UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN SECRETARÍA DE POSGRADO

La explicación oral y escrita en situaciones de comparación de fracciones en la escuela primaria

Trabajo final integrador presentado para la obtención del grado de Especialista en la Enseñanza de las Matemáticas para el Nivel Inicial y el Nivel Primario

Autora: Maria Clara de Almeida Prado Galvão

El presente trabajo tiene como propósito reflexionar respecto a los conocimientos en los que los alumnos se apoyan en situaciones de explicación escrita y explicación oral, individuales y colectivas, así como los diferentes desafíos que están en juego en cada una de estas instancias, basándose para ello en actividades que se refieren a la comparación de fracciones en un aula de 5to grado. Las actividades analizadas se desarrollan en una situación habitual de clase y forman parte de una secuencia didáctica planificada por la docente, es decir que se trata de un trabajo de indagación naturalista. Es necesario considerar también que numerosos estudios señalan que los registros escritos en las aulas de matemática constituyen un aporte importante en el proceso de adquisición de conocimientos dado que son una herramienta potente para el aprendizaje de los alumnos: “Una de las situaciones que propician la formación de los niños como estudiantes en el área de matemática es el registro escrito de lo aprendido en una clase o en la resolución de un conjunto de problemas que involucran un contenido matemático particular a lo largo de varias clases” (Broitman et al. 2018:19). En el marco de las situaciones de escritura, es importante destacar la necesidad de que los alumnos participen en la elaboración de textos colectivos en la clase. Esta situación de producción difiere de aquella en la que el profesor anota en la pizarra y los alumnos se limitan a copiar. Para que estas escrituras tengan sentido para ellos y el texto represente un aporte a su aprendizaje, es fundamental la participación activa en la construcción del texto.Por lo tanto, además de analizar las explicaciones dadas por los alumnos, este trabajo también permitirá realizar algunas reflexiones respecto al registro escrito en las clases de matemática y cómo estos registros pueden dar soporte para que los alumnos avancen en sus aprendizajes en relación a contenidos matemáticos, en este caso, la comparación de fracciones.

La Plata, 09 de Octubre de 2020

Directora Sancha: Inés Sancha

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Trabajo Final Integrador

La explicación oral y escrita en situaciones de comparación de fracciones en la escuela primaria

Alumna: Maria Clara de Almeida Prado Galvão

mariaclarajau@gmail.com

Cohorte: 2018/2020

Directora: Inés Sancha

Septiembre de 2020

Índice

Introducción

En la perspectiva de la Didáctica de la Matemática francesa, en particular desde los aportes de Brousseau (1986, 1988, 2007) para pensar en la gestión de la clase, en los roles docentes y el trabajo matemático de los estudiantes, como así también desde los desarrollos conceptuales y estudios didácticos realizados en América Latina a partir de dichos aportes (Block, 2001, 1987; Sadovsky, 2005; Lerner, 1992; Itzcovich, 2009a, entre otros), la resolución de problemas tiene un rol esencial desde el punto de vista del aprendizaje. A diferencia de la perspectiva clásica de la enseñanza, aquí no solo se considera el resultado, sino también los procedimientos de resolución, las relaciones que los niños establecen en torno a ellos y las razones que elaboran para justificarlas y validarlas. Es a través del análisis y reflexión sobre los procedimientos utilizados que los niños producen conocimiento matemático.

Para que los alumnos tengan oportunidad de desplegar estos procedimientos, es necesario que al planificar las clases de matemática, se prevean diferentes momentos para analizar los propios procedimientos, compararlos con los de los otros, pensar razones para dar cuenta de su validez y considerar los errores como objeto de reflexión. Por lo tanto, no se espera que el alumno solamente pueda solucionar un problema, sino también argumentar sobre las formas de resolverlo.

En esta línea, Sessa y Giuliani señalan la importancia de que las aulas de matemática sean espacios de intercambio y reflexión acerca de las resoluciones y constituyan así un espacio de construcción de conocimiento.

> *Pensamos la clase de matemática como una comunidad de alumnos y maestro, que resuelven problemas, discuten, elaboran conjeturas, justifican sus afirmaciones y sus acciones, es decir, producen matemática. Una clase productora -alumnos produciendo, docentes produciendo- cuyas reglas de juego se irán transformando a medida que avancen en el trabajo. En este colectivo el docente juega un papel muy especial, es el referente de la matemática en la clase y, desde esta posición, es fundamental su papel: por un lado aporta las tareas a realizar, condicionando con esto los sentidos que se van construyendo en torno a los objetos, y por otro es un regulador del trabajo del grupo, acompañando a sus alumnos en la trama de su producción individual y colectiva en la cual se ponen en juego procedimientos, formas de escritura, formas de hacer, formas de validar…* (Sessa y Giuliani, 2008; citado en Etchemendy y Zilberman, 2013:199)

En este contexto, las explicaciones por parte de los alumnos respecto a lo que hicieron y aprendieron se convierten en una parte fundamental de las clases de matemática. Explicar lo que se hace conlleva un desafío diferente para los alumnos que resolver un problema matemático, se trata de un desafío que a menudo resulta más complejo. Las situaciones de explicación oral y escrita también tienen diferentes complejidades. ¿Cómo organizan los estudiantes lo que saben para explicarlo? ¿Cómo lo hacen en ambas situaciones, oral y escrita? ¿Existen diferentes niveles de conceptualización cuando se trata de una situación escrita y oral? ¿En qué conocimientos se apoyan? ¿Cómo se hacen explícitos los conocimientos en cada una de estas situaciones?

Teniendo en cuenta estas cuestiones, el presente trabajo tiene como propósito reflexionar respecto a los conocimientos en los que los alumnos se apoyan en situaciones de explicación escrita y explicación oral, individuales y colectivas, así como los diferentes desafíos que están en juego en cada una de estas instancias, basándose para ello en actividades que se refieren a la comparación de fracciones en un aula de 5to grado. Las actividades analizadas se desarrollan en una situación habitual de clase y forman parte de una secuencia didáctica planificada por la docente, es decir que se trata de un trabajo de indagación naturalista.

Es necesario considerar también que numerosos estudios señalan que los registros escritos en las aulas de matemática constituyen un aporte importante en el proceso de adquisición de conocimientos dado que son una herramienta potente para el aprendizaje de los alumnos: "Una de las situaciones que propician la formación de los niños como estudiantes en el área de matemática es el registro escrito de lo aprendido en una clase o en la resolución de un conjunto de problemas que involucran un contenido matemático particular a lo largo de varias clases" (Broitman et al. 2018:19). En el marco de las situaciones de escritura, es importante destacar la necesidad de que los alumnos participen en la elaboración de textos colectivos en la clase. Esta situación de producción difiere de aquella en la que el profesor anota en la pizarra y los alumnos se limitan a copiar. Para que estas escrituras tengan sentido para ellos y el texto represente un aporte a su aprendizaje, es fundamental la participación activa en la construcción del texto.

Por lo tanto, además de analizar las explicaciones dadas por los alumnos, este trabajo también permitirá realizar algunas reflexiones respecto al registro escrito en las clases de matemática y cómo estos registros pueden dar soporte para que los alumnos avancen en sus aprendizajes en relación a contenidos matemáticos, en este caso, la comparación de fracciones.

Marco teórico referencial

Este trabajo toma aportes de algunas teorías que abarcan tanto aspectos de la Didáctica de la Matemática como estudios sobre la enseñanza de la escritura, teorías estas que ayudaron considerablemente en la reflexión de las ideas desarrolladas aquí.

Como se anticipó en el apartado anterior, una primera contribución se refiere a la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (2007). En sus estudios, el autor describe las características que deberían reunir las situaciones didácticas para que los alumnos produzcan, formulen y validen sus conocimientos matemáticos e introduce la noción de situación a-didáctica en la que el alumno interactúa autónomamente con el conocimiento. A partir de estas ideas, elabora una tipología que le permite distinguir situaciones de acción, formulación y validación.

Si bien las situaciones de enseñanza sobre las que se trabaja en esta indagación no responden estrictamente a las estudiadas por Brousseau, se toman algunas de sus características para orientar el análisis, en particular, de las situaciones de formulación. Los registros analizados se refieren precisamente a un momento en que los alumnos necesitan formular sus hipótesis en vista de la necesidad de explicar cuál de dos fracciones dadas es la mayor.

> *La formulación de un conocimiento correspondería a una capacidad del sujeto para retomarlo (reconocerlo, identificarlo, descomponerlo y reconstruirlo en un sistema lingüístico), el* medio *que exigirá al sujeto usar una formulación debe entonces involucrar (ficticia o efectivamente) a otro sujeto, a quién el primero deberá comunicar una información.* (Brousseau 2007:25)

Otro aporte desde la Didáctica de la Matemática, inicialmente surgida en Francia, son las ideas de Chevallard, Bosch y Gascón (1997). Saber matemática no supone solamente saber cómo resolver problemas y cálculos. El conocimiento matemático implica una gama más amplia de prácticas, como argumentar, establecer relaciones, comparar, explicar (oralmente o por escrito), entre otras. En este sentido, el concepto de estudio, abordado por estos autores es también un aporte importante para este trabajo.

> *Hemos de tener en cuenta que los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son aspectos particulares del proceso de estudio de las matemáticas, entendiendo la palabra "estudio" en un sentido amplio que engloba tanto el trabajo matemático del alumno, como el del matemático profesional que también "estudia" problemas de matemáticas.*
>
> *Lo didáctico se identifica así con todo lo que tiene relación con el estudio y con la ayuda al estudio de las matemáticas, identificándose entonces los fenómenos didácticos con los fenómenos que emergen de cualquier proceso de estudio de las matemáticas, independientemente de que dicho proceso esté dirigido a*

> *utilizar las matemáticas, a aprenderlas, a enseñarlas o a crear matemáticas nuevas*. (Chevallard, Bosch y Gascón 1997:47)

Desde la misma perspectiva, Perrin Glorian trae la idea de reflexión colectiva sobre el problema en la cual también se apoya este trabajo: *"intentando decir colectivamente lo que sucedió, qué problema fue tratado, los alumnos son llevados a repensar el problema, los procedimientos de tratamiento encarados en la clase"* (Perrin- Glorian 2014:25). La práctica de reflexión colectiva permite la realización de un trabajo que integra a todos los alumnos considerando la heterogeneidad de los conocimientos presentes en el aula. Esta cuestión se relaciona con el presente trabajo, una vez que se pretende analizar las explicaciones de los niños con diversos niveles de aprendizaje.

Otro aporte teórico se refiere al concepto de memoria didáctica, propuesto por Brosseau y Centeno, en el que se demuestra que las experiencias matemáticas de los alumnos influyen fuertemente en sus aprendizajes. Es importante que el maestro comprenda la importancia de este concepto y tenga condiciones didácticas para usarlo a favor del aprendizaje de los estudiantes.

> *[…] El funcionamiento de la memoria didáctica incide en la comprensión de las cuestiones matemáticas debido a que el efecto de la memoria didáctica del sistema en el alumno es darle la posibilidad de movilizar un saber que él no poseía por completo, un saber que él no habría utilizado solo y que le va a permitir dar sentido a la cuestión de la que se ocupa.*
>
> *El funcionamiento de la memoria didáctica podría mejorar si damos a los maestros un cierto número de conocimientos didácticos para que ellos puedan atender a lo que todavía no ha sido aprendido por el alumno, pero que ha sido una experiencia vivida por él. El maestro podría entonces recontextualizar los conocimientos durante el aprendizaje.* (Brousseau y Centeno, 1991; citado en Sancha, 2017:15)

Las ideas aportadas por Sadovsky (2010) también resultan una contribución para este trabajo. En este texto, la autora resalta la importancia de un ambiente en el aula donde las explicaciones por parte de los alumnos estén presentes en el día a día.

> *Como toda disciplina, el trabajo con la matemática ofrece un modo específico de construir una relación con la verdad. Radica ahí, desde nuestro punto de vista, un aspecto central de su valor formativo. Y en esa construcción la producción de explicaciones por parte de los alumnos resulta un aspecto ineludible. Lejos de ser una adquisición espontánea y lejos también de ser un asunto que los docentes pueden enseñar declarativamente, lograr que los niños expliquen –que encadenen deductivamente sentencias para validar el trabajo que van realizando- será el resultado de invitarlos a participar de manera sostenida de un escenario en el que explicar sea una práctica cotidiana. Un*

> *escenario en el que la actividad matemática misma sea el objeto de enseñanza*. (Sadovsky 2010:233)

En este sentido, la explicación como parte intencional del trabajo matemático en el aula permite al alumno explicitar conocimientos, analizar y contraponerse (o no) a la explicación de los colegas, estableciendo así nuevas relaciones que colaboran para el avance constante de los aprendizajes matemáticos como lo explica la autora en el mismo texto.

> *(…) Explicar en matemática tiene una especificidad que debe ser objeto de aprendizaje (y en algún sentido de enseñanza). En otros términos, producir explicaciones matemáticamente pertinentes, lograr encadenar deductivamente relaciones matemáticas para producir nuevas relaciones no es una adquisición espontánea de los alumnos, es producto de un trabajo intencional.* (Sadovsky, 2010:117)

Teniendo en cuenta que el objetivo de este trabajo es analizar y comparar dos formas de explicación, la oral y la escrita, se hace necesario mencionar algunos estudios vinculados a la enseñanza de la escritura.

En primer lugar, es importante subrayar que no se entiende la explicación escrita como una mera transcripción del habla, compartiendo así el argumento de Miras.

> *Aun a riesgo de simplificar, podemos convenir en que algunos de los cambios más destacados en nuestra concepción de la escritura tienen que ver con el carácter de la relación entre la lengua oral y la lengua escrita, el énfasis en la naturaleza procesual de la escritura y la necesidad de considerar los diversos contextos en que se producen los procesos de escritura y los distintos tipos de textos a los que dan lugar estos procesos.* (Miras 2000:66)

Es la función representativa de la escritura, como herramienta de aprendizaje, la que se pretende tomar como base para el análisis en este trabajo. Miras, explica la diferencia entre las funciones comunicativa y representativa del texto escrito.

> *La escritura, como el lenguaje en general, desde la perspectiva de su uso, cumple como es bien sabido, una doble función; por una parte, la producción de textos escritos nos permite interactuar con otras personas, comunicarnos con ellas por mediación de dichos textos. A ello hace referencia la función comunicativa, interpersonal o transaccional de la escritura. Por otra parte, la producción de textos escritos nos permite expresar conocimientos, ideas, sentimientos, creencias, fantasías, y en general, representar, crear o recrear los objetos de nuestro pensamiento. Nos referimos a este uso de la escritura como su función representativa o ideaciona.* (Miras 2000:67)

Las escrituras en las clases de matemática pueden ser producidas de diferentes maneras y en diferentes situaciones. Pueden ser producciones individuales, en pequeños grupos o colectivas, con o sin una intervención directa del docente. Pueden ser registros de una respuesta, una explicación, un texto de síntesis, un registro de dudas, de lo que fue aprendido hasta determinado momento… pueden tener el propósito de explicitar algo, reorganizar o sistematizar lo que fue aprendido. Sin embargo, en todas estas situaciones que involucran la escritura, el alumno necesita organizar su pensamiento, a menudo es en esta situación en la que se da cuenta de lo que sabe y de lo que todavía le genera dudas. En este sentido, decimos que las situaciones de escritura en las clases de matemática pueden favorecer la transformación del conocimiento, como explica Teberosky.

> *[…] Al igual que el lenguaje oral, el escrito cumple las funciones de representación y comunicación. Pero a diferencia del lenguaje oral, el escrito permite la objetivación del lenguaje (de la memoria, el tiempo, el espacio). Las funciones de la escritura de registro son funciones relacionadas con la memoria y comunicación, podríamos decir que son funciones hacia afuera de la escritura, hacia el mundo. Son funciones instrumentales, medios para un fin. En cambio, la objetivación no deriva del uso como instrumento sino del efecto del uso de la escritura en tanto objeto material: de la posibilidad de distanciamiento entre el productor y su producto. Cuando el mensaje no sólo es un medio sino que asume la calidad de un objeto, el productor se ve afectado por sus propios productos.* (Teberosky, 2001:320-321)

Considerar la escritura en las clases de matemática como un aporte importante al aprendizaje de los contenidos matemáticos significa garantizar ciertas condiciones didácticas para que, de hecho, esta escritura cumpla su función de comunicar conocimientos, informar, aclarar, entre otras posibles.

Las diferentes situaciones de escritura no pueden presentarse aleatoriamente. Al contrario. Es importante que estas situaciones sean frecuentes, sistemáticas y planificadas considerando los diferentes propósitos a los que pueden servir. En este sentido, el análisis de las actividades involucradas en este trabajo se apoya en las condiciones didácticas que hacen posible la práctica de la escritura en el ámbito escolar, propuestas por Lerner y otros (1996).

> *Instalar la práctica de la escritura en la escuela –promover efectivamente la formación de escritores competentes- supone ofrecer a los alumnos un ámbito en el que escribir tiene sentido porque es el medio más apropiado para cumplir determinados propósitos, porque se escribe para destinatarios con quienes es deseable comunicarse, a quienes se quiere hacer un pedido, informar o convencer…*

(…) Al proponer situaciones de producción de textos, se crean las condiciones que permiten a los alumnos apropiarse del proceso de escritura, es decir:

- *Planificar sus textos: decidir quién es el destinatario de sus producciones y qué efectos pretenden lograr sobre él,*
- *buscar y seleccionar la información que necesitan para escribir, definir (a grandes rasgos) cómo va a empezar el texto, con qué se va a seguir y cómo se lo va a terminar;*
- *Hacer consultas –mientras escriben- con el maestro o con los compañeros, recurrir a materiales escritos para buscar información sobre el contenido acerca del cual se está escribiendo o para resolver dudas (…)*
- *Releer durante la producción lo que ya se ha escrito, para sostener la coherencia del texto y para ir haciendo las modificaciones que se consideren necesarias;*
- *Escribir en borrador y hacer modificaciones (e incluso diferentes versiones) hasta lograr un texto satisfactorio para el autor;*
- *Revisar globalmente el texto después de haber terminado una versión aceptable y efectuar las reorganizaciones y correcciones necesarias; (…).* (Lerner y otros, 1996:39-40)

Finalmente, un aspecto central a considerar es cómo concebimos el objeto matemático de enseñanza en torno al cual se organiza la secuencia de clases. Las actividades elegidas para analizar las explicaciones de los alumnos involucran la comparación de fracciones, en el marco de una secuencia de enseñanza de los números fraccionarios. Por ello, otro aporte teórico que respalda esta indagación es el estudio presentado por Itzcovich (2009b) sobre el trabajo escolar en torno a fracciones. El autor analiza las rupturas que se presentan al comienzo del trabajo con este campo numérico en relación con los números naturales. Asimismo se ocupa de las relaciones que se establecen, por un lado, entre las fracciones y los conceptos matemáticos ya conocidos por los alumnos y, por otro lado, entre los nuevos que se construyen y las intervenciones del maestro.

Desde los primeros problemas, las fracciones aparecen como números con características propias, diferentes de las de los números naturales. Entre ellas, una misma cantidad puede escribirse de formas distintas. Involucrar a los alumnos en la resolución de una variedad de situaciones y con atención explícita y sostenida del docente a propósito de esta propiedad contribuye a su internalización. (Itzcovich 2009b:143)

Toda la complejidad acerca del aprendizaje de este contenido, así como la ruptura entre lo que se sabe sobre los números naturales frente al nuevo universo de los fraccionarios, son los principales aspectos que se abordan en el trabajo.

Antecedentes

A continuación mencionamos diferentes investigaciones didácticas que se han ocupado del rol de las escrituras en clases de matemática en diferentes años de la escolaridad y sobre diversos contenidos matemáticos.

En primer lugar, Wolman (2010) analiza los registros de los procedimientos utilizados por alumnos de primer año de educación primaria en problemas que involucran las ideas de suma y resta. En este estudio, la autora plantea que:

> *… una cuestión esencial contemplada en el diseño de las situaciones que se estudiaron en dicha investigación es la función que juega la anotación. En el momento de resolución se les pide a los alumnos que anoten cómo resolvieron el problema. Su objetivo es promover que los niños expliciten sus procedimientos a través de la utilización de sus propios modos de representación gráfica y puedan recordar lo realizado en el momento de la puesta en común, posterior al de la resolución.* (Wolman 2010:2)

En esta investigación se evidencia que una situación problemática en la que no se ha presentado previamente un método y/o una operación de resolución, el alumno se vale de sus conocimientos matemáticos para resolverlo a través de estrategias propias.

Los registros de estas estrategias pueden cumplir diferentes funciones. El registro escrito de una estrategia permite marcar gráficamente el camino pensado por el alumno, lo que le permite apoyarse en ese registro en el momento en que necesita comunicar al otro cómo hizo para resolver el problema.

En este trabajo se realiza también un análisis de los registros escritos, pero no en la misma situación mencionada por Wolman, sino en una actividad en la que los alumnos de 5to año deberán explicar por escrito cuál es la fracción mayor. La escritura que, en la situación matemática, cumple en explicar el razonamiento, también cumple en comunicar al otro cómo hizo para identificar la fracción mayor. Al mismo tiempo que esta escritura funciona como un soporte para la comunicación, también es una situación que le permite al alumno reflexionar sobre su propio conocimiento, darse cuenta de algo que hasta entonces podría no estar explícito para él.

Al respecto, Martí y Pozo (2000) señalan que "*la escritura cumple también una importante función epistemológica: no sólo ayuda a recordar y comunicar lo pensado, sino también engendra nuevas posibilidades cognitivas*" (citado en Wolman, 2010:5).

Los hallazgos realizados por Wolman en su investigación constituyen un antecedente para el presente trabajo, pero además las relaciones que establece y los conceptos que desarrolla nutren el marco teórico desde el que se analizarán las producciones escritas en este trabajo.

Sancha (2017) también trajo importantes consideraciones respecto a las situaciones de escritura que están presentes en las clases de matemática y que tienen el propósito de explicitar, reorganizar y sistematizar conocimientos que surgen de la resolución de ciertos problemas. En su análisis, se basó en una secuencia de enseñanza de números fraccionarios, que presentaba numerosos problemas matemáticos entre los que se intercalaban situaciones de escritura. Uno de sus interrogantes fue sobre cómo el conocimiento se transforma en una situación de intercambio que tiene el propósito de producir un texto colectivo.

> *En las situaciones de producción escrita sobre los conocimientos matemáticos que surgieron en una instancia de discusión sobre problemas de reparto ya resueltos, es posible analizar el modo en que se transforman ciertos conocimientos que circulan en la clase confrontando las formulaciones orales que realizan los alumnos durante el intercambio sobre los problemas y las formulaciones que realizan durante la escritura colectiva.* (Sancha, 2017)

Otro de los aspectos indagados en la investigación se refiere a la posibilidad de que el registro escrito se convierta en una fuente de consulta para que los alumnos aclaren sus dudas o para que les sirva de apoyo al pensar en la resolución de nuevos problemas.

> *En ciertas situaciones de la secuencia en las que se requiere volver a leer textos propios para recuperar información antes de resolver nuevos problemas de reparto es importante analizar en primer lugar si los niños retornan al escrito de manera autónoma o si lo hacen solo bajo la indicación del docente.* (Sancha, 2017)

El estudio resalta el rol que tiene la escritura en la conceptualización matemática y subraya la importancia de que las situaciones de escritura sean planificadas por el docente, de modo que esta herramienta se presente de manera intencional en las clases.

Sancha se ocupa en su investigación de la escritura como una herramienta de aprendizaje de los contenidos matemáticos y el presente trabajo se apoya en esa idea para analizar los conocimientos que los alumnos ponen en juego en las explicaciones escritas que elaboran en problemas de comparación de fracciones.

> *La enseñanza de la escritura como herramienta de aprendizaje de distintas disciplinas está prescripta en numerosas propuestas curriculares, aunque sabemos que no siempre está presente en las prácticas escolares y menos aún en las clases de matemática. Nos parece primordial continuar insistiendo en la necesidad de valorar la potencia de la escritura en la transformación del conocimiento matemático para que se incluyan sistemáticamente situaciones de producción, retorno y revisión en las secuencias de enseñanza del área.* (Sancha, 2017:190)

Otro antecedente del presente estudio es el trabajo de Butlen (1996) en el que investigó cómo la producción de textos colectivos sobre lo aprendido puede ayudar a los estudiantes a avanzar en sus conocimientos matemáticos.

Butlen aporta la idea de "situaciones de repaso", situaciones en las que el alumno necesita mirar lo que hizo, pero no en el sentido de describir los pasos, las etapas, sino más bien, algo que va más allá de la acción, una situación en la que los estudiantes necesitan explicar lo que hicieron.

> *La primera situación [construcción de una memoria escrita colectiva] se encuentra en la frontera entre la matemática y la expresión escrita en general, entre la matemática y el discurso de la matemática.*
>
> *Es la oportunidad de repasos indispensables para alumnos con dificultades en matemática.*
>
> *Su escasa capacidad de anticipación sobre los aprendizajes, su dificultad para superar la instancia de la acción, para medir la importancia de ciertas acciones, para extraer de su contexto los aprendizajes del momento, para generalizar las experiencias vividas, hacen necesarias el desvío por una etapa de formulación colectiva, concisa de las nociones frecuentadas. Así, podrán pasar de la descripción del "¿qué hice?" a la descripción del "¿qué aprendí?".* (Butlen, 1996:9)

El presente trabajo analiza una situación en la que se construye colectivamente un texto y otra situación en la que los alumnos revisan un texto producido individualmente. Los aportes de Butlen contribuyen a la reflexión sobre esas dos situaciones.

Hasta aquí, hemos mencionado estudios sobre las escrituras vinculadas a la enseñanza de diferentes contenidos en distintos años de la escolaridad. Estas investigaciones, si bien son cercanas al presente trabajo, no se han ocupado de las escrituras que producen los alumnos al resolver problemas de comparación de fracciones.

Objetivos de la Práctica Profesional

- Analizar las explicaciones escritas y orales realizadas por tres niños y niñas de 5to año en una situación de comparación de fracciones para identificar el conocimiento subyacente a cada una, así como las similitudes, diferencias y avances en ambos tipos de explicaciones.
- Comparar la primera versión de una explicación escrita y la versión revisada, después de una discusión colectiva, para identificar transformaciones y la aparición, o no, de nuevos conocimientos que puedan considerarse en términos de relaciones matemáticas o en términos de producciones de explicaciones más consistentes.
- Reflexionar sobre la función del registro escrito, en las diferentes situaciones analizadas, considerando su relación con el aprendizaje del contenido matemático involucrado.

Descripción de la práctica profesional

Con el fin de cumplir con los objetivos, se analizaron producciones escritas y transcripciones de explicaciones orales realizadas por un grupo de tres alumnos, con diferentes niveles de conocimiento, al resolver problemas sobre un mismo contenido, comparación de fracciones. Estos alumnos formaban parte de un grupo mayor, de 5º grado, en el que se implementó una secuencia de enseñanza de las fracciones. Para este trabajo, se analizaron específicamente las intervenciones orales y registros escritos que estos tres alumnos produjeron solo en algunas clases. El diseño y la implementación de las situaciones estuvieron a cargo de la docente del grupo y se realizaron observaciones naturalistas de estas clases.

Todas las clases se grabaron en su totalidad, pero solo se realizó la transcripción de las partes que involucraban a los tres niños, previamente elegidos, para que luego se pudieran comparar las explicaciones escritas. Si durante la discusión, había intervenciones de otros alumnos que interferían en la explicación de los niños seleccionados, estas también se transcribían, como aporte para el análisis.

Es importante resaltar que la idea no fue analizar las intervenciones docentes, sino el discurso de los niños en una situación lo más "natural" posible, por ese motivo se tomó la decisión de grabar las intervenciones de los alumnos en una situación de discusión colectiva frecuente en el aula.

El análisis se realizó considerando tres situaciones de enseñanza que detallaremos a continuación, dos que incluían la resolución de problemas matemáticos y la explicación de lo producido y una que consistió en la revisión de una producción escrita:

Primera situación (ANEXO 1):

En esta situación, los estudiantes debían comparar dos pares de fracciones para decidir cuál de las dos era mayor en cada caso, un par con denominadores iguales y el otro con numeradores iguales. Después de resolver y justificar sus respuestas individualmente, por escrito, la maestra propuso una socialización de las producciones para que, después de acordar cuáles eran las respuestas correctas, elaboraran colectivamente un texto que explicara cómo identificar la fracción mayor cuando los denominadores o numeradores eran iguales, apuntando a que lo enunciaran de forma general.

En esta situación, el análisis consistió en la confrontación de las producciones escritas individuales de cada uno de los tres alumnos previamente seleccionados con sus intervenciones en el registro de la situación de escritura colectiva.

Segunda situación (ANEXOS 2, 3 y 4)

Como en la clase anterior, en esta propuesta los alumnos también tenían que comparar fracciones, pero en este caso había tres pares de fracciones en las que sus denominadores y numeradores guardaban ciertas relaciones que explicaremos más adelante.

En primer lugar, los alumnos debían responder y justificar individualmente por escrito. Luego, había una discusión colectiva para llegar a un consenso común, tanto en relación con la respuesta correcta como con su explicación.

El análisis en esta segunda situación puso en relación las dos explicaciones dadas por los tres estudiantes previamente seleccionados: la explicación escrita y la explicación oral en la situación de la discusión colectiva.

Tercera situación (ANEXO 5):

Después de la discusión desarrollada en la situación anterior, la maestra invitó a los alumnos a revisar sus respuestas para corregir y/o mejorar sus explicaciones. Para eso, podían escribir una nueva respuesta o hacer marcas de revisión en la producción inicial, con el propósito de hacerla más completa. Por lo tanto, esta no era una nueva situación para resolver problemas matemáticos, sino una situación de revisión de la escritura por parte de los alumnos.

En esta tercera situación, el análisis consistió en una comparación entre las dos versiones producidas por los alumnos.

Preguntas orientadoras de este trabajo

1ra situación: Análisis comparativo de la explicación escrita individual y el registro escrito de la explicación colectiva.

- ¿Qué conocimientos se mantienen en ambos registros?
- ¿Qué conocimientos se transforman?
- ¿Aparecen nuevos conocimientos? ¿Cuáles?

2da situación: Análisis comparativo de la explicación escrita individual y la explicación oral realizada por los mismos alumnos en el desarrollo de la discusión colectiva.

- ¿Qué conocimientos se mantienen en ambas explicaciones?
- ¿Han podido establecer los alumnos nuevas relaciones? ¿Cuáles?

3ra situación: Análisis comparativo de la primera versión de la explicación escrita y de la versión final de esta explicación después de la discusión colectiva.

- ¿Qué aspectos del contenido matemático se modifican en el segundo registro en relación con el primero?
- ¿Qué aspectos relacionados con la redacción del segundo registro pudieron modificarse y avanzar en relación con el primero?

Las siguientes preguntas también orientaron el análisis en las tres situaciones mencionadas anteriormente:

- ¿Cuál es el rol del registro escrito en esta situación?
- ¿Cómo puede contribuir (o no) al aprendizaje de los estudiantes?

Algunas decisiones metodológicas

La práctica profesional se llevó a cabo en la escuela "Ateliê escolacaia[1]", una ONG que funciona en la ciudad de São Paulo, Brasil. Esta escuela es parte de un proyecto que atiende a niños de alta vulnerabilidad social. Aunque funcione como una escuela privada, no tiene fines de lucro, por lo tanto atiende a los niños de forma gratuita, en jornada completa. Actualmente, esta escuela recibe niños desde la educación de la primera infancia, desde los 3 años, hasta el 7º grado.

[1] https://www.acaia.org.br

El análisis se realizó en un aula de 5º año que tiene 21 alumnos. Se seleccionaron tres alumnos para analizar sus intervenciones orales y registros escritos.

La actividad que se analizó es parte de una secuencia didáctica de números fraccionarios, prevista para presentar en el 2º trimestre. Estas clases tuvieron lugar entre finales de junio y principios de agosto.

Para un mejor registro y posterior transcripción, se grabó la situación de discusión colectiva, entre la primera situación y la revisión de la misma.

Justificación de las decisiones

a) El grado

Las producciones analizadas en este trabajo pertenecen a estudiantes de 5to grado. La elección de este grado se debe al hecho de que es el último de primaria y, por lo tanto, la escritura, desde el punto de vista de la textualización, ya no es un obstáculo como podría ser en los grados iniciales.

La intención de este trabajo es enfocarse en los conocimientos matemáticos involucrados en las explicaciones, es decir, estrategias y conceptos relacionados con los conocimientos matemáticos presentados en las situaciones de explicación oral y escrita. Por este motivo, asegurar que los alumnos ya dominen la escritura convencional es un punto importante para que no haya interferencia en ese sentido.

b) El contenido abordado: comparación de fracciones

Aprender números es parte de un proceso largo y complejo de construcción por parte de los alumnos. En ese contexto, *"complexidade e provisoriedade são inevitáveis. O são porque o trabalho didático é obrigado a levar em conta tanto a natureza do sistema de numeração como o processo de construção do conhecimento"* (Lerner e Sadovsky 1996:118).

Teniendo en cuenta el aprendizaje de los números naturales, durante los grados iniciales, los alumnos van construyendo las propiedades y regularidades que rigen nuestro sistema de numeración y van sistematizando el conocimiento respecto de este campo numérico. Estos conocimientos se desestabilizarán de cierta manera cuando sean enfrentados a otros campos numéricos, como las fracciones que forman parte de los números racionales.

> *Un trabajo escolar que aborde este complejo campo numérico debe tener en cuenta los obstáculos para su comprensión, que se generan a partir del conocimiento que los alumnos tienen sobre los números naturales. Esta ruptura se vincula, fundamentalmente, con un cambio en la representación de número que tienen los niños hasta el momento. En efecto, ellos deben construir nuevas ideas; por ejemplo, que un número puede ser escrito de diferentes modos: una*

fracción, un decimal, un porcentaje, una razón. Además, algunas certezas ya construidas con los números naturales, se verán cuestionadas: los números no tienen "siguiente", la multiplicación de dos números no siempre es mayor que cada uno de los factores, etcétera. (Itzcovich, 2009b:132)

Cuando hablamos de números racionales, vale la pena mencionar que muchas veces los errores presentados por los alumnos son consecuencia de su propio conocimiento de los números naturales, como se mencionó anteriormente. En este sentido, podemos considerarlos como obstáculos epistemológicos.

Se llaman obstáculos epistemológicos a estas concepciones que son constitutivas del conocimiento. Como tales dependen únicamente del concepto mismo, son inherentes a la noción a que se refieren, y, por consiguiente, cualquiera que desee adquirir esa noción deberá superar esos obstáculos. No es posible prescindir de los obstáculos puesto que superarlos forma parte del conocimiento. (Centeno Pérez, 1977:145)

El estudio de los números fraccionarios trae desafíos significativos para los alumnos. Dado que, según el plan de estudios de la escuela, es en este grado donde comienza el trabajo con números fraccionarios, consideramos que la complejidad existente será un motor interesante para analizar lo que se propone este trabajo.

Son muchas las dificultades que los niños experimentan, desde el momento en que tienen la primera información de la existencia de estos nuevos números hasta que son capaces de reconocerlos en un buen número de situaciones, utilizarlos de forma correcta, operar con ellos, comprender su significado e integrarlos en sus esquemas cognoscitivos personales, como nuevos números, que incluyen a los enteros -ya conocidos- pero que tienen algunas propiedades distintas. (Centeno Pérez, 1977)

El trabajo de resolución de problemas que implica la comparación de fracciones es una situación de aprendizaje potente, favorece que los alumnos, a partir de lo que ya saben sobre números naturales, puedan avanzar en el conocimiento de los números, construyendo un nuevo aprendizaje sobre un nuevo campo numérico, en este caso, las fracciones.

La comparación de fracciones es una actividad que atravesará todo el proceso de aprendizaje y de trabajo con este campo numérico. Si bien el cálculo algoritmizado puede ser más económico, el establecimiento de relaciones va enhebrando un tejido que es sostén para construir el sentido y da lugar variados recursos de resolución que, eventualmente, fundamentan dichos algoritmos. (Itzcovich, 2009b:146)

Otra cuestión que vale resaltar se refiere al hecho de que las situaciones que se analizan en este trabajo, la explicación escrita, la explicación oral y la revisión de la escritura inicial, se refieren al mismo tipo de problema matemático, la comparación de fracciones. El hecho de cambiar los pares de fracciones involucradas puede interferir en el análisis que se pretende, ya que las fracciones son una variable didáctica significativa que interfiere tanto en el grado de complejidad que aporta a los alumnos, como en el que se moviliza y se pone en juego para resolver cada una de las situaciones.

> *Es importante destacar que problemas que resultan similares para el docente no tienen porqué resultar de la misma forma para los alumnos: los números involucrados pueden hacer variar completamente sus estrategias.* (Itzcovich, 2009b:147)

c) Los problemas elegidos (ANEXO 1 y 2)

Los problemas elegidos son parte de una secuencia didáctica de trabajo de este grado. Los problemas de comparación de fracciones se proponen aproximadamente en el medio de esta secuencia, es decir, los alumnos ya han podido atravesar muchas experiencias de resolución y discusiones que involucran algunos aspectos de las fracciones, como por ejemplo, fracción como división, fracción como medidas o composición de cantidades expresadas en fracción.

El trabajo con cálculo mental también se ha abordado con este grupo, trabajo que involucra dobles y mitades de fracciones y cuánto queda para completar enteros.

Con respecto a la comparación de fracciones, antes de la propuesta analizada aquí, los alumnos también pudieron resolver y reflexionar sobre este contenido en situaciones problemáticas contextualizadas.

Por lo tanto, debido al camino tomado hasta ahora, los estudiantes ya tienen cierto conocimiento para resolver los problemas propuestos aquí.

Para el primer análisis donde se pretende comparar la producción escrita individual y colectiva, los alumnos comparan los pares de fracciones: $\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{5}$; $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$, es decir, fracciones con denominadores o numeradores iguales en cada una de las situaciones.

En la segunda y tercera parte, las fracciones analizadas fueron en su totalidad con diferentes numeradores y denominadores:

a) $\frac{7}{6}$ y $\frac{6}{7}$;

b) $\frac{4}{10}$ y $\frac{3}{6}$,

c) $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$

Cada uno de los pares promueve el análisis de diferentes relaciones, importantes a ser consideradas. Las dos fracciones que están presentes en el ítem a) están compuestas por los mismos números, el siete y el seis, pero en la primera el 7 es el numerador y el 6 es el denominador y en la segunda fracción, el 7 es el denominador y el 6 es el numerador, es decir, las fracciones son inversos multiplicativos. Además, una de ellas representa más de 1 entero, mientras que la otra no.

En el segundo caso, una fracción equivale a un medio mientras que la otra es menor que un medio, aunque los números involucrados en el denominador y el numerador de la fracción menor, son mayores que los de la otra.

En el tercer caso, es necesario considerar cuánto falta para completar el entero, en el caso de las dos fracciones es una parte o una fracción con denominador 1 y hay que determinar cuál de esas partes es menor, lo cual indica que está más cerca del entero.

d) La elección de los alumnos.

Para la elección de los alumnos, cuyas producciones escritas e intervenciones orales fueron analizadas, se consideraron sus niveles de conocimiento en relación con el contenido. Los tres alumnos seleccionados tenían diferentes niveles de conocimiento, uno alto, uno medio y uno bajo.

Se buscó que haya heterogeneidad en los niveles de conocimiento para neutralizar la incidencia de esta característica en las producciones e intervenciones.

Es importante destacar que el análisis no tuvo el propósito de comparar entre sí las explicaciones de cada uno de los alumnos de los diferentes niveles. El objetivo fue analizar cómo aparecen en general los conocimientos de estos tres alumnos en las situaciones descriptas anteriormente, sin considerar la relación directa entre la calidad de la producción y el mayor o el menor nivel de conocimientos de cada uno de los alumnos sobre el contenido en cuestión.

Análisis 1era situación: Comparación de la explicación escrita individual y la explicación escrita colectiva

En este análisis, pretendemos identificar algunos aspectos que surgen de la comparación entre la producción individual de los alumnos y la producción colectiva de un texto que explica las razones por las que las fracciones son mayores en cada caso:

a) Fracciones con denominadores iguales: $\frac{3}{5}$ o $\frac{7}{5}$

b) Fracciones con numeradores iguales: $\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{5}$

Además de esta comparación, reflexionar sobre el rol de este texto colectivo como soporte para la producción de conocimiento matemático.

La siguiente tabla, muestra una transcripción de las respuestas de los tres alumnos previamente seleccionados y del texto producido colectivamente por el grupo:

	¿3/5 o 7/5?	**¿¼ o 1/5?**
Alumno 1	Porque es más que 1 entero (7/5).	Cuanto menor (¼) el denominador, mayor la fracción.
Alumno 2	Es el 7/5 porque el número de abajo es igual en las dos, como el 7 es más grande, la fracción 7/5 es mayor.	¼ es más grande porque las partes van a ser mayores que la parte de 1/5.
Alumno 3	La fracción 7/5 es más grande porque aparte del entero tiene ⅖.	La fracción ¼ es más grande porque si parto un chocolate en 4 partes y otro en 5 partes te vas a dar cuenta que el de 4 partes tiene los pedazos más grandes que el de 5 partes. Es igual a lo que ya discutimos [refiriéndose a situaciones previas de la secuencia], que cuando cortás la fracción en muchas cantidades, menor el pedazo que tenés.
Registro colectivo	Si los numeradores son iguales, solo depende del denominador para descubrir cuál es la fracción más grande, cuanto mayor sea el número de partes que componen el número entero, menor será la fracción. Cuando los denominadores son iguales, hay que pensar en el numerador, cuanto más grande es, mayor es la fracción. Y si el	

	numerador es mayor que el denominador, significa que la fracción es mayor que 1 entero.

Uno de los primeros puntos que se puede identificar al observar las respuestas de los estudiantes se refiere a la variedad de conocimientos en los que se basan para justificar sus respuestas:

- Los estudiantes 1 y 3 usan como argumento el hecho de que una de las fracciones es mayor o no a un número entero, es decir, saben reconocer cuándo una fracción es o no mayor que un número entero y cuánto eso se refleja en el hecho de que una es mayor que la otra.
- Los alumnos 2 y 3 se refieren al tamaño de las partes de los chocolates, es decir, un conocimiento relacionado entre parte y todo y que ese número indicado por el denominador no indica solo una cantidad, sino la cantidad de partes necesarias para formar el todo, y que esto tiene que ver con el tamaño de cada parte.
- Cuando se trata de partes iguales, es decir, los mismos denominadores, el numerador puede indicar cuál es la fracción más grande. Basado en este conocimiento es que el estudiante 2 justificó su respuesta para encontrar la fracción más grande entre 3/5 o 7/5: *"Es el 7/5, porque el número de abajo es igual en las dos, como el 7 es mayor, la fracción 7/5 es mayor".*

Por lo tanto, se puede ver aquí que, aunque los estudiantes no apelan a explicaciones formales y más tradicionales, los alumnos tienen muchos conocimientos sobre las fracciones que les permiten resolver este problema. Esta diversidad de conocimientos, que resultan en una diversidad de estrategias que aparecen aquí, puede ser una consecuencia del fuerte trabajo con las fracciones y con el cálculo mental realizado por la maestra, teniendo en cuenta que el trabajo con este tipo de cálculo ha sido parte del plan de estudios de esta escuela, desde los primeros años.

> *Recordemos que con "cálculo mental" nos referimos a un cálculo reflexionado, en el que se conjugan los distintos procedimientos que los alumnos consideran más convenientes para cada situación, basados en las propiedades de las operaciones y en los resultados disponibles en su memoria. (...) El trabajo con cálculo mental sostenido a largo plazo permite que los alumnos tengan un amplio repertorio de estrategias y no queden sujetos a una sola forma de resolver un problema.* (Itzcovich, 2009b:139)

Al comparar estos registros individuales con la producción colectiva, podemos identificar que los conocimientos reaparecen en esta segunda situación, sin embargo, aparecen abarcando todos los conocimientos que aparecieron antes, individualmente, es decir, una forma de expandir el conocimiento de cada uno.

El registro colectivo agrega los diferentes conocimientos que circulan en la sala y se puede inferir de esto que la forma en que la maestra maneja las diferentes respuestas promueve la validación del conocimiento por parte del grupo, comunica que no hay una sola manera de encontrar la respuesta y que estas formas no se contraponen, sí pueden muchas veces complementarse. Aunque la intervención del profesor no es el foco del análisis de este trabajo, vale la pena mencionar que su papel es fundamental en este sentido, como lo menciona Sadovsky:

> *Esa interacción entre soluciones diferentes puede ser fuente de nuevos problemas, algunos de los cuales sólo podrán ser planteados por el docente, que es el único que los reconoce como tales. Por ejemplo, hemos encontrado que los alumnos pueden pensar que dos procedimientos de un mismo problema son correctos pero que no "producen" las mismas soluciones. En tanto esto no es fuente de conflicto para los alumnos, solo el docente podrá problematizar esta cuestión, pero podrá hacerlo una vez que hayan emergido las diferencias como producto de la interacción mencionada. En otros términos, la norma según la cual dos procedimientos son equivalentes si y solo si llevan al mismo conjunto solución "necesita" tanto de la interacción entre pares (para que emerja la cuestión) como de la intervención del docente (para que la plantee como problema a discutir)*. (Sadovsky, 2005:50)

En el registro colectivo, también es posible observar las nomenclaturas más formales en relación con la fracción, como el denominador y el numerador, de manera diferente a lo que ocurre, por ejemplo, con el alumno 2, que se refiere al denominador como "número de abajo". Sin embargo, en la forma en que se produjo este texto, con autoría de todos, estas nomenclaturas terminan ingresando como un facilitador de la comunicación, haciendo que este aprendizaje sea más significativo. Continúan estando permitidas estas formas de referirse a los números, "el número de abajo" o "el número de arriba", como una manera en la que todos los alumnos puedan acercarse a términos más ajustados a los conceptos y en la que vayan estableciendo relaciones a medida que van reflexionando sobre las fracciones. .

El registro colectivo también organiza y completa mejor las ideas aportadas por los alumnos, por ejemplo, en la respuesta individual, el alumno 2 escribe: "¼ es mayor porque las partes serán mayores que la parte de 1/5", pero no relaciona el denominador y el numerador como en el registro colectivo. El alumno 1, también trae una justificación que está incompleta "Cuanto más bajo es el denominador, mayor es la fracción", una justificación que se revisa y reescribe por completo en el registro colectivo.

Otra cuestión que puede identificarse al comparar las respuestas de los alumnos con el texto colectivo se refiere a la generalización de las explicaciones. La gran mayoría de las respuestas de los alumnos, en este caso, se basan en la situación específica de la actividad que estaban analizando, pero en función de la socialización de estas respuestas, con la intervención de la maestra, se produjo un texto con una explicación que no se contextualiza en una situación dada, es decir, sirve para explicar cualquier situación de comparación de fracciones con denominadores o numeradores iguales. Si los numeradores son iguales cuanto más bajo es el denominador, mayor es la fracción. En este sentido, los alumnos no solo ponen en juego los conocimientos matemáticos, en términos de las relaciones matemáticas que van estableciendo al comparar las fracciones, sino también, en lo referente a las normas que van incorporando a las explicaciones que producen en el aula.

Finalmente, la forma en que se produjo este registro colectivo, con la participación efectiva de los alumnos, juega un papel importante en las clases de matemática. Organiza el contenido estudiado y ayuda a los alumnos, especialmente a aquellos con más dificultades, a darse cuenta de lo que ya saben. Hace visible el conocimiento producido y el texto se convierte en una memoria del grupo.

> *Una de las situaciones que propician la formación de los niños como estudiantes en el área de matemática es el registro escrito de lo aprendido en una clase o en la resolución de un conjunto de problemas que involucran un contenido matemático particular a lo largo de varias clases. Elaborar estas conclusiones escritas proporciona ciertos puntos de apoyo que permiten construir una memoria colectiva del recorrido del trabajo matemático realizado por los alumnos y ayudan a hilvanar el proceso de institucionalización de los conocimientos matemáticos que circularon en las clases durante la resolución previa de algunos problemas.* (Broitman et al., 2018:19)

Análisis 2da situación: Comparación de la explicación escrita individual y la explicación oral realizada por los estudiantes en la discusión colectiva

En esta clase, los estudiantes respondieron primero por escrito e individualmente cuál de las fracciones consideraban mayor y por qué:

a) ¿ $\frac{7}{6}$ o $\frac{6}{7}$?

b) ¿ $\frac{4}{10}$ o $\frac{3}{6}$?

c) ¿ $\frac{2}{3}$ o $\frac{4}{5}$?

Después de este momento de resolución individual, la maestra propuso una discusión con el objetivo de llegar a un acuerdo general sobre cuáles eran las respuestas correctas. De este intercambio se transcribieron las explicaciones orales de los tres alumnos seleccionados. Para los fines del análisis y la comparación se presentan algunos fragmentos de las explicaciones de los alumnos tanto en la actividad individual como en la discusión colectiva. Las explicaciones completas de ambas instancias se encuentran en el Anexo 3.

Una de las cuestiones que se observan al analizar estas respuestas es que cuando el alumno necesita explicar oralmente a sus pares, esto permite una mayor interacción con el sujeto con el que se está comunicando, lo que puede provocar que las explicaciones sean complementarias. Como sucedió, por ejemplo, en la explicación de la respuesta del alumno 2 frente a la comparación del primer par de fracciones (A2).

"Yo vi cuál era la más grande, la fracción. Vi que cuando el numerador, ***el numerador es el de arriba, ¿verdad? - el maestro confirma -*** *Cuando el numerador es mayor es más que un entero y cuando el denominador es menor, es menos - ahí como vi que 6 es menor que 7, pensé que debe ser la 7/6 porque ella tiene un entero"* (Respuesta oral A2 - Anexo 3)

En su explicación, cuando utiliza el término numerador, este alumno solicita confirmación a la maestra sobre el uso del término y ante la confirmación de la maestra continúa su explicación.

Esta proximidad que existe entre el productor y el destinatario de un texto oral es un factor que diferencia la complejidad que existe entre este tipo de comunicación y una comunicación escrita:

> *La distancia entre productor y destinatario del texto no es únicamente de tipo espacial o temporal. Frecuentemente esta distancia es también de orden psicológico, en la medida en que no existe un contexto mental compartido o, lo que es más importante sin duda, en la medida en que es difícil y a menudo imposible obtener pistas que ayuden a poner de manifiesto la falta de un contexto mental compartido. Es cierto que esta situación se produce o puede producirse también en el discurso oral, como lo demuestran los frecuentes malentendidos entre las personas. Sin embargo, en este caso la mayoría de las situaciones ofrecen posibilidades infinitamente mayores de dar u obtener pistas (verbales y no verbales) que indiquen la distancia mental entre locutor y receptor. En el caso del escrito, esta posibilidad es prácticamente inexistente, y en consecuencia vuelve a ser necesario que el escritor explicite al máximo su propio contexto mental, evitando en la medida de lo posible los implícitos o supuestos, y detallando sistemáticamente las conexiones y relaciones que establece entre las ideas que pretende transmitir.* (Miras 2000:68)

Otro aspecto observado al analizar las respuestas orales en comparación con las respuestas escritas, es que cuando explican oralmente, los estudiantes tienden a dar respuestas más detalladas:

<u>Respuestas alumno 1 frente a la comparación del tercer par de fracciones (C.1)</u>

"La fracción más grande es 4/5 porque el resto es más pequeño y se comieron partes más pequeñas". (respuesta escrita)

"Yo creía, quiero decir, sigo creyendo, que el ⅘ es más grande. En las dos fracciones quedaba 1, pero en la 4/5 la parte que quedó, el resto es menor entonces se comieron más partes, más partes pequeñas que al final quedó más". (respuesta oral)

Además de más detalles, en algunos casos, los alumnos también agregan nuevas informaciones a sus respuestas orales en relación con las respuestas que inicialmente dieron por escrito. En este caso, la nueva información resulta igualmente incompleta para determinar qué fracción es mayor:

<u>Respuestas del alumno 3 frente a la comparación del segundo par de fracciones (B.3)</u>

"La fracción más grande es 3/6 porque él tiene mitad y el otro ni llega a la mitad." (respuesta escrita)

"Yo creo que la fracción más grande es 3/6 porque es lo mismo que mitad y la otra no llega a la mitad, pero también se puede pensar así, en el 3/6 necesitás de 6 partes para formar 1 entero, entonces, faltan 3 partes. En el 4/10, necesitas de 10 partes, entonces, faltan 6." (respuesta oral)

<u>Respuesta del alumno 1 frente a la comparación del segundo par de fracciones (A1)</u>

"La fracción más grande es 3/6 porque equivale a ½ y la 4/10 no." (respuesta escrita)

"3/6 porque es equivalente a medio es 4/10 falta 1/10 para ser medio." (respuesta oral)

Como se mencionó anteriormente, las explicaciones orales de los alumnos tuvieron lugar en una circunstancia de discusión colectiva organizada y planificada por la maestra de la clase. Aunque no es el objetivo de este trabajo analizar las intervenciones de la maestra, es interesante destacar las intervenciones a lo largo de esta discusión que contribuyeron directamente para que los estudiantes pudiesen elaborar sus explicaciones.

5 - Carolina: Cuando el denominador es más grande, la fracción va a ser más grande.

6 - Maestra: Decís que cuando el denominador es más grande, la fracción es más grande, ¿verdad?! (Carolina confirma con la cabeza). ¿Pero más grande qué?

7 - Carolina: Más grande que la fracción.

8 - Laura: ¡No! Es cuando el numerador es más grande que el denominador que es 1 entero.

9 - Maestra: ¿Siempre va a ser 1 entero?

10 - Laura: ¡No! Hasta puede ser más.

11- Antonio: Puede ser más que 1 entero.

En este extracto de la discusión, se puede observar que frente a una respuesta incompleta por parte de la alumna Carolina, ella hace preguntas que ayudan no solo a la propia alumna a complementar su idea, sino que le permiten llevar la discusión al grupo. Los pares pudieron ayudar a pensar y a construir la idea presentada originalmente por Carolina. La maestra, en ningún momento dice que está bien o mal, pero devuelve la pregunta para que los propios alumnos lleguen a un acuerdo.

En el extracto a continuación, podemos observar nuevamente la intervención de la maestra para fomentar la producción de argumentos por parte de sus alumnos.

16 -Pedro: Yo creo que cuanto más grande es el denominador, menor es la fracción, entonces creo que es 3/6.

17 - Maestra: ¿Pero por qué cuanto menor el denominador, mayor la fracción?

18 - Alice: Porque está dividido en pedazos menores.

19 – La maestra escribe en la pizarra: 4/5 y ½

20 - Maestra: Bueno, entonces en este caso, la fracción más grande es ½?

21 - Alumnos: ¡No! ¡Es 4/5!

22 - Maestra: Pero el denominador 2 es menor que 5. ¿Ustedes no dicen que si el denominador de la fracción es menor, la fracción es más grande?

23 - Pedro: ¡Pero ahí el 4/5 es casi 1 entero!

24 -Maestra: ¿Entonces no puedo solo mirar el denominador?

En esta situación, la maestra transformó una "respuesta incorrecta", pues solo era válida para este caso, en un objeto de reflexión para el grupo, es decir, convirtió el error en una fuente potente de aprendizaje. Al analizar el error, los estudiantes pudieron explicitar muchos conocimientos y el propio Pedro pudo revisar sus explicaciones. El apoyo de sus pares y de la maestra ayudaron a Pedro a producir una explicación detallada sobre las relaciones establecidas

25 - Pedro: Tenés que mirar los dos números de la fracción. Mirar solo la parte de abajo, solo ayuda cuando los números de arriba son iguales. Nosotros vimos esto en la última clase, ¿te acordás? Es así: es cierto que el denominador de 3/6 es más pequeño que el de 4/10, pero (refiriéndose a 3/6) es más grande, no por eso, porque también tenemos que mirar el número de arriba, y ahí se puede ver que 3/6 es la mitad y 4/10 ni siquiera es una mitad.

El error, como se ve aquí, puede ser una buena herramienta de aprendizaje, como menciona Broitman (2018):

> *El análisis de los errores posibles y su rechazo fundamentado también forman parte de ese proceso de sostenimiento de un contenido durante unas clases. De este modo, las estrategias erróneas o incompletas son constitutivas del objeto de estudio. (...)El trabajo colectivo en torno a ciertos recorridos de resolución cuyos efectos no han sido los esperados forma parte de un progresivo avance y de una sistematización ya que abona a resolver las siguientes situaciones intentando controlar esos errores producidos.* (Broitman, et al., 2018:12)

En estos ejemplos, queda claro cuán importante es la intervención del maestro para que los alumnos puedan aprender a dar explicaciones, sentirse autorizados para hacerlo sin temor a errores, es decir, el maestro proporciona espacios para la circulación del saber matemático en el salón de clases.

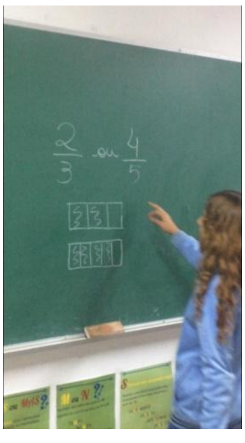
> *Que los niños batallen con las ideas. Que aprendan a producirlas y a retomarlas para ampliarlas, para restringir su alcance, para elaborar nuevas, para profundizar su comprensión. Que transformen ideas con ideas. Es éste un sentido profundo de la escuela que trabajamos. (...) Nada de esto ocurre en una clase sin la intención explícita de quién enseña.* (Sadovsky y Tarasow, 2013)

Otro aspecto interesante observado durante la discusión se refiere al apoyo del dibujo para justificar la fracción más grande entre 2/3 y 4/5. Aquí, el uso del dibujo se percibe como un recurso lleno de significado para los alumnos, un soporte para argumentar sobre una idea compleja, cuánto queda para completar un entero.

"En otros términos, el gráfico no es en este caso la fuente de la verdad a la que se llega después de haberlo mirado, sino que es un medio para apoyar la comprensión de un método que ya se había verbalizado." (Sadovsky y Tarasow, 2013)

48 - Gabriela: ¿Dos de aquellos allí (refiriéndose a 1/5) es uno de aquel (refiriéndose a 1/3)?

49 -Maestra: ¿A ver? ¿Querés pasar a dibujar en el pizarrón?



50 - Gabriela: (apoyándose en su dibujo) Yo creo que es lo mismo, dos aquí (2/5) es lo mismo que uno aquí (1/3).

51 -Maestra: ¿Entonces estas fracciones son equivalentes?

52 - Alice: ¡No! Porque en el 4/5 el pedazo que resta es menor, entonces significa que él comió más. Y dos de este (2/5) no es lo mismo que uno de este (1/3), es casi, ¡pero no igual!

El requerimiento de explicar por qué una fracción es mayor que otra implica una acción intelectual que está presente tanto en la explicación oral como en la escrita. Esta acción intelectual permite al alumno identificar lo que sabe, en este caso cuál es la fracción mayor, pero además posibilita reconocer los conocimientos involucrados en ese proceso.

Esta acción intelectual por parte del alumno puede ser ejemplificada con la respuesta del alumno 1, cuando necesita explicar oralmente cuál es la fracción más grande entre 3/6 y 4/10:

"3/6 porque es equivalente a medio y a 4/10 le falta 1/10 para ser medio.

*(*Maestra *le solicita que explique más):*

Mirá el 10 es el denominador y el 4 el numerador, el numerador es menor que el denominador, ***tranquilo****... Cuando el numerador es la mitad del denominador es mayor, es equivalente a medio. Entonces la mitad de 6 es 3, entonces 3/6 es lo mismo que medio. En la otra fracción, la mitad de 10 es 5, para ser la "medio" tenía que ser 5/10 y 4/10 es menor, menos que medio, falta 1/10 para llegar al medio".*

Cuando pide "calma", reanuda lo que había escrito, reflexiona (y esto es muy evidente en la clase), acerca de su propio razonamiento y sigue su explicación con mucho más detalle y más propiedad sobre lo que estaba tratando de decir.

A menudo los alumnos solos se dan cuenta de lo que saben cuando explican sus acciones, pues en ese momento hacen explícitos los conocimientos que hasta ahora estaban implícitos.

> *O fato de ter de explicar as ações traz associado o problema da linguagem. Exige-se a utilização de uma linguagem que permita explicar as ações vinculadas a uma resolução matemática, cuidando de que seja o mais clara possível pra poder ser compreendida pelos companheiros. Essa linguagem, por outro lado, deverá se adequar às particularidades de que a situação exija.* (Ressia de Moreno, 2006:52)

Teniendo en cuenta esta demanda de ajuste a diferentes situaciones de comunicación, es posible justificar la mayor libertad con la que los alumnos manejan la explicación oral, lo que en consecuencia genera respuestas más detalladas y más ricas en argumentos. Por otro lado, las explicaciones escritas requieren una capacidad de síntesis, eligiendo palabras apropiadas que realmente comuniquen lo que se desee, haciendo que la acción de la explicación escrita sea más compleja, pero al mismo tiempo muy valiosa para el aprendizaje de los contenidos matemáticos.

> *A su vez, el desafío de poner en palabras lo aprendido para ser textualizado promueve avances que tienden hacia una mayor profundización en la conceptualización matemática. Si bien diferentes investigaciones muestran que existe cierta distancia entre lo que los alumnos saben acerca de un contenido y lo que logran incluir sobre él en sus escrituras, resulta por demás valiosa la transformación de conocimientos que sucede mientras escriben.* (Lerner, Aisenberg y Espinoza, 2012; citado en Broitman et al., 2018:19)

Miras (2000), también resalta la diferencia entre los desafíos que existen entre la comunicación oral y escrita, ya que la segunda involucra distancia entre el productor y el receptor.

Análisis 3era situación: Comparación de la primera versión de la explicación escrita y la versión final después de la discusión colectiva

Después de la discusión propuesta por la maestra sobre las comparaciones de fracciones con diferentes numeradores y denominadores, la maestra les pidió a sus alumnos que revisaran sus respuestas. Habilitó la posibilidad de corregir, completar, cambiar, en resumen, revisar y reescribir sus respuestas, ya que después de haber participado en la discusión con los colegas, ahora, todos tenían condiciones de mejorar sus explicaciones.

> *Las interacciones en la clase constituyen un complejo sistema de comunicación, y es el lenguaje hablado uno de los medios centrales a través del cual se realiza gran parte de la enseñanza (Cazden, 1991). Por medio del lenguaje se expresan ideas, se comunican decisiones, se solicitan y se dan argumentos, se jerarquizan algunas formas de razonar por sobre otras.* (Etchemendy y Zilberman 2013:200)

Al analizar las explicaciones ya revisadas de los alumnos (Anexo 5), es evidente que todos pudieron avanzar en sus respuestas, en comparación con lo que habían escrito en la primera versión.

Algunos alumnos que en la respuesta inicial se apoyaron en un dibujo imaginario, describieron los pasos y pudieron identificarlo con este "dibujo":

<u>Respuesta inicial del alumno 1 frente a la comparación del segundo par de fracciones:</u>

“Yo dibujé en mi cabeza y vi que 3/6 era más grande porque restaba menos y 4/10 restaba más, el 3 del 3/6 es como si él hubiera pintado 3 y restado. En el 4/10 el pintó 4 y restó 6, entonces los tres pedazos son más grandes".

Respuesta inicial del alumno 2 frente a la comparación del segundo par de fracciones inicial:

"Yo dibujé en mi cabeza y vi que 3/6 era más grande porque restaba menos y 4/10 restaba más".

En la respuesta de estos alumnos, después de la revisión, se puede observar que lograron avanzar conceptualmente y, en lugar de las representaciones gráficas, se apoyaron en las propiedades de las fracciones para justificar sus respuestas:

Respuesta revisada del alumno 1 frente a la comparación del segundo par de fracciones:

“Porque 3/6 es equivalente a medio, diferente de 4/10. 3/6 es como si tuviera 1 chocolate que se dividió en 6 pedazos y agarraron 3 y lo mismo con 4/10, que se dividió en más pedazos y agarraron 4".

Respuesta revisada del alumno 2 frente a la comparación del segundo par de fracciones:

"Porque 3/6 es equivalente a medio, diferente de 4/10 que no llega a la mitad".

El apoyo al dibujo puede ser un recurso utilizado por los estudiantes cuando se trata de la comparación de fracciones, pero a medida que progresan en su conocimiento, terminan apoyándose en otros y usando el dibujo para probar sus argumentos, como se ve en el segundo análisis de este trabajo. Este fue el caso, por ejemplo, en las respuestas de los alumnos 1 y 3 frente a la comparación del primer par de fracciones.

Inicialmente, estos alumnos dieron respuestas vagas y genéricas para justificar cuál era la fracción mayor, pero después de la revisión, usaron el dibujo como una forma de ejemplificar el concepto al que se referían:

Respuestas del alumno 1 frente a la revisión de la respuesta del primer par de comparación de fracciones:

“Más que 1 entero.” (respuesta inicial)

“Si dibujás 7 sextos, tenés 2 chocolates, vas a comer un chocolate entero y un pedazo más. En el 6/7, ni siquiera comes un chocolate entero". (respuesta revisada)

Respuestas del alumno 3 frente a la revisión de la respuesta del primer par de comparación de fracciones:

“Porque el numerador es más grande.” (respuesta inicial)

“Porque si dibujás 7/6 vas a necesitar más de un chocolate y en el 6/7 no, entonces 7/6 es más grande.” (respuesta revisada)

Además de ejemplificar con dibujos, en las respuestas de los alumnos 1 y 3 frente a la comparación del primer par de fracciones, se observa que con la posibilidad de revisión, pudieron sumar razones para justificar qué fracción era mayor. Aun así, la respuesta sigue teniendo sentido solo en la situación específica, ya que no es una regla que pueda generalizarse. Además la forma en que está escrita es aún incompleta. Alumno 1 dice "más que 1 entero", pero ¿qué pasaría si la otra fracción representara más de 2 enteros? En el caso de la respuesta A3, sucede lo mismo, porque aunque en este caso, 7/6 o 6/7, es cierto, no siempre el hecho de que el numerador sea mayor garantiza que la fracción sea la mayor, por ejemplo, si fuera 8/9 y 3/2.

> *El acto de escribir contribuye a reorganizar el pensamiento, es decir, la escritura funciona como una herramienta cognitiva que ayuda a ordenar lo que se piensa sobre un asunto.* (Etchemendy y Zilberman 2013:214)

Otro aspecto observado, al comparar las dos versiones, se refiere a la cuestión de la descripción versus la argumentación. En la primera respuesta C3, lo que se observa es una descripción de lo que se observa en relación con las fracciones que se comparan:

"2/3 es menor porque dividís el chocolate en 3 pedazos y toma 2, y en el 4/5 dividís el chocolate en 5 pedazos y tomás 4".

En la respuesta revisada, es posible identificar no una descripción, sino una explicación basada en conceptos matemáticos de por qué 4/5 es mayor que 2/3:

"Como los pedazos del 4/5 son más pequeños, él está más cerca del entero que 2/3, por eso 2/3 es menor que 4/5".

> *Se trataría de enseñar a los alumnos a transitar desde la descripción de “¿qué hice?” hacia la descripción de “¿qué aprendí?” (Butlen, 1996). Este proceso de toma de conciencia didácticamente promovido es constitutivo de las prácticas de estudio ya que hace posible explicitar, reorganizar y sistematizar los saberes matemáticos que se van construyendo y, a la vez, aproximarse a comprender el quehacer del matemático.* (Broitman et al. 2018:20)

La revisión después de la discusión fue un momento de aprendizaje para los alumnos.

> *La propuesta de incluir situaciones de escritura en las clases de matemática involucra el supuesto de que el proceso de escritura favorece la transformación de conocimientos.* (Sancha 2017:22)

Incluso aquellos que ya habían dado respuestas acertadas inicialmente, tuvieron la oportunidad de reflexionar y avanzar en sus reflexiones:

Respuestas del alumno 2 frente a la revisión de la respuesta del tercer par de comparación de fracciones:

“Pensé 4/5, los pedazos son más pequeños y 2/3 los pedazos son más grandes. A pesar de restar 1 de los dos, el 4/5 es más grande porque está más cerca del entero”. (respuesta inicial)

“En las dos fracciones 1 falta para completar 1 entero, pero en el 4/5 los pedazos son más pequeños porque el entero se ha dividido en más veces, por lo que el "1" que falta del 4/5 es más pequeño que el "1" que falta del 2/3 y, por lo tanto, la fracción 4/5 es la mayor”. (respuesta revisada)

Reflexiones finales

Después de analizar los diferentes aspectos de este trabajo, un primer punto que se puede concluir se refiere a la importancia de escribir en clases de matemática bajo ciertas condiciones didácticas. Las escrituras en las clases de matemática no solo consisten en registros de cálculos, es posible producir escrituras textuales que apoyan el aprendizaje de contenidos matemáticos y cumplen diferentes roles en el aula como se ha visto aquí. Por ejemplo, una situación de producción de texto colectivo puede tener la función de sistematizar un contenido y convertirse en memoria didáctica para el grupo.

También es posible proponer la escritura individual del alumno, como forma de hacer explícito su propio conocimiento, y la revisión de esa escritura, como una forma de revisar y ampliar su aprendizaje.

> *¿Para qué escribir en la clase de matemática? ¿Cómo favorecer que la escritura permita avances en el conocimiento? En la clase se escribe para comunicar procedimientos, para dar a conocer ideas y poder confrontarlas con las ideas de los otros. También se escribe como apoyo para la resolución. Se escribe para identificar lo que se aprendió y para sistematizar los nuevos conocimientos, para guardar memoria de lo generado y poder volver sobre eso para estudiar. Todas ellas son prácticas que le dan sentido y lugar a la escritura en la clase, son oportunidades fecundas para la formación de los niños en la medida en que logren impactar en el conocimiento en juego.* (Etchemendy y Zilberman 2013:217)

Otro aspecto abordado en este trabajo se refiere a la comparación entre las explicaciones orales y escritas dadas por estos alumnos en las situaciones de comparación de fracciones.

Al analizar las explicaciones de los alumnos en estas dos situaciones de comunicación, se puede identificar que, de hecho, para los alumnos, las situaciones de registros escritos son más complejas, más exigentes y no siempre logran poner en palabras todo lo que saben.

En las situaciones orales, se puede observar, en comparación con las mismas situaciones escritas, que los alumnos pueden discutir con más propiedad, explicitar más conocimientos, producir explicaciones más generales.

> *El lenguaje oral permite que las ideas se exterioricen con facilidad, que circulen en la clase, que pasen del ámbito de lo privado a lo público para poder ser compartidas pero, a diferencia del lenguaje escrito, no deja huellas, es pasajero y temporal. Así lo sostiene Wolman:*
>
> *Cuando se explicitan y comunican a otros, -compañeros y maestros- los caminos seguidos para obtener el resultado, la escritura funciona como apoyatura para*

> *la comunicación ya que sobre ella se realizan los intercambios abriendo de esta manera la posibilidad de volver sobre las anotaciones, analizarlas y comparar los distintos modos de resolución y de representación del proceso seguido en la búsqueda de la solución.* (Wolman, 2010, en Etchemendy y Zilberman 2013:214)

Otro punto que vale la pena mencionar, considerando tanto las explicaciones orales como las escritas, es que si bien se seleccionaron alumnos con diferentes niveles de conocimiento, esta diferencia no fue tan evidente en las producciones. Una hipótesis para explicar esta homogeneidad es que podría deberse a que el análisis se realizó en la mitad final de la secuencia, es decir, todos los estudiantes tuvieron tiempo para construir los conocimientos involucrados en la situación de comparación de fracciones.

Finalmente, lo que también se puede concluir es que los espacios en las clases de matemática destinados a las explicaciones dadas por los alumnos, ya sean orales o escritas, promueven situaciones muy potentes para el aprendizaje. Estos espacios requieren de un tiempo didáctico que es otro aspecto importante a considerar en la planificación de las clases. Es en estas situaciones en las que los conocimientos se explicitan, se corrigen, se amplían y se resignifican.

> *Assim como o conhecimento deve permitir tomar decisões diante de um problema que deve ser resolvido, também deve permitir comunicar os procedimentos escolhidos (...). A comunicação de informações entre os alunos, dos resultados que tenham surgido através de um trabalho individual ou em pequenos grupos, é também constitutiva do sentido do conhecimento matemático.* (Ressia de Moreno, 2006:52)

Como se pudo observar a lo largo de este trabajo, cuando los estudiantes pudieron debatir sobre sus respuestas, ya sea en la situación de producción del texto colectivo o en la discusión colectiva que permitió avances en la escritura de la primera respuesta revisada, las situaciones en las que los alumnos necesitan explicar individualmente o al otro, oralmente o por escrito, son situaciones que ponen mucho conocimiento en juego y favorecen el avance en los aprendizajes de los alumnos.

Sin embargo, estas situaciones, para que puedan constituirse de hecho como potentes herramientas de aprendizajes, no pueden ser espontáneas y esporádicas, es necesario que haya una intención didáctica detrás y que sean situaciones planificadas por la maestra con una frecuencia regular en las clases de matemática.

> *Explicar na aula de matemática! Que as crianças expliquem! Que argumentem! Que possam relacionar as razões que validam seus procedimentos, seus resultados, suas hipóteses. Que se encontrem com os fundamentos do trabalho que realizam. Que averiguem a lógica interna das situações às quais são convocadas. Que toquem a raiz. Que*

se sintam com capacidade – com liberdade, com autoridade – para intervir sobre o conhecimento. Que produzam ideias usando ideias. (Sadovsky 2010:233)

Referencias bibliográficas

Block, D. y Solares, D. (2001). Las fracciones y la división en la escuela primaria: Análisis didáctico de un vínculo. En *Revista Educación Matemática, 13*(2), 5–30.

Block, D. (1987). *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*. Tesis de Maestría en Ciencias en la Especialidad de Educación. Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México.

Broitman, C., Escobar, M., Ponce, H. y Sancha, I. (2018). *Enseñar a estudiar matemáticas en la escuela primaria. Cuadernos de Apoyo Didáctico.* Buenos Aires: Santillana.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Brousseau, G. (1988) [1994]. Los diferentes roles del maestro. En Parra, C. y Saiz, I. (comps.) *Didáctica de matemáticas. Aportes y Reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

Brousseau, G. (1986) [1993]. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. En *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-116. Traducción de la Universidad Nacional de Córdoba.

Butlen, D. (1996). Dos ejemplos de situaciones de enseñanza de la matemática dirigida a alumnos con dificultades. En *Documentos para la formación de profesores de escuela en didáctica de la matemática,* por IUFM de Créteil. Paris: COPIRELEM tomo V.

Centeno Pérez, J. (1977). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Serie Matemáticas cultura y aprendizaje. Madrid: Síntesis.

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* Barcelona: ICE - Horsori Editorial.

Etchemendy, M. y Zilberman, G. (2013). Hablar y escribir en la clase de matemática: interacciones entre alumnos y maestros. En Broitman (comp.), *Matemáticas en la escuela primaria (II) Saberes y conocimientos de niños y docentes*, 197-220. Buenos Aires: Paidós.

Itzcovich, H. (2009a). ¿Qué entendemos por *Matemática* cuando se trata de enseñarla en la escuela? En Itzcovich (comp.), *La matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula,* 9-29. Buenos Aires: Aique.

Itzcovich, H. (2009b). El trabajo escolar en torno a las fracciones. En Itzcovich (comp.), *La matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula,* 131-168. Buenos Aires: Aique.

Lerner, D. e Sadovsky, P. (1996). O sistema de numeração: um problema didático. Em Parra e Saiz, *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Tradução: Juan Acuña Llorens, 73-155. Porto Alegre: Artes Médicas.

Lerner, D., Lorente, E., Lotito, L., Levy, H., Lobello, S., Natali, N. y Zenobi, C. (1996). *Lengua Documento de trabajo N°2*. Actualización Curricular. EGB. Primer ciclo. Dirección de Curriculum. Secretaría de Educación. Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires

Lerner, D. (1992). *La matemática en la escuela. Aquí y ahora*. Buenos Aires: Aique.

Miras, M. (2000). La escritura reflexiva. Aprender a escribir y aprender acerca de lo que se escribe. En *Infancia y aprendizaje,* 65-80.

Perrin-Glorian, M.J. (1995). *Condicionamientos de funcionamiento de los docentes en el colegio secundario: lo que nos enseña el estudio de "cursos flojos*" Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba - Facultad de Matemática, astronomía y física.

Quaranta, M. E., Tarasow, P. y Wolman, S. (2003). Aproximaciones parciales a la complejidad del sistema de numeración avances de un estudio acerca de las interpretaciones numéricas. En Panizza, M. (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Buenos Aires: Paidós.

Ressia de Moreno, B. (2006). O ensino do número e o sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. Em Panizza, M., *Ensinar Matemátca na Educação Infantil e nas Séries Iniciais.* Tradução: Antonio Feltrin, 43-73. Porto Alegre: Artmed.

Sadovsky, P. (2010). Explicar na aula de matemática, um desafio que as crianças enfrentam com prazer. Em *30 olhares para o futuro*, por Escola da Vila, 233-241. São Paulo: Escola da Vila. Centro de Formação.

Sadovsky, P., Lamela, C. y Carrasco, D. (2005). *Matemática, Fracciones y números decimales. 4º grado. Apuntes para la enseñanza.* Buenos Aires: Secretaría de Educación - Gobierno de Buenos Aires.

Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En Bressan, A., Sadovsky, P. y Alagia, H., *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*, 13-65. Buenos Aires: Zorzal.

Sadovsky, P. y Tarasow, P. (2013). Transformar ideas con ideas. El espacio de discusión en la clase de Matemática. En Broitman (comp.), *Matemáticas en la escuela primaria (II) Saberes y conocimientos de niños y docentes*, 197-220. Buenos Aires: Paidós.

Sancha, I. (2017). *Escrituras en las clases de matemática para explicitar, reorganizar y sistematizar lo aprendido*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de La Plata.

Teberosky, A. (2001). Las prácticas de escritura desde un enfoque constructivista. En Castorina, J.: *Desarrollos y problemas en psicología genética*. Buenos Aires: Eudeba.

Wolman, S. (2010). La escritura en los procedimientos de resolución de problemas de suma y resta: un proceso constructivo. *Revista del Instituto de investigaciones en Ciencias de la Educación*, 155-174.

ANEXO 1

Nombre: ____

ACTIVIDAD 1 – COMPARACIÓN DE FRACCIONES

¿Cuál fracción es mayor? Rodeá con un círculo la mayor fracción y explicá cómo hiciste para descubrirlo.

a) ¿ $\frac{3}{5}$ o $\frac{7}{5}$?

____

____

____

____

____

____

b) ¿ $\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{5}$?

____

____

____

____

____

____

____

Registro colectivo del grupo:

ANEXO 2

ACTIVIDAD 2 – COMPARACIÓN DE FRACCIONES

¿Cuál fracción es mayor? Rodeá con un círculo la mayor fracción y explicá cómo hiciste para descubrirlo.

$a)$ ¿$\frac{7}{6}$ o $\frac{6}{7}$?

____

____

____

____

____

____

____

$b)$ ¿$\frac{4}{10}$ o $\frac{3}{6}$?

____

____

____

____

____

____

____

$c)$ ¿$\frac{2}{3}$ o $\frac{4}{5}$?

____

____

____

____

____

ANEXO 3

¿7/6 o 6/7?		
Respuestas A.1	Escrita	La fracción más grande es 7/6 porque aparte de 6/6 tiene 1/6.
	Oral	Yo creo que la 7/6 es más grande porque aparte de 1 entero tiene 1/6. La otra ni llega a 1 entero.
Respuestas A.2	Escrita	Descubrí porque cuando el numerador es más grande que el denominador tiene más que 1 entero.
	Oral	Yo vi cuál era la más grande, la fracción. Vi que cuando el numerador, el numerador es el de arriba, ¿no? - la maestra confirma - Cuando el numerador es mayor es más que un entero y cuando el denominador es menor, es menos - ahí como vi que 6 es menor que 7, pensé que debe ser la 7/6 porque ella tiene un entero.
Respuestas A.3	Escrita	El numerador del 7/6 es más grande que el denominador, significa que esa fracción es mayor que 1 entero porque la otra fracción, 6/7 no es mayor que 1 entero.
	Oral	Yo mire si tenía algún numerador que sobrepasaba el denominador que sería más que 1 entero, ahí era el 7/6

¿4/10 o 3/6?		
Respuestas B.1	Escrita	La fracción más grande es 3/6 porque equivale a ½ y la 4/10 no.
	Oral	3/6 porque equivale a medio y a 4/10 le falta 1/10 para ser medio. (Maestra le solicita mayor explicación): Mirá el 10 es el denominador y el 4 el numerador, el numerador es menor que el denominador, tranquilo ... Cuando el numerador es la mitad del denominador es mayor, es equivalente a medio. Entonces la mitad de 6 es 3, entonces 3/6 es lo mismo que medio. En la otra fracción, la mitad de 10 es 5, para ser la medio tenía que ser 5/10 y 4/10 es menor, menos que medio, falta 1/10 para llegar al medio.

Respuestas B.2	Escrita	Pensé, si el denominador del 4/10 es más grande que del 3/6 significa que él es menor.
	Oral	Yo creo que cuanto más grande el denominador, menor es la fracción, entonces creo que es 3/6.
Respuestas B.3	Escrita	La fracción más grande es 3/6 porque él tiene mitad y el otro ni llega a la mitad.
	Oral	Yo creo que la fracción más grande es 3/6 porque es lo mismo que mitad y la otra ni llega a la mitad, pero también se puede pensar así, en el 3/6 necesitas de 6 partes para formar 1 entero, entonces, faltan 3 partes. En el 4/10, necesitas 10 partes, entonces, faltan 6.

¿2/3 o 4/5?		
Respuestas C.1	Escrita	La fracción más grande es 4/5 porque el resto es más pequeño y se comieron partes más pequeñas.
	Oral	Yo creía, quiero decir, sigo creyendo, que el ⅘ es más grande. En las dos fracciones quedaba 1, pero en la 4/5 la parte que quedó, el resto es menor entonces se comieron más partes, más partes pequeñas que al final quedó más.
Respuestas C.2	Escrita	Pensé 4/5, los pedazos son más pequeños y 2/3 los pedazos son más grandes. A pesar de restar 1 de los dos, el 4/5 es más grande porque está más cerca del entero.
	Oral	En los dos queda 1. Pero creo que el más grande es el 4/5. ¡En el 4/5 se comió pedazos más pequeños! En el 2/3 se comió pedazos más grandes, pero le quedó más.
Respuestas C.3	Escrita	El 4/5 tiene más pedazos pintados.
	Oral	Yo creo que es el 4/5 porque tiene más pedazos pintados. Hice los dos dibujos y me di cuenta que tengo más pintados.

ANEXO 4

Transcripción de extractos de la clase de discusión "¿Qué fracción es más grande?"[2]

¿7/6 o 6/7?

1 - Ana: Yo vi cuál era la más grande, la fracción. Vi que cuando el numerador, el numerador es el de arriba, ¿no? - la maestra confirma - Cuando el numerador es mayor es más que un entero y cuando el denominador es menor, es menos - ahí como vi que 6 es menor que 7, pensé que debe ser la 7/6 porque ella tiene un entero.

2 - Maestra: ¿Y vos Pedro?

3 - Pedro: Yo miré si tenía algún numerador que sobrepasaba el denominador que sería más que 1 entero, ahí era el 7/6 porque la otra fracción, 6/7 no es más grande que 1 entero.

4 - Maestra: ¿Y vos Carolina?

5 - Carolina: Cuando el denominador es más grande, la fracción va a ser más grande.

6 - Maestra: Decís que cuando el denominador es más grande, la fracción es más grande, ¿verdad?! (Carolina confirma con la cabeza). ¿Pero más grande que qué?

7 - Carolina: Más grande que la fracción.

8 - Laura: ¡No! Es cuando el numerador es más grande que el denominador que es 1 entero.

9 - Maestra: ¿Siempre va a ser 1 entero?

10 - Laura: ¡No! Hasta puede ser más.

11- Antonio: Puede ser más de 1 entero.

12 - Laura: Creo que el 7/6 es más grande porque además de un entero tiene 1/6. La otra ni siquiera completa 1 entero.

(...)

¿4/10 o 3/6?

13 -João: 3/6 porque equivale a medio y a 4/10 le falta 1/10 para ser medio.

14 -Maestra: ¿Por qué? ¿Cómo así?

15 -João: Mirá, el 10 es el denominador y el 4 es el numerador, el numerador es menor que el denominador, tranquilo... Cuando el numerador es la mitad del

[2] Los nombres de los alumnos han sido reemplazados por otros para garantizar el anonimato.

denominador es más grande, es equivalente a la mitad. Entonces la mitad de 6 es 3, por lo tanto 3/6 es lo mismo que medio. En la otra fracción, la mitad de 10 es 5, para ser medio tenía que ser 5/10 y 4/10 es menor, menos que medio, le falta 1/10 para llegar al medio.

16 -Pedro: Yo creo que cuanto más grande es el denominador, menor es la fracción, entonces creo que es 3/6.

17 - Maestra: ¿Pero por qué cuanto menor el denominador, mayor la fracción?

18 - Alice: Porque él está dividido en pedazos menores.

19 – La maestra escribe en la pizarra: 4/5 y ½

20 - Maestra: Bueno, entonces en este caso, la fracción más grande es ½?

21 - Alumnos: ¡No! ¡Es 4/5!

22 - Maestra: Pero el denominador 2 es menor que 5. ¿Ustedes no dicen que si el denominador de la fracción es menor, la fracción es más grande?

23 - Pedro: ¡Pero ahí el 4/5 es casi 1 entero!

24 - Maestra: ¿Entonces no puedo solo mirar para el denominador?

25 - Pedro: Tenés que mirar a los dos números de la fracción. Mirar solo la parte de abajo, solo ayuda cuando los números de arriba son iguales. Nosotros vimos esto en la última clase, ¿te acordás? Es así: es cierto que el denominador de 3/6 es más pequeño que el de 4/10, pero (refiriéndose a 3/6) es más grande, no por eso, porque también tenemos que mirar el número de arriba, y ahí se puede ver que 3/6 es la mitad y 4/10 ni siquiera es una mitad.

26 -Ana: Yo pensé que en cual estaba dividido en más partes, el 4/10 son 4 enteros divididos en 10 partes, ahí los pedazos son más pequeños. El 3/6, son 3 enteros divididos en 6 partes, ahí los pedazos del 3/6 son más grandes.

27 -Maestra: ¿Qué piensan de lo que trae Ana?

(Algo de confusión en el salón de clase, los niños comienzan a hablar al mismo tiempo)

28 - Alice: No eso no es. Siempre es solo un chocolate. Agarrás 1 chocolate lo dividís en 6 partes y agarrás 3, esto es 3/6. Y el 4/10, también es solo 1 chocolate, pero dividido en 10 partes y agarrás 4.

29 -Laura: Creo que la fracción más grande es 3/6 porque es lo mismo que la mitad y la otra ni siquiera llega a la mitad, pero también podés pensar así, 3/6 necesita de 6 partes para formar 1 entero, entonces, le faltan 3 partes. En el 4/10, necesita 10 partes, entonces, le faltan 6.

30 - Maestra: Pero Ana había dicho que cuanto más divididos, los pedazos son más pequeños, ¿es esto cierto?

31 - Alumnos: Es.

32 - Maestra: Entonces esa parte de lo que dijo Ana era cierto.

33 -Alumnos: Si.

34 -Maestra: ¿Y qué parte no estaba bien? Ana, ¿podes ver ahora?

35 - Dije que tenía 4 enteros y 3 enteros, y es 1 entero que se divide en 6 partes y la persona agarró 3 y en el otro también es 1 entero, pero se divide en 10 partes y la persona agarró 4.

(...)

¿2/3 o 4/5?

36 - Luis: Creo que es 4/5 porque tiene más pedazos pintados. Hice los dos dibujos y me di cuenta que aquí tengo más pintados.

37 - Maestra: ¡Pero al mirar sus dibujos, veo que en las dos fracciones faltan 1 para completar el entero!

38 - Luis: Pero en el 4/5, pinté más.

39 - Ana: Pero 4/5 tiene pedazos menores.

40 - Alice: Si, pero a los dos les sobra 1. Creo que el más grande es el 4/5.

41 - Gabriela: Creo que es el 2/3 porque los pedazos son más grandes.

42 - Alice: ¡Pero en el 4/5 se comió más pedazos pequeños! En el 2/3 se comió pedazos más grandes, al final quedó más.

43 - Ana: Creo que es 2/3 porque 4/5 se divide en pedazos más pequeños. (Por un momento, piensa y reanuda). Ya no sé, tengo dudas porque en el 2/3 comió pedazos más grandes, pero parece que en la otra comió más ... no lo sé.

44 - Pedro: Creo que es el 2/3, porque el 4/5 hasta puede tener 1 para completar, pero en 2/3 el pedazo de la fracción es más grande.

45 - Alice: Sí, ¡pero él no está comiendo 1 pedazo! Él está comiendo 4 pedazos. Y si juntamos todo da más que unir los 2 pedazos de 2/3.

46 -Pedro: Pero cuanto más el parte, "más pequeño" serán los pedazos.

47 - Alice: ¡Sí, los pedazos van a ser menores, pero en este caso creo que significa que 4/5 es más grande porque queda un pedazo menor!

48 - Gabriela: ¿Dos de aquellos allí (refiriéndose a 1/5) es uno de aquel (refiriéndose a 1/3)?

49 -Maestra: ¡¿A ver?! ¿Querés pasar a dibujar en el pizarrón?

50 - Gabriela: (apoyándose en su dibujo) Yo creo que es lo mismo, dos aquí (2/5) es lo mismo que uno aquí (1/3).

51 -Maestra: ¿Entonces estas fracciones son equivalentes?

52 - Alice: ¡No! Porque en el 4/5 el pedazo que resta es menor, entonces significa que él comió más. Y dos de este (2/5) no es lo mismo que uno de este (1/3), ¡es casi, pero no igual!

53 - Laura: Como discutimos en la otra clase, siempre que quedan 1/5 y 1/3 tenemos que comparar los pedazos, cuál fue el menor es el que comiste más.

54- Maestra: Pedro, habías dicho de manera diferente. ¿Qué pensás ahora? ¿Todavía crees que 2/3 es mayor que 4/5?

55- Pedro: Creo que el 4/5 es más grande. Me equivoqué la primera vez. Nuevamente, solo miré el denominador (refiriéndome a la discusión del par de fracciones anterior). Solo estaba mirando el tamaño de cada pedazo.

56 - João: Creía, quiero decir, sigo creyendo, que el 4/5 más grande. En las dos fracciones quedaba 1, pero en el 4/5 la parte que quedó, el resto era menor, entonces comieron más partes, más partes pequeñas que al final quedó más.

57 -Gabriela: ¡El más grande es el 4/5! Porque ahora mirando el dibujo, vi que después que lo comieron, lo que quedaba del 2/3 era un pedazo grande, entonces significa que comió menos.

ANEXO 5

		¿7/6 o 6/7?
A 1	1º versión	Más que 1 entero.
	Post revisión	Si dibujás 7 sextos, tenés 2 chocolates, vas a comer un chocolate entero y un pedazo más. En el 6/7, ni siquiera comés un chocolate entero.
A2	1º versión	Fui pensando que el numerador era más grande que el denominador y me fui fijando si era más grande que un entero.
	Post revisión	Porque el 7 es más grande que 6, entonces significa que 7/6 es más grande que el entero, y el 6 es menor que el 7, entonces en el 6/7 le falta uno para llegar al entero.
A3	1º versión	Porque el numerador es más grande.
	Post revisión	Porque si dibujás 7/6 vas a necesitar más de un chocolate y en el 6/7 no, entonces el 7/6 es más grande.

		¿4/10 o 3/6?
B1	1º versión	Dibujé en la cabeza y me di cuenta que 3/6 era más grande porque quedaba menos y 4/10 quedaba más, los 3 de 3/6 es como si él hubiese pintado 3 y restado. En 4/10 él pintó 4 y quedó 6, entonces, los 3 pedazos son más grandes.
	Post revisión	Porque 3/6 es equivalente a medio, diferente de 4/10. 3/6 es como si tuviera 1 chocolate que se dividió en 6 pedazos y agarraron 3 y lo mismo con 4/10, que se dividió en más pedazos y agarraron 4.
B2	1º versión	Yo dibujé en mi cabeza y vi que 3/6 era más grande porque restaba menos y 4/10 restaba más.
	Post revisión	Porque 3/6 es equivalente a medio, diferente de 4/10 que no llega a la mitad.
B3	1º versión	El 4/10 es más pequeño porque a pesar de agarrar más pedazos ellos son más pequeños.
	Post revisión	El 4/10 es más pequeño porque no alcanza ni la mitad y el 3/6 es igual a la mitad.

		¿2/3 o 4/5?
C1	1º versión	Pensé, si a cada uno le falta 1 para formar 1 entero, entonces pensé el denominador, y el más grande es el de 2/3.
	Post revisión	Pensé, si a cada uno le falta 1 para formar 1 entero, entonces pensé, si fuera 1 chocolate, ¿quién se comió más? Entonces la respuesta correcta es 4/5.
C2	1º versión	Pensé 4/5, los pedazos son más pequeños y 2/3 los pedazos son más grandes. A pesar de restar 1 de los dos, el 4/5 es más grande porque está más cerca del entero.
	Post revisión	A las dos fracciones le falta 1 para completar 1 entero, pero en el 4/5 los pedazos son más pequeños porque el entero fue dividido más veces, por eso el "1" que falta del 4/5 es más pequeños que el "1" que falta del 2/3 y por eso la fracción 4/5 es más grande.
C3	1º versión	2/3 es menor porque dividís el chocolate en 3 pedazos y agarrás 2, y en el 4/5 dividís el chocolate en 5 pedazos y agarrás 4.
	Post revisión	Como los pedazos del 4/5 son más pequeños, él está más cerca del entero que 2/3, por eso 2/3 es menor que 4/5.