

“ANÁLISIS DEL FUNCIONAMIENTO DE MEDIDORES DE ENERGÍA ELÉCTRICA A PARTIR DE APLICAR LA LEY DE BENFORD”

AUTORES:

Cr. Héctor Rubén MORALES
(hmorales@epec.com.ar)

Marcos Gabriel FISSORE
(mfissore@epec.com.ar)

Empresa Provincial de Energía de Córdoba - EPEC

Junio 2020

Resumen

La Ley de Benford considera que en un conjunto determinado de números más del 30% de estos empiezan con el dígito 1, con el dígito 2 inician casi el 18%, y desciende sucesivamente hasta el 9 donde menos del 5% comienzan con este dígito. Este comportamiento ha sido verificado para conjuntos de números que son objeto de estudio en distintos ámbitos científicos.

El objetivo de este trabajo es verificar si la distribución estadística de Benford se aplica a la lectura de los medidores que registran el consumo de energía eléctrica de usuarios comunes de la Empresa Provincial de Energía de Córdoba.

Los resultados alcanzados confirman esa hipótesis. Bajo esa certeza, el estudio se profundiza analizando si la distribución de Benford se aplica a las lecturas de los medidores agrupados por cada marca y modelo de fábrica, para lo cual se recurre a la medida de ajuste de bondad de la desviación media absoluta (MAD). Se verifica que algunos de estos conjuntos están muy alejados de la distribución, otros menos distantes y muchos próximos al ajuste de la distribución. Las medidas que no logran el ajuste, y según el grado, se interpretan como aquellos medidores que denotan un funcionamiento defectuoso, indicando en la mayoría de los casos, que estos atrasan o registran por debajo del consumo real.

Las conclusiones obtenidas bajo dichos parámetros estadísticos se confirman al ser comparadas con resultados de mediciones y contrastes técnicos en laboratorio de medición. Es decir, el análisis de Benford y la medida MAD resultan ser herramientas eficientes para determinar errores de funcionamiento o de registros de consumos en medidores de electricidad, sirviendo, en consecuencia, a la toma de decisiones para su reemplazo o compra.

Palabras clave: Benford – registros- medidores – electricidad

1- Introducción

La ley que nació hace más de ochenta años del físico Frank Benford se encuentra en pleno estudio y debate sobre su aplicación. Es promovida en distintos ámbitos científicos con la finalidad de verificar si el comportamiento de un conjunto de números, que representan el objeto de estudio, se apega a la misma. Esta ley considera que ciertos dígitos aparecen más frecuentemente que otros en un conjunto determinado de datos. Observa que más del 30% de los números empiezan con el dígito uno, con el dígito dos inician cerca del 18% de los números y, desciende sucesivamente hasta el nueve, a menos del 5% la incidencia como primer dígito de una cifra. También destaca observaciones similares, aunque con frecuencias más estrechas, cuando el análisis se efectúa sobre el segundo dígito del compendio de números estudiados.

Distintas posturas tratan de explicar este patrón de comportamiento que, según se verifica, responde a una función logarítmica (Benford, 1938). Los menos rigurosos sostienen que este fenómeno es sólo la forma en que escribimos los números, como la tesis de Goudsmit y Furry (1944), y hasta la teoría de que ello refleja “la verdad de la naturaleza” (Furlan, 1948).

En los últimos treinta años, algunos estudios analizaron su aplicación sobre datos de la contabilidad con fines de auditoría (Hill, 1995). Consideran que si el comportamiento del conjunto representativo de datos no cumple con la distribución de Benford, puede entenderse la presencia de posibles riesgos de irregularidades o fraudes (Nigrini, 1999). Otros estudios más cercanos a mediciones, como el caso que nos ocupa, consideran que la falta de ajuste a la distribución de Benford puede mostrar ineficiencias operativas o fallas en sistemas (Etteridge y Srivastava, 1999).

El objetivo de nuestro trabajo es verificar si la distribución estadística de Benford se aplica al conjunto de números representados por las lecturas de los medidores de energía eléctrica registradas en distintos momentos del tiempo mientras se encuentran instalados, y en base a ello determinar aquellos aparatos que se encuentran con un funcionamiento defectuoso.

La finalidad primera es la comprobación en sí misma, dado que de la revisión bibliográfica no se advierte un estudio similar. En segundo lugar, se pretende verificar el ajuste a la distribución de Benford por grupos de marca y modelo de medidores de manera clasificar a los medidores según su grado de ajuste a la distribución y con ello identificar a los de funcionamiento defectuoso.

A tal fin se analizan las lecturas de los medidores en distintos rangos de tiempo de entre uno y seis semestres (3 años), abarcando entre 1 millón y 6 millones de lecturas, que comprende un parque de 830.000 medidores discriminados en 51 grupos por marca y modelo de fábrica.

Los resultados obtenidos muestran que la ley de Benford se ajusta de manera total al conjunto de las lecturas de los medidores sin diferenciar marca y tipo. A su vez, cuando el análisis se realiza a nivel de grupos, se observan distintos grados de ajustes. Se advierten casos de medidores electromecánicos que se apartan de manera notable de la distribución de Benford (lo que se verifica por una desviación media absoluta alta) lo que se relaciona con similares valores advertidos en los contrastes técnicos de laboratorio. Ello permite identificar y catalogar a los medidores defectuosos con registro de lecturas en atraso.

El presente trabajo resulta novedoso al contribuir a la revisión general del parque de medidores de electricidad de una empresa distribuidora. En ese sentido, es un estudio empírico que puede servir de base para un análisis más profundo, dado que a prima facie se aplica a la toma de decisiones respecto a los medidores a reemplazar, dejar de comprar o bien orientar las futuras adquisiciones.

2- Revisión bibliográfica

2.1 La Ley de Benford

En 1938 el físico Frank Benford advirtió que su libro de tablas de logaritmos tenía más desgastadas las primeras páginas que las últimas. Dedujo que trabajó más con números cuyas cifras iniciales eran bajas (1, 2 o 3) y menos con aquellas que empiezan con dígitos mayores (7, 8 o 9). Concluyó que la primera cifra de los números no se distribuía de manera uniforme (como podría pensarse).

Benford realizó una comprobación empírica sobre un total de 20.229 números agrupados en 20 muestras muy diversas, entre ellas: longitud de más de 300 ríos, cantidad de habitantes de más de 3.200 ciudades, constantes y magnitudes físicas y químicas (como el peso atómico de los elementos), funciones matemáticas e incluso números de direcciones de calles. A partir de los resultados Benford postuló la “ley de los números anómalos” para la probabilidad de que el *primer dígito* sea *d*. Esta ley logarítmica se conoce como “ley de Benford” que se describe como sigue (Benford, 1938):

$$\text{Prob}(d_1) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{d_1} \right), \quad d_1 = 1, 2, 3, \dots, 9 \quad (1)$$

Si la atención es verificar como se distribuye según la ley de Benford el *segundo dígito*, está dada por la siguiente expresión:

$$\text{Prob}(d_2) = \sum_{k=1}^9 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10k + d_2} \right), \quad d_2 = 0, 1, 2, \dots, 9 \quad (2)$$

De igual manera, matemáticamente, se deducen las fórmulas para la ubicación del *tercer dígito* y siguientes. Los resultados que arroja esta ley respecto a la probabilidad de ocurrencia de los primeros dígitos, se describen en el **Cuadro 1**.

Cuadro 1 – Probabilidad de ocurrencia para cada dígito de acuerdo a la posición que ocupa en un número

Dígito/Posición	Primera	Segunda	Tercera	Cuarta	Quinta o superior
0		11,97%	10,18%	10,02%	10,00%
1	30,10%	11,39%	10,14%	10,01%	10,00%
2	17,61%	10,88%	10,10%	10,01%	10,00%
3	12,49%	10,43%	10,06%	10,01%	10,00%
4	9,69%	10,03%	10,02%	10,00%	10,00%
5	7,92%	9,67%	9,98%	9,99%	10,00%
6	6,69%	9,34%	9,94%	9,99%	10,00%
7	5,80%	9,04%	9,90%	9,99%	10,00%
8	5,12%	8,76%	9,86%	9,99%	10,00%
9	4,58%	8,50%	9,83%	9,98%	10,00%

Fuente: elaboración propia a partir de la Ley de Benford.

Es decir, según la ley el 30,1% de las veces, la primera cifra significativa (el 0 no se presenta) será un 1, mientras (en el otro extremo) sólo un 4,6% de las veces será 9.

Esta ley presenta una propiedad matemática que la hace exclusiva. Es la única ley de probabilidad invariante frente a cambios de escala. Se aplica independientemente de la escala de medición. Arribamos al mismo resultado tanto si trabajamos o convertimos la información multiplicando o dividiendo por una constante, o bien usando datos en kilómetros, millas o metros, kWh o MWh, o en Pesos o Dólares.

Mientras como limitantes principales se cuenta que no es aplicable a un conjunto de números aleatorios como la lotería, o de números asignados, como los números de teléfono celular, las cédulas de identidad o números de cheques, ya que comienzan con números correlativos; o números que fluyen sólo en un rango determinado, como la estatura de las personas.

2.2 Antecedentes de aplicaciones de la Ley de Benford

La aplicabilidad de la ley de Benford es investigada en distintos ámbitos científicos. En el bagaje de estudios realizados, y sólo a título ilustrativo se cuentan: la demostración del ajuste a la ley de las constantes físicas (Burke y Kincanon, 1991), su aplicación como indicador de fiabilidad para evaluar riesgo de toxicidad

AGRANDA, Simposio Argentino de Ciencia de Datos y Grandes Datos (Pepijn de Vries et al., 2013), el uso para la detección de fraudes electorales (Roukema, 2009), y el cumplimiento del postulado sobre la cantidad de seguidores de redes sociales (Golbeck, 2015).

Los desarrollos antes citados emanaron luego de que fuera estudiada su aplicación en las ciencias económicas, y encontrara espacio concreto para su utilidad. Varian (1972), economista, sugiere que la ley de Benford puede usarse como una prueba de la honestidad o validez de datos científicos supuestamente aleatorios en un contexto de ciencias sociales. Hill (1995), aportó una prueba para la ley de Benford, y demostró cómo se aplicaba a los datos bursátiles, las estadísticas del censo y ciertos datos contables. Señaló que la distribución de Benford, como la distribución normal, es un fenómeno observable empíricamente.

Nigrini parece ser el primer investigador en aplicar la ley de Benford de manera amplia a los números de la contabilidad y con el objetivo de detectar posibles fraudes. Sin embargo, la literatura académica es algo cautelosa al hacer afirmaciones sobre la efectividad de los procedimientos basados en la ley de Benford para detectar fraude. En general, se sostiene que si al someter a prueba un conjunto de datos, este no se ajusta a la ley de Benford, sólo puede mostrar ineficiencias operativas o fallas en sistemas, en lugar de precisar un fraude (Etteridge y Srivastava, 1999). Bajo esta óptica se la entiende, entonces, como una orientación concreta a dónde o en qué dirección fijar el énfasis del control.

3. Objetivo del estudio:

El objetivo principal es verificar si la distribución estadística de Benford se aplica al conjunto de números representados por las lecturas de los medidores de energía eléctrica registradas en distintos momentos del tiempo mientras se encuentran instalados.

En base a ello, el objetivo secundario es determinar con cierto rigor científico, aquellos aparatos que se encuentran con un funcionamiento defectuoso.

4. Metodología

4.1 Fuente de datos

Para verificar empíricamente si la ley de Benford se ajusta al conjunto de números representados por las lecturas de los medidores de energía eléctrica registradas en distintos momentos del tiempo (mientras se encuentran instalados), se recurrió a los datos de más de 830.000 medidores correspondientes a clientes en categoría comunes de la Empresa Provincial de Energía de Córdoba,

Los datos para el análisis están dados por las lecturas comprendidas entre agosto de 2012 a diciembre de 2017, las que se analizan en períodos de un semestre a seis semestres (3 años) y que alcanzan al parque de 830.967 medidores discriminados en 51 grupos por marca y modelo de fábrica. El **Cuadro 2** describe la composición de cada uno estos grupos de medidores.

Cuadro 2 – Parque de medidores de EPEC agrupado por marca y modelo

MARCA	MODELO	CANT. MED.	MARCA	MODELO	CANT. MED.	MARCA	MODELO	CANT. MED.
MAR	CEBC	1 251	CES	E80L2	18 419	HEXIN	H	61
	E72	39 465		730L2	1 085		HOE34	2 584
	E85	18 623	Total CES		19 504	Total HEXIN		2 642
Total MAR		59 340	ELG	A1000-500	9	LG	M 12 K	7 801
ABB	A1D	102		A1000CE500	1 362		M1.262	38
	A1R	12 470		A100C	29 228		SC2303	36 890
	A1R-	27		A100C	43 314	Total LG		44 809
	A1R-AL	10		A1052	5 210	SCH	SL3622	20 093
	A1R-ALs	8		A150	16 857	Total SCH		20 093
	A1R-L	3		SR51	3 032	SIA	S90L2	916
	M8S1	101 524	Total ELS		99 002		L30	1
	S6N1	10 367	ELSTE	A1052	842		T10L2	218
	SP2201	3 083		A150	7 178	Total SIA		1 135
	US31	3 970	Total ELSTE		8 020	SIE	S6G21K	24 322
	FGN2	1	GAL	M8A1	6 958	Total SIE		24 322
Total ABB		131 604		M8S1	39 928	TOV	M879H	15 893
ACT	EZY8	3 707		T2A1	108	Total TOV		15 893
	SL1622	7 765		T3A1	193	ZIV	SCTEDEF	2 934
Total ACT		11 472		SR51	5 751	Total ZIV	SCTEDEF+C	39 290
AMPY	5239A	31 377	Total GAL		52 916	Total general		830 967
	5232	39	GE	E85	22 428			
	5232A	204 608		027	5 488			
	5235A	14 543		5275M	3 795			
Total AMPY		250 564		79C	15 714			
			Total GE		47 420			

4.2 Clasificación de los datos

La clasificación de los datos se logra mediante el recuento del primer dígito con el que inicia la lectura de los medidores en dos grupos relevados: uno, del período agosto de 2012 a diciembre de 2015 y otro grupo de control, del período enero de 2016 a diciembre 2017 (se consideran medidores existentes y adquiridos desde el año 2008 en adelante). Esta tarea se realiza a partir de consultas en SQL sobre la base de datos. Por otra parte, a los fines de una mejor ilustración se utilizarán distintos cuadros para mostrar los pasos sucesivos del análisis.

El **Cuadro 3** (a continuación) describe para el total de lecturas registradas durante 2 y 3 años, las frecuencias porcentuales para cada dígito. Puede advertirse que la cantidad de lecturas analizadas van entre 3 y casi 5,3 millones y las frecuencias para el dígito de inicio se apega en gran medida a la ley de Benford.

ANÁLISIS BENFORD PARA LECTURAS DE MEDIDORES ADQUIRIDOS DESPUÉS DE 2008							
Período:	01/08/2014	31/07/2016 (24 meses)		Período:	01/08/2013	31/07/2016 (36 meses)	
DIGITO	Cant. Lecturas	Análisis Benford		DIGITO	CANTIDAD	Análisis Benford	
1	1.215.866	31,47%	30,10%	1	1.682.577	31,55%	30,10%
2	669.410	17,33%	17,61%	2	911.705	17,09%	17,61%
3	457.548	11,84%	12,49%	3	627.347	11,76%	12,49%
4	358.063	9,27%	9,69%	4	493.952	9,26%	9,69%
5	299.306	7,75%	7,92%	5	413.395	7,75%	7,92%
6	256.655	6,64%	6,69%	6	356.512	6,68%	6,69%
7	224.783	5,82%	5,80%	7	314.188	5,89%	5,80%
8	200.498	5,19%	5,12%	8	280.207	5,25%	5,12%
9	181.120	4,69%	4,58%	9	253.325	4,75%	4,58%
TOTAL	3.863.249	100,00%	100,00%	TOTAL	5.333.208	100,00%	100,00%

En función a lo anterior se puede afirmar que las lecturas de los medidores instalados observadas en un lapso de tiempo cumplen con la distribución de Benford.

Dada la magnitud de la información se recurre al **Cuadro 4** para exponer cada uno de los 51 grupos de marca y modelo las frecuencias del primer dígito de lecturas de esos medidores. Por su parte, en gráficos siguientes se muestran el comportamiento de tres situaciones observadas: a) **Gráfico 1**, dos grupos de medidores muy distantes a la distribución, b) **Gráfico 2**, dos grupos con menos distancia al anterior, y c) **Gráfico 3**, tres grupos muy próximos que cumplen casi de manera exacta con la ley de Benford.

Gráfico 1 – Ejemplo de dos grupos de medidores muy distantes a la distribución de Benford



Gráfico 2 – Dos grupos de medidores intermedios como distantes a la distribución de Benford



Gráfico 3 – Tres grupos de medidores muy próximos a la distribución de Benford



4.3 Análisis de los datos

Previo a iniciar el análisis propiamente dicho, corresponde revisar los posibles limitantes que rigen para aplicar Benford a un conjunto de números. El tema abordado, en general, cumple con todos los condicionantes que considera la literatura. El conjunto de datos está formado por magnitudes medibles de un mismo fenómeno y la cantidad de datos es mayor a 1.000 números. Los datos no son números asignados o aleatorios. La distribución de la variable es ligeramente asimétrica positiva, es decir tiene un mayor número de valores pequeños que grandes, lo que es consecuencia natural del fenómeno analizado (cantidad de registros). Los datos están generados en periodos de tiempo prolongados, dado que comprende lecturas de medidores de entre seis meses y 40 meses.

MEDIDORES ORDENADOS POR INDICE MAD (los de peor funcionamiento o con problemas) - Periodo 08/2012 a 12/2015															
MARCA	MODELO	LECTURAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	MAD	Medidores	%MED	%AC. MED.
BENFORD			30,1%	17,6%	12,5%	9,7%	7,9%	6,7%	5,8%	5,1%	4,6%				
GAL	M5A1	114.842	3,8%	8,5%	15,7%	19,4%	18,4%	14,9%	10,0%	5,8%	3,5%	0,08096	6.939	0,8%	0,8%
GE	I27	92.169	3,5%	8,9%	15,4%	19,4%	18,5%	14,3%	10,2%	5,9%	3,8%	0,08020	5.488	0,7%	1,5%
SIA	EB0L2	13.837	8,4%	23,0%	26,5%	20,7%	10,4%	4,8%	2,8%	2,2%	1,1%	0,07318	916	0,1%	1,6%
GE	I79C	247.108	8,0%	14,1%	21,3%	21,5%	15,2%	8,9%	5,4%	3,3%	2,3%	0,06706	15.714	1,9%	3,5%
GE	F86	338.084	8,4%	17,1%	23,0%	19,9%	13,7%	8,4%	4,6%	2,8%	2,1%	0,06258	22.428	2,7%	6,2%
TOV	MF79H	246.566	16,2%	28,1%	25,0%	14,3%	7,4%	4,0%	2,1%	1,6%	1,4%	0,06131	15.893	1,9%	8,1%
MAR	F86	290.969	10,2%	19,4%	24,0%	19,8%	11,9%	6,6%	4,1%	2,5%	1,6%	0,06089	18.623	2,2%	10,4%
GAL	M8S1	595.865	10,4%	20,1%	24,0%	18,5%	11,8%	6,7%	3,9%	2,6%	1,9%	0,05935	39.928	4,8%	15,2%
MAR	F72	582.815	18,4%	28,9%	22,6%	13,3%	7,0%	4,0%	2,4%	1,8%	1,5%	0,05552	39.466	4,8%	19,9%
SCH	SL1622	308.246	23,9%	31,9%	20,7%	10,3%	5,1%	2,9%	1,9%	1,7%	1,6%	0,05150	20.099	2,4%	22,3%
GAL	T4A1	3.241	13,6%	14,6%	15,5%	20,0%	12,1%	9,3%	7,7%	5,3%	2,0%	0,04914	190	0,0%	22,4%
ACT	SL1622	112.936	41,6%	28,2%	11,5%	4,8%	3,0%	2,2%	2,6%	3,0%	3,1%	0,04896	7.766	0,9%	23,3%
ABB	M8S1	1.497.683	25,1%	31,8%	19,9%	9,9%	5,1%	2,8%	2,0%	1,7%	1,7%	0,04851	101.524	12,2%	35,5%
SIE	LG121K	353.588	42,0%	27,2%	11,8%	5,0%	3,0%	2,4%	2,5%	2,8%	3,2%	0,04794	24.322	2,9%	38,4%
LG	M 12 K	116.073	44,5%	24,7%	10,0%	4,8%	3,2%	2,7%	2,9%	3,3%	3,9%	0,04773	7.881	0,9%	39,4%
ABB	S8N1	150.564	40,1%	28,5%	12,6%	5,7%	3,2%	2,4%	2,2%	2,4%	2,8%	0,04667	10.397	1,3%	40,6%
CES	EB0L2	275.600	23,9%	28,4%	20,0%	11,1%	5,9%	3,6%	2,7%	2,3%	2,1%	0,04366	18.419	2,2%	42,9%
GAL	T2A1	1.788	21,6%	11,9%	8,5%	16,6%	12,0%	6,5%	10,6%	5,7%	6,6%	0,04076	108	0,0%	42,9%
GE	I27SM	65.207	18,2%	18,1%	17,8%	15,7%	11,0%	8,0%	5,3%	3,3%	2,6%	0,03597	3.790	0,5%	43,3%

MEDIDORES DE MEJOR FUNCIONAMIENTO, ORDENADOS DE MAYOR A MENOR INDICE MAD (A menor MAD mejor)- Período 08/2012 a 12/2015															
MARCA	MODELO	LECTURAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	MAD	Medidores	%MED	%AC. MED.
BENFORD															
			30,1%	17,6%	12,5%	9,7%	7,9%	6,7%	5,8%	5,1%	4,6%				
CES	T30L2	17.415	25,6%	11,5%	10,9%	10,0%	9,9%	9,0%	9,0%	8,1%	5,9%	0,02694	1.085	0,1%	0,1%
ABB	A1D	1.155	24,5%	11,4%	13,3%	9,8%	10,0%	7,2%	6,5%	8,7%	8,6%	0,02618	102	0,0%	0,1%
AMPY	5232A	2.988.674	38,8%	18,4%	9,4%	6,5%	5,7%	5,4%	5,4%	5,3%	5,1%	0,02269	204.608	24,6%	24,8%
ELS	A102C	433.370	37,5%	16,2%	9,1%	7,1%	6,4%	6,2%	6,1%	5,9%	5,6%	0,02098	29.238	3,5%	28,3%
MAR	D58C	21.832	24,6%	14,7%	13,0%	10,6%	10,0%	8,2%	7,6%	6,2%	5,1%	0,01857	1.251	0,2%	28,4%
ELS	T8S1	43.503	24,8%	18,5%	15,4%	12,1%	8,8%	6,2%	5,5%	4,8%	3,8%	0,01591	3.032	0,4%	28,8%
ACT	E2Y8	55.073	25,2%	19,0%	15,1%	11,4%	8,5%	6,4%	5,4%	4,9%	4,1%	0,01396	3.707	0,4%	29,3%
ZIV	5CTMEIC	539.309	26,8%	15,3%	12,7%	10,9%	9,3%	7,9%	6,7%	5,6%	4,9%	0,01243	39.290	4,7%	34,0%
ABB	T8S1	56.647	26,6%	15,5%	12,7%	10,8%	8,6%	7,5%	7,0%	6,3%	4,9%	0,01236	3.979	0,5%	34,5%
SIA	T30L2	3.554	30,2%	16,1%	13,6%	8,8%	6,7%	5,7%	5,4%	6,5%	7,0%	0,01111	218	0,0%	34,5%
AMPY	5235A	169.978	28,0%	19,8%	14,4%	10,5%	7,9%	6,2%	5,1%	4,2%	3,9%	0,01084	14.540	1,8%	36,2%
ELS	A103C	458.878	26,8%	18,5%	14,2%	11,0%	8,5%	6,8%	5,6%	4,6%	4,1%	0,01014	43.314	5,2%	41,5%
GAL	T8S1	81.121	29,4%	14,7%	12,1%	9,2%	8,1%	7,6%	7,1%	6,0%	5,7%	0,01000	5.751	0,7%	42,1%
ABB	SP2301	27.669	32,2%	19,5%	12,5%	9,1%	6,9%	5,9%	5,1%	4,4%	4,4%	0,00902	3.083	0,4%	42,5%
ELSTE	A150	32.106	33,0%	17,3%	11,3%	8,6%	7,3%	6,4%	5,9%	5,2%	4,9%	0,00760	7.178	0,9%	43,4%
LG	SP2301	293.733	30,9%	19,5%	13,1%	9,5%	7,3%	5,9%	5,1%	4,5%	4,2%	0,00743	36.890	4,4%	47,8%
ELS	A1000CB0	22.170	28,9%	18,5%	14,3%	10,0%	7,7%	6,5%	5,3%	4,5%	4,2%	0,00672	1.362	0,2%	48,0%
ABB	A1R	215.536	27,6%	18,1%	13,1%	10,3%	8,2%	6,9%	6,1%	5,1%	4,5%	0,00566	12.470	1,5%	49,5%
ZIV	5CTDE1F	42.985	30,8%	17,0%	11,9%	9,6%	8,1%	6,9%	5,9%	5,2%	4,7%	0,00288	2.934	0,4%	49,8%
AMPY	5219A	471.708	30,9%	18,0%	12,4%	9,5%	7,6%	6,5%	5,6%	5,0%	4,5%	0,00263	31.377	3,8%	53,6%
ELSTE	A1052	8.518	29,6%	18,1%	13,0%	9,8%	7,5%	6,8%	5,8%	5,0%	4,5%	0,00260	842	0,1%	53,7%
ELS	A1052	37.296	30,0%	18,1%	12,6%	9,7%	7,8%	6,4%	5,7%	5,0%	4,7%	0,00173	5.210	0,6%	54,3%
HEXIN	HXE34	17.368	30,6%	17,4%	12,4%	9,5%	8,0%	6,6%	5,8%	5,0%	4,7%	0,00150	2.581	0,3%	54,7%
ELS	A150	76.508	30,4%	17,9%	12,4%	9,6%	7,9%	6,6%	5,6%	4,9%	4,6%	0,00142	16.837	2,0%	56,7%

Si a partir de los datos del **Cuadro 4** se compara la distribución de frecuencias porcentuales de cada grupo de medidores con la de Benford, a simple vista surgen coincidencias y desvíos. Entre los desvíos, algunos aparentan ser significativos (marcados en rojo), como los ejemplos del **Gráfico 1**. A su vez, los grupos marcados en naranja, como los ejemplos del **Gráfico 2** parecen estar menos alejados del Benford que los del **Gráfico 1**. Finalmente, la comparación visual de los valores obtenidos para los grupos de medidores en verde del **Cuadro 4**, y como ejemplo los tres grupos del **Gráfico 3**, muestra diferencias poco significativas y otras casi imperceptibles.

4.4 Pruebas de bondad de ajuste

Entre las pruebas de bondad de ajuste se cuenta Chi Cuadrado, pero Nigrini (et al. 2012) considera que representa mayor rigurosidad el análisis de bondad mediante el test de la desviación absoluta media (MAD). La fórmula es:

$$MAD = \frac{1}{9} \sum_{d=1}^9 |P_{obs}(d) - P_t(d)| \quad (4)$$

- donde: - $P_t(d)$ es la proporción esperada según Benford
 - $P_{obs}(d)$ es la proporción observada

Cuando se utiliza este estadístico para la distribución de Benford, existen distintas posturas de interpretación de resultados. Para Nigrini (et al. 2012) en su aplicación a datos contables sostiene que se puede determinar distintos niveles conformidad (alto, acepta, medio, bajo) según el rango donde se encuentren los valores obtenidos.

En función a ello, y considerando que se tratan de instrumentos de medición se considera entre 0 y 0,016 un nivel de conformidad alto, entre 0,016 y 0,03 acepta, entre 0,03 y 0,06 bueno, y mayor a 0,06 bajo. Partiendo de los datos del **Cuadro 4**, efectuamos los cálculos de la MAD y calificamos siguiendo el criterio expuesto. Esto se expone en **Cuadro 5** donde para darle mayor robustez al análisis se han incorporado dos columnas MAD una referida a las lecturas período 2012-2015 y otras del período 2016-17.

5. Resultados:

El test de la Desviación Absoluta Media (MAD) presenta resultado muy favorable para el total de las lecturas analizadas cumpliendo con la Ley de Benford. Cuando el MAD se realiza a nivel de cada grupo por marca y modelo de medidores, surgen distintos valores que permiten ordenar los grupos siguiendo un valor descendente del MAD. Así en primer término se ubican los de rango mayor a 0,06 que indican una diferencia significativa con la distribución de Benford y así sucesivamente se pueden ir advirtiendo las ubicaciones para distintos rangos hasta ubicarse en el MAD menor a 0,016 o de mejor ajuste.

Profundizando el resultado del MAD, se observa que un MAD alto indicaría medidores con problemas de funcionamiento. Para corroborar esta hipótesis recurrimos a información de los resultados de casi 65.000 inspecciones de laboratorio a medidores de distintas marcas y modelos entre 2012 y 2015.

Dicha información se tabula para cada grupo de marca y modelo de medidor y se indica los resultados de las inspecciones con la proporción de medidores que se ordenaron cambiar y los motivos del cambio. Entre ellos se identifican: adelanta, atrasa, frenado, falla, apagado y otros.

En **Cuadro 5** se exponen los valores del MAD relacionados con los resultados de las inspecciones. De ello se advierte que las marcas y modelos de medidores de mayor MAD se correlacionan con medidores cuyas inspecciones en su mayoría denotaron que atrasaban el registro. En esta situación se identifican a las marcas-modelos GE-I27, GAL-M5A1, SIA-E80L2 en primer lugar. En general, siguiendo el orden de ubicación se puede observar que las marcas GE, TOV, SIA, MAR y algunas modelos de ABB se encontrarían defectuosos en su funcionamiento y en atraso.

RELACION ENTRE LEY DE BENFORD Y CONTROLES TECNICOS											
MARCA	MODELO	MAD 2012-15	MAD 2016-17	IM	% CAMBIO	ADELANTA	ATRASADA	APAGADO	FALLA	FRENADO	RESTO
GE	I27	0,08020	0,08273	765	56,7%	3%	16%	1%	0%	5%	75%
GAL	M5A1	0,08096	0,08211	588	54,9%	3%	16%	2%	0%	5%	73%
SIA	E80L2	0,07318	0,07336	22	31,8%	5%	14%	5%	0%	5%	73%
GE	I79C	0,06706	0,07204	598	36,0%	4%	7%	1%	0%	7%	82%
GE	F85	0,06258	0,07008	837	41,5%	5%	7%	1%	0%	9%	79%
MAR	F85	0,06089	0,06491	688	35,3%	5%	6%	0%	0%	5%	84%
TOV	MF79H	0,06131	0,06447	540	34,1%	4%	5%	1%	0%	6%	84%
GAL	M8S1	0,05935	0,06344	1.304	31,5%	3%	6%	1%	0%	6%	85%
MAR	F72	0,05552	0,06031	1.283	36,3%	4%	5%	1%	0%	3%	87%
SCH	SL1622	0,05150	0,05969	656	33,1%	3%	5%	0%	0%	8%	83%
ABB	M8S1	0,04851	0,05859	217	1,8%	0%	2%	0%	0%	0%	98%
GAL	T4A1	0,04914	0,04986	92	15,2%	2%	5%	1%	0%	0%	91%
CES	E80L2	0,04366	0,04869	438	40,0%	5%	10%	1%	0%	4%	79%
GE	I27SM	0,03597	0,04594	196	46,4%	1%	18%	2%	0%	6%	73%
LG	M 12 K	0,04773	0,04555	185	20,5%	2%	4%	0%	0%	4%	90%
ACT	SL1622	0,04896	0,04521	235	35,3%	2%	3%	1%	0%	11%	83%
ABB	S8N1	0,04667	0,04436	2.305	28,1%	3%	4%	1%	0%	5%	87%
SIE	LG121K	0,04794	0,04323	542	20,3%	2%	4%	1%	0%	4%	90%
GAL	T2A1	0,04076	0,03417	216	12,5%	0%	1%	0%	0%	0%	98%
ELS	A102C	0,02098	0,02318	1.575	47,7%	4%	0%	18%	11%	0%	67%
ABB	A1D	0,02618	0,02277	5	40,0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%
CES	T30L2	0,02694	0,02259	44	38,6%	5%	14%	2%	0%	2%	77%
AMPY	5232A	0,02269	0,02143	10.621	42,5%	4%	0%	26%	5%	0%	65%
MAR	D58C	0,01857	0,01886	97	22,7%	4%	3%	0%	0%	2%	91%
ACT	E2Y8	0,01396	0,01852	137	19,7%	1%	0%	0%	0%	3%	96%
AMPY	5235A	0,01084	0,01815	593	23,9%	3%	1%	11%	4%	0%	80%
ELS	T8S1	0,01591	0,01760	102	27,5%	2%	3%	0%	0%	5%	90%
ZIV	5CTME1C	0,01243	0,01540	11.155	81,8%	1%	0%	73%	0%	0%	25%
ELSTE	A150	0,00760	0,01480	178	23,6%	4%	1%	14%	3%	0%	79%
ABB	SP2301	0,00902	0,01376	266	32,0%	2%	2%	0%	0%	6%	90%
ABB	T8S1	0,01236	0,01337	97	22,7%	7%	0%	9%	8%	0%	75%
ELS	A103C	0,01014	0,01177	2.004	30,0%	5%	0%	19%	3%	0%	72%
SIA	T30L2	0,01111	0,01013	9	44,4%	0%	22%	0%	0%	0%	78%
GAL	T8S1	0,01000	0,00923	573	17,5%	2%	3%	0%	0%	2%	94%
ELS	A150	0,00142	0,00813	609	27,1%	6%	1%	18%	2%	0%	74%
ELS	A1000CB0	0,00672	0,00711	114	59,6%	2%	1%	45%	0%	0%	53%
LG	SP2301	0,00743	0,00686	1.427	26,7%	6%	0%	14%	3%	0%	76%
ABB	A1R	0,00566	0,00620	3.156	20,7%	1%	5%	10%	0%	0%	83%
ELSTE	A1052	0,00260	0,00553	20	40,0%	10%	0%	10%	0%	0%	80%
ZIV	5CTDE1F	0,00288	0,00519	321	49,5%	2%	0%	33%	2%	0%	62%
AMPY	5219A	0,00263	0,00252	1.707	33,9%	2%	0%	16%	2%	0%	78%
ELS	A1052	0,00173	0,00207	254	36,2%	4%	0%	27%	1%	0%	68%
HEXIN	HXE34	0,00150	0,00177	110	30,0%	5%	1%	14%	2%	0%	79%

MARCA	MODELO	MAD 2012-15	MAD 2016-17	Insp (IM)	% CAMBIO	DELANTA	ATRASADA	APAGADO	FALLA	FRENADO	RESTO
ELS	A102C	0,02098	0,02318	1.575	47,7%	4%	0%	18%	11%	0%	67%
ABB	A1D	0,02618	0,02277	5	40,0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%
CES	T30L2	0,02694	0,02259	44	38,6%	5%	14%	2%	0%	2%	77%
AMPY	5232A	0,02269	0,02143	10.621	42,5%	4%	0%	26%	5%	0%	65%
MAR	D58C	0,01857	0,01886	97	22,7%	4%	3%	0%	0%	2%	91%
ACT	E2Y8	0,01396	0,01852	137	19,7%	1%	0%	0%	0%	3%	96%
AMPY	5235A	0,01084	0,01815	593	23,9%	3%	1%	11%	4%	0%	80%
ELS	T8S1	0,01591	0,01760	102	27,5%	2%	3%	0%	0%	5%	90%
ZV	5CTME1C	0,01243	0,01540	11.155	81,8%	1%	0%	73%	0%	0%	25%
ELSTE	A150	0,00760	0,01480	178	23,6%	4%	1%	14%	3%	0%	79%
ABB	SP2301	0,00902	0,01376	266	32,0%	2%	2%	0%	0%	6%	90%
ABB	T8S1	0,01236	0,01337	97	22,7%	7%	0%	9%	8%	0%	75%
ELS	A103C	0,01014	0,01177	2.004	30,0%	5%	0%	19%	3%	0%	72%
SIA	T30L2	0,01111	0,01013	9	44,4%	0%	22%	0%	0%	0%	78%
GAL	T8S1	0,01000	0,00923	573	17,5%	2%	3%	0%	0%	2%	94%
ELS	A150	0,00142	0,00813	609	27,1%	6%	1%	18%	2%	0%	74%
ELS	A1000CBC	0,00672	0,00711	114	59,6%	2%	1%	45%	0%	0%	53%
LG	SP2301	0,00743	0,00686	1.427	26,7%	6%	0%	14%	3%	0%	76%
ABB	A1R	0,00566	0,00620	3.156	20,7%	1%	5%	10%	0%	0%	83%
ELSTE	A1052	0,00260	0,00553	20	40,0%	10%	0%	10%	0%	0%	80%
ZV	5CTDE1F	0,00288	0,00519	321	49,5%	2%	0%	33%	2%	0%	62%
AMPY	5219A	0,00263	0,00252	1.707	33,9%	2%	0%	16%	2%	0%	78%
ELS	A1052	0,00173	0,00207	254	36,2%	4%	0%	27%	1%	0%	68%
HEXIN	HXE34	0,00150	0,00177	110	30,0%	5%	1%	14%	2%	0%	79%

El análisis también permite ubicar medidores en situación intermedia. Estos se considera que en los próximos años pasarán a ocupar el rango superior antes citado. También se puede observar aquellos que muestran un performance acorde por valores de MAD bajos y con resultado de inspecciones técnicas normales sin registrar atraso o adelanto, como los medidores ELSTER y ZIV.

Sobre este último aspecto, se observa una situación curiosa. Se trata de los medidores marca ZIV que muestran MAD bajos pero con altos índices de cambio. Se advierte que en más del 80% de estos casos las inspecciones determinaron que el medidor no funciona (apagado). Esto indica que el medidor mientras funciona es de buen desempeño, pero sufre alteraciones que significan su muerte súbita (posiblemente por resultar sensibles a picos de tensión).

6. Conclusión:

De acuerdo con el análisis realizado y los resultados alcanzados, se verifica que la ley de Benford se aplica al conjunto de números representados por las lecturas de los medidores de energía eléctrica registradas en distintos momentos del tiempo mientras se encuentran instalados.

Si el análisis se parcializa y profundiza a nivel de grupos por marca y modelo recurriendo para ello a la medida de ajuste de bondad de la desviación media absoluta (MAD), se verifica que algunos de estos conjuntos están muy alejados de la distribución, otros menos distantes y muchos próximos al ajuste de la distribución. Las medidas que no logran el ajuste, y según el grado, se interpretan como aquellos medidores que denotan un funcionamiento defectuoso, indicando en los de mayor MAD que se trata –en general- de medidores electromecánicos que atrasan o registran por debajo del consumo real.

Las conclusiones obtenidas bajo dichos parámetros estadísticos se confirman al ser comparadas con resultados de mediciones y contrastes técnicos en laboratorio de medición. Es decir, el análisis de Benford y la medida MAD resultan ser herramientas eficientes para determinar errores de funcionamiento o de registros de consumos en medidores de electricidad, contribuyendo, en consecuencia, a la toma de decisiones sobre su reemplazo y compra.

El presente trabajo resulta novedoso como posible aporte para contribuir a la revisión general del parque de medidores de electricidad de una empresa distribuidora. Es un estudio empírico que sirve como base para un análisis más profundo sobre el funcionamiento de medidores y posiblemente de otros instrumentos de medición. En este caso, se aplica de manera concreta a la adopción de medidas respecto a determinar los medidores a reemplazar, efectuar seguimiento, dejar de comprar o bien orientar las futuras adquisiciones.

7. Referencias:

- 1- Benford, F 1938 The law of anomalous numbers. *Proceedings of the American Philosophical Society* 78:551-572
- 2- Burke, J. and E. Kincaid (1991). Benford's law and physical constants: the distribution of initial digits. *American Journal of Physics* 59, 952
- 3- Carslaw, C. A. P. N. 1988. Anomalies in income numbers: Evidence of goal oriented behavior. *The Accounting Review*. LXIII(2):321-327.
- 4- Etteridge M. L. and R. P. Srivastava. 1999. Using digital analysis to enhance data integrity. *Issues in Accounting Education*. 14(4):675-690.
- 5- Furlan, L. 1948. Das Harmoniegesetz der Statistik: Eine Untersuchung über die metrische Interdependenz der sozialen Erscheinungen, Basel, Switzerland -G xiii:504.
- 6- Golbeck J, 2015 "Benford's Law Applies to Online Social Networks," PLOS ONE, v. 10, n° 8
- 7- Hill, T. P. 1995. A statistical derivation of the significant digit law. *Statistical Science*. 10(4):354-363.
- 8- Nigrini, M. 1996. Taxpayer compliance application of Benford's law. *Journal of the American Taxation Association*. 18(1):72-92.
- 9- Nigrini, M. J. 1999. Adding value with digital analysis. *The Internal Auditor*. 56(1):21-23.
- 10- Nigrini, M 2012. Benford's Law: Applications for forensic accounting, auditing, and fraud detection, v 586.
- 11- Pepijn de Vries, Albertinaka J. 2013 Compliance of LC50 and NOEC data with Benford's Law: An indication of reliability? Elsevier Ecotoxicology and Environmental Safety 201 3.
- 12- Roukema, B. F. (2009) Benford's Law anomalies in the 2009 Iranian presidential election Unpublished manuscript
- 13- Thomas, J. K. 1989. Unusual patterns in reported earnings. *The Accounting Review*. LXIV(4):773-787.
- 14- Varian, H. R. (1972) Benford's law. *The American Statistician*. 26:65-66
- 15- Wallace, W. A. 2002. Assessing the quality of data used for benchmarking and decision-making. *The Journal of Government Financial Management*. (Fall) 51 (3):6-22.