

# Aplicación de una ecuación de flujo subterráneo equivalente para medios heterogéneos. Avances preliminares

Andrea A. Gómez<sup>1,2</sup>, Pablo A. Cello<sup>1</sup>, Leticia B. Rodríguez<sup>1</sup>, Jesús Carrera<sup>3</sup>, Luis Vives<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Centro de Estudios Hidroambientales, Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas, Universidad Nacional del Litoral, CC 217, 3000. Santa Fe, Argentina.

<sup>2</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina.

<sup>3</sup>Instituto de Diagnóstico Ambiental y Estudios del Agua, Consejo Superior de Investigaciones Científicas (IDAEA-CSIC), España.

<sup>4</sup>Instituto de Hidrología de Llanuras "Dr. Eduardo J. Usunoff" (UNCPBA – CIC – Municipalidad de Azul), República de Italia 780, (B7300) Azul, Buenos Aires, Argentina.

Mail de contacto: [aagomez@fich1.unl.edu.ar](mailto:aagomez@fich1.unl.edu.ar)

---

## RESUMEN

En este trabajo se evaluó numéricamente la aplicabilidad de un modelo matemático de flujo equivalente en medios saturados basado en una formulación de no equilibrio mediante un término adicional de transferencia de masa a tasa múltiple (Multi-Rate Mass Transfer, MRMT). En campos de transmisividad generados a partir de modelos geoestadísticos estacionarios se simuló numéricamente ensayos de bombeo resolviendo la ecuación de flujo clásica en régimen transitorio, cuyos resultados fueron considerados la respuesta "observada". Luego se resolvió la ecuación de flujo radial equivalente mediante un código escrito en Fortran 90 donde el término de transferencia de masa o Función de Memoria considera conceptualmente N zonas inmóviles acopladas a cada celda del dominio de cálculo. Ajustes preliminares del modelo equivalente a los descensos observados demuestran que la formulación de no equilibrio podría constituir una buena alternativa para representar el drenaje diferido asociado a la estructura de la variabilidad espacial de la transmisividad de acuíferos.

Palabras claves: ecuación de flujo equivalente, heterogeneidad, drenaje diferido, transferencia de masa a tasa múltiple.

---

## ABSTRACT

In this paper, the applicability of an equivalent groundwater flow equation, based on non-equilibrium formulation by an additional term of Multi-Rate Mass Transfer (MRMT), was numerically evaluated. Pumping tests in transmissivity fields generated from stationary geostatistical models were numerically simulated by solving the classical transient flow equation and the results were considered the "observed" response. On other hand, it was solved the equivalent radial flow equation by a code written in Fortran 90 where the mass transfer term memory function considers conceptually N immobile zones coupled to each cell in the computational domain. Preliminary adjustments of the equivalent model to the observed drawdowns show that non-equilibrium formulation could be a good alternative to represent delayed drainage associated with associated with the aquifer transmissivity spatial variability.

Keywords: equivalent groundwater flow equation, heterogeneity, delayed drainage, multi-rate mass transfer.

---

## Introducción

La implementación de modelos numéricos de flujo subterráneo se ha convertido hoy en una práctica común para analizar diversos problemas en una gran variedad de ambientes y escenarios naturales.

Uno de los principales inconvenientes de la modelación es la selección de los valores de los parámetros asociados al fenómeno modelado y

la caracterización de su variabilidad espacial (y temporal si se aplica), acorde a la escala de modelación. Los ensayos hidráulicos en pozos son utilizados por los hidrogeólogos para estimar los parámetros característicos del movimiento del agua, es decir transmisividad hidráulica (T) y coeficiente de almacenamiento (S). La interpretación de los resultados se realiza más comúnmente mediante el modelo de Theis (1935), o la aproximación lineal de Cooper-Jacob (Cooper y Jacob, 1946), que

asume flujo radial, medio confinado, homogéneo e isotrópico, estrato horizontal, pozos totalmente penetrantes y dominio infinito. Sin embargo, las hipótesis sobre las que se basa la solución de Theis rara vez se satisfacen en la práctica. La presencia de acuitardos en contacto con el acuífero tanto en su base como en su techo; la interferencia de conos de abatimiento; la presencia de bordes hidrogeológicos tales como ríos/lagos y bordes impermeables, entre otros, producen una respuesta en los ensayos que difiere del comportamiento teórico de Theis.

Las ecuaciones clásicas de flujo y transporte en medios porosos saturados que resuelven estos modelos asumen equilibrio local en el tiempo en un volumen elemental de análisis. Pero, como se mencionó, a menudo se observa un fenómeno de no equilibrio que se manifiesta como un drenaje diferido o una transferencia de masa retrasada desde zonas menos conductivas a zonas más transmisivas del medio poroso/fracturado.

En este trabajo, que es una continuación de los resultados alcanzados por Gómez (2012), se evaluó numéricamente la aplicabilidad de un modelo matemático de flujo equivalente en medios saturados, que presenta una formulación de no equilibrio mediante un término adicional de transferencia de masa a tasa múltiple (Multi-Rate Mass Transfer, MRMT) que permite capturar el efecto del drenaje diferido.

### Hipótesis y objetivo

Todo el análisis supone que la respuesta observada del flujo mostrando un drenaje diferido en respuesta al bombeo se debe sólo a la influencia de un tipo particular de la heterogeneidad del medio.

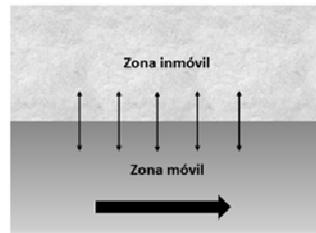
Sobre esta hipótesis se plantea modificar la ecuación clásica de flujo en medios porosos saturados (Freeze y Cherry, 1979), adoptando una formulación no local en el tiempo del tipo de transferencia de masa a tasa múltiple (MRMT), de aquí en adelante denominada en forma simplificada como función de memoria (FM), y analizar su aplicabilidad en casos prácticos para capturar los efectos del drenaje diferido. La ecuación resultante es una ecuación de flujo equivalente en el sentido que el término adicional de transferencia de primer orden "equivale" al efecto que la heterogeneidad produciría en el comportamiento del flujo subterráneo a diferentes escalas, que se manifestaría como un drenaje diferido.

### Modelo conceptual

Existe una amplia gama de trabajos que representan la condición de no equilibrio basándose en aproximaciones no locales en el tiempo, esto es que la movilización o transferencia de agua almacenada en el acuífero no depende solamente de los niveles actuales, sino también de la variación de los niveles en tiempos precedentes. En la práctica estas formulaciones involucran la adición de un término fuente-sumidero (Carrera et al., 1998) o un término de almacenamiento adicional (Haggerty y Gorelik, 1995) a la ecuación clásica de flujo subterráneo.

Generalmente estos términos de almacenamiento simulan un proceso de transferencia de masa en donde el sistema acuífero se representa conceptualmente por un conjunto de regiones móviles e inmóviles acopladas que intercambian masa (solutos y solventes) entre sí, como se esquematiza en la Figura 1. La zona móvil tiene alta capacidad de conducir agua mientras que la zona inmóvil solo tiene capacidad para transmitir el agua en ella almacenada. Para simular este intercambio, por lo general se utilizan aproximaciones de primer orden respecto a niveles o concentraciones, ya sea que se trate de ecuaciones de flujo o de transporte, respectivamente.

Siguiendo la formulación de Silva et al. (2009), se plantea un modelo matemático para simular el flujo de agua subterránea afectado por el drenaje diferido que pudiera ocasionar la heterogeneidad del medio poroso, reemplazando el medio continuo convencional por una región continua móvil y una inmóvil que intercambian masa linealmente entre sí. Para ello se incorporan funciones de transferencia de masa lineales a la ecuación clásica de flujo subterráneo.



**Figura 1.** Conceptualización de dos medios continuos acoplados (modificado de Carrera et al., 1998).

Se parte de la clásica ecuación que modela el flujo en medios porosos saturados (Freeze y

Cherry, 1979):

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + W' \quad (1)$$

donde  $S$  [adim.] es el coeficiente de almacenamiento,  $h$  [L] es el nivel piezométrico,  $t$  es el tiempo,  $\mathbf{q} = T \cdot \nabla h$  [ $L^2 t^{-1}$ ] es el flujo estimado mediante la Ley de Darcy, con  $T$  [ $L^2 t^{-1}$ ] la transmisividad hidráulica, y  $W'$  [ $L t^{-1}$ ] es el término fuente/sumidero distribuido superficialmente (recarga/extracción).

Si se considera que el medio poroso se compone de zonas móviles e inmóviles entre las cuales existe transferencia de masa, la ecuación de flujo puede modificarse de manera de simular tal transferencia mediante un término adicional de almacenamiento de la forma:

$$S_m \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{j=1}^N S_{im,j} \frac{\partial h_{im,j}}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + W' \quad (2)$$

donde el sufijo  $m$  se refiere a la zona móvil, y el sufijo  $im$  a las zonas inmóviles,  $N$  es el número de zonas inmóviles,  $S_{im,j}$  es el coeficiente de almacenamiento para la  $j$ -ésima zona inmóvil y  $h_{im,j}$  es el nivel piezométrico de la  $j$ -ésima zona inmóvil. De ahora en adelante el coeficiente de almacenamiento  $S$  de la zona móvil se denota como  $S_m$ , por coherencia de notación con la conceptualización elegida. Se aclara que se usa indistintamente  $h$  para el nivel piezométrico en la ecuación clásica y para el nivel en la zona móvil en la ecuación equivalente.

La transferencia de masa entre cada zona inmóvil y la zona móvil puede modelarse en forma matemáticamente análoga al término comúnmente utilizado para simular el flujo de interacción entre un río y el acuífero adyacente (Prudic, 1989), en este caso proporcional a la diferencia de nivel piezométrico entre la zona móvil e inmóvil y expresado como:

$$\frac{\partial h_{im,j}}{\partial t} = \alpha_j (h - h_{im,j}) \quad (3)$$

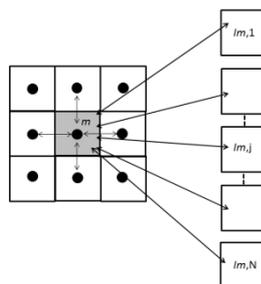
donde  $\alpha_j$  [ $t^{-1}$ ] es un coeficiente de transferencia de masa de primer orden. Reemplazando en la ecuación (2) resulta el modelo:

$$S_m \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{j=1}^N S_{im,j} \frac{\partial h_{im,j}}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + W' \quad (4)$$

En la ecuación de flujo modificada (4) los parámetros  $S_{im,j}$  y  $\alpha_j$  deben calibrarse ajustando los resultados numéricos a modelos teóricos o a datos observados. Existen en la bibliografía algunos métodos para construir la FM e inferir

sus parámetros. La mayoría de ellos se aplica al transporte de contaminantes, donde los coeficientes son estimados a partir de la curva de llegada de soluto (breakthrough curves) tal como lo descrito en la aplicación de Willmann et al. (2008), pero son escasos los antecedentes en problemas de flujo.

En forma genérica la grilla numérica hipotética se puede representar como se muestra en el esquema de la Figura 2, donde a cada celda  $m$  de la zona móvil pueden aportar  $N$  zonas inmóviles, además de los nodos adyacentes de la zona móvil.



**Figura 2.** Conceptualización de celdas móviles/inmóviles (extraído de Silva et al., 2009).

## Metodología

La metodología consistió en los siguientes pasos: a) generación de campos heterogéneos de transmisividad a partir de modelos geoestadísticos estacionarios; b) simulación numérica de ensayos de bombeo resolviendo la ecuación de flujo clásica en régimen transitorio utilizando los campos heterogéneos generados. Los descensos resultantes de los ensayos fueron considerados la respuesta "observada" para cada modelo geoestadístico representando la heterogeneidad espacial; c) obtención de curvas de variación de almacenamiento mediante balance de masa en volúmenes de control concéntricos a la celda de bombeo; d) interpretación de las curvas de variación de almacenamiento a los fines de parametrizar la FM; e) resolución de la ecuación de flujo radial equivalente mediante un código escrito en Fortran 90 y comparación entre los resultados de este modelo y la respuesta "observada" para el campo heterogéneo correspondiente.

## Generación de campos geoestadísticos

Para generar los campos representando la variabilidad espacial de la transmisividad  $T(x)$  se utilizó el algoritmo de Simulación Secuencial

Gaussiana SGSIM de la librería GSLib (Deutsch y Journel, 1992) bajo la interface SGeMS, que genera campos normales (0,1) de  $\ln T(x)$ .

Los campos fueron condicionados con un valor de T relativamente alto ubicado en la celda central de la grilla, donde se localiza el pozo de bombeo, con el propósito de obtener una zona de alta transmisividad en dicho punto y su entorno.

El tipo de campos generados fue el Gaussiano Multivariado (GMV) que es el modelo paramétrico más ampliamente utilizado (Samper y Carrera, 1990). El mismo fue implementado con un semivariograma exponencial de la forma:

$$\gamma(h) = \left(1 - e^{-3h/a}\right) \quad (5)$$

donde h es la distancia, y "a" es el rango o la distancia a partir de la cual la correlación entre dos puntos es nula, o sea que los valores de la variable son independientes entre sí. El valor del variograma para  $h > a$  es igual a la varianza total.

### Simulaciones numéricas

Para cada campo geoestadístico se realizaron simulaciones de un ensayo de bombeo mediante el uso de MODFLOW (Harbaugh et al., 2000) bajo la interface GMS (GMS v.8, 2011), para visualizar la respuesta al bombeo. El dominio de cálculo consistió en una grilla de 503 m x 503 m y celdas de tamaño uniforme de 1 m x 1 m. En la celda central de la grilla se ubicó un pozo de bombeo con una extracción a una tasa constante de  $2.28 \times 10^{-4}$  m<sup>3</sup>/s. Se simuló un acuífero confinado de 4.4 m de espesor. El coeficiente de almacenamiento S fue  $9.4 \times 10^{-4}$  (adim). Las condiciones de borde fueron de nivel constante e igual a 0 m, lo mismo que la condición inicial para todo el dominio, por lo que los resultados fueron directamente los descensos en cada celda de cálculo.

Con el fin de capturar adecuadamente el fenómeno simulado, y prevenir los efectos de borde, se realizaron pruebas preliminares con diferentes discretizaciones temporales. Como resultado, se estableció una discretización telescópica con un tiempo total de simulación de 121000 s, 39 pasos de tiempo y un multiplicador de 1.3.

Por otro lado, en cada uno de los campos se llevó adelante una simulación del flujo regional en estado estacionario que permitió estimar la transmisividad equivalente del sistema heterogéneo a partir de la ecuación de Darcy para el flujo estacionario simulado.

### Estimación de los parámetros de la Función de Memoria (FM)

Las tasas de transferencia de masa de primer orden, los coeficientes de almacenamiento de las zonas móvil/inmóviles, así como el número de zonas inmóviles N, fueron los parámetros de calibración a los fines de capturar el no equilibrio "observado".

Respecto al número de zonas inmóviles se llevó a cabo un análisis de sensibilidad que demostró que a N mayores a 10 las respuestas prácticamente no variaban, por lo que N=20 se consideró un número aceptable.

Siguiendo la metodología utilizada por Willmann et al. (2008) se parametrizó la FM mediante una ley de potencias en el tiempo, de la forma:

$$\log \alpha_j = -\log t_1 - \frac{(m-1)}{(N-1)} \log \left(\frac{t_2}{t_1}\right) \quad (6)$$

Donde  $t_1$  y  $t_2$  son dos tiempos característicos de corte en cuyo intervalo la curva de variación de almacenamiento se comportaría como una ley de potencia, y m es un contador. El resto de los parámetros ya fue definido previamente

A partir de la ecuación anterior se pueden estimar los pesos de los coeficientes de las zonas inmóviles:

$$b_j^* = \alpha_j^{pendiente-1} \quad (7)$$

Donde  $b_j^*$  es el peso sin ponderar para los coeficientes de la j-ésima zona inmóvil y *pendiente* refiere a la recta que se obtiene cuando se grafica en escala logarítmica la curva de variación de almacenamientos, que sigue la ley de potencias utilizada. Los pesos se normalizan mediante las siguientes ecuaciones:

$$b_{total}^* = \sum_{j=1}^N b_j^* \quad (8)$$

$$b_j = \frac{b_j^*}{b_{total}^*} \quad (9)$$

Y el coeficiente de almacenamiento para cada zona inmóvil se estima mediante la ecuación que sigue:

$$S_{im,j} = b_j \cdot S_{im, TOTAL} \quad (10)$$

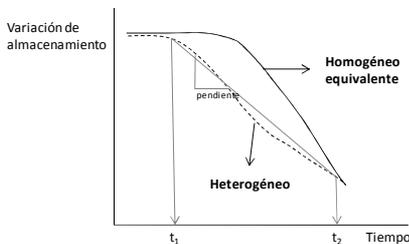
Donde  $S_{im, TOTAL}$  es el almacenamiento total atribuible a todas las zonas inmóviles y se estima como un porcentaje del almacenamiento utilizado en los ensayos de bombeo de los

campos heterogéneos:

$$S_{\text{heterogéneo}} = S_m + S_{im, \text{TOTAL}} \quad (11)$$

Los parámetros  $t_1$ ,  $t_2$  y *pendiente* de la ley de potencias se obtienen a partir de curvas de variación de almacenamiento o flujos observados en los medios heterogéneos ensayados a lo largo del tiempo en escala semi logarítmica. Dichos flujos se obtuvieron mediante balance de masa en volúmenes de control concéntricos al pozo de bombeo.

En la Figura 3 se muestra una curva típica de variación de almacenamiento en el volumen de control concéntrico en el campo heterogéneo respecto a la respuesta de un medio homogéneo equivalente. El tiempo  $t_1$  es el tiempo a partir del cual se identifica que comienza la ley de potencias, y el tiempo  $t_2$  donde termina, representando el tiempo para el cual las zonas inmóviles entrarían en equilibrio con la zona móvil.



**Figura 3.** Esquema típico de variación de almacenamiento para un campo heterogéneo y su homogéneo equivalente, utilizada para la estimación de parámetros de la función de memoria.

### Aplicación de la ecuación de flujo equivalente

Seguidamente, se resolvió la ecuación de flujo radial equivalente mediante un código de diferencias finitas escrito en Fortran 90 para  $N$  zonas inmóviles asociadas a cada celda del dominio de cálculo.

La formulación matemática se llevó a coordenadas radiales ya que por simetría axial el problema a resolver se convierte en unidimensional reduciendo substancialmente los tiempos de cálculos. La ecuación de gobierno en función del radio,  $r$ , con el término adicional de almacenamiento queda de la forma:

$$S_m \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{j=1}^N S_{im,j} \frac{\partial h_{im,j}}{\partial t} = T \left[ \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \right] \quad (12)$$

Esta ecuación se discretizó en diferencias finitas y el sistema discreto de ecuaciones se resolvió mediante el algoritmo directo de Thomas para el caso de matrices tridiagonales (Pinder y Gray, 1977).

## Resultados

### Validación de la formulación equivalente con la solución analítica de Boulton

Boulton (1955) desarrolló una solución analítica para flujo radial no estacionario de un pozo de bombeo que evidencia un drenaje diferido desde el almacenamiento, donde el drenaje diferido proviene de una capa compresible de material fino intercalado dentro de un acuífero artesiano que se encuentra confinado por capas impermeables horizontales.

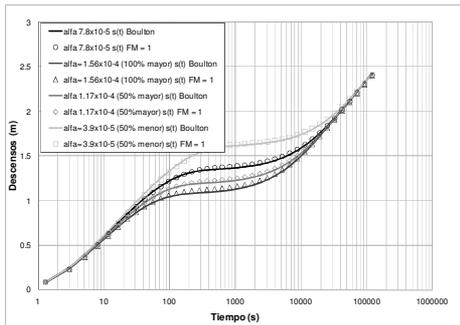
Partiendo de la ecuación clásica de flujo en coordenadas radiales, utilizando una serie de hipótesis y herramientas matemáticas como Transformada de Laplace y funciones de Bessel, Boulton (1955) arribó a la solución analítica:

$$s_1 - s = \frac{Q}{4\pi T} [\ln \eta + Ei(-\alpha t) - Ei(-\eta \alpha t)] \quad (13)$$

donde  $(s_1 - s)$  representa la corrección a ser sustraída del descenso teórico estimado mediante la solución de Theis, utilizando los parámetros  $T$  y  $S$ , para obtener el descenso correcto  $s$ , provocado en la situación con drenaje diferido.  $\eta$  es la relación del coeficiente de almacenamiento total efectivo al coeficiente de almacenamiento asociado con un drenaje

instantáneo =  $\frac{S_m + S_{im}}{S_m}$ .  $Ei$  es la función exponencial integral que se resuelve mediante rutinas desarrolladas en FORTRAN (Zhang y Jin, 1996). Y  $\alpha$  es una constante empírica que equivale a la tasa de transferencia de primer orden.

El código numérico se testeó con  $N=1$  para diferentes valores de  $\alpha$  indicados en la Figura 4, donde se puede observar que el ajuste fue satisfactorio. La ecuación (13) es una aproximación para radios de observación pequeños, por lo que se implementó la misma para un radio de 0.5 m, respecto al pozo de bombeo.



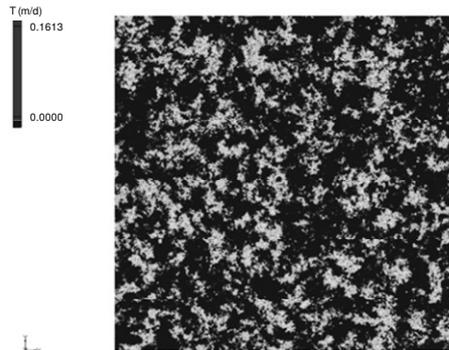
**Figura 4.** Validación del código numérico que incluye la formulación equivalente con la solución analítica de Boulton para diferentes valores del parámetro  $\alpha$ .

### Campos simulados y respuestas observadas

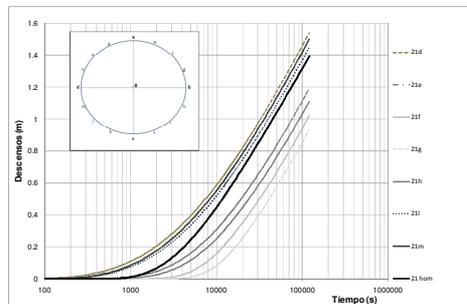
Se generaron 6 campos, para tres escalas integrales diferentes ( $l=7, 10$  y  $30$  m, donde  $l=a/3$ ), y dos valores de varianzas ( $2$  y  $4$ ) para cada uno de ellos. A mayor escala integral se obtiene una mayor continuidad espacial y a mayor varianza, mayor variabilidad de la  $T(x)$  respecto al valor medio. El campo de escala integral  $7$  y varianza  $4$  se muestran en la Figura 5.

Se colocaron puntos de observación equidistantes del pozo de bombeo a diferentes radios ( $7, 14, 21, 35$  y  $70$  m). La Figura 6 muestra el abanico de respuestas típicas de los descensos observados en el medio heterogéneo para algunos de los puntos ubicados en el perímetro de un círculo de radio de  $21$  m y la respuesta de un medio homogéneo equivalente (línea negra de mayor espesor). En la misma figura se presenta un esquema de distribución de los puntos de observación respecto del pozo de bombeo.

Dependiendo de la ubicación del pozo de observación y la conectividad que presenta con el pozo de bombeo, los descensos se ven acelerados o desacelerados respecto de la respuesta del campo homogéneo con una transmisividad equivalente, a causa del drenaje diferido y/o conectividad que provoca la heterogeneidad. Al final de la simulación, los descensos máximo, promedio y mínimo observados fueron  $1.53$  m,  $1.35$  m y  $0.93$  m, respectivamente. Este tipo de respuestas son las que se quieren evaluar con la formulación equivalente a los fines de clarificar si el grado de conectividad generado por la heterogeneidad del medio estaría relacionado con el fenómeno de drenaje diferido.



**Figura 5.** Campo de transmisividad generado a partir de modelos gaussianos multivariados, de escala integral  $7$  y varianza  $4$ .



**Figura 6.** Descensos en algunos puntos de observación para el campo heterogéneo  $l=7$  y varianza  $= 4$ , a un radio de  $21$  m del pozo de bombeo. La línea negra de mayor espesor representa el descenso teórico de un campo homogéneo con una transmisividad equivalente.

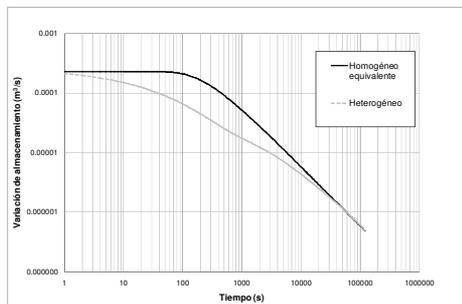
### Estimación de parámetros y aplicación de la formulación equivalente

Debido a la limitante de extensión de este trabajo, solo se muestra la aplicación a un campo en particular, el generado con una escala integral de  $7$  m y una varianza de  $4$  ( $l=7, var=4$ ).

El valor resultante de la transmisividad equivalente para dicho campo fue de  $T_{eq} = 4.7 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  la que fue utilizada como transmisividad del modelo de flujo equivalente. Como coeficiente de almacenamiento total se mantuvo el utilizado en la simulación del campo heterogéneo ( $9.4 \times 10^{-4}$ ), prorrateando un  $10\%$  a la zona móvil y un  $90\%$  a la zona inmóvil.

Los tiempos  $t_1$  y  $t_2$  que marcan el inicio y final del período de drenaje diferido se infirieron a partir de la curva de la Figura 7. En este caso, el  $t_1$  fue aproximadamente 100 s y el  $t_2$  30000 s, con una pendiente de -1.6764. Con dicha información se estimó la distribución de parámetros de la FM según el método explicado con anterioridad.

Una vez obtenida la estimación previa de todos los parámetros involucrados en la formulación con FM se realizó el cálculo. La Figura 8 muestra los descensos calculados mediante el modelo equivalente en la zona móvil y en algunas de las 20 zonas inmóviles, a un radio de 21 m. El descenso máximo calculado fue de 1.31 m, el descenso promedio 1.29 m, y el descenso mínimo 1.17 m.

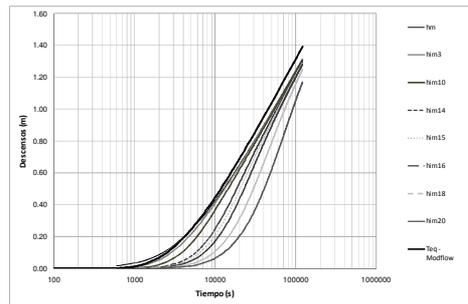


**Figura 7.** Curva de variación de almacenamiento vs. tiempo para el campo  $l=7$  y varianza=4. La línea negra corresponde al campo homogéneo con una transmisividad equivalente.

Conceptualmente, a tiempos prolongados, el modelo de MRMT tiende a un nuevo equilibrio en el sistema, cuando los niveles en la zona móvil son similares a los de las zonas inmóviles y las tasas de transferencia disminuyen. Se puede decir que tiende a un escenario de medio homogéneo equivalente y es lo que se evidencia en las curvas de descensos de la Figura 8, donde todas tienden a coincidir con el comportamiento asintótico del descenso para el caso homogéneo equivalente con transmisividad  $T_{eq}$  y almacenamiento  $S_{heterogéneo}$ .

Además, los descensos calculados son menores al homogéneo equivalente aunque dentro del mismo orden del promedio de los descensos observados. En contrapartida, los descensos observados en el campo heterogéneo para el mismo radio (Figura 6) son mayores al caso homogéneo equivalente para algunos puntos y menores para otros, y todos tienden a un comportamiento asintótico que es siempre paralelo (y no coincidente) al

obtenido para el caso homogéneo equivalente. De ello se inferiría que los puntos de observación con mayores descensos respecto al caso homogéneo equivalente estarían más conectados al pozo de bombeo y no estarían afectados por drenaje diferido; por el contrario, los puntos cuyos descensos son menores al homogéneo equivalente, dada la falta de conectividad con el pozo de bombeo, estarían afectados por un drenaje diferido desde las zonas menos permeables entre el pozo y tales puntos, situación que el modelo de flujo equivalente reproduce bien.



**Figura 8.** Descensos obtenidos mediante el modelo equivalente para la zona móvil y algunas zonas inmóviles, a un radio = 21 m, y descenso obtenido mediante Modflow en un campo homogéneo con la  $T_{eq}$  del campo heterogéneo testeado.

Si bien el modelo de flujo equivalente tiende a capturar en cierta medida el espectro de curvas de descensos observadas es evidente que aún resta optimizar la parametrización del modelo equivalente, ya que resulta muy difícil capturar fehacientemente las curvas de descensos de cada uno de los puntos de observación.

## Conclusiones

Ajustes preliminares del modelo equivalente demuestran que la formulación de no equilibrio podría constituir una buena alternativa para representar el drenaje diferido asociado a ciertas estructuras de la heterogeneidad espacial.

Sin embargo, aún resta optimizar la parametrización utilizada para el término de FM. La ley de potencias que se implementó en este trabajo fue utilizada en problemas de transporte mediante las curvas de llegada de solutos, por

lo que quizás no sea la adecuada para problemas de flujo radial.

Se debe resaltar que las simulaciones abordadas en este trabajo intentan reproducir una situación real con campos de transmisividad de relativa complejidad y ensayos de bombeo de duración suficiente para "testear" un amplio espectro de escalas espaciales de la heterogeneidad de los campos generados. Por ende, el análisis del drenaje diferido, a partir del ajuste del modelo equivalente a los descensos "observados" constituye un desafío que ha tenido pocos precedentes en la literatura especializada y resulta promisorio tanto para investigaciones futuras como para aplicaciones de la práctica ingenieril.

Por último, en la actualidad se está analizando la aplicabilidad del modelo equivalente en régimen de flujo regional, donde no hay limitaciones de dominio a simular ni efectos por condiciones de borde, esperando obtener una metodología más apropiada para la estimación de los parámetros, o eventualmente formular un modelo equivalente más certero.

## Referencias

- Boulton, N.S. 1955. Unsteady radial flow to a pumped well allowing for delayed yield from storage, International Association of Scientific Hydrology, pub.37.
- Carrera, J., X. Sánchez-Vila, I. Benet, A. Medina, G. Galarza, J. Guimera. 1998. On matrix diffusion: formulations, solution methods and qualitative effects, Hydrogeology Journal, 6(1), 178-190.
- Cooper, H., Jacob C. 1946. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history. Eos Trans., AGU, 27(4), 526-534.
- Deutsch, C., Journel, A. 1992. GSLIB. Geostatistical Software Library. Oxford University Press, New York.
- Freeze A., Cherry, J. 1979. Groundwater. Prentice Hall. 604 pp.
- GMS V 8.0. 2011. Brigham Young University. Aquaveo Inc., USA.
- Gómez, A. 2012 Ecuación de flujo equivalente para medios porosos saturados heterogéneos. Tesis doctoral. Universidad Nacional del Litoral.
- Haggerty, R., Gorelick, S.M. 1995. Multiple-rate mass transfer for modelling diffusion and surface reactions in media with pore-scale heterogeneity. Water Resources Research 31(10), 2383-2400.
- Harbaugh, A.W., E.R., Banta, M. Hill y M. Mc Donald. 2000. MODFLOW 2000-The U.S. Geological Survey Modular Ground-Water Model-User Guide to Modularization Concepts and The Ground-Water Flow Process. U.S. Geological Survey, open-file report 00-92.
- Pinder, G.F. and Gray, G. 1977. Finite element simulation in surface and subsurface hydrology, Academic Press, New York, p.295.
- Prudic D.E. 1989. Documentation of a computer program to simulate stream-aquifer relations using a modular, finite difference, ground-water flow model: U.S. Geological Survey Open-File Report 88-729, 113 p.
- Samper, F.J., J. Carrera. 1990. Geostatística. Aplicaciones a la Hidrogeología Subterránea. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona.
- Silva, O.; Carrera, J.; Dentz, M.; Kumar, S.; Alcolea, A.; Willmann, M. 2009. A general real time formulation for multi-rate mass transfer problems. Hydrology and Earth System Sciences, 13: 1 - 13.
- Theis, C. 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. Trans. American Geophysical Union, 2: 519 - 524.
- Willmann, M., Carrera, J., Sánchez-Vila, X. 2008. Transport upscaling in heterogeneous aquifers: what physical parameters control memory functions? Water Resources Research, 44, doi: 10.1029/2007WR006531.
- Zhang, S. y Jin, J. 1996. Computation of special functions. University of Illinois at Urbana-Champaign. John Wiley & Sons, Inc.