimensional. Esto indica que se produce una importante transferencia de calor en las direcciones transversales que no son tenidas en cuenta en el modelo unidimensional.

Por lo tanto es necesario realizar un estudio teórico para la cavidad tri-dimensional, que tenga en cuenta esta transferencia.

Ra	Teórico	Acero	Aluminio	Cobre
1.83E+04	1.55	5.17	4.95	4.95
4.11E+04	1.97	6.12	5.92	6.15
1.46E+05	3.73	7.91		7.14
3.29E+05	4.72	9.57	9.6	10.42

**Tabla 5.** Valores de Nu para el modelo tri-dimensional .

En la figura 6 se grafica los valores mostrados en la tabla 5. Utilizando los valores simulados se aprecia una leve dependencia de Nu con el tipo de material utilizado en las placas.



**Figura 6.** Nu en función de Ra, valores numéricos.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado distintas simulaciones del problema de transferencia de calor conjugada tridimensional, con un código propio. Los resultados obtenidos muestran que este código funciona adecuadamente, ya que se han obtenido patrones de flujos típicos de problema de convección natural. La manera de estudiar el comportamiento térmico y de flujo, de problemas tridimensionales es bastante complejo, ya que actualmente no se cuenta con una técnica de visualización unificada (líneas de corrientes o de flujos) que nos permita fácilmente determinar con qué tipo de flujo estamos trabajando (conectivo, convectivo, laminar o turbulento).

La propuesta realizada en este trabajo permite de alguna manera estimar un número de Nusselt efectivo, utilizando un modelo uni-dimensional, a partir del conocimiento del salto de temperatura total, y de las características del material de la placa difusiva. En todos los casos considerados las placas difusivas alcanzan la temperatura impuesta en la parte inferior, pero los flujos desarrollados en la cavidad de aire no son todos iguales.

En trabajos futuros queda por plantear:

- Estudio teórico de la transferencia de calor tri-dimensional para determinar la contribución de la transferencia de calor transversal, no tenida en cuenta en el modelo unidimensional
- La evolución temporal de este problema, lo que realmente va a dar cuenta de cómo evolucionan los perfiles de temperatura en la placa difusiva y cómo éstos determinan la formación de las celdas convectivas encontradas en el estado estacionario. El problema transitorio plantea temas interesantes, desde el punto de vista numérico, como ser la frecuencia de intercambio de datos entre los códigos utilizados en las distintas regiones, ya que la escala de tiempo para la región fluido es diferente de la escala para la parte sólida.

## REFERENCIAS

- Bejan A., (1995). Convection heat transfer, John Wiley&Sons, Inc.,
- Aramayo, A., Esteban, S., Cardón, L., (2006). Analisis de la transferencia de calor en un recinto rectangular con placas difusivas horizontales. Avances en Energias Renovables y Medio Ambiente, vol:10 , pags: 08.157-08.164.
- Duchaine F., Corpron A., Pons L., Moureau V., Nicoud F., Poinsot T., (2009). Development and assessment of a coupled strategy for conjugate heat transfer with Large Eddy Simulation: Application to a cooled turbine blade. International Journal of Heat and Fluid Flow, vol: 30, pags.: 1129-1141.
- Anderson R., Bejan A., (1981). Heat transfer through single and double vertical walls in natural convection: Theory and experiment. International Journal of Heat and Mass Transfer 24, pags.: 1611-1620.
- Costa, V., (2002). Laminar natural convection in differentially heated rectangular enclosures with vertical diffusive walls, International. Journal Heat Mass Transfer 45 pags.: 4217-4225.
- Esteban, S., Aramayo, A., Cardón, L., (2006). Características de flujo en una cavidad rectangular con placas difusivas horizontales. Avances en Energias Renovables y Medio Ambiente, vol:10, pags: 08.149-08.155.

Canesin, F. POLO - Research Laboratories for Emerging Technologies in Cooling and Thermophysics. •Universidade Federal de Santa Catarina ([www.polo.ufsc.br](http://www.polo.ufsc.br)).

**ABSTRACT:** This work is carried out numerical simulation of the problem of conjugate heat transfer in a three-dimensional cavity. The temperature imposed on the bottom plate is greater than at the top, while the sidewalls are kept adiabatic. Plates are considered different materials (aluminum, steel and copper) and aspect ratios  $H / L$  ( $H$  height and length  $L$ ). In the solid-fluid interface, which defines an "inside edge", establishing a temperature distribution which depends on the material, the thickness of the plate and the temperature jump imposed. It is interesting to analyze the temperature distribution, developed in the inner edge, since it will determine the flow pattern developed in the region of fluid. We study the stationary heat transfer using two models: one-dimensional and three-dimensional, depending on a parameter, defined by the ratio of the thermal resistances of the solid plate and fluid.

**Keywords:** conjugate heat transfer, tridimensional, natural convection, conduction.