

## ANÁLISIS AERODINÁMICO DE PERFILES CON MÚLTIPLES SUPERFICIES PARA CONTROL Y REDIRECCIÓN DE FLUJO

Marcelo F. Valdez<sup>a,b,c</sup>, Sergio Preidikman<sup>a,d</sup> y Silvana E. Flores Larsen<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)*

<sup>b</sup>*Instituto de Investigaciones en Energía no Convencional (INENCO), Universidad Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150, 4400 Salta, Argentina, <http://www.inenco.unsa.edu.ar>*

<sup>c</sup>*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150, 4400 Salta, Argentina, [mfvaldez82@gmail.com](mailto:mfvaldez82@gmail.com)*

<sup>d</sup>*Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Velez Sarsfield 1611, 5000 Córdoba, Argentina*

**Palabras Clave:** Aerodinámica de Multi-Cuerpos, Método de Red de Vórtices Inestacionario, Aeronaves Morphing, Movimientos prescritos

**Resumen.** En este trabajo se presenta un modelo numérico inestacionario y no-lineal para el cómputo de las cargas aerodinámicas y el análisis del flujo alrededor de perfiles aerodinámicos con múltiples superficies de control distribuidas a lo largo del contorno. La acción de estos elementos de control intenta asemejarse a la de las plumas en las alas de las aves, las cuales redireccionan el flujo de aire entre ellas para lograr mayor control, estabilidad y maniobrabilidad. El interés en este tipo de perfiles con múltiples superficies actuadoras inspiradas en el vuelo natural es debido a su potencial aplicación en vehículos aéreos no-tripulados (UAVs) inteligentes con alas que cambian de forma y configuración (morphing-wings). El modelo aerodinámico desarrollado y presentado en este trabajo está basado en la versión bidimensional del método de red de vórtices no-lineal e inestacionario. El método de red de vórtices inestacionario permite estimar la generación y evolución espacio-temporal de las estelas vorticosas originadas en los bordes afilados de los sólidos inmersos, así como la interacción aerodinámica entre éstas y las superficies sólidas que encuentran en su recorrido. Finalmente, el método permite estimar las cargas aerodinámicas sobre todas las superficies sólidas. En este esfuerzo, se estudian diversos patrones de accionamiento de las superficies de control y se analizan las características del flujo generado y las cargas aerodinámicas resultantes a distintos ángulos de ataque del perfil. Se estudian, no sólo las características estacionarias de las configuraciones, sino también, las inestacionarias a través de la evolución de las estelas. En todos los casos las superficies de control poseen movimientos prescritos. Un tipo de actuación consiste en el movimiento de la superficie de control hasta que adquiere un ángulo determinado, el cual permanece fijo posteriormente. Otro tipo de actuación presentada a modo ilustrativo consiste en el movimiento periódico de las superficies. Esto último, como paso previo a la futura modelación del fenómeno de interacción fluido-estructura que resultaría si las articulaciones de las superficies móviles tuvieran rigidez no infinita como en los casos aquí presentados.

## 1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de conceptos de morphing para vehículos aéreos, particularmente para UAVs, es actualmente un tópico muy importante de investigación en el área de las tecnologías aeronáuticas. El objetivo de estas investigaciones es explorar y desarrollar las tecnologías necesarias para hacer realidad los diseños aeroespaciales de los próximos 20 años.

En este trabajo se introduce una herramienta computacional basada en el método de red de vórtices inestacionario (UVLM por sus siglas en inglés) la cual permite estimar las cargas aerodinámicas y el flujo inestacionario sobre sistemas de múltiples cuerpos inmersos en el seno de un fluido. En particular, en este trabajo, la atención se centra en perfiles aerodinámicos con múltiples superficies actuadoras cuya acción, abriendo canales de aire en el perfil, se asemeja a las plumas de las aves.

En el método de red de vórtices bidimensional, las sábanas vorticosas que aproximan las capas límites sobre los cuerpos y sus estelas en el límite del número de Reynolds aproximándose a infinito, son discretizadas mediante distribuciones discretas de vórtices puntuales. Las circulaciones de estos vórtices se determinan en cada paso de cálculo mediante la imposición de la condición de no penetración en las superficies sólidas y la conservación temporal de la circulación. Conocidas las intensidades de éstos vórtices, el campo de movimiento fluido es conocido y las cargas aerodinámicas sobre los cuerpos pueden ser estimadas mediante la ecuación de Bernoulli inestacionaria. Un modelo aerodinámico generalizado para estudiar alas multicuerpos bioinspiradas fue presentado por Blower y colaboradores (Blower y Wickenheiser, 2013). El método presentado por éstos investigadores incluye efectos viscosos, pero tiene limitaciones con respecto a la geometría de las estelas de las distintas superficies.

## 2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

En flujos incompresibles y no viscosos (o equivalentemente en flujos con número de Reynolds infinito,  $Re \rightarrow \infty$ ), el flujo externo a las capas límites viscosas y las estelas de los cuerpos es irrotacional, y en consecuencia existe una función potencial de velocidades  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  tal que

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1)$$

donde  $\mathbf{r}$  es el vector posición de un punto arbitrario del dominio fluido y  $t$  el tiempo.

Para este tipo de flujos, el campo de movimiento debido a un cuerpo inmerso puede ser obtenido como la superposición de soluciones fundamentales (singularidades) de la ecuación de Laplace. En el límite  $Re \rightarrow \infty$ , el espesor de las capas límites sobre las superficies sólidas, así como de las estelas que se desprenden de las mismas se vuelve infinitesimal. En este límite, estas regiones viscosas del flujo pueden ser idealizadas matemáticamente como sábanas vorticosas de intensidad  $\gamma$  (Figura 1). Una sábana vorticiosa produce un salto (discontinuidad) en la componente de velocidad tangencial a través de ellas de magnitud  $\gamma$ . Puesto que una sábana vorticiosa puede ser pensada como una distribución continua de vórtices puntuales de intensidad  $d\Gamma = \gamma(s)ds$ , ésta constituye una solución de la ecuación de Laplace (1). En el UVLM, estas sábanas vorticosas continuas son discretizadas por vórtices puntuales distribuidos tanto sobre las superficies sólidas  $\partial S$  (vórtices adheridos) como en las estelas (vórtices libres). Las intensidades de los vórtices adheridos se determinan en cada instante de tiempo a través de la imposición de la condición de no penetración en la superficie sólidas:

$$(\mathbf{u}(\mathbf{r}_B, t) - \mathbf{v}(\mathbf{r}_B, t)) \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_B, t) = 0 \text{ para todo } t \in [0, \infty); \mathbf{r}_B \in \partial S, \quad (2)$$

donde  $\mathbf{r}_B := \{\mathbf{r} | \mathbf{r} \in \partial S\}$ ,  $\mathbf{u}(\mathbf{r}_B, t)$  es la *velocidad absoluta del fluido* sobre el punto  $\mathbf{r}_B$  de la superficie del sólido,  $\mathbf{v}(\mathbf{r}_B, t)$  es la *velocidad del punto  $\mathbf{r}_B$  de la superficie sólida* y  $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_B, t)$

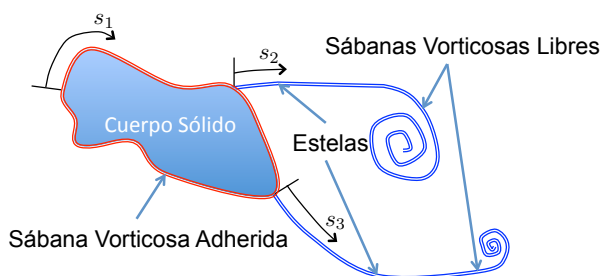


Figura 1: Descripción esquemática de las sábanas vorticosas adheridas y libres de un cuerpo inmerso.

es el vector unitario normal a la superficie en tal punto. Las estelas que se desprenden de las superficies sólidas desde los puntos de separación de flujo (el borde de fuga, por ejemplo) son creadas y desarrolladas en cada instante de tiempo moviendo los vórtices en tales ubicaciones con la velocidad local del flujo (convección). Una vez convectados, los vórtices que forman las estelas mantienen su circulación constante (debido a la ausencia de viscosidad en el fluido). Para más detalles específicos del UVLM pueden consultarse las referencias [Katz y Plotkin \(2001\)](#) y [Preidikman \(1998\)](#).

Para un flujo bidimensional en el plano  $\{z - x\}$ , la vorticidad de las sábanas vorticosas adheridas a las superficies sólidas  $\partial S$  y presente en las estelas  $\partial W$  libres es normal al plano y está dada por  $\gamma_B(s) = \gamma_B(s)\hat{j}$  y  $\gamma_w(s) = \gamma_w(s)\hat{j}$ , respectivamente, donde  $s$  es un parámetro (tal como una coordenada curvilínea) que permite recorrer las sábanas vorticosas (ver Figura 1) e  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  y  $\hat{k}$  son los vectores unitarios orientados en las direcciones de los ejes cartesianos  $x$ ,  $y$ , y  $z$ , respectivamente. A continuación, se describe la formulación matemática del método para el caso de un sólo cuerpo inmerso. La generalización para múltiples cuerpos es intuitiva y se describe más adelante en el texto. La velocidad  $\mathbf{u}(\mathbf{r}_B, t)$  del fluido evaluada en el punto  $\mathbf{r}_B$  está dada por:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}_B, t) = \mathbf{V}_\infty + \frac{1}{2\pi} \int_{\partial S} \frac{\gamma_B(s)\mathbf{r}(s) \times \hat{j}}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}(s)\|^2} ds + \frac{1}{2\pi} \int_{\partial W} \frac{\gamma_w(s)\mathbf{r}(s) \times \hat{j}}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}(s)\|^2} ds \quad (3)$$

Debido a que las estelas son generadas en cada instante de tiempo, sus intensidades  $\gamma_w$  y distribución espacial, y en consecuencia, su contribuciones al campo de velocidad (último término) son conocidas. En consecuencia, la condición de no penetración (2) se puede reescribir como sigue:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\partial S} \frac{\gamma_B(s)\mathbf{r}(s) \times \hat{j}}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}(s)\|^2} ds \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_B) = - \left( \mathbf{V}_\infty - \mathbf{v}(\mathbf{r}_B) + \frac{1}{2\pi} \int_{\partial W} \frac{\gamma_w(s)\mathbf{r}(s) \times \hat{j}}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}(s)\|^2} ds \right) \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_B) \quad (4)$$

para todo  $t \in [0, \infty)$ ;  $\mathbf{r}_B \in \partial S$

En el UVLM, una sábana vorticosa  $\gamma_B$  se discretiza con una colección de  $N$  vórtices puntuales de intensidades  $\Gamma_{Bj}$  situados en posiciones dadas por  $\mathbf{r}_{Bj} := \mathbf{r}_B(s_j)$ . Como consecuencia de esta discretización, la condición de no penetración sólo puede ser garantizada en  $M \leq N$  puntos de control ( $M = N$  para un cuerpo cerrado;  $M = N - 1$  para un cuerpo infinitamente delgado). Entonces, la contribución de la sábana vorticosa adherida a la velocidad del fluido sobre el punto de control ubicado en  $\mathbf{r}_{Bi} := \mathbf{r}_B(s_i)$  se aproxima como sigue:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\partial S} \frac{\gamma_B(s)\mathbf{r}(s) \times \hat{j}}{\|\mathbf{r}_{Bi} - \mathbf{r}(s)\|^2} ds \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_{Bi}) \approx \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\pi} \Gamma_{Bj} \frac{\mathbf{r}_{Bj} \times \hat{j}}{\|\mathbf{r}_{Bi} - \mathbf{r}_{Bj}\|^2} \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_{Bi}) = \sum_{j=1}^N \Gamma_{Bj} A_{ij} \quad (5)$$

donde  $A_{ij}$  se denomina coeficiente de influencia del vórtice ubicado en  $\mathbf{r}_{Bj}$  sobre el punto de control ubicado en  $\mathbf{r}_{Bi}$ . La imposición de la condición de no penetración en todos los puntos de control junto con el requerimiento de conservación temporal de la circulación (condición de Kelvin) conduce a un sistema algebraico de  $M$  ecuaciones y  $N$  incógnitas de la forma siguiente:

$$[\mathbf{A}] \{\Gamma_B\} = \{\text{RHS}\} \quad (6)$$

donde  $[\mathbf{A}] \in \mathbb{R}^{M+1 \times N}$ ,  $\{\Gamma_B\} \in \mathbb{R}^N$  es el "vector" de las circulaciones de los vórtices adheridos al cuerpo, y  $\{\text{RHS}\} \in \mathbb{R}^M$  es el "vector" que contiene la contribución conocida de las estelas, de la corriente libre y de la velocidad del sólido sobre los puntos de control del cuerpo. Si  $M+1 = N$ , se emplea el algoritmo de descomposición LU para resolver el sistema anterior. Si  $M+1 > N$ , entonces se emplea el algoritmo de factorización QR o LQ que proveen la solución en el sentido de mínimos cuadrados (Anderson et al., 1999).

Para el caso de  $\mathcal{N}_B$  cuerpos inmersos y *separados*, la extensión del método implica la consideración de las contribuciones al campo de velocidad en un punto de control de todas las sábanas vorticosas adheridas y las estelas asociadas a éstas. En este caso, el sistema algebraico de ecuaciones a resolver está dado por

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}]_{11} & [\mathbf{A}]_{12} & \cdots & [\mathbf{A}]_{1\mathcal{N}_B} \\ [\mathbf{A}]_{21} & [\mathbf{A}]_{22} & \cdots & [\mathbf{A}]_{2\mathcal{N}_B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\mathbf{A}]_{\mathcal{N}_B 1} & [\mathbf{A}]_{\mathcal{N}_B 2} & \cdots & [\mathbf{A}]_{\mathcal{N}_B \mathcal{N}_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\Gamma_B\}_1 \\ \{\Gamma_B\}_2 \\ \vdots \\ \{\Gamma_B\}_{\mathcal{N}_B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\text{RHS}\}_1 \\ \{\text{RHS}\}_2 \\ \vdots \\ \{\text{RHS}\}_{\mathcal{N}_B} \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde  $[\mathbf{A}]_{ij} \in \mathbb{R}^{M_i+1 \times N_j}$  es la matriz de interacción aerodinámica sobre los puntos de control del cuerpo  $i$  debida a los vórtices adheridos al cuerpo  $j$ ,  $\{\Gamma_B\}_j \in \mathbb{R}^{N_j}$  es el "vector" de las circulaciones de los vórtices adheridos al cuerpo  $j$ ,  $\{\text{RHS}\}_i \in \mathbb{R}^{M_i}$  es el "vector" que contiene la contribución conocida de todas las estelas, de la corriente libre y de la velocidad del sólido sobre los puntos de control del cuerpo  $i$ .

Si algunos de los cuerpos están vinculados entre sí, el sistema de ecuaciones anteriores debe ser reducido ya que la condición de Kelvin no puede satisfacerse para cada cuerpo individual y sus estelas, sino para cada conjunto de cuerpos vinculados o cadena y sus estelas. En general, se deberán eliminar tantas condiciones de Kelvin como vínculos entre cuerpos haya.

## 2.1. Distribución de presiones sobre la superficie de cuerpos inmersos

Conocidas las circulaciones de todos los vórtices adheridos a las superficies sólidas y de los vórtices libres que forman las estelas, es posible reconstruir el campo de velocidades en todo el dominio fluido a través la ecuación de Biot-Savart. Conocido el campo de velocidades, es posible obtener la distribución de presiones  $p(\mathbf{r}_B)$ ,  $\mathbf{r}_B \in \partial S$  sobre los cuerpos inmersos mediante el uso de la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli como sigue (Valdez et al., 2006):

$$\frac{p(\mathbf{r}_B, t) - p_\infty}{\rho} = \frac{1}{2} (\mathbf{V}_\infty \cdot \mathbf{V}_\infty - \mathbf{u}(\mathbf{r}_B, t) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{r}_B, t)) + \frac{\partial \Phi_\infty}{\partial t} - \frac{d}{dt} \Phi(\mathbf{r}_B, t) + \mathbf{u}(\mathbf{r}_B, t) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{r}_B, t), \quad (8)$$

donde  $d\Phi/dt$  es la derivada del potencial de velocidades siguiendo al punto  $\mathbf{r}_B$  sobre la superficie del cuerpo (Preidikman, 1998). El subíndice  $\infty$  se refiere a un punto muy alejado del cuerpo donde las perturbaciones del flujo introducidas por el cuerpo son despreciables y en consecuencia  $\partial \Phi_\infty / \partial t \equiv 0$ . Los términos en la ecuación de Bernoulli son fácilmente evaluados. Sin embargo, el término  $d\Phi/dt$  requiere un tratamiento especial (Valdez y Preidikman, 2017), sobre todo para su evaluación en cuerpos de espesor finito.

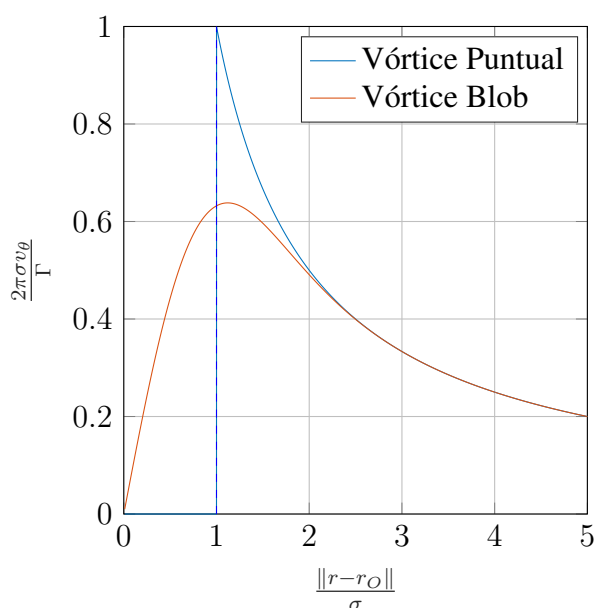


Figura 2: Componente tangencial  $v_\theta$  del campo de velocidad de un vórtice puntual con radio cutoff  $\sigma$  y un vórtice blob de radio  $\sigma$ .

## 2.2. Campo de velocidad de un vórtice puntual y de un vórtice finito (vortex blob)

Para la discretización de las sábanas vorticosas, las cuales proveen la solución de la ecuación (1) se emplea como singularidad el vórtice puntual. El campo de velocidad de un vórtice puntual es singular en el centro del mismo. Esta singularidad acarrea problemas numéricos cuando es necesario calcular la velocidad en un punto muy próximo al vórtice. Para evitar esta singularidad en el campo de velocidades, los métodos de vórtices en general emplean algún mecanismo de regularización de variada complejidad. Algunos de estos métodos son por ejemplo: la regularización "vortex blob", la regularización "vortex patch", y la regularización viscosa, entre otras (Majda y Bertozzi, 2002).

En este trabajo, se emplean dos tipos de regularización para el campo de velocidades de un vórtice. Para los vórtices adheridos a las superficies sólidas se emplea un parámetro conocido como radio de corte (o cutoff)  $\sigma$  de tal manera que el campo de velocidades en el entorno  $\varepsilon(\mathbf{r}_O, \sigma)$  de un vórtice situado en  $\mathbf{r}_O$  es nulo (Katz y Plotkin, 2001, Sección 15.1). Se emplea este método para los vórtices adheridos ya que reproduce a la solución exacta del campo de velocidades de un vórtice puntual en los puntos de control sobre el sólido siempre y cuando el radio de corte sea menor que la mínima distancia entre un vórtice adherido y un punto de control. Además, la distancia entre los puntos de control y los vórtices adheridos se mantiene fija durante las simulaciones (para cuerpos no deformables tales como los analizados en este trabajo), por lo que no existe riesgo de que un punto de control se sitúe dentro del "núcleo" de este tipo vórtice. Las componentes en coordenadas cilíndricas del campo de velocidad  $\mathbf{v} = v_\theta \hat{e}_\theta + v_r \hat{e}_r$  ( $\hat{e}_\theta$  y  $\hat{e}_r$  son los vectores unitarios en la dirección tangencial y radial, respectivamente) de un vórtice adherido con circulación  $\Gamma$  y situado en el punto  $\mathbf{r}_O$  se calcula como sigue:

$$v_\theta(\mathbf{r}; \mathbf{r}_O) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_O\|} & \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_O\| \geq \sigma \\ 0 & \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_O\| < \sigma \end{cases} \quad v_r(\mathbf{r}; \mathbf{r}_O) \equiv 0 \quad (9)$$

donde  $\| \cdot \|$  representa el módulo o norma Euclidiana. Para los vórtices libres se emplea la regularización conocida como vortex blob o vórtice finito (Barba et al., 2005). Se emplea una distribución Gaussiana de vorticidad para cada vórtice cuyo campo de velocidad está dado por:

$$v_{\theta}(\mathbf{r}; \mathbf{r}_O) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_O\|} \left( 1 - e^{-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_O\|^2}{2\varepsilon^2}} \right) \quad v_r(\mathbf{r}; \mathbf{r}_O) \equiv 0 \quad (10)$$

donde  $\varepsilon$  está relacionado con el ancho.º radio del núcleo del vórtice  $\sigma$  como sigue  $\sigma = \sqrt{2}\varepsilon$ . La comparación entre la distribución de velocidad  $v_{\theta}$  para estos dos tipos de vórtices se muestra en la figura 2. Se observa que a una distancia  $r \approx 2,5\sigma$  los campos de velocidad de ambos vórtices coinciden.

Para las simulaciones presentadas en este trabajo, el parámetro  $\sigma$  se elige como 25 % de la longitud característica de la red de vórtices. Esta longitud característica es el espaciamiento mínimo entre dos vórtices de la red de vórtices adheridos. Esta longitud garantiza que un punto de control, situado entre dos vórtices sienta la influencia de los dos vórtices adheridos adyacentes.

### 3. VALIDACIÓN DE CASOS SIMPLES

Para verificar el correcto funcionamiento del código computacional, a continuación se presentan los resultados de simulaciones cuyas soluciones analíticas son conocidas. En primer lugar, se analizan los casos estacionario y de arranque impulsivo de una placa plana de espesor nulo a diferentes ángulos de ataque, seguidamente, se estudia el caso de un cilindro con movimiento uniformemente acelerado y el efecto de adición de masa. Finalmente, se presentan las simulaciones del estado estacionario de un perfil Van de Vooren.

#### 3.1. Flujo potencial estacionario alrededor de una placa plana de espesor nulo

En esta sección se comparan las soluciones obtenidas con el UVLM para una placa plana a diferentes ángulos de ataque y las correspondientes soluciones analíticas para el estado estacionario. Para las simulaciones se emplea un total de  $N = 2^{10}$  elementos ( $N = 2^{10} + 1$  vórtices) distribuidos en una placa plana de cuerda unitaria. El valor teórico de la circulación  $\Gamma$  para una placa plana a un ángulo de ataque  $\alpha$  está dada por (Katz y Plotkin, 2001, §6.5):

$$\Gamma(\alpha) = \pi c V_{\infty} \sin \alpha \quad (11)$$

donde  $V_{\infty}$  es la velocidad de la corriente libre. La distribución de presión exacta para una placa plana está dada por:

$$C_{p_{\text{teorico}}}(\theta) = 1 - \frac{1}{0,5\rho V_{\infty}^2} \left[ \cos \alpha + \sin \alpha \frac{(1 - \cos \theta)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (12)$$

donde  $\theta$  es el ángulo barrido en el plano complejo sobre un círculo de radio  $c/4$ . Su definición es tal que el borde de fuga corresponde a  $\theta = 0$  y el borde de ataque a  $\theta = \pi$ . La superficie superior de la placa plana corresponde a  $0 \leq \theta < \pi$  y la superficie inferior a  $\pi \leq \theta < 2\pi$ .

El coeficiente de sustentación estacionario está dado por :

$$C_{l_{\text{teorico}}} = 2\pi \sin(\alpha) \quad (13)$$

Los resultados del UVLM se comparan con los analíticos en las figuras 3 y 4. Se observa que a pesar de que la circulación y la distribución de presiones es reproducida correctamente por el

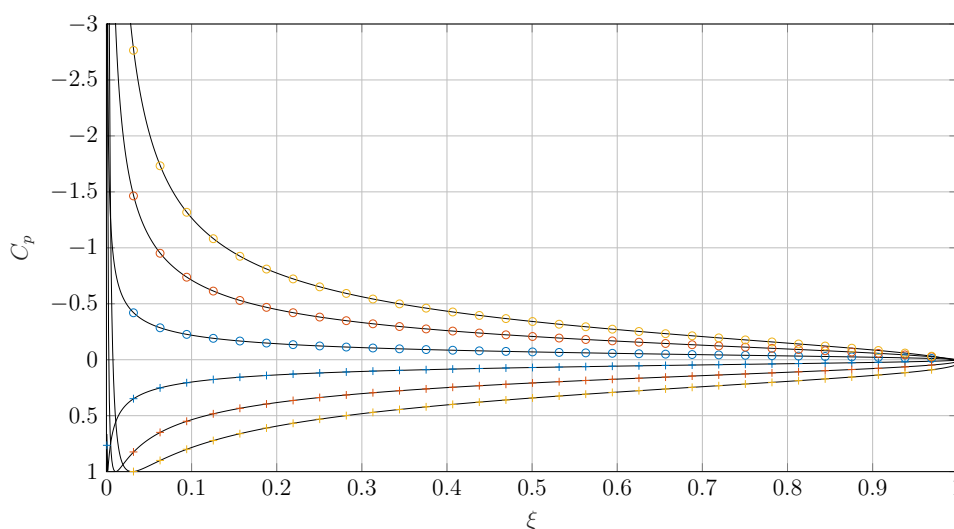


Figura 3: Coeficiente de presión ( $C_p$ ) estacionario para una placa plana a diferentes ángulos de ataque. Líneas negras: Soluciones analíticas;  $\circ$  y  $+$ : soluciones UVLM sobre las superficies superior e inferior del perfil, respectivamente. Azul, rojo y amarillo: resultados para ángulos de ataque de  $2^\circ$ ,  $6^\circ$  y  $10^\circ$ , respectivamente.

UVLM (excepto en el borde de ataque donde la presión tiende a infinito), el valor calculado del  $C_l$  presenta un error que se incrementa con el ángulo de ataque. Este error está asociado a la integración numérica de la distribución de presión ya que esta tiende a un valor infinito en el borde de ataque del perfil (para  $\theta = 0$ ). Esto se puede observar en la Fig. 4 donde también se muestran los resultados de integrar numéricamente la distribución teórica de presiones dada por la Eq. (12), empleando el mismo esquema de integración que es empleado en el UVLM. El error en el  $C_l$  calculado es aproximadamente del 5% para  $\alpha = 15^\circ$ .

### 3.2. Placa plana con arranque impulsivo

En esta sección se presentan los resultados no estacionarios para una placa plana de espesor nulo inmersa en un flujo uniforme, el cual inicia impulsivamente, es decir:

$$\mathbf{V}_\infty = V_\infty u(t) \hat{\mathbf{i}}$$

donde:  $u(\cdot)$  es la función escalón unitario (unit step function), la cual es 0 para  $t < 0^-$  y 1 para  $t > 0^+$ . Esto es equivalente al arranque impulsivo de la placa plana en un fluido estático. Para este caso, la solución analítica de la evolución de la sustentación debida a la circulación fue obtenida por Wagner (1925). La comparación entre los resultados obtenidos con el UVLM y la función de Wagner se presentan en la Figura 5.

Cabe destacar que debido a la naturaleza de las ecuaciones que gobiernan el sistema (Ecuaciones (1) y (4)), los cambios en la velocidad de la superficie sólida y del flujo libre se transmiten instantáneamente a la distribución de circulación sobre las superficies sólidas. Por lo tanto, en  $t = 0^+$ , al no existir estelas, la distribución de circulación sobre el cuerpo será igual a la distribución para el caso no circulatorio ( $\sum \Gamma_i = 0$ ). En esta situación, la única carga aerodinámica actuante sobre el cuerpo es debido a la masa aparente. Este efecto no estacionario es capturado por el término  $d\Phi/dt$  en la ecuación (8). Sin embargo, no puede ser capturado por el UVLM ya que  $d\Phi/dt$  no puede calcularse numéricamente durante la simulación en  $t = 0^+$ . En  $t = 0$ , la

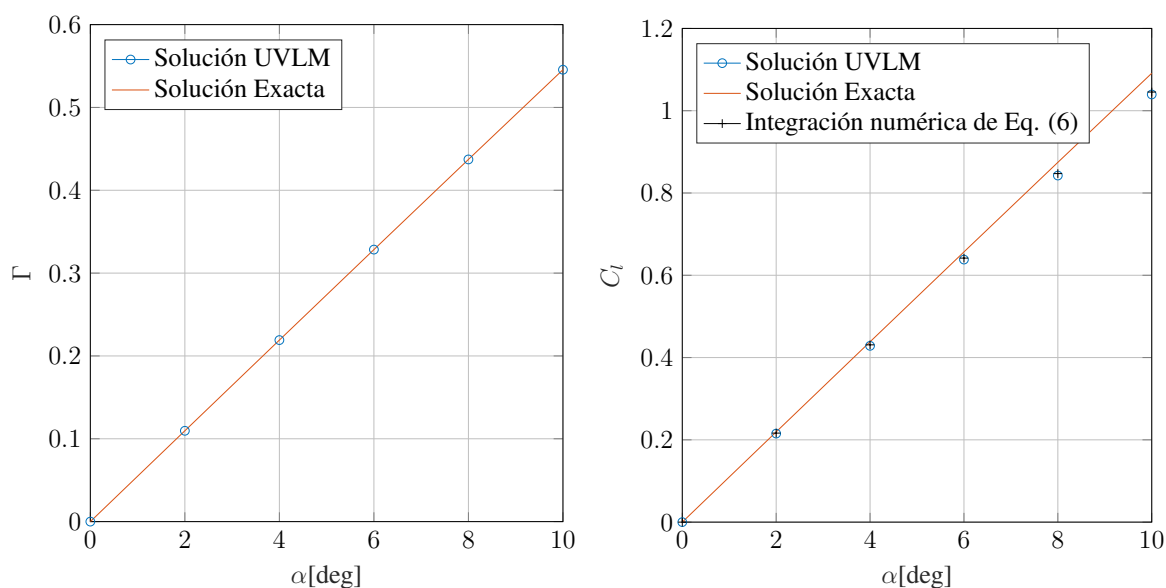


Figura 4: Izquierda: circulación total (estacionario) de la placa plana a diferentes ángulos de ataque. Derecha: coeficiente de sustentación ( $C_l$ ) estacionario para una placa plana a diferentes ángulos de ataque. Línea roja: solución analítica;  $\circ$ : solución UVLM.+: integración numérica de la ecuación (12).

sustentación asociada a la masa aparente está dada por (Fung, 1969, §15.1):

$$\pi \rho \left( \frac{c}{2} \right)^2 V_\infty \sin \alpha \delta(t) \quad (14)$$

donde  $\delta(t)$  es la función delta de Dirac.

Esto explica porque los resultados del UVLM y la función de Wagner difieren cerca de  $t = 0$ . Sin embargo, el crecimiento de la circulación  $\Gamma_B(t)$  con el tiempo es correctamente capturado por el UVLM, lo que indica que la generación y evolución de la estela es capturada correctamente.

Para la simulación se emplearon  $N = 2^9 + 1$  vórtices adheridos y un ángulo de ataque  $\alpha = 1^\circ$  a fin de aproximar lo mas posible la hipótesis de estela plana de la teoría de Wagner.

### 3.3. Flujo potencial alrededor de un cilindro uniformemente acelerado

Se considera un cilindro bidimensional trasladándose con velocidad  $\mathbf{v}(\mathbf{r}_B, t) = at\mathbf{i} \forall \mathbf{r}_B \in \partial S$ , es decir, uniformemente acelerado con aceleración  $a = -1$ . En la simulación se emplearon  $N = 2^8 = 256$  vórtices distribuidos uniformemente sobre la superficie de un cilindro de radio  $R = 1$ . Este caso es de particular interés, ya que permite verificar el correcto tratamiento del término inestacionario  $d\Phi/dt(\mathbf{r}_B, t)$  en la ecuación de Bernoulli inestacionaria para un cuerpo de espesor finito (Valdez y Preidikman, 2017).

Empleando un sistema de referencia  $\mathcal{S} : \{\hat{\mathbf{e}}_r(\theta), \hat{\mathbf{e}}_\theta(\theta)\}$  cuyo origen se encuentra solidario al centro del cilindro, se puede mostrar que la solución analítica del potencial de velocidades  $\Phi$  en un punto  $\mathbf{r} = r\hat{\mathbf{e}}_r(\theta)$  cualquiera del dominio fluido está dada por:

$$\Phi(r, \theta, t) = V_C \frac{R^2}{r} \cos \theta = at \frac{R^2}{r} \cos \theta \quad (15)$$

donde  $\hat{\mathbf{e}}_r(\theta) = \cos \theta \hat{\mathbf{i}} + \sin \theta \hat{\mathbf{j}}$ ,  $V_C = at$  es la magnitud de la velocidad del centro del cilindro (y

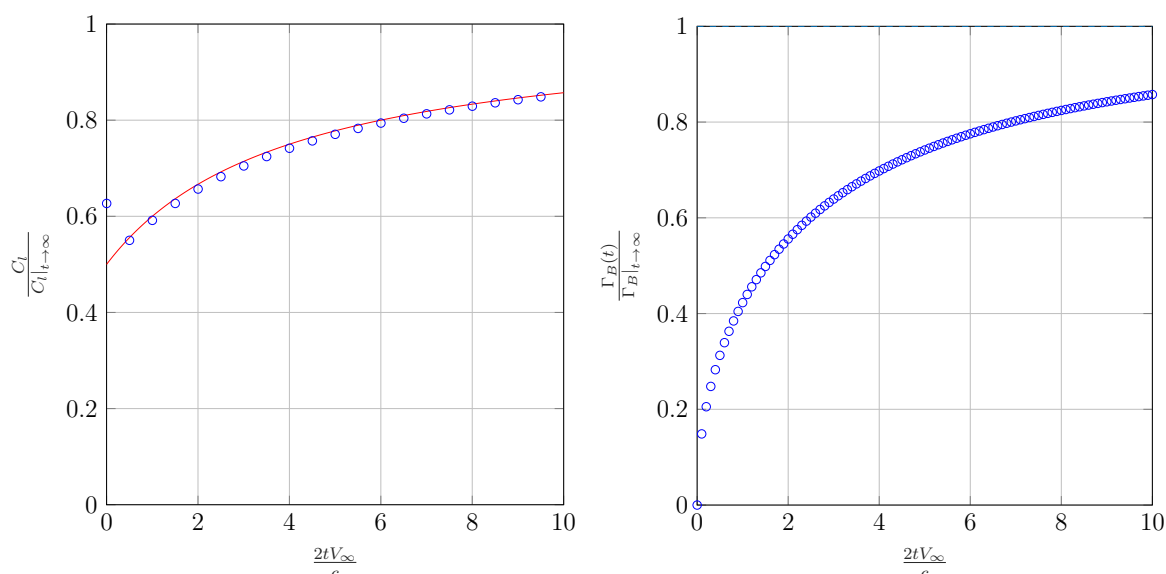


Figura 5: Izquierda: evolución del coeficiente de sustentación ( $C_l$ ) normalizado para una placa plana a un ángulos de ataque de  $\alpha = 1^\circ$ . Derecha: evolución de la circulación total alrededor de la placa plana. Línea roja: solución analítica (función de Wagner);  $\circ$ : solución UVLM.

de cada punto sobre su superficie). En consecuencia, la derivada del potencial  $d\Phi/dt$  siguiendo a un punto  $\mathbf{r}_B = R\hat{e}_r(\theta)$  sobre la superficie  $\partial S$  del cilindro está dada por:

$$\left. \frac{d}{dt} \Phi(r, \theta, t) \right|_{r=r_B} = aR \cos \theta \quad (16)$$

En la figura 6 (izq.) se muestra la comparación entre la expresión analítica de  $d\Phi/dt$  y la calculada con el UVLM. El coeficiente de presión  $C_{p_B}$  en el punto  $\mathbf{r}_B$  resulta:

$$C_{p_B}(\theta) = \frac{p_B(\theta) - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_C^2} = \left( 1 - 4 \sin^2 \theta - 2 \frac{a}{V_C^2} R \cos \theta \right) \quad (17)$$

En la figura 6 (der.) se muestra la comparación entre la distribución de presión analítica y la calculada con el UVLM en diferentes instantes de tiempo. Para esta distribución de presiones, la resistencia (por unidad de ancho), puramente debida al efecto de adición de masa está dada por:

$$D_{\text{AdicionMasa}} = -a\rho R^2\pi \Rightarrow m_a = \rho\pi R^2$$

donde  $m_a$  es la masa aparente del fluido desplazado por el cilindro. La Figura 7 muestra el valor de la masa aparente del cilindro calculado con el UVLM (izq.) y los errores en el cálculo de  $d\Phi/dt(\mathbf{r}_B, t)$  y de  $C_p$  (der.).

### 3.4. Flujo potencial estacionario alrededor del perfil Van de Vooren

Se considera un perfil aerodinámico Van de Vooren inmerso en una corriente de velocidad uniforme  $\mathbf{V}_\infty = 1,0\hat{i}$ . El flujo potencial alrededor de este perfil tiene solución analítica por transformación conforme. La transformación conforme para este perfil está dada por (Katz y Plotkin, 2001):

$$Z = \frac{(z-a)^k}{(z-\epsilon a)^{k-1}} + \ell \quad (18)$$

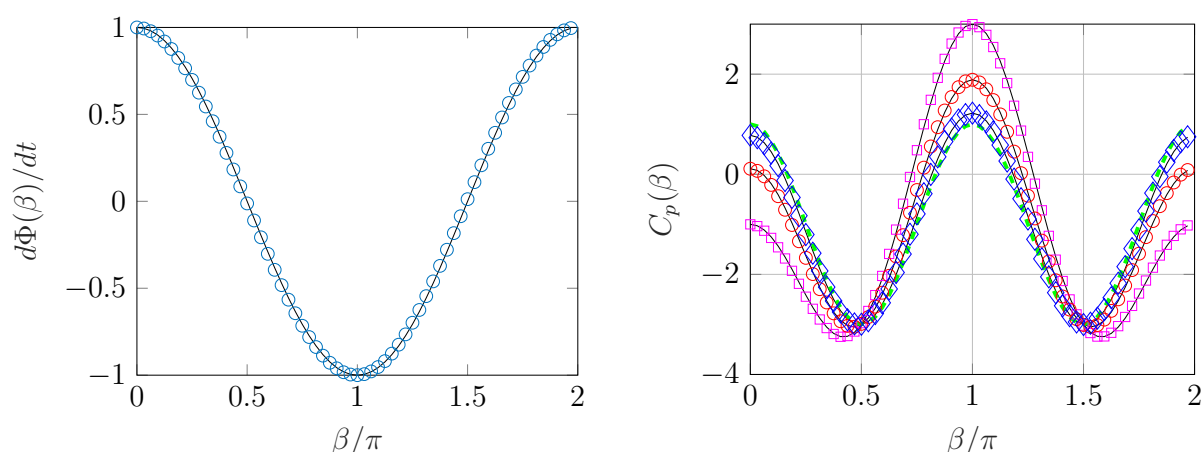


Figura 6: Izquierda: derivada temporal del potencial de velocidad  $d\Phi/dt$ . Línea negra: solución analítica;  $\circ$ : solución UVLM. Derecha: distribución del coeficiente de presión  $C_p$  en distintos instantes de tiempo. Línea negra: solución analítica;  $\square$ ,  $\circ$ ,  $\diamond$ : solución UVLM en  $t = 1$ ,  $t = 1,5$  y  $t = 3$ , respectivamente. Línea verde: solución estacionaria analítica.

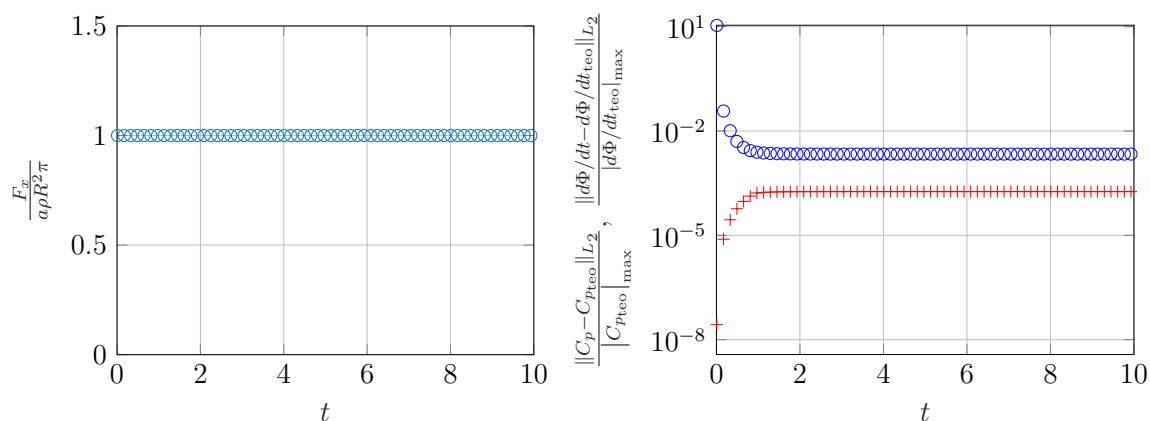


Figura 7: Izquierda: solución UVLM de la fuerza de resistencia debida al efecto de adición de masa. Derecha: error RMS normalizado del coeficiente de presión y de la derivada temporal del potencial. Azul: error en el cálculo del  $C_p$ , rojo: error en el cálculo de la  $d\Phi/dt(r_B, t)$ .

donde  $Z \in \mathbb{C}$  es la variable compleja que describe la geometría del perfil y  $z \in \mathbb{C}$  es la variable compleja que describe una circunferencia de radio  $a$ ;  $k$ ,  $\epsilon$  y  $\ell$  son parámetros asociados al ángulo del borde de fuga, el espesor y la cuerda del perfil, respectivamente. En este caso, se emplea un perfil con un espesor del 15%, un ángulo de borde de ataque de  $20^\circ$  y cuerda unitaria. Para ello, los parámetros elegidos son:

$$\ell = 0,5 \quad k = \frac{2\pi - \alpha_{LE}}{\pi} = 1,89 \quad \epsilon = 0,047216079 \quad a = 2^{1-k} \ell (1 + \epsilon)^{k-1} = 0,2813 \quad (19)$$

Para la discretización de la superficie del perfil se emplean  $N = 2^9 = 512$  vórtices distribuidos uniformemente sobre la circunferencia de radio unitario. El perfil aerodinámico se considera como un ensamble de 7 cuerpos, seis cuerpos son de espesor nulo y uno es un cuerpo cerrado representando el borde de ataque del perfil como se muestra en la Figura 8. De esta manera, el problema también pone a prueba el manejo de sistemas de múltiples cuerpos.

La comparación entre la distribución de presión exacta y la calculada con el UVLM sobre la

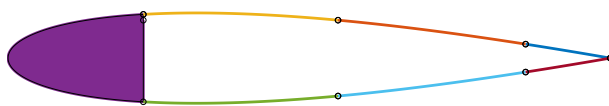


Figura 8: Perfil VandeVooren formado por 7 cuerpos.

superficie del perfil a diferentes ángulos de ataque se muestra en la Figura 9. Se observa que las distribuciones de presión calculadas con el UVLM se superponen a las soluciones analíticas.

El coeficiente de sustentación estacionario a diferentes ángulos de ataque se presenta en la Figura 10 (izq.). La evolución temporal del coeficiente de sustentación para un ángulo de ataque  $\alpha = 5^\circ$  obtenida a través de una simulación inestacionaria se muestra en la Figura 10 (der.). Se observa que el valor del  $C_l$  tiende progresivamente al valor estacionario como es de esperarse.

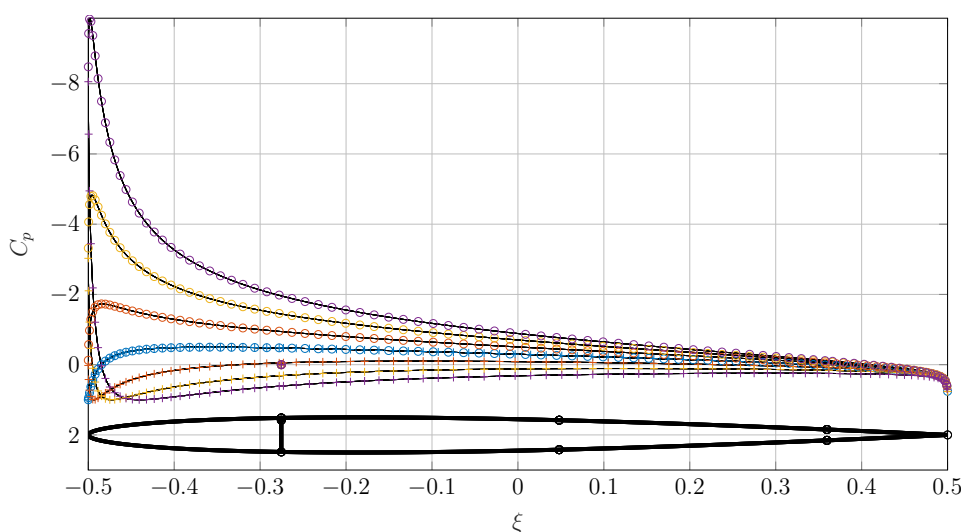


Figura 9: Coeficiente de presión ( $C_p$ ) estacionario para el perfil Van de Vooren a diferentes ángulos de ataque. Líneas negras: soluciones analíticas;  $\circ$  y  $+$ : soluciones UVLM sobre las superficies superior e inferior del perfil, respectivamente. Azul, rojo, amarillo y violeta: resultados para ángulos de ataque de  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  y  $15^\circ$ , respectivamente.

#### 4. ACCIONAMIENTO DE LAS SUPERFICIES DE CONTROL

A continuación se presentan los tipos de movimiento prescrito que se consideran en este trabajo para las superficies de control ubicadas a lo largo de la superficie del perfil Van de Vooren como se muestra en la Figura 8.

##### 4.1. Ángulo final fijo

En este caso, el movimiento de las superficies de control ubicadas a lo largo de la superficie del perfil Van de Vooren es prescrito de acuerdo a la siguiente función:

$$\beta_i(t) = \left[ u(t) - u\left(t - \frac{T_i}{2}\right) \right] \left[ \bar{\beta}_i + \frac{A_i}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{T_i}t + \phi_i\right) \right] + u\left(t - \frac{T_i}{2}\right) \left[ \bar{\beta}_i + \frac{A_i}{2} \cos(\pi + \phi_i) \right] \quad (20)$$

donde:  $u(\cdot)$  es la función escalón unitario,  $\bar{\beta}_i$  es un valor medio del ángulo de actuación,  $\phi_i$  un ángulo de fase,  $A_i$  la amplitud y  $T_i$  es el período de la función coseno. La fase  $\phi_i$  toma únicamente los valores de  $0$  o  $\pi$ , de manera que  $\dot{\beta}_i(t=0) = \dot{\beta}_i(t=T_i/2) = 0$ . La definición de los

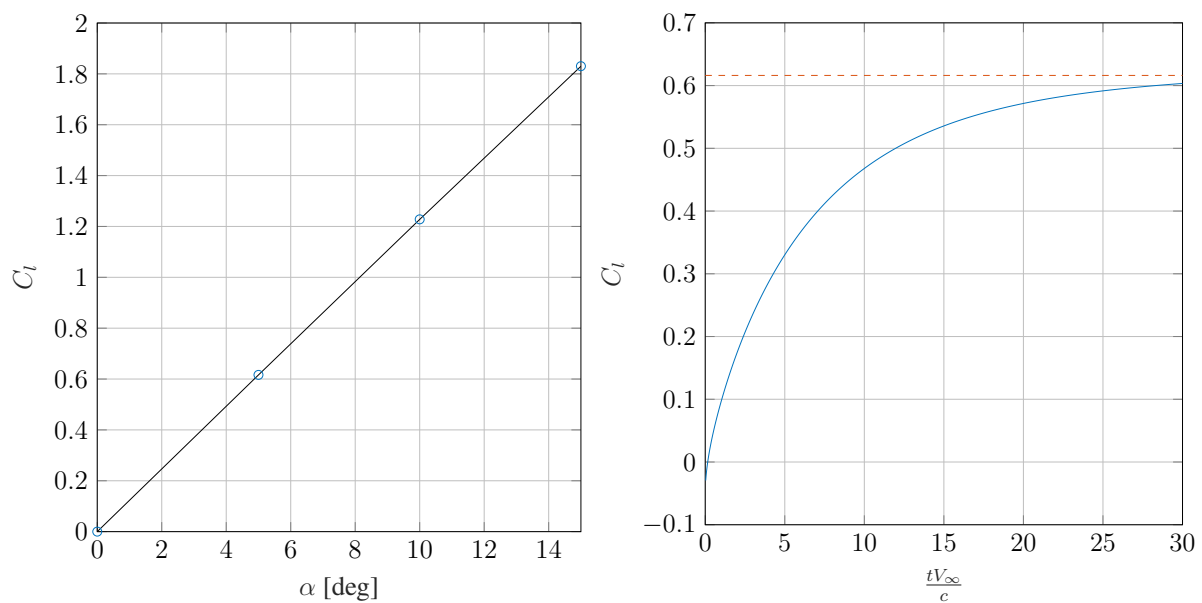


Figura 10: Izquierda: coeficiente de sustentación ( $C_l$ ) estacionario para el perfil Van de Vooren a diferentes ángulos de ataque. Línea negra: solución analítica;  $\circ$ : solución UVLM. Derecha: evolución temporal del coeficiente de sustentación para un ángulo de ataque  $\alpha = 5^\circ$ .

ángulos positivos de accionamiento de las superficies de control se muestran esquemáticamente en la Figura 11. Estos ángulos  $\beta_i$  se miden desde la tangente al perfil en el punto de articulación. La función dada por (20) es tal que el ángulo de actuación cambia siguiendo una función cosenoidal hasta que alcanza su valor máximo, el cual se mantiene constante posteriormente. Este tipo de actuación se emplea en los casos 1 al 3 (§4.3 a §4.5) que se presentan a continuación.

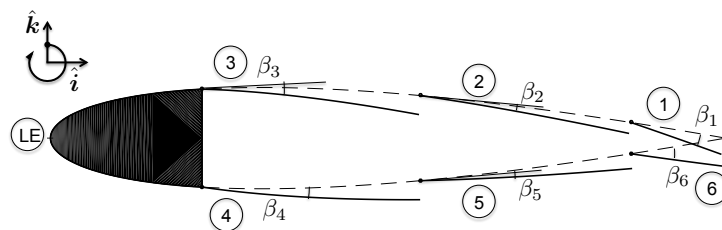


Figura 11: Definición de la numeración de las superficies de control y de sus ángulos positivos de actuación.

## 4.2. Movimiento periódico

En este caso, las superficies de control tienen movimientos periódicos. Las oscilaciones de las superficies se prescriben con una función de la siguiente forma:

$$\beta_i(t) = \bar{\beta}_i + \frac{A_i}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{T_i}t + \phi_i\right) \quad (21)$$

donde  $\bar{\beta}_i$ ,  $\phi_i$ ,  $A_i$  y  $T_i$  tienen la misma definición dada anteriormente.

## 5. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones realizadas con el código UVLM para diferentes configuraciones de las superficies actuadoras. En primer lugar se analizan las características estacionarias, asumiendo que esta condición puede eventualmente alcanzarse. Seguidamente, se analizan las características de la respuesta no estacionaria producida por el accionamiento de las superficies de control de acuerdo a la ecuación (20) y/o (21).

### 5.1. Caso de Estudio 1: Accionamiento simétrico de todas las superficies de control

En este caso, todas las superficies de control se accionan simultáneamente de manera que la simetría del perfil con respecto a la línea de cuerda se mantiene. Los ángulos finales de accionamiento fueron seleccionados arbitrariamente a fin de ilustrar las características de este tipo de configuración. Se emplean para este caso los siguientes parámetros:

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 10 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} -\bar{\beta}_1 = \bar{\beta}_6 = 2^\circ & \quad A_1 = A_6 = 4^\circ & \quad \phi_1 = 0^\circ & \quad \phi_6 = 180^\circ \\ -\bar{\beta}_2 = \bar{\beta}_5 = 1,5^\circ & \quad A_1 = A_6 = 3^\circ & \quad \phi_2 = 0^\circ & \quad \phi_5 = 180^\circ \\ \bar{\beta}_3 = -\bar{\beta}_4 = 2,5^\circ & \quad A_3 = A_4 = 5^\circ & \quad \phi_3 = 180^\circ & \quad \phi_4 = 0^\circ \end{aligned} \quad (23)$$

#### 5.1.1. Resultados estacionarios

Para el cálculo de las características estacionarias se consideran las superficies completamente deformadas hasta su ángulo final y, similarmente a lo que ocurre para una placa plana, se asume que la circulación desprendida desde cada una de las superficies actuadoras es cero. La distribución de presión ( $C_p$ ) sobre la superficie exterior del perfil para diferentes ángulos de ataque  $\alpha$  se muestra en la figura 12 (izq.). La variación del coeficiente de sustentación  $C_l$  con respecto al ángulo de ataque se presenta también en la figura 12 (der.). Se observa que para todos los ángulos de ataque seleccionados la sustentación para el perfil con todas sus superficies accionadas simétricamente con los ángulos dados por 23 es prácticamente la misma (algo menor) que la del perfil sin las superficies deflectadas. La diferencia entre el coeficiente de sustentación entre este caso y el caso sin accionamiento de las superficies tiende a crecer con el ángulo de ataque. Para un ángulo de ataque de  $\alpha = 15^\circ$ , la reducción del coeficiente de sustentación con las superficies accionadas es de sólo 0,6 %. Se prevé que la diferencia en el coeficiente de sustentación para ambas configuraciones será mayor cuanto mayor sea la deflexión de las superficies móviles. Para el caso presentado, se puede decir que el incremento de la presión en la superficie exterior cerca del borde de fuga de la superficie 3 se compensa con el incremento en la presión de la superficie 4 y la disminución de la presión en la superficie 1 como se observa en la figura 12 (izq.).

#### 5.1.2. Resultados no estacionarios

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con el UVLM para la configuración de ángulos de accionamiento dados. Se simula un tiempo adimensional total de  $\bar{t}_f = t_f V_\infty / c = 10$ , los cuales corresponden a  $N = 2000$  pasos de cálculo con un intervalo de tiempo fijo de  $\Delta t V_\infty / c = 0,005$ .

Se observa que el accionamiento conjunto y simétrico de todas las superficies tiene, en general, un impacto negativo sobre la sustentación del perfil y, aunque no puede ser calculado con

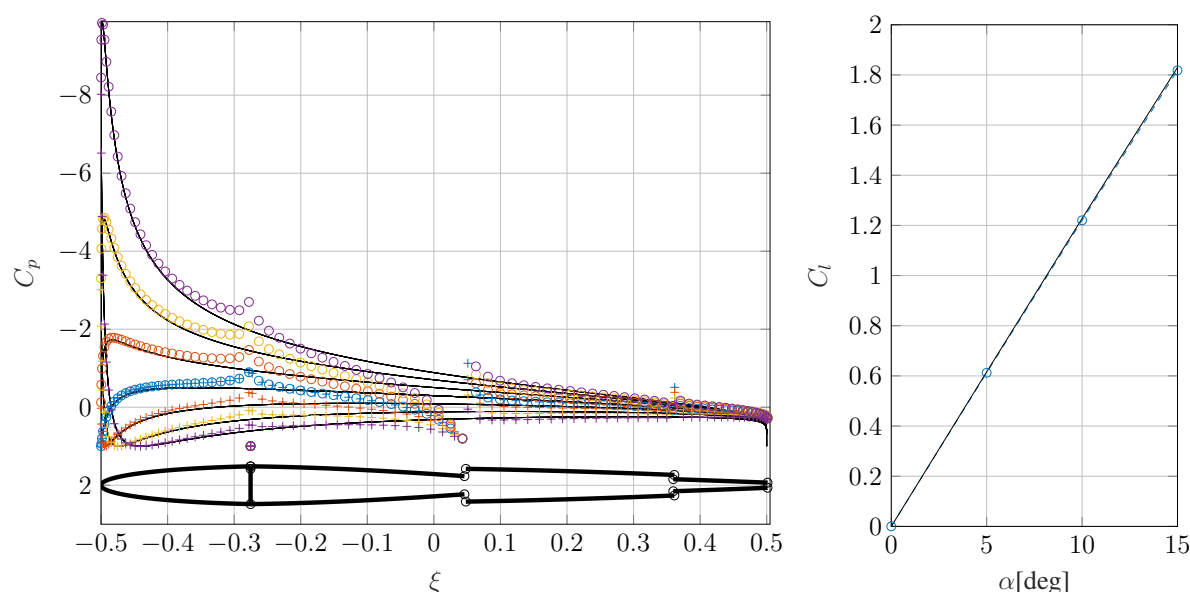


Figura 12: Izquierda: distribución del coeficiente de presión  $C_p$  estacionario sobre la superficie exterior del perfil a ángulos de ataque  $\alpha$ . Líneas negras: soluciones analíticas para el perfil base;  $\circ$  y  $+$ : distribución de presión sobre las superficies superior e inferior del perfil, respectivamente. Azul, rojo, amarillo y violeta: resultados para ángulos de ataque de  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  y  $15^\circ$ , respectivamente. Derecha: variación del coeficiente de sustentación estacionario con el ángulo de ataque  $\alpha$  para la configuración simétrica de las superficies actuadoras. Línea negra: solución analíticas para el perfil base.  $\circ$ : superficies deflectadas

el UVLM, se espera que también sobre su resistencia. Esto se explica ya que esta configuración no proporciona canales de flujo efectivos entre las superficies superior e inferior del perfil. El accionamiento conjunto de las superficies 3 y 4, ambas articuladas al borde de ataque del perfil, genera una zona de recirculación o reflujo en la pared posterior del borde de ataque, lo cual producirá un incremento de la resistencia del perfil. Este fenómeno se debe a la calle de vórtices que se desarrolla en el interior del perfil a partir de estas dos superficies (Figura 13). La evolución del coeficiente de sustentación para este caso se muestra en la figura 14. Se puede observar que los resultados presentan un nivel elevado de ruido típico de las interacciones de vórtices puntuales con las superficies sólidas y del carácter turbulento del flujo. Para poder visualizar más claramente la variación temporal de la sustentación, los resultados fueron filtrados (línea azul en la figura 14). Para ello se emplea un filtro paso-bajo (lowpass) de mínimo orden en Matlab, con frecuencia normalizada de pasa banda (passband) de  $0,15\pi$  y frecuencia normalizada de corte (stopband) de  $0,2\pi$ . Se observa para el caso de  $\alpha = 0^\circ$  que el  $C_l$  oscila alrededor de cero, como era de esperarse para la configuración simétrica. Las fluctuaciones en la sustentación también están relacionadas con el refinamiento de la distribución de la vorticidad en las estelas y con la discretización de las sábanas vorticosas adheridas. En trabajos futuros se cuantificarán estos efectos.

## 5.2. Caso de estudio 2: accionamiento simultáneo de las superficies 3 y 6

A fin de producir un canal de flujo efectivo, es necesario accionar al menos dos superficies de control, una en el extradós hacia el interior del perfil y otra en el intradós hacia el exterior. Si solamente una fuera accionada, entonces se producirá el estancamiento del flujo en el interior

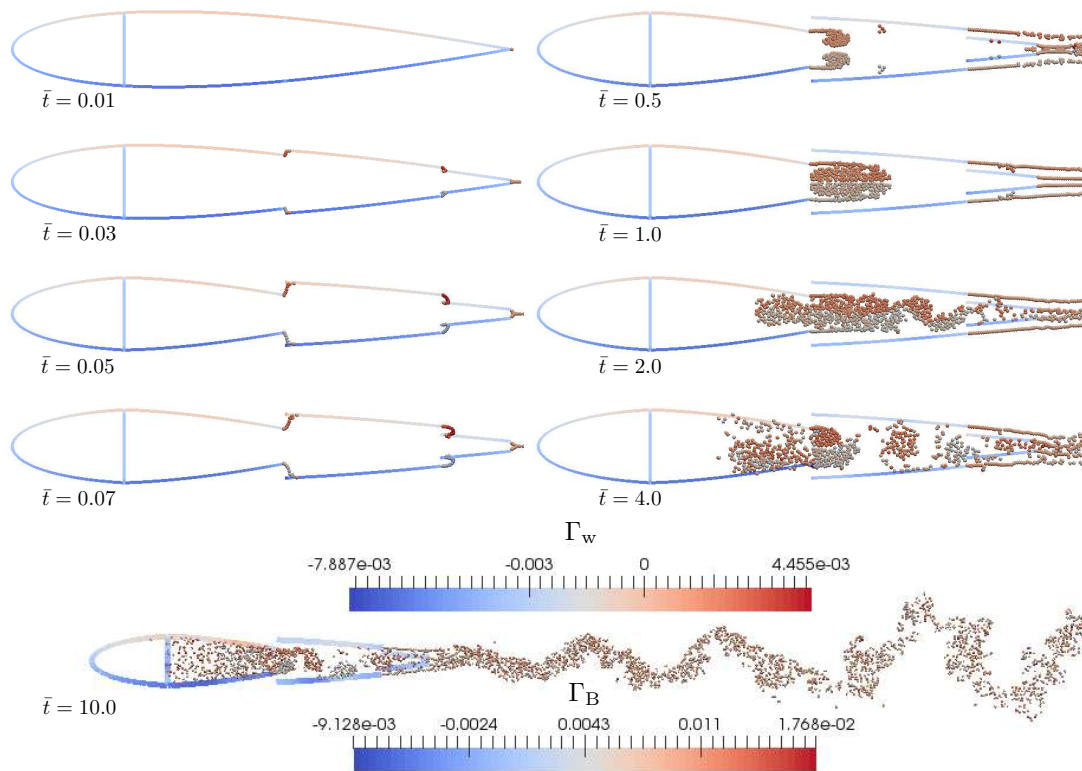


Figura 13: Evolución de las estelas para el perfil de Van de Vooren a un ángulo de ataque de  $\alpha = 0^\circ$  con las superficies accionadas simultáneamente de manera simétrica de acuerdo a (20) con los parámetros dados por (22) y (23). Los colores representan la intensidad o circulación de los vórtices adheridos  $\Gamma_B$  y libres  $\Gamma_w$ .

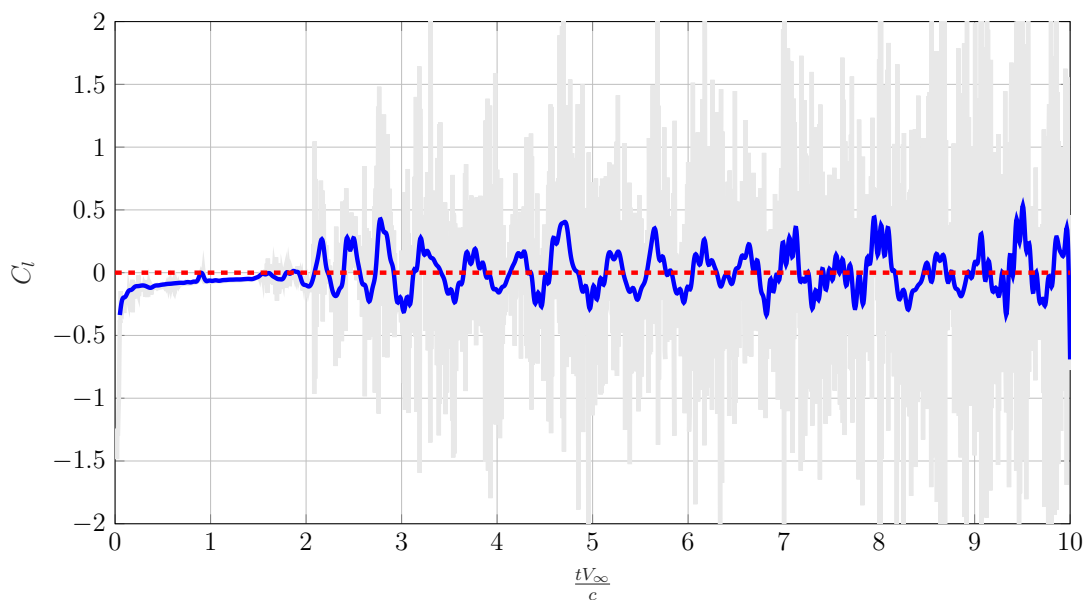


Figura 14: Evolución del coeficiente de sustentación  $C_l$  para el perfil de Van de Vooren a un ángulo de ataque de  $\alpha = 0^\circ$  con las superficies accionadas simultáneamente de manera simétrica de acuerdo a (20) con los parámetros dados por (22) y (23). Línea gris: resultados sin filtrar; línea azul: resultados filtrados.

del perfil, lo cual no es una situación deseada.

En este caso, las superficies de control se accionan de manera de romper la simetría del perfil con respecto a la línea de cuerda. Los ángulos finales de accionamiento fueron seleccionados arbitrariamente a fin de ilustrar las características de este tipo de configuración. Se emplean para este caso los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned} T_1 = T_2 = T_4 = T_5 &= 0 \\ T_3 = T_6 &= 10 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_3 = 2,5^\circ \quad A_1 = 5^\circ \quad \phi_3 = 180^\circ \quad T_3 = 1 \\ \bar{\beta}_6 = 2^\circ \quad A_6 = 4^\circ \quad \phi_6 = 180^\circ \quad T_6 = 1 \\ \bar{\beta}_1 = 0 \quad \bar{\beta}_2 = 0 \quad A_1 = A_2 = 0^\circ \quad \phi_1 = \phi_2 = 0^\circ \\ \bar{\beta}_4 = 0 \quad \bar{\beta}_5 = 0 \quad A_4 = A_5 = 0^\circ \quad \phi_4 = \phi_5 = 0^\circ \end{aligned} \quad (25)$$

Esta configuración es tal que se produce un canal de flujo con entrada en el borde de fuga de la superficie 3 y salida en el borde de fuga del perfil.

### 5.2.1. Resultados estacionarios

La distribución de presión ( $C_p$ ) sobre la superficie exterior del perfil para diferentes ángulos de ataque  $\alpha$  se muestra en la figura 15 (izq.). La variación del coeficiente de sustentación  $C_l$  con respecto al ángulo de ataque se presenta también en la figura 15 (der.). Se observa que la sustentación del perfil con sus superficies accionadas de esta manera es mayor que la del perfil base. Se observa además que para la configuración dada, el incremento en la sustentación estacionaria es aproximadamente independiente del ángulo de ataque. Este comportamiento es equivalente a la deflexión de un flap de borde de fuga ya que se produce un incremento efectivo de la curvatura del perfil. El incremento del coeficiente de sustentación es de: 0,072, 0,069, 0,064 y 0,058 para los ángulos de ataque  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ ,  $10^\circ$  y  $15^\circ$ , respectivamente.

La influencia de los ángulos de deflexión  $\beta_3$  y  $\beta_6$  se puede apreciar en la figura 16. Se observa que la dependencia del  $C_l$  estacionario de la deflexión  $\beta_6$  de la superficie 6 es más fuerte que su dependencia de la deflexión  $\beta_3$  de la superficie 3 articulada en el borde de ataque del perfil. De hecho, dependiendo de la deflexión  $\beta_6$ , una deflexión positiva  $\beta_3$  tiende a producir una reducción en el  $C_l$ . De los casos resumidos en la figura 16, sólo para  $\beta_6 = 15^\circ$  el coeficiente de sustentación experimenta un leve incremento para  $\beta_3 > 5^\circ$ . Esto puede significar un cambio de comportamiento entre el canal de flujo ineficiente y uno eficiente para esta configuración.

### 5.2.2. Resultados no estacionarios

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con el UVLM para la configuración de ángulos de accionamiento dados. Se simula un tiempo adimensional total de  $\bar{t}_f = t_f V_\infty / c = 10$ , los cuales corresponden a  $N = 2000$  pasos de cálculo con un intervalo de tiempo fijo de  $\Delta t V_\infty / c = 0,005$ .

La evolución de las estelas para esta configuración se muestra en la figura 17. Se observa, que si bien existe flujo entrante y saliente entre las dos aberturas generadas, se genera un flujo de recirculación en el interior del perfil, posiblemente debido a que la apertura del borde de fuga es menor que la apertura de la superficie 3 para el caso presentado.

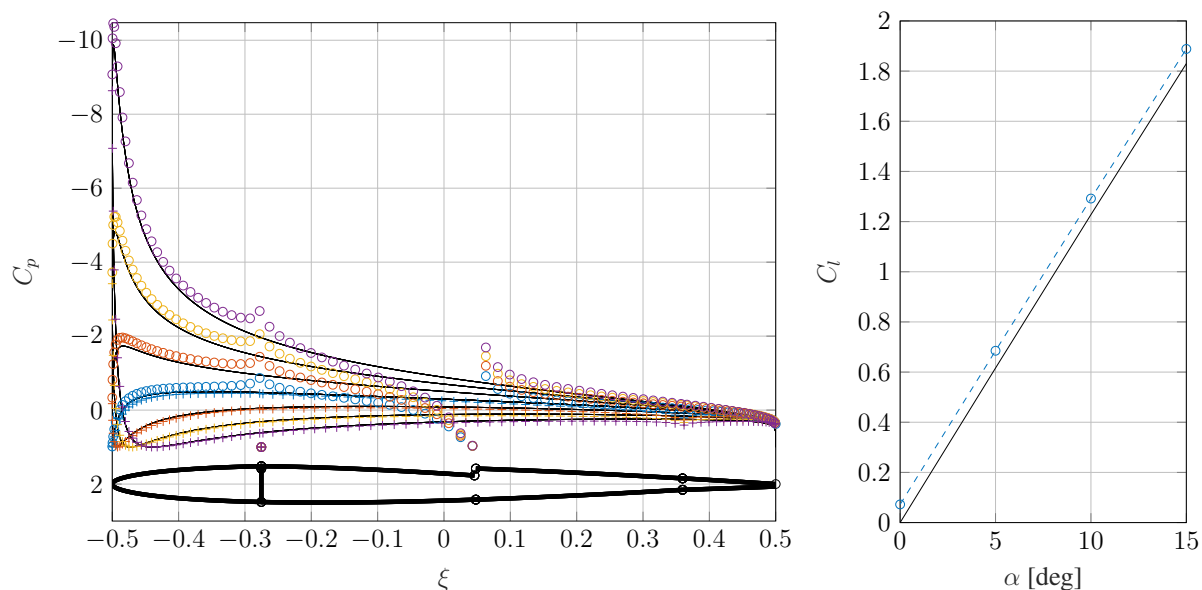


Figura 15: Distribución del coeficiente de presión  $C_p$  sobre la superficie exterior del perfil a ángulos de ataque  $\alpha$  para el caso estacionario. Líneas negras: Soluciones analíticas sin superficies accionadas;  $\circ$  y  $+$ : distribución de presión sobre las superficies superior e inferior del perfil, respectivamente. Azul, rojo, amarillo, y violeta: resultados para ángulos de ataque de  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  y  $15^\circ$ , respectivamente.

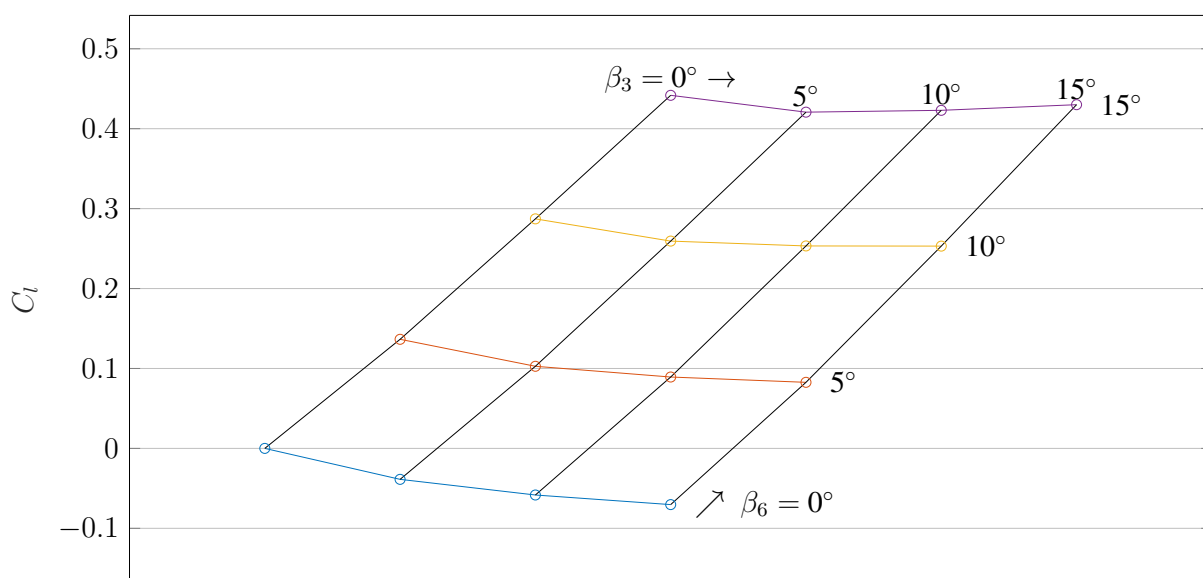


Figura 16: Coeficiente de sustentación  $C_l$  estacionario como función de los ángulos  $\beta_3$  y  $\beta_6$  (el resto de las superficies permanece a  $0^\circ$ ) para  $\alpha = 0^\circ$ .

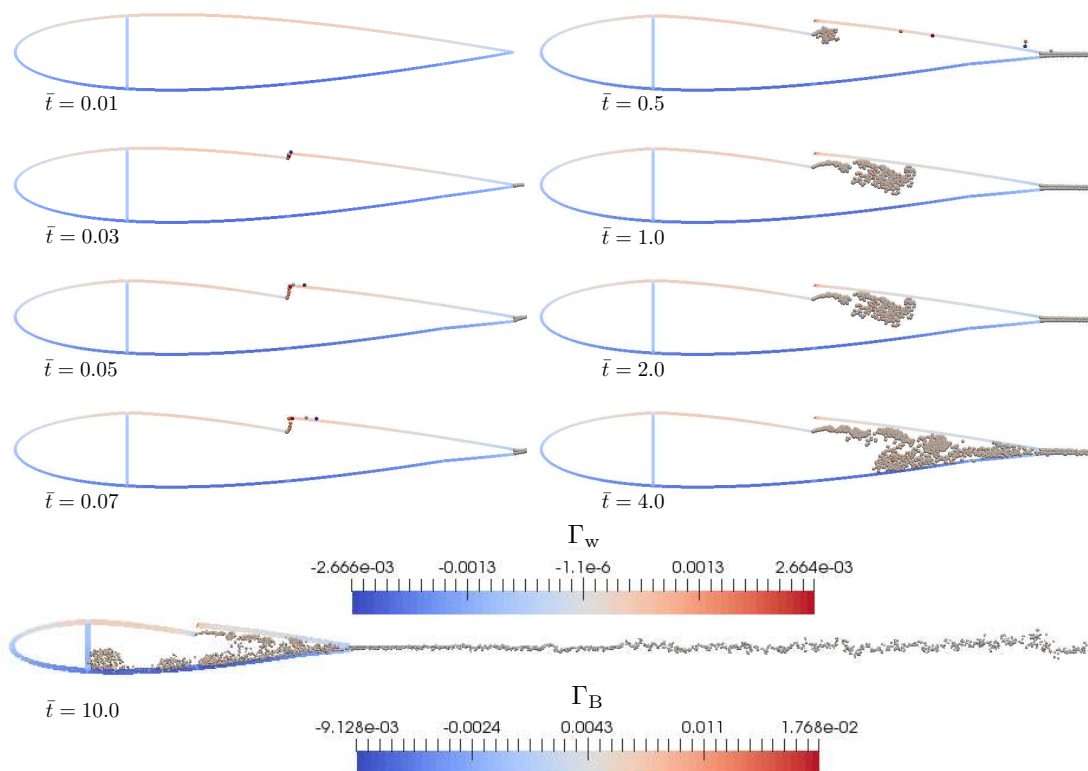


Figura 17: Evolución de las estelas para el perfil de Van de Vooren a un ángulo de ataque de  $\alpha = 0^\circ$  con las superficies 3 y 6 accionadas simultáneamente de acuerdo a (20) con los parámetros dados por (24) y (25). Los colores representan la intensidad o circulación de los vórtices adheridos  $\Gamma_B$  y libres  $\Gamma_w$ .

### 5.3. Caso de estudio 3: accionamiento sesgado

En este caso, todas las superficies son accionadas simultáneamente de manera que la simetría del perfil se rompe. Los ángulos finales de accionamiento fueron seleccionados arbitrariamente a fin de ilustrar las características de este tipo de configuración. Se accionan las superficies con los siguientes parámetros:

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 10 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_1 &= 3^\circ & A_1 &= A_6 = 6^\circ & \phi_1 &= \phi_6 = 180^\circ \\ \bar{\beta}_2 &= 2^\circ & A_1 &= A_6 = 4^\circ & \phi_2 &= \phi_5 = 180^\circ \\ \bar{\beta}_3 &= 4^\circ & A_3 &= A_4 = 5^\circ & \phi_3 &= \phi_4 = 180^\circ \\ \bar{\beta}_4 &= \bar{\beta}_3 + \beta_{30} & \bar{\beta}_6 &= \bar{\beta}_1 + \beta_{10} & \bar{\beta}_5 &= \bar{\beta}_2 + \beta_{20} \end{aligned} \quad (27)$$

donde  $\beta_{10} = 9,38^\circ$ ,  $\beta_{20} = 7,28^\circ$  y  $\beta_{30} = 1,70^\circ$  son los ángulos entre la tangente al perfil en las articulaciones de las superficies 1, 2 y 3, respectivamente, y la línea de cuerda.

#### 5.3.1. Resultados estacionarios

La distribución de presión ( $C_p$ ) sobre la superficie exterior del perfil para diferentes ángulos de ataque  $\alpha$  se muestra en la figura 18 (izq.). La variación del coeficiente de sustentación  $C_l$  con respecto al ángulo de ataque se presenta también en la figura 18 (der.). Se observa que la sustentación para el perfil con sus superficies accionadas de esta manera es mayor que el del perfil base y mayor que la de los casos anteriores. Esto se debe al mayor incremento efectivo de la curvatura del perfil. Se observa además que para esta configuración el incremento en la sustentación estacionaria con respecto al perfil base parece ser independiente del ángulo de ataque del perfil. El incremento del coeficiente de sustentación es de: 0,74, 0,73, 0,71 y 0,69 para los ángulos de ataque  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ ,  $10^\circ$  y  $15^\circ$ , respectivamente. Este incremento en la sustentación se debe claramente a la reducción de la presión sobre las superficies del extradós del perfil como se observa en la figura 18 (izq.).

#### 5.3.2. Resultados no estacionarios

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con el UVLM para la configuración de ángulos de accionamiento dados. Se simula un tiempo adimensional total de  $\bar{t}_f = t_f V_\infty / c = 10$ , el cuales corresponde a  $N = 2000$  pasos de cálculo con un intervalo de tiempo uniforme de  $\Delta t V_\infty / c = 0,005$ .

La evolución de las estelas se presenta en la figura 19. Se observa, como en los casos anteriores, que se produce recirculación de flujo en el interior del perfil, lo cual implica un incremento de la resistencia del perfil.

La evolución del coeficiente de sustentación para este caso se muestra en la figura 20. Se puede observar que los resultados presentan un nivel elevado de ruido"que, como se mencionó en la §5.1.2, es típico de las interacciones de vórtices puntuales con las superficies sólidas y del carácter turbulento del flujo. Estos resultados fueron filtrados (línea azul en la figura 20) con el mismo método descrito en la sección §5.1.2. Se observa para el caso de  $\alpha = 0^\circ$  que el  $C_l$  oscila alrededor de un valor medio mayor que cero como es de esperarse basado en los resultados estacionarios.

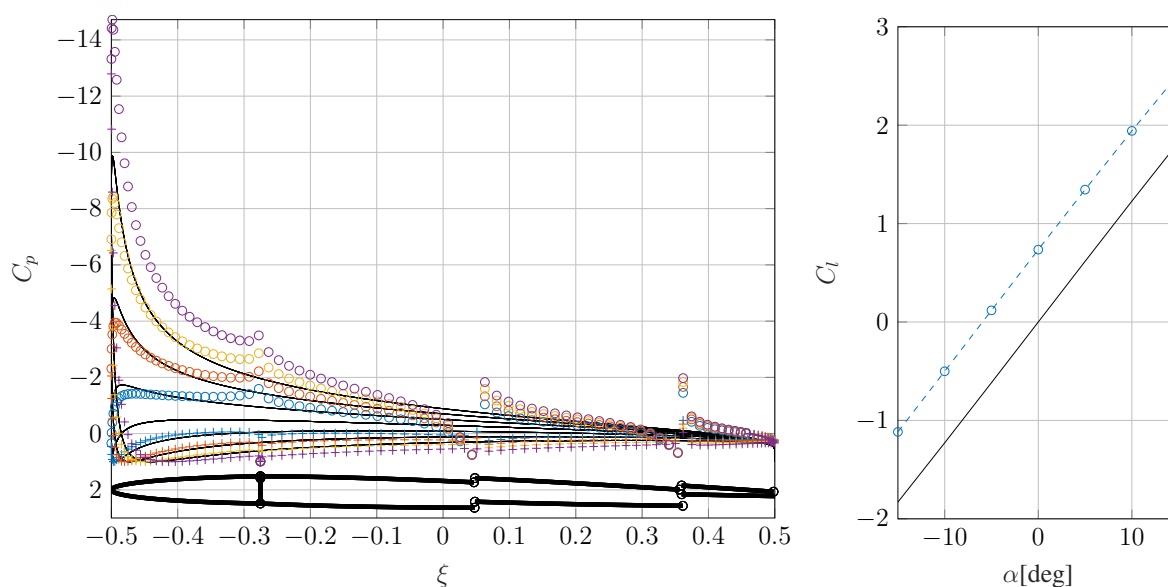


Figura 18: Distribución del coeficiente de presión  $C_p$  sobre la superficie exterior del perfil a ángulos de ataque  $\alpha$  para el caso estacionario. Líneas negras: Soluciones analíticas sin superficies accionadas;  $\circ$  y  $+$ : distribución de presión sobre las superficies superior e inferior del perfil, respectivamente. Azul, rojo, amarillo, y violeta: resultados para ángulos de ataque de  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  y  $15^\circ$ , respectivamente.

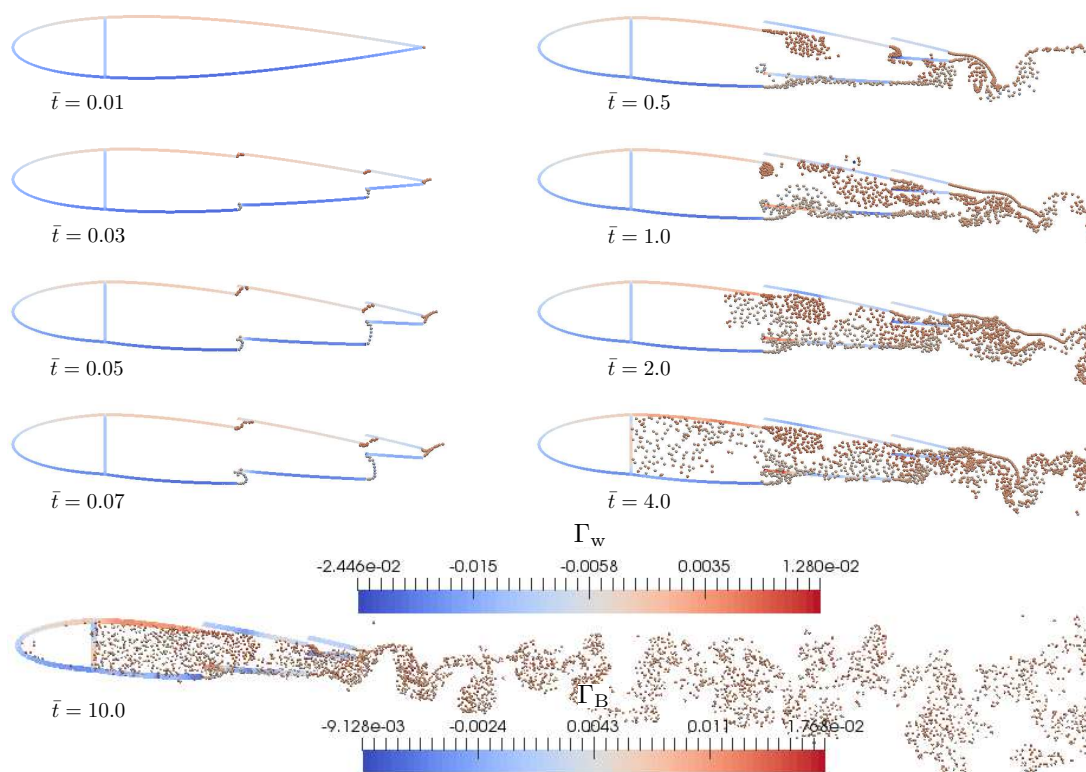


Figura 19: Evolución de las estelas para el perfil de Van de Vooren a un ángulo de ataque de  $\alpha = 0^\circ$  con las superficies móviles accionadas simultáneamente de acuerdo a (20) con los parámetros dados por (26) y (27). Los colores representan la intensidad o circulación de los vórtices adheridos  $\Gamma_B$  y libres  $\Gamma_w$ .

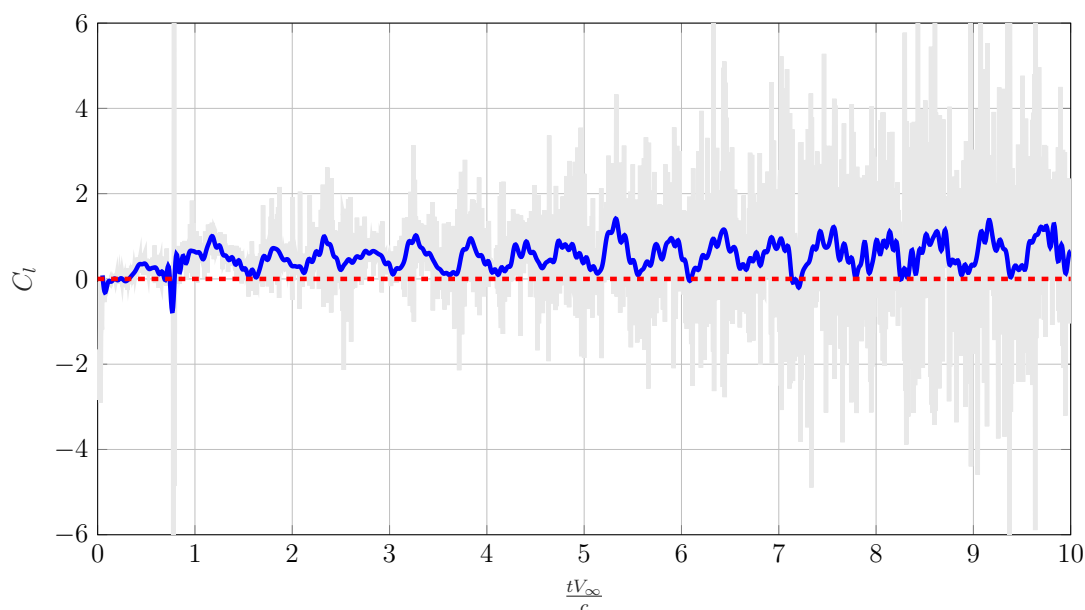


Figura 20: Evolución del coeficiente de sustentación  $C_l$  para el perfil de Van de Vooren a un ángulo de ataque de  $\alpha = 0^\circ$  con las superficies accionadas simultáneamente de manera simétrica de acuerdo a (20) con los parámetros dados por (26) y (27). Línea gris: resultados sin filtrar; línea azul: resultados filtrados.

#### 5.4. Caso de estudio 4: accionamiento movimiento periódico de las superficies

Para ilustrar las capacidades del código UVLM en su estado actual, se presenta este último caso en el cual las superficies de control tienen movimientos prescritos periódicos. Las oscilaciones de las superficies se prescriben de acuerdo a (21). Para este ejemplo se elige:

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 1 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} -\bar{\beta}_1 = \bar{\beta}_6 = 6^\circ & \quad A_1 = A_6 = 6^\circ & \quad \phi_1 = 0^\circ & \quad \phi_6 = 180^\circ \\ -\bar{\beta}_2 = \bar{\beta}_5 = 8^\circ & \quad A_1 = A_6 = 8^\circ & \quad \phi_2 = 0^\circ & \quad \phi_5 = 180^\circ \\ -\bar{\beta}_3 = \bar{\beta}_4 = 10^\circ & \quad A_3 = A_4 = 10^\circ & \quad \phi_3 = 0^\circ & \quad \phi_4 = 180^\circ \end{aligned} \quad (29)$$

Para esta simulación se calculan 2000 pasos de cálculo con  $\Delta t V_\infty / c = 1,765 \times 10^{-3}$ . La evolución de las estelas para este caso se muestra en la figura 21. Se observa que en este caso se produce también un flujo de recirculación en el interior del perfil, lo cual no es deseado ya que incrementará demasiado la resistencia del perfil.

Este ejemplo, sin un fin práctico inmediato representa un paso previo a la implementación de modelos estructurales para las superficies actuadoras de cuerpos rígidos y rigideces torsionales en las articulaciones a fin de capturar la interacción entre el fluido y la estructura. En ese caso, los movimientos de las superficies actuadoras serán producidos por las mismas cargas aerodinámicas que estas superficies generan.

## 6. CONCLUSIONES

En este esfuerzo se introduce una herramienta computacional basada en el método de red de vórtices inestacionario o UVLM. Esta herramienta permite el estudio aerodinámico de sistemas de múltiples cuerpos independientes o vinculados entre sí e inmersos en el seno de un fluido.

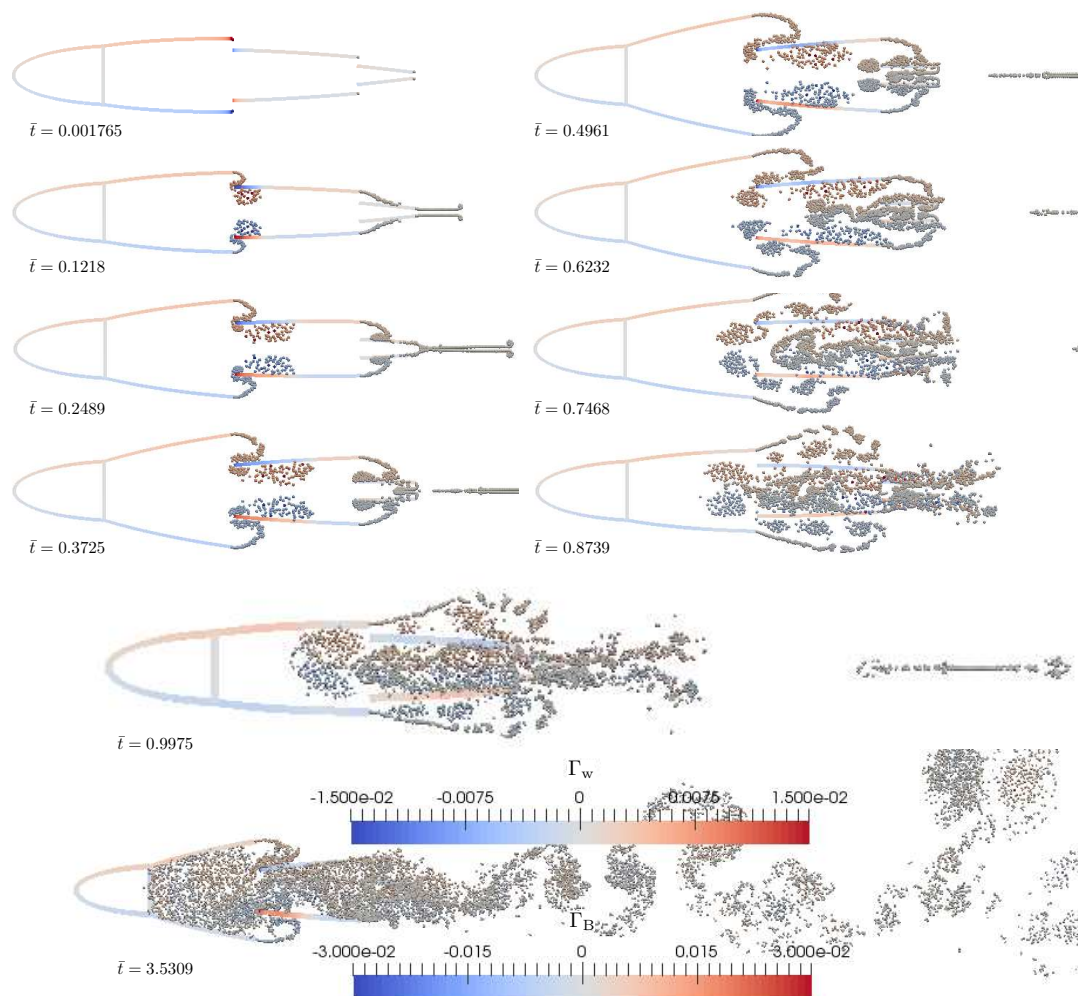


Figura 21: Evolución de las estelas para el perfil de Van de Vooren a un ángulo de ataque de  $\alpha = 0^\circ$  con las superficies móviles accionadas simultánea y periódicamente de acuerdo a (21) con los parámetros dados por (28) y (29). Los colores, tanto sobre la superficie del perfil como de los puntos de las estelas representan la intensidad de la circulación.

A fin de verificar el correcto funcionamiento de la herramienta computacional, se comparan las soluciones numéricas con soluciones analíticas conocidas. Los resultados obtenidos de esta verificación son más que satisfactorios. La validación de la herramienta para casos de sistemas de múltiples cuerpos con interacciones entre estelas se llevará a cabo en futuros trabajos conforme estén disponibles resultados computacionales o experimentales.

La herramienta se empleó para el estudio de la sustentación y el flujo generado por un perfil aerodinámico con múltiples superficies de control distribuidas a lo largo del perfil. Fue posible analizar no sólo las características estacionarias del perfil con distintas configuraciones de superficies de control, sino también el transitorio (evolución de las estelas), desde el momento en que las superficies son actuadas hasta que adquieren su ángulo de deflexión final. Si bien no se realizó un estudio paramétrico exhaustivo, los casos particulares estudiados permiten entender algunos de los efectos producidos por el accionamiento de múltiples superficies de control. En primer lugar, se observa la generación de zonas de estancamiento y recirculación de flujo en la zona posterior al borde de ataque del perfil cuando se accionan las superficies hacia el interior

del mismo. La formación de este flujo se debe a la zona de baja presión detrás del borde de ataque, la cual adquiere importancia al abrirse el perfil con el accionamiento de las superficies próximas al borde de ataque. En segundo lugar, se observa la interacción aerodinámica entre las estelas de las diferentes superficies de control con las superficies corriente abajo. Esta interacción, junto con la zona de recirculación de flujo determinan que las cargas aerodinámicas generadas sobre el perfil presenten fluctuaciones de alta frecuencia. Estas fluctuaciones pueden ser atribuidas a la discretización de las superficies del perfil, al efecto puntual y localizado de los vórtices de las estelas y al carácter turbulento del flujo.

Finalmente se presenta a modo ilustrativo un caso en el que todas las superficies de control tienen un movimiento prescrito periódico. Este caso es un paso previo a la implementación de un modelo estructural de cuerpos rígidos y rigideces torsionales puntuales para capturar el efecto de interacción entre el fluido y la estructura.

## REFERENCIAS

- Anderson E., Bai Z., Bischof C., Blackford L.S., Demmel J., Dongarra J., Du Croz J., Greenbaum A., Hammarling S., McKenney A., et al. *LAPACK Users' guide*. SIAM, 1999.
- Barba L., Leonard A., y Allen C. Advances in viscous vortex methods—meshless spatial adaptation based on radial basis function interpolation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 47(5):387–421, 2005.
- Blower C.J. y Wickenheiser A.M. The validation of a generalized aerodynamic model for a multi-body bio-inspired wing. *surfaces*, 13:15, 2013.
- Fung Y. *An introduction to the theory of aeroelasticity*. 1969.
- Katz J. y Plotkin A. *Low-speed aerodynamics*, volumen 13. Cambridge university press, 2001.
- Majda A.J. y Bertozzi A.L. *Vorticity and incompressible flow*, volumen 27. Cambridge University Press, 2002.
- Preidikman S. *Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems*. Tesis de Doctorado, 1998.
- Valdez M.F. y Preidikman S. Procedimiento para calcular la distribución de presiones en cuerpos con espesor finito por medio del método de red de vórtices inestacionario. En G. Soto y N. Costa, editores, *VI Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, volumen 6, páginas 440–443. Asociación Argentina de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, Asociación Argentina de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, 2017.
- Valdez M.F., Preidikman S., y Massa J.C. Aerodinámica de flujos bidimensionales e inestacionarios dominados por vorticidad. *Mecánica Computacional*, 25:2333–2357, 2006.
- Wagner H. Über die entstehung des dynamischen auftriebes von tragflügeln. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 5(1):17–35, 1925.