

UNIVERSIDAD: Universidad Nacional de La Plata

COMITÉ ACADÉMICO: Matemática aplicada

TÍTULO DEL TRABAJO: **MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAR LOS TIEMPOS DE ESTERILIZACIÓN DE ALIMENTOS LÍQUIDOS ENVASADOS EN FRASCOS DE DIVERSOS TAMAÑOS.**

Palabras Claves: alimentos líquidos, fluidodinámica computacional, tiempos de esterilización.

Palabras chave: alimentos líquidos, fluidodinâmica computacional, tempo de esterilização.

AUTOR: Alejandro Lespinard y Pablo Salgado.

CORREO ELECTRÓNICO DEL AUTOR: alespinard@cidca.org.ar

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente existe un gran número de estudios sobre el análisis y modelado matemático de la transferencia de calor durante el tratamiento térmico de alimentos envasados. Si bien en estos procesos la transferencia de calor puede desarrollarse por conducción o por convección natural o forzada, dependiendo de la estructura del alimento y características del sistema de calentamiento, la mayoría de los trabajos hacen referencia al calentamiento por conducción, dejando de lado al mecanismo convectivo sobre el cuál existen muy pocos trabajos experimentales (Akterian et al., 1994). Esta carencia de información es debida, entre otras causas, a las dificultades que implican resolver las ecuaciones diferenciales que gobiernan la transferencia de calor por convección y su relación con los patrones y perfiles de tiempo y temperatura, en las diferentes zonas o regiones del envase que contiene al alimento (Welti et al., 2005).

Para esto la fluidodinámica computacional (FDC) resulta una valiosa herramienta para el análisis de la transferencia de calor por convección durante la esterilización de conservas líquidas. Sin embargo las industrias procesadoras no siempre disponen de esta herramienta de cálculo o de personal capacitado para llevar a cabo dichas simulaciones. Por otro lado los sensores de temperatura utilizados frecuentemente en las industrias son de gran tamaño, lo cual influye en el patrón de movimiento por convección del líquido dentro del envase y por consiguiente en la distribución de temperaturas. Además, en producciones a pequeña escala es frecuente el empleo de recipientes de vidrio con distintas dimensiones. Por lo tanto, el desarrollo de un modelo matemático simple que permita determinar los tiempos de proceso en función del tamaño del envase será de suma utilidad para los procesadores de conservas.

En este estudio se describe la esterilización de alimentos de alta viscosidad, envasados en recipientes de vidrio de diversas dimensiones calentados con perfil de temperatura externa variable (característica de autoclaves de baja capacidad). Los objetivos de este trabajo fueron los siguientes: (i) obtener los perfiles de temperatura y velocidad para diferentes volúmenes de envases (360 y 660 cm³) y diferentes dimensiones (distintas relaciones altura/diámetro (H/D) para igual volumen (V)) (ii) desarrollar un modelo matemático que permita estimar en forma práctica y sencilla los tiempos de proceso necesarios para alcanzar inocuidad en cada sistema.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. *Formulación del problema*

Alimento líquido modelo

En este estudio se empleó un dominio de simulación 2D-axisimétrico para recipientes cilíndricos de vidrio de diferentes tamaños y relaciones H/D. (Tabla1).

Volumen	(660 cm ³)		(360 cm ³)	
Altura: H (cm)	Diámetro:D (cm)	H/D	Diámetro: D (cm)	H/D
8.0	11.32	0.70	8.57	0.97
10.0	10.16	0.98	7.71	1.38
12.0	9.31	1.28	7.09*	1.84
13.7	8.75*	1.56	--	--
14.0	8.66	1.61	6.60	2.34
15.1	8.36*	1.80	--	--
16.0	8.14	1.96	6.22	2.87
18.0	7.71	2.33	5.90	3.44
20.0	7.35	2.72	5.64	4.05

Tabla 1. Dimensiones y relaciones H/D de los envases empleados en los modelos de simulación.

*Envases disponibles en el mercado y frecuentemente utilizados en conservas.

Carboximetil celulosa sódica (CMC) suspendida en agua (0.85% p/p), fue empleada como modelo de un alimento líquido de alta viscosidad (como sugiere Steffe et al. (1986)), y sus propiedades dadas por Ghani et al. (1999) (Tabla 2) fueron utilizadas en la simulación.

Propiedad	Valor
Densidad (ρ)	950 kg m ⁻³
Calor específico (C_p)	4100J kg ⁻¹ K ⁻¹
Conductividad térmica (k)	0.7 W m ⁻¹ K ⁻¹
Coefficiente de expansión volumétrico (β)	0.0002 K ⁻¹
Viscosidad (μ)	4.135-6.219 10 ⁻² T+2.596 10 ⁻⁴ T ² Pa s

Tabla 2. Propiedades de CMC (0.85 % p/p) reportadas por Ghani et al. (1999) empleadas en el modelo de simulación.

Los alimentos son generalmente no-Newtonianos y su viscosidad depende de la velocidad de deformación y la temperatura. Debido a la alta viscosidad de la CMC, las velocidades que desarrolla el líquido son muy bajas y por consiguiente también las velocidades de

deformación, siendo del orden de 0.01 s^{-1} (Ghani et al, 1998). A los valores de velocidades de deformación observados en nuestro trabajo la viscosidad puede asumirse independiente de la velocidad de deformación y el fluido considerarse Newtoniano. Por lo anterior, en la simulación la viscosidad de la CMC fue considerada solamente variable con la temperatura. La variación de la densidad con la temperatura sólo se consideró en el término de flotación (aproximación de Boussinesq) mediante el empleo de la ecuación 1:

$$\rho_{ref}g[1 - \beta(T - T_{ref})] \quad (1)$$

donde β es el coeficiente de expansión térmica del líquido, ρ_{ref} y T_{ref} son la densidad y la temperatura a la condición de referencia.

Para líquidos viscosos, como la CMC, la fuerzas viscosas son grandes, comparadas con las fuerzas de flotación, por lo que el número de Grashof es bajo ($10^{-2} - 10^{-1}$), indicando que el flujo por convección natural es laminar.

2.2. Modelo de simulación:

Las ecuaciones diferenciales parciales de Navier-Stokes que gobiernan el movimiento convectivo natural del fluido con propiedades termofísicas constantes (ecuaciones 2, 3 y 4), en coordenadas cilíndricas, fueron empleadas para describir el sistema y se acoplaron al balance de energía (ecuación 5); donde u y v representan las componentes del vector velocidad en las dirección vertical y radial respectivamente. (Bird et al., 1976)

Ecuación de continuidad:
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0 \quad (2)$$

Balance de energía:
$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k}{\rho c_p} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (3)$$

Balance de momento en dirección vertical (z) con la aproximación de Boussinesq:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + \rho_{ref}g[1 - \beta(T - T_{ref})] \quad (4)$$

Balance de momento en la dirección radial (r):

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (5)$$

Condiciones iniciales y de contorno:

El procesamiento térmico consistió de una etapa inicial de calentamiento de aproximadamente 30 minutos donde la temperatura del autoclave (T_e) aumenta desde temperatura (aproximadamente 20°C) ambiente hasta 121°C . Esta etapa es seguida de un

segundo período durante el cual la temperatura se mantiene prácticamente constante. Este perfil sigmoideo de temperatura es característico de autoclaves tipo batch, frecuentemente utilizadas por pequeños productores de conservas.

Contorno lateral: $r = R_e$, $T=T_e(t)$, $u = 0$, $v = 0$, para $0 \leq z \leq H$.

Contorno inferior $z = 0$, $T=T_e(t)$, $u = 0$, $v = 0$, para $0 \leq r \leq R_e$.

Contorno superior $z = H$, $T=T_e(t)$, $u = 0$, $v = 0$, para $0 \leq r \leq R_e$.

Condición de simetría, en $r = 0$ $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$, $\frac{\partial u}{\partial r} = 0$, $v = 0$, para $0 \leq z \leq H$.

Inicialmente el fluido no se desplaza y su temperatura es uniforme, $T = T_s$, $u = 0$, $v = 0$ para $0 \leq r \leq R_e$, $0 \leq z \leq Z$.

Este modelo fue resuelto por medio del método de elementos finitos (COMSOL AB).

Simplificaciones:

Para simplificar el problema se asumieron las siguientes consideraciones: (a) simetría axial, lo cual reduce el problema de 3D a 2D; (b) la generación de calor por disipación viscosa es despreciable, debido al empleo de un líquido altamente viscoso con muy bajas velocidades; (c) es válida la aproximación de Boussinesq; (d) el calor específico (C_p), conductividad térmica (K), y coeficiente de expansión volumétrico son constantes (β); (e) la viscosidad es función de la temperatura $\mu(T)$; (f) la condición de no-desplazamiento sobre las paredes del frasco y la tapa es válida; (g) la resistencia a la transferencia de calor de la tapa metálica es despreciable; (h) Las propiedades térmicas del frasco de vidrio son constantes ($C_p = 720 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $k = 0.8 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $\rho = 6400 \text{ kg m}^{-3}$).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la figura 1 se muestran los perfiles de temperatura y de velocidad (por medio de vectores) para cuatro envases de diferentes dimensiones, luego de 3000 segundos de iniciado el calentamiento. En todos ellos se observa como el líquido en contacto con la pared del frasco, se encuentra a mayor temperatura que el resto del contenido. Esta diferencia en temperaturas se traduce en diferencias de densidades, lo cual genera fuerzas de flotación y movimiento en el fluido. Las fuerzas de flotación producen un flujo ascendente en el líquido de menor densidad que se encuentra cerca de la pared del frasco. Este líquido caliente es deflectado por la tapa, desplazándose radialmente hacia el centro y luego hacia abajo, generándose un flujo recirculante. Debido a esto, la zona de calentamiento lento (ZCL) se desplaza hacia el fondo del envase (ver tabla 3). En la figura 1 también puede observarse que las velocidades axiales desarrolladas son mayores para los envases con una relación altura/diámetro (H/D) alta, que cuando dicha relación es baja. Por otro lado como es de esperar los envases de 660 cm^3 (Figura 1a y 1b) alcanzan mayores temperaturas que los de

360 cm³ (Figura 1c y 1d).

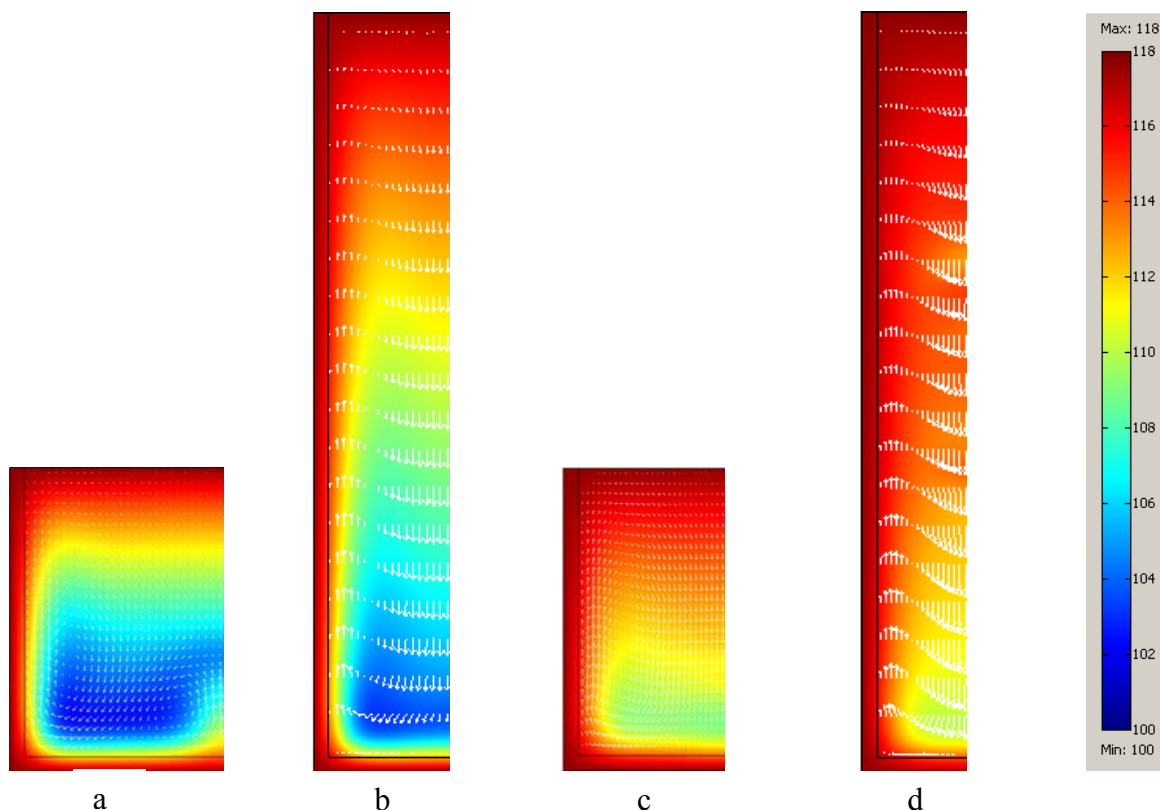


Figura 1. Perfiles de temperaturas y velocidades para los siguientes envases: a) H= 8cm y D = 11.32cm b) H= 20cm y D= 7.35cm , c) H= 8cm y D= 8.57cm, d) H= 20cm y D=5.64cm, luego de 3000 segundos de iniciado el calentamiento.

En la tabla 3 se muestra la localización de la zona de calentamiento lento (ZCL) y se observa que esta depende del volumen del frasco y de la relación altura/diámetro.

Altura del envase (cm)	660 cm ³		360 cm ³	
	% de la altura	% del radio	% de la altura	% del radio
8.0	14.47	74.16	13.15	56.64
10.0	10.42	70.52	10.42	52.08
12.0	9.48	68.12	9.48	50.89
13.7	9.02	65.40	--	--
14.0	8.09	66.13	7.35	41.33
15.1	7.48	63.47	--	--
16.0	6.41	65.3	5.77	40.57
18.0	7.39	57.87	5.11	27.46
20.0	5.61	58.02	4.08	26.55

Tabla 3. Localización del centro térmico, como porcentaje de la altura y radio del frasco, para las distintas geometrías.

Dicha zona se desplaza hacia los laterales, variando entre 26.55 y 74.16% del radio del

contenedor. Además se produce un desplazamiento hacia el fondo del envase, entre 4.08 y 14.47% de la altura del frasco. Este comportamiento encuentra explicación en la circulación interna del fluido generada por gradiente de densidades y en la diferencia en los valores de conductividad térmica de la tapa (metálica) respecto de los del fondo del envase (vidrio). Al comparar con bibliografía, otros autores (Zechman & Plug, 1989; Datta & Teixeira, 1988; Ghani et al., 1999 y Kumar & Bhattacharya, 1991) han reportado valores diferentes (10-15%) a los encontrados en este trabajo para las mismas dimensiones pero empleando envases metálicos (latas) y temperaturas externas constantes.

En la figura 2 se presentan las velocidades axiales máximas desarrolladas en función de la relación H/D, correspondientes a todos los envases estudiados, a los 1500 segundos de iniciado el calentamiento. Las magnitudes de estas fueron del orden de 10^{-4} m s^{-1} similares a las encontradas por Ghani et al. (1999) para el mismo líquido pero condiciones de contorno constante (121°C). En esta se puede observar que estas velocidades aumentan con la relación H/D para envases de 360 cm^3 de volumen, mientras que para los de 660 cm^3 también lo hacen pero de forma menos pronunciada, incluso disminuye cuando la relación altura- diámetro es alta.

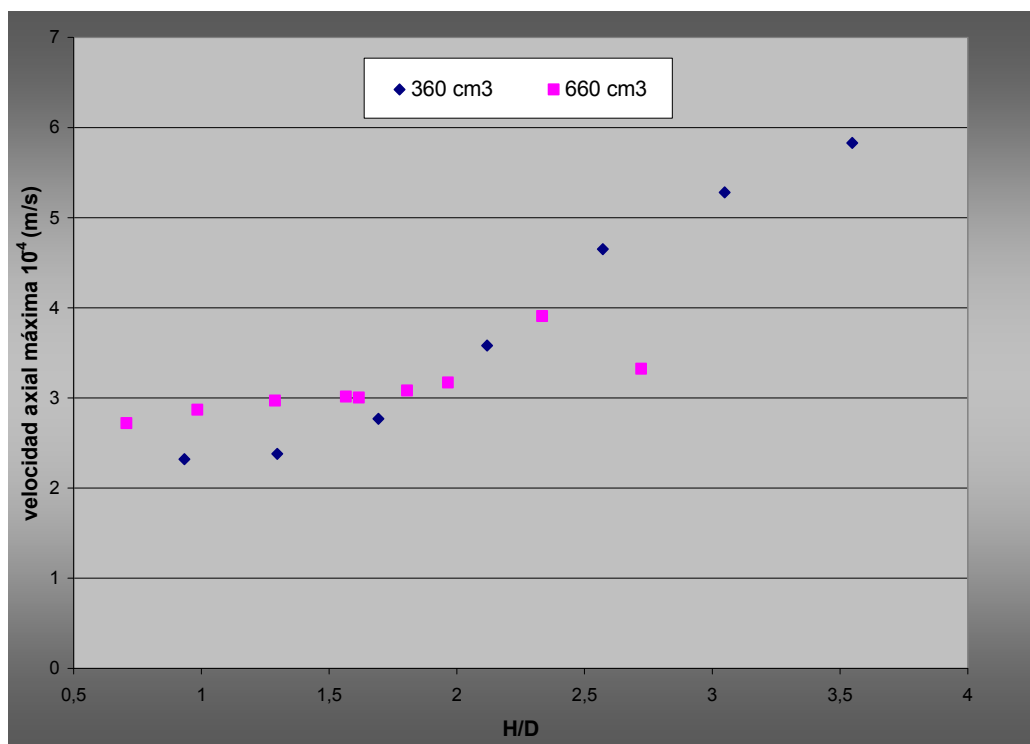


Figura 2. Velocidades axiales máximas, luego de 1500 s de iniciado el calentamiento, para distintas relaciones H/D.

En la figura 3 se presenta la variación de la relación área/volumen con la relación altura/diámetro, en la misma se observa que para una relación de $H/D = 1$, el área por unidad de volumen es mínima.

Durante el calentamiento convectivo de este tipo de alimentos la zona de calentamiento lento (ZCL) no tiene una localización constante, la misma cambia con el tiempo y a su vez varía con las dimensiones del envase. En este estudio se consideró al punto de menor temperatura en el dominio como la ZCL, a un tiempo de 3000 s. Para la estimación del tiempo de esterilización se calculó el tiempo que tarda, el punto más frío, en alcanzar una letalidad acumulada (F_{100}^{15}) de 1,55 minutos, para este tipo de alimentos. En la figura 4 se presentan los tiempos de proceso estimados en función de las relaciones H/D correspondientes a los distintos envases. Para los envases de 660 cm³ se estimaron tiempos de esterilización en un rango de 2355 a 2625 segundos. El mismo aumenta en forma directa con el valor de H/D para un rango de 0.70 a 1.28 donde a su vez la relación área/volumen disminuye como se muestra en la figura 3. Para el rango de 1.28 a 2.33 la relación A/V aumenta y por ende los tiempos de procesos estimados son menores (ver figura 3).

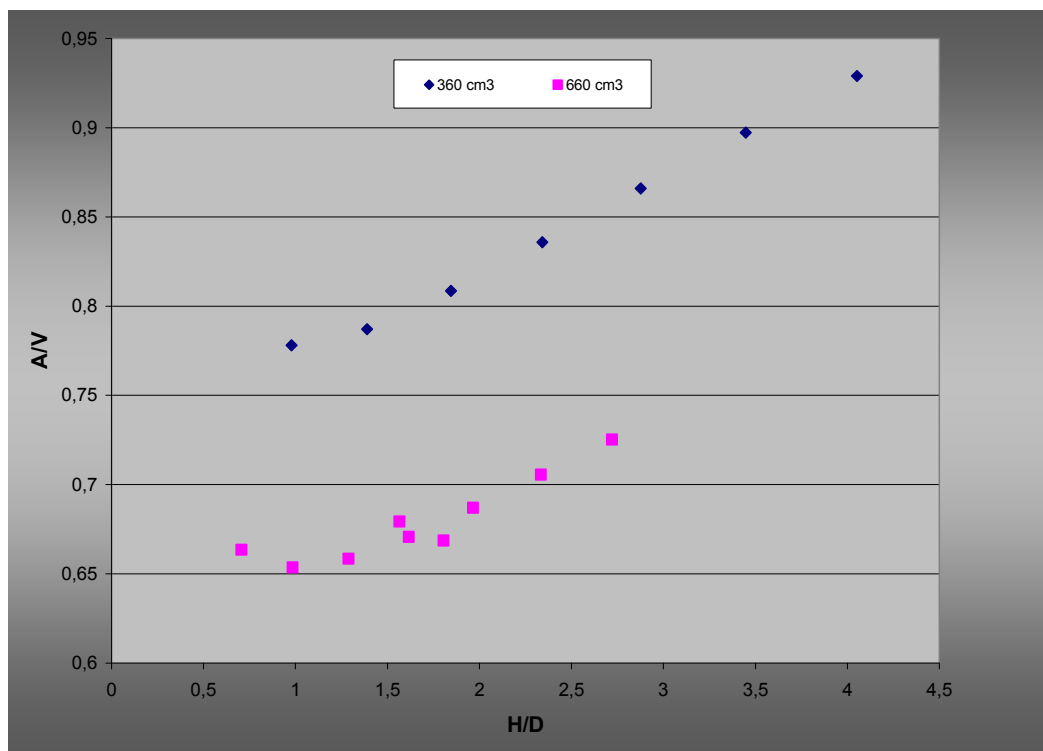


Figura 3. Variación de A/V vs. H/D

Este comportamiento podría explicarse por el hecho que la velocidad de calentamiento de un cuerpo varía directamente con el área por unidad de volumen. Si bien el tiempo estimado para un H/D de 2.72 no condice con lo dicho anteriormente, esto podría deberse a una disminución en el movimiento convectivo del fluido el cual es evidenciado en la figura 4. Por su parte los envases de 360 cm³ presentaron, como era de esperar, tiempos de proceso menores (2175 – 2310 segundos) que los de 660 cm³. En este caso los mismos tuvieron un

similar comportamiento aunque menos pronunciado, en la variación del tiempo de esterilización con H/D, que los anteriores. Cabe destacar que el menor tiempo estimado de esterilización se encontró para los volúmenes de 360 cm³ y 660 cm³ en aproximadamente la misma relación H/D (2.34 y 2.33, respectivamente).

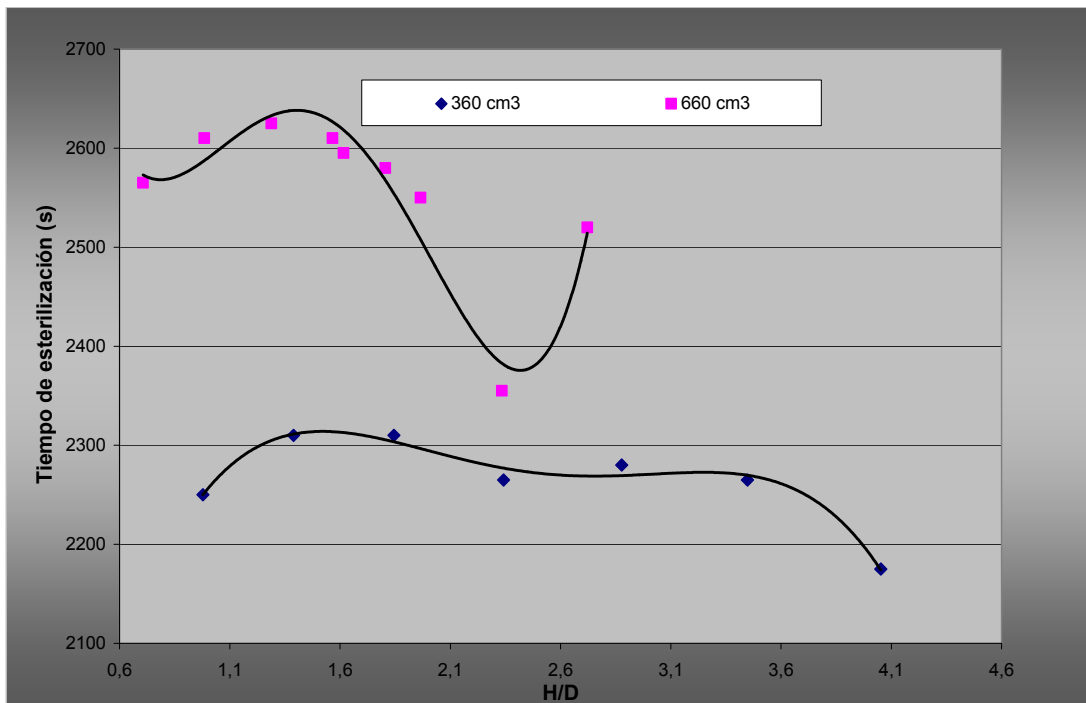


Figura 4. Variación del tiempo de esterilización en función H/D para frascos de 360 y 660 cm²

A los fines prácticos de la estimación del tiempo de proceso en función de las dimensiones del envase, se desarrolló un modelo matemático de regresión polinomial de la siguiente forma:

$$t_{\text{proceso}} = a (H/D)^4 + b (H/D)^3 + c (H/D)^2 + d (H/D) + e$$

En la tabla 4 se presentan los valores de a, b, c, d y e y los coeficientes de correlación (R²) para los dos volúmenes de envases estudiados.

Volumen (cm ³)	a	b	c	d	e	R ²
360	-32.36	324.69	-1170.52	1762.64	1371.59	0.974
660	336.75	-2069.44	4312.33	-3598.54	3608.79	0.922

Tabla 4. Valores de los parámetros del modelo de regresión y coeficientes de correlación.

4. CONCLUSIONES

Se simularon por medio del método de elementos finitos los perfiles de temperatura y velocidad durante el calentamiento convectivo de un alimento líquido viscoso envasado en

frasco de vidrio, de distintos volúmenes y dimensiones. Con esto se determinó la localización del punto más frío para cada caso y a su vez el tiempo esterilización necesario para alcanzar inocuidad. A su vez se desarrolló un modelo de predicción del tiempo de esterilización en función de las dimensiones del envase. El mismo puede encontrar potencial aplicación, en el diseño de procesos térmicos, en pequeñas industrias conserveras, donde la variación del tamaño del envase es frecuente y por lo general no se dispone de software de FDC como herramienta de cálculo.

5. REFERENCIAS

- Akteriam S. Numerical simulation of unsteady heat conduction in arbitrary shaped canned foods during sterilization processes. *Journal of Food Engineering*, 21: 343-354, 1994.
- Bird R., Stewart W y Lightfoot E. Transport Phenomena. John Wiley and Sons, New York, 1976.
- COMSOL AB. COMSOL Multiphysics User's Guide. Version: September 2005, COMSOL 3.2.
- DATTA A. y TEIXEIRA A. Numerically Predicted Transient Temperature and Velocity Profiles During Natural Convection Heating of Canned Liquid Foods. *Journal of Food Science*, 53: 191-195, 1988.
- GHANI A., FARID M., CHEN X., RICHARDS, P. Numerical simulation of natural convection heating of canned food by computational fluid dynamics. *Journal of Food Engineering*, 41: 55-64, 1999.
- GHANI A., FARID M., CHEN X., RICHARDS, P. Numerical simulation of transient temperature and velocity profiles in a horizontal can during sterilisation using computational fluid dynamics. *Journal of Food Engineering*, 51: 77-83, 2002.
- GHANI, A.G. A Computer Simulation of Heating and Cooling Liquid Food during Sterilization Process Using Computational Fluid Dynamics. *Association for Computing Machinery New Zealand Bulletin*, 2, n. 3, 2006.
- KUMAR, A.; BHATTACHARYA, M. Transient temperature and velocity profiles in a canned non-Newtonian food during sterilisation in still-cook retort. *Int. J. Heat Mass Transfers*, 34: 1083-1096, 1991.
- MARRA, F.; ROMANO, V. Canned food sterilization: analysis of low-acid food and acid food processing with a fem approach. *Proceedings of the 2nd International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*: Federal University of Rio de Janeiro, Brazil, 2001.
- MIRI T., TSOUKALAS A., BAKALIS S., PISTIKOPOULOS E., RUSTEM B., FRYERS P. Global optimization of process conditions in batch thermal sterilization of food. *Journal of Food Engineering*, 87: 485-494, 2008.
- NORTON T., SUN, D. Computational fluid dynamics (CFD) – an effective and efficient desing and analysis tool for the food industry: A review. *Trends in Food Science & Technology*, 17: 600-620, 2006.
- RABIEY L., FLICK D., DUQUENOY A. 3D simulations of heat transfer and liquid flow during sterilisation of large particles in a cylindrical vertical can. *Journal of Food Engineering*, 82: 409-417, 2007.
- STEFFE J., MOHAMED E., FORD E. Rheological Properties of fluid foods: data compilation, in: M.R. OKOS (Ed.), *Physical and Chemical Properties of Foods*, American Society of Agricultural Engineering, St. Joseph, MI, 1986.
- VARMA M., KANNAN A. Enhanced food sterilization through inclination of he container walls and geometry modifications. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48: 3753-3762, 2005.
- WELTI CHANES J., GÓMEZ PALOMARES O., VERGARA BALDERAS F., ALZAMORA S. Aplicaciones de ingeniería y fenómenos de transporte al estudio de la transferencia convectiva de calor en alimentos envasados. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 4: 89-106, 2005.
- ZECHMAN, L.G. & PFLUG, I.J. Location of the slowest heating zone for natural convection heating fluids in metal containers. *Journal Food Science*, 54:205-209, 1989.