

ELENA ALICIA BAUER DE LUPANO

*Enseñanza de las
Ciencias Fisicomatemáticas en España*

Nueva Orientación y Estado Actual

INTRODUCCION

SON NUMEROSAS las preguntas que me he formulado a través de mi actividad docente, relativas a la enseñanza de las matemáticas y no todas han tenido satisfactoria respuesta.

Esta asignatura choca con innumerables obstáculos en su comprensión y asimilación por parte de los alumnos; resulta siempre una materia árida, constituye la pesadilla de los jóvenes que cursan la enseñanza media y si bien no puede decirse que sea un caso seguro de "previa", ha logrado adjudicarse un alto porcentaje en este sentido.

Me he preguntado muchas veces dónde está la deficiencia. ¿Son nuestros profesores deficientes didácticamente? Ciertamente, no. ¿Son los programas demasiado extensos y pesados no permitiendo un adecuado desarrollo de la materia en el año lectivo? Indudablemente, algo de esto hay, pero no es causa suficiente. ¿Es el sistema didáctico actual que no resulta apropiado en esta asignatura? Aquí creo que podría encontrarse algo de lo que llamaríamos "aversión a las matemáticas" por parte de los estudiantes.

Creo que estas preguntas acuden con frecuencia a la mente de la

Elena Alicia Bauer de Lupano

mayoría de nuestros profesores de matemáticas, quienes encuentran todos los años, al iniciar su curso, un alumnado deficientemente preparado en esta materia básica y fundamental.

La pregunta surge espontánea: ¿Por qué? Y ha sido precisamente buscando respuesta a este porqué que elegí el tema *Metodología y Didáctica de las Matemáticas* para realizar mis estudios en Europa en cumplimiento de una beca que me fuera otorgada por la Dirección General de Relaciones Culturales de España, estudios que se llevaron a cabo en la ciudad de Madrid.

Y bien: no puedo afirmar que he dado con la respuesta precisa y convincente, ni mucho menos que he hallado la solución adecuada a problema de tal magnitud y gravitación en el campo didáctico, pero sí puedo adelantar que la inquietud nuestra en el aspecto planteado es la de gran mayoría de los matemáticos europeos, y que esta inquietud ha dado origen a un movimiento revisional de la clásica didáctica matemática, y del cual han surgido diversas orientaciones del método *eurístico*, para la enseñanza de esta asignatura, métodos que como toda cosa nueva a imponerse tendrá que luchar dura y penosamente frente a la tradicional escuela, y que como todos los otros métodos tiene ventajas e inconvenientes, debiendo ser, naturalmente, las primeras muy superiores a las últimas para que el método logre el éxito que le predicen sus ya numerosos cultores del viejo mundo.

En las páginas siguientes me referiré en forma especial a este sistema "Eurístico" de enseñanza de las matemáticas, ya que una buena parte, quizás la mayor, de mis actividades desarrolladas en Madrid ha sido por él absorbida, seguiré una rápida mención del modo de aplicarlo empleado por el profesor G. Gattegno y su diferencia con el sistema empleado por el profesor Pedro Puig Adam, a cuyo curso asistí.

CURSO SEGUIDO EN EL INSTITUTO DE SAN ISIDRO

Durante el año académico 1957-58 tuve oportunidad de asistir al Seminario de Didáctica Matemática del Instituto de San Isidro, correspondiente a la Cátedra de Metodología de la Facultad de Ciencias Exactas de Madrid.

El curso estuvo a cargo del profesor Pedro Puig Adam, prestigioso educador y catedrático, vastamente conocido en los círculos científicos mundiales a través de sus numerosas publicaciones, algunas de ellas en colaboración con Rey Pastor, y miembro de la Real Academia de Ciencias de España.

Antes de entrar en el comentario del curso seguido, transcribiré algunas palabras del profesor Pedro Puig Adam, de su libro *Didáctica Matemática Eurística* por considerarlas imprescindibles para comprender la esencia de este nuevo método de enseñanza y cuáles fueron las causas que originaron su desarrollo y aplicación.

ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS FISICOMATEMÁTICAS EN ESPAÑA

Dice el profesor P. Adam: *Se está perfilando, con caracteres internacionales, cada vez más acusados, un intenso movimiento renovador en Didáctica Matemática, tanto en lo que concierne a programas como en lo relativo a métodos y modos de enseñanza.*

Bastarían para motivar este movimiento las exigencias matemáticas cada vez más profundas de la vida moderna. La amplitud y refinamiento crecientes del instrumental matemático requerido por la ciencia pura y aplicada, la industria, la economía, la defensa, etc., acabarán por motivar, quiérase o no, el corrimiento hacia niveles inferiores de enseñanza, de temas y técnicas operatorias consideradas hasta hoy como inaccesibles a ciertas edades, pero que dejarán de serlo en cuanto se elabore para ellos nuevas formas de presentación didáctica.

Pero ya antes de esta monumental expansión matemática actual, los métodos y modos tradicionales de enseñanza de nuestra ciencia se consideraban fracasados y necesitados de reforma, en vista de la persistencia de las fallas de dicha enseñanza y de la aversión que engendraba en la mayor parte de los alumnos a los que se juzgaba sin motivo justificado como no dotados para tales estudios.

La enseñanza de la matemática no puede permanecer encerrada en su clásico reducto euclídeo. No puede ya ignorar la amplitud de perspectivas utilitarias que señala la realidad social moderna, ni volver la espalda a los caminos educativos que marca la realidad psicológica del niño. Centrado hoy día toda la didáctica en el alumno, la enseñanza se conceptúa modernamente como la conducción de sus procesos de aprendizaje.

La investigación cuidadosa de dichos procesos requiere el auxilio de la psicología y así, el conocimiento cada día más preciso de la evolución de la inteligencia del niño ha hecho variar profundamente los métodos o caminos, como el estudio de su afectividad e intereses ha sugerido la evolución de modos o procedimientos.

Se ha comprobado que el interés del niño por el conocimiento que recibe está en razón directa de la parte activa que toma el mismo en su adquisición. Los procesos clásicos de enseñanza habían separado radicalmente la transmisión de conocimientos de su génesis; pero por muy elevado que fuera el respeto que el alumno tuviera de la autoridad magistral a la que se sometía, difícilmente podría interesarse en la recepción pasiva de productos elaborados a través de procesos sintéticos en los cuales él no había tomado arte ni parte. Todo éxito de la didáctica tradicional se cifraba en disponer de buenas síntesis. Pero la síntesis es hipócrita en sí misma, ya que hurta precisamente todo el proceso activo de elaboración en el que radica la génesis del conocimiento transmitido.

La acción no es solo una necesidad vital del niño, cuya introducción en los procesos de aprendizaje marca la principal característica de la escuela moderna, sino

que, desde el punto de vista epistemológico, es esencial en la formación del pensamiento mismo. Pensamiento y acción aparecen de tal modo vinculados, que si no es posible concebir acción sin pensamiento que la conduzca, tampoco se concibe pensamiento sin acción que lo haya provocado.

Esta vinculación es tan esencial en matemáticas, que no hay concepto fundamental que no tenga su acción generadora, desde la noción elemental de número (originado por la acción de coordinar conjuntos), de operación, de medida, hasta las nociones proyectivas (procedentes de acción de proyectos, cortar, etc.) y topológicas (entrar, salir, situarse entre.)

La elocuencia y claridad de estas palabras eximen de todo comentario. El profesor Puig Adan nos ha mostrado en sus *clases* la conveniencia y los fundamentos pedagógicos que aconsejan el método Eurístico, sin dejar de lado los inconvenientes que el mismo crea, dada su inadaptabilidad a las clases numerosas. He podido observar en clases prácticas entre doce alumnos del Instituto de San Isidro ejemplos de cómo conducir temas de los programas de 1º y 5º año del Bachillerato con dicho método, y también clases dadas en otros Institutos con métodos similares, acusando ciertas diferencias entre ellos, pero teniendo una base común: la enseñanza *activa*.

EN QUÉ CONSISTE EL MÉTODO EURÍSTICO

a) Modo de aplicarlo del profesor Puig Adam

Según palabras del propio Puig Adam, el método Eurístico consiste en *procurar que el alumno elabore por sí mismo los conceptos y conocimientos que haya de adquirir, mediante el acicate de situaciones hábilmente creadas ante él por el maestro, con objeto de que el interés funcional y didáctico por ellos despertado sea suficiente para fomentar la actividad generadora.*

El viejo método de aplicación, estudiar en el libro para recitar la lección ante el profesor, adolece de numerosas fallas didácticas al no tener en cuenta que los alumnos son seres en estado de desarrollo y como tales, sus facultades intelectuales: atención, juicio y raciocinio, exceptuando la memoria, se encuentran en el punto inicial de su formación.

En este estado es evidente que los métodos didácticos usados hasta ahora deben ser reemplazados por otros que tiendan a favorecer el completo desarrollo de las facultades mencionadas, colocando al niño en actitud de descubrir para que él mismo construya las matemáticas, en lugar de ser un simple receptor de los conocimientos que se le vayan inculcando. Esto se logra proporcionándoles series graduadas de ejercicios de investigación donde la activa participación de los alumnos les permite, hábilmente conducidos por el maestro, redescubrir las leyes matemáticas.

ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS FISICOMATEMÁTICAS EN ESPAÑA

Con el objeto de dar una idea más concreta de este método transcribiré una clase del profesor Puig Adam sobre *Potencias y cálculos con Exponentes*.

La clase fue desarrollada ante alumnos del primer curso, de 10 años de edad.

El profesor entrega a cada mesa de tres alumnos una caja conteniendo seis cartones de seis divisiones cada uno, y en cada división seis broches automáticos. Pide que le escriban el cálculo de los broches automáticos de cada caja. Casi todos ponen $36 \times 6 = 216$.

Hay aquí una primera multiplicación que, por lo inmediata, dan todos en forma de resultado.

El profesor tiene que explicar la forma - $6 \times 6 \times 6$ como traducción de lo que han hecho. Todos conformes.

Pregunta. ¿Cuántas en seis cajas?: $6 \times 6 \times 6 \times 6$.

¿Cuántos céntimos cuestan a seis céntimos por broche?: $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$.

Una suma de sumandos repetidos $6 + 6 + 6$ se escribe rápidamente: 6×3 .

¿Cómo os parece que podríamos escribir $6 \times 6 \times 6$? Uno dice: escribiendo un solo 6 y luego un 3. Pero, ¿dónde y cómo para que no se confunda con el producto ni con el número 63? Les indica cómo: 6^3 , y les explica porqué no se ponen al mismo nivel.

Para no caer en el error de cambiarlos de orden: 2^3 no es igual que 3^2 ; y se comprueba.

La potencia no tiene la propiedad conmutativa. (Sólo en algún caso particular: $2^4 = 4^2$). Propone bastantes ejercicios de nomenclatura y de interpretación:

$5^6 =$; $4^3 =$; $7 \times 7 \times 7 \times 7 =$; $a \times a \times a \times a =$; $b \times b \times b =$; $c^5 =$; $a^3 =$

Luego les propone $a^3 \times a^2 =$

Todos escriben $a \times a \times a \times a \times a$, excepto dos que ya ponen a^5 .

Se dirige a los demás. ¿Cómo escribiremos pronto: $a \times a \times a \times a =$?

Surge así la regla de multiplicación de potencia de igual base que los alumnos acaban de descubrir (y que luego traducen al lenguaje hablado).

Siguen aplicaciones varias de tipo: $b^6 \times b^4 =$

Todavía bastantes alumnos repiten $b \times b \times b$, y tiene que volver a invitarlos a escribirlo más brevemente.

En vista de ello, el profesor les pone $C^{213} \times C^{415} =$ y ya todos suman los exponentes. Generaliza entonces: $a^m \times a^n =$ y son pocos los que resisten a poner: a^{m+n} .

Al llegar aquí se da forma explícita hablada a la regla.

Veamos ahora como daríamos aproximadamente la misma clase con los métodos actuales:

Comenzaríamos por escribir por ejemplo: $a^3 \times a^2$ y aplicaríamos la definición

de potencia a los dos factores: $a^3 = a \times a \times a$ y $a^2 = a \times a$ — luego $a \times a = a \times a \times a \times a \times a = a^5$

Aquí surge la regla de multiplicación de potencias de igual base: y se generaliza:
 $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Como podemos apreciar la diferencia entre ambos métodos de enseñanza es clara y definida. En el primero los alumnos han tomado parte activa en la clase, han elaborado y han llegado a descubrir con la guía del profesor una regla matemática, en tanto que en el segundo su papel ha sido meramente pasivo, actuando como receptores de un conocimiento que se les transmite.

Resultado: en el primer caso el alumno fija el conocimiento porque lo ha elaborado él mismo; en el segundo, sólo podrá fijarlo aquél que tenga condiciones innatas para esta asignatura, siendo lo más probable que el resto lo olvide ni bien transponga el umbral de la puerta de salida.

Hay que destacar sin embargo, para no caer en el error de que todo se resolvería simplemente cambiando de método, que el sistema activo de enseñanza tiene los inconvenientes ya anotados, es decir: requiere material especializado, mayor tiempo para las mismas clases, y los profesores deben realizar una mejor preparación de las mismas. Ello no obstante creo que podrían obviarse en parte los inconvenientes. Hablaré de ello más adelante.

b) *Modo de aplicarlo por G. Gattegno*

Siempre dentro de la misma didáctica activa, el profesor G. Gattegno, del Instituto de Educación de la Universidad de Londres y Secretario de la Comisión Internacional para el Estudio y el Mejoramiento de la Enseñanza de las Matemáticas, utiliza un procedimiento que difiere en algo del empleado por Puig Adam, pero en esencia los dos conducen al mismo fin: *la enseñanza activa*. La forma de operar del profesor Gattegno consiste en colocar al alumno frente a situaciones que le obliguen a formar por sí mismo las estructuras mentales aptas en cada caso para la adquisición del conocimiento que se quiere abordar.

La diferencia con el sistema empleado por Puig Adam reside en que mientras éste *encauza o dirige* en cierta medida a los alumnos hacia el conocimiento que encara en cada clase, sin abandonar la iniciativa de los mismos, Gattegno los deja en completa libertad de acción o sea que los alumnos, frente al material didáctico de que disponen, elaboran el tema a tratarse en cada clase: es decir: éste surge en el momento mediante la hábil dirección del profesor.

Este procedimiento ha sido llamado por el mismo Gattegno de los *Números en Color* y emplea para su aplicación el material didáctico ideado por G. Cuisenaire, Director de Educación en Thuin (Bélgica).

ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS FISICOMATEMÁTICAS EN ESPAÑA

Existen otras formas o modos de encarar el método *eurístico* de enseñanza activa, pero escapa al objeto de este informe el análisis de cada uno de ellos.

A solo título informativo mencionaré el denominado *Método de Investigación Dirigida* de Manuel Sales Boli, y que también es de aplicación en España.

Conclusiones finales

No pretendo señalar aquí la imperiosa necesidad de que estos métodos activos de enseñanza de las matemáticas se introduzcan entre nosotros, sólo quiero volcar en estas palabras finales la experiencia acumulada a través de mi carrera docente en nuestras aulas, y aquello que he podido constatar personalmente con respecto a las bondades del método *eurístico*.

Es indudable que el sistema didáctico matemático tradicional empleado hasta ahora adolece de fallas en lo que respecta a la percepción y a la estabilidad del conocimiento recibido por el alumno a través de la palabra del profesor.

Estos conocimientos transmitidos por medio de exposiciones y explicaciones, con su carácter conferencial, oídas pero no siempre escuchadas, imponen al niño una atención pasiva que le produce más tedio que interés, y esto en matemáticas es un caso por demás corriente, no habiendo por otra parte firmeza para retener lo conquistado.

Es también cierto que, desde el punto de vista del profesor, éste puede desarrollar durante el año lectivo todo el programa establecido (por lo general extenso), y ante un auditorio bastante numeroso; pero ¿es esto lo más importante, o lo es el hecho de que los alumnos obtengan el máximo provecho de las clases? ¿Es más importante desarrollar un extenso programa con una gran cantidad de temas de los cuales solo se retiene en forma casi siempre memoritiva un pequeño porcentaje, o es mejor que se aprendan y retengan firmemente conocimientos básicos, elaborados por los mismos alumnos como descubridores de ellos?

Me inclino decididamente por esto último. La experiencia recogida a lo largo de mi actuación docente en el campo de las matemáticas, me ha permitido comprobar que el cúmulo de conocimientos, generalmente mal asimilados y casi nunca bien retenidos por los alumnos, no les reporta el beneficio indispensable, puesto que la cantidad de temas que no son rigurosamente fundamentales terminan por hacer olvidar los que necesariamente deben conocer los jóvenes estudiantes para poder leer, entender y asimilar los libros de matemáticas que les sean imprescindibles ya sea en su futura carrera profesional o en su vida particular privada.

Evidentemente el ideal sería desarrollar todo el programa y que el mismo sea bien asimilado y retenido por los alumnos. Y aquí nos encontramos ante el siguiente dilema:

- 1º Para que los conocimientos sean bien asimilados y retenidos con firmeza es necesario emplear un método *activo* de enseñanza; es necesario que el alumno participe en las clases elaborando y descubriendo los principios y leyes fundamentales como ha ocurrido en la realidad matemática. En este aspecto he podido comprobar magníficos resultados en mentes vírgenes aún de tales conocimientos, como en el caso de niños de 7 años.
- 2º La aplicación de tales métodos implica: por un lado reducir el número de alumnos a un máximo de 30 por aula, por otro reducir la amplitud de los programas ajustándolos a un conjunto de conocimientos básicos fundamentales.

Como podemos apreciar, esto requiere una evolución paulatina y gradual en todo el sistema de enseñanza actual, comenzando por la propia arquitectura de los edificios escolares, que no deben poseer aulas con capacidad mayor que para 30 alumnos; continuando por aumentar consecuentemente el número de profesores y terminando por adaptar convenientemente los programas.

No escapa a ninguno de nosotros la magnitud de tal empresa, y no ignoramos tampoco que para poder llevarla a cabo es necesario que cada padre considere la educación de sus hijos como la mejor inversión para su patrimonio y el Estado sostenga el mismo criterio colocando la educación de su infancia y adolescencia en un plano de primerísima importancia, puesto que de ello depende su última instancia para el futuro de nuestra noble Patria.

Ello no obstante, quizá podemos ir ganando tiempo, aun en las condiciones actuales de cantidad de alumnos y profesores y extensión de programas. Para ello me atrevería a proponer un sistema intermedio que podría ser de inmediata aplicación. Consistiría en aplicar el método eurístico-activo a la enseñanza de las matemáticas, por ejemplo durante la tercera parte del curso lectivo de cada año, con el objeto de permitir a los alumnos redescubrir por sí solos las verdades matemáticas básicas familiarizándose con ese simbolismo que tanto les cuesta asimilar, para proseguir luego durante las dos terceras partes restantes del curso desarrollando el resto del programa por los métodos tradicionales.

De esta manera, se lograría al menos que los alumnos se entusiasmen por conocer cómo se han ido descubriendo y elaborando las leyes matemáticas, puesto que serían ellos mismos los que las redescubrirían con la eficiente dirección del profesor; resultando luego mucho más sencillo y también ya mucho más interesante el querer conocer el resto del programa.

Durante el curso seguido en el Instituto de San Isidro en Madrid, me he visto asombrada y sorprendida ante el siguiente hecho: *los alumnos pedían con insistencia al profesor que los llamara o eligiera para intervenir activamente en el desarrollo de la clase; el entusiasmo era general y nadie distraía su mente en algo ajeno a aquello que se estaba tratando.*

ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS FISICOMATEMÁTICAS EN ESPAÑA

Evidentemente es esto muy distinto a lo que nosotros estamos acostumbrados, pues no es ningún secreto que en nuestros colegios, el alumno salvo pocas excepciones, entra al aula con la mente dominada por una idea y un deseo: *que el profesor no lo llame a exponer la lección.*

En una próxima publicación, abordaré temas referentes a la actividad que he desarrollado en España. Así, entre otros, describiré institutos modelos de enseñanza, tales como el Instituto Nacional Ramiro de Maeztu y Colegio para Huérfanos Infanta María Teresa, de Madrid. *(Continuará).*