Módulo Imperativo

Árboles Binarios Ordenados

Autores: Alejandro Héctor Gonzalez
Silvana Lis Gallo
Mayo 2021

Resumen

En esta clase se define la estructura de datos árbol binario ordenado (ABO). Se realizan ejemplos en el lenguaje de programación Pascal. se trabaja sobre las operaciones de creación, inserción y recorridos completos.

Palabras clave

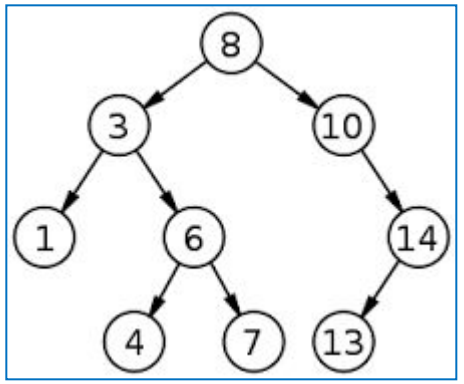
árbol, árbol binario, árbol binario ordenado, inserción

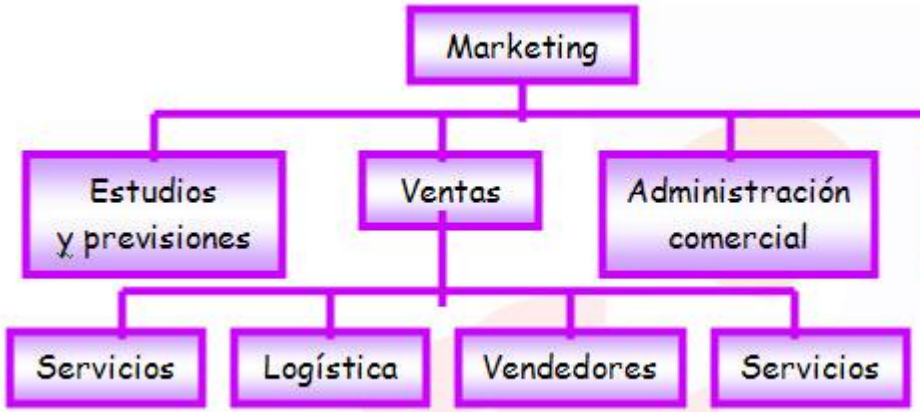
Temas de la clase

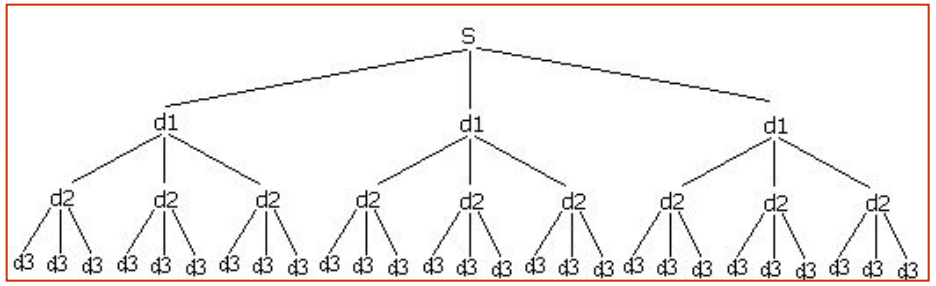
1. Árboles. Definición y características.
2. Operaciones con árboles.

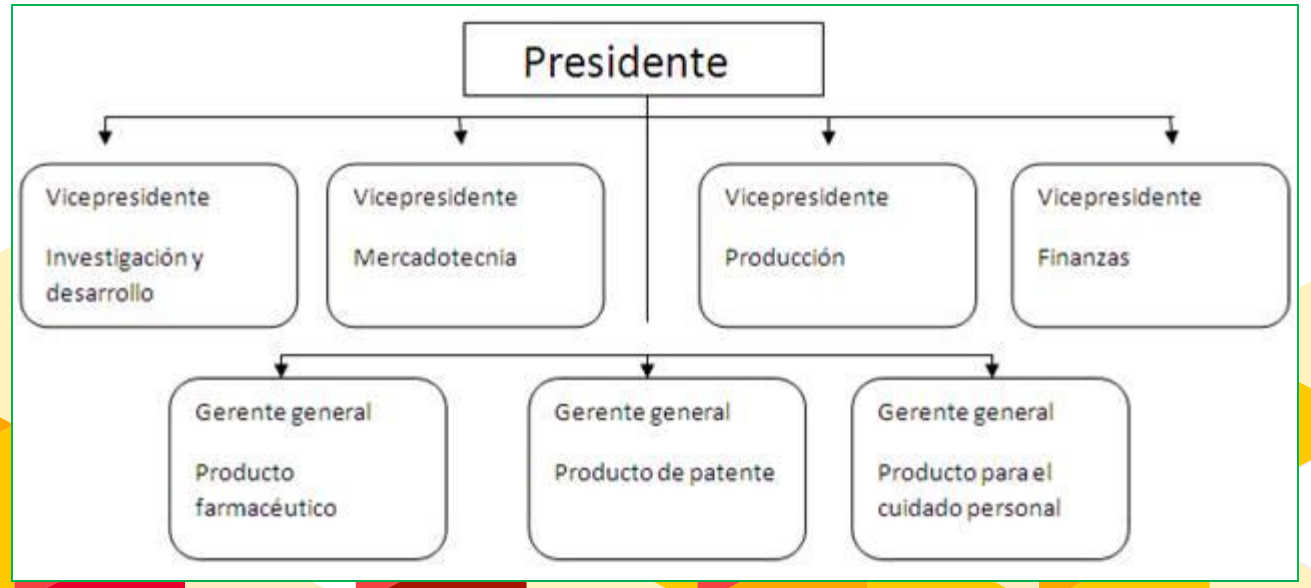
Árboles en general

Árboles en general





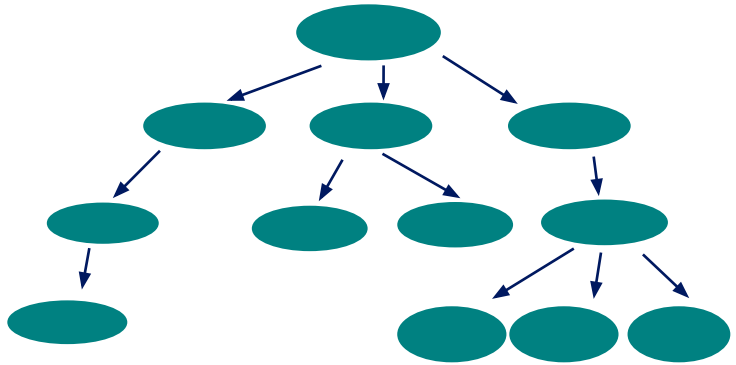




ÁRBOLES en computación

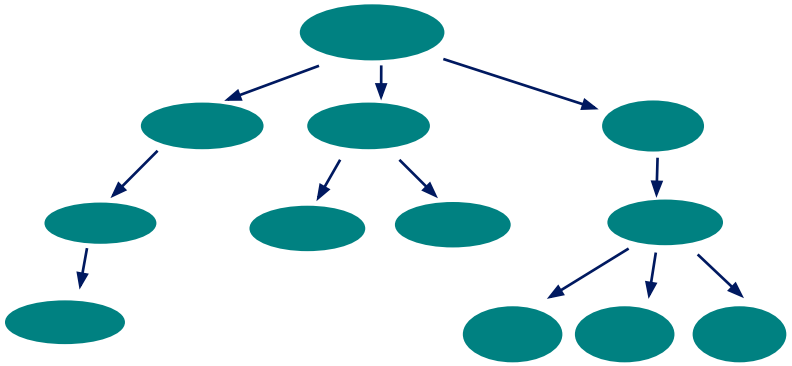
Un árbol es una estructura de datos que satisface tres propiedades:

- Cada elemento del árbol se relaciona con cero o más elementos (hijos).



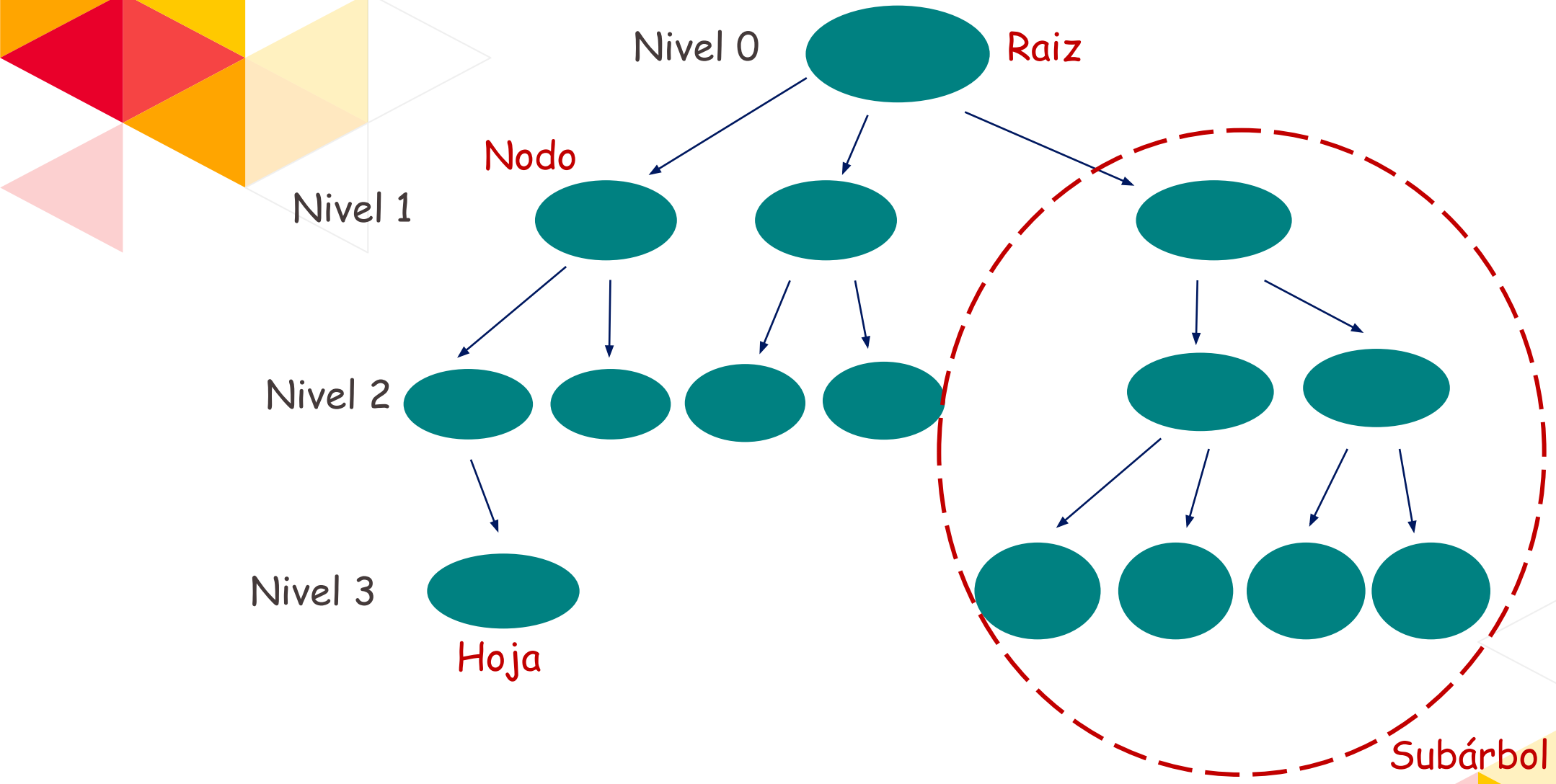
- Si el árbol no está vacío, hay un único elemento (raíz) y que no tiene padre (predecesor).
- Todo otro elemento del árbol posee un único padre y es un descendiente de la raíz.

ÁRBOLES en computación - Características



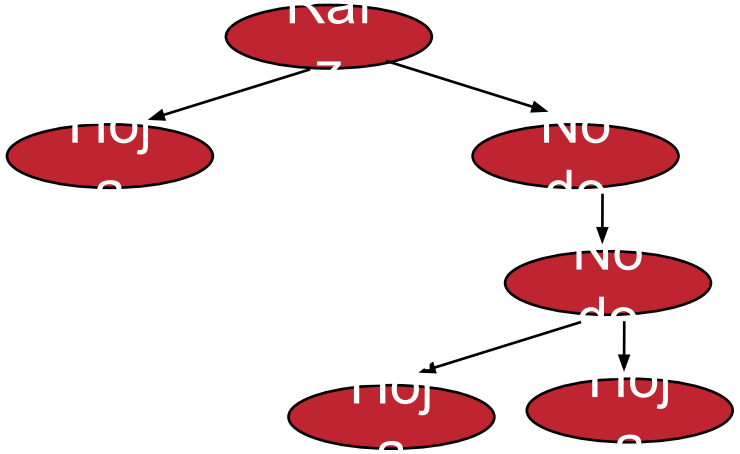
1. Homogénea: todos los elementos son del mismo tipo
2. Dinámica: puede aumentar o disminuir su tamaño durante la ejecución del programa
3. No lineal: cada elemento puede tener 0, 1, o más sucesores
4. Acceso Secuencial

ÁRBOLES en computación - Terminología

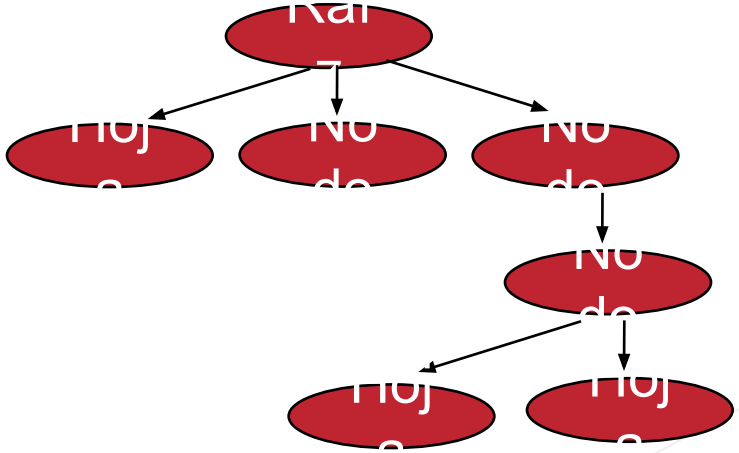


ÁRBOLES - Conceptos

Cuando cada nodo tiene como máximo 2 hijos se denominan árboles BINARIOS.



Cuando cada nodo tiene como máximo 3 hijos se denominan árboles TERNARIOS.

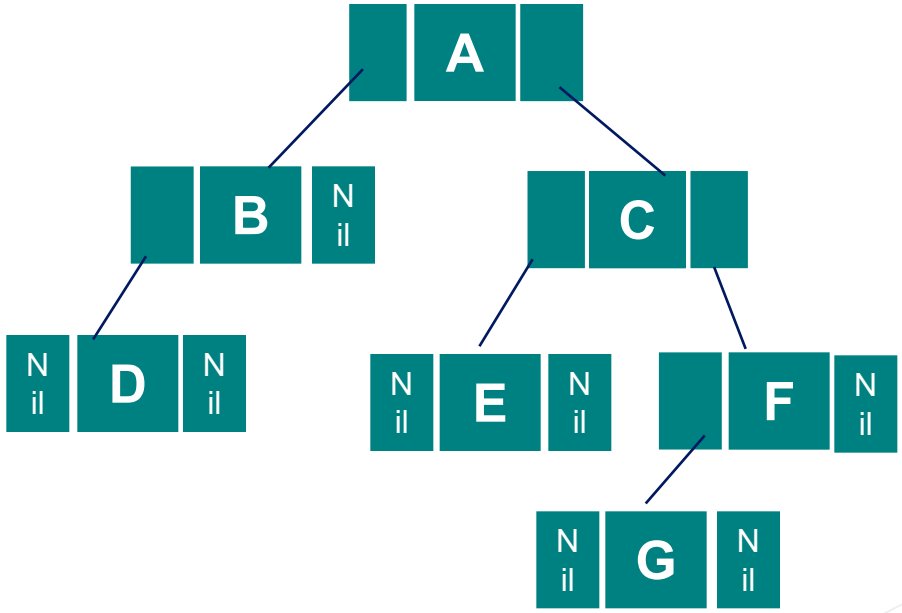


Cuando cada nodo tiene n hijos se llaman árboles N-ARIOS

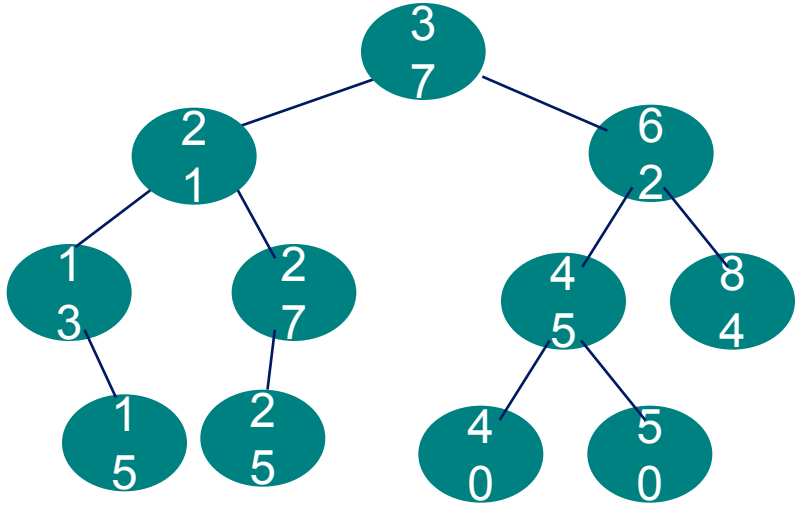
ÁRBOLES BINARIOS

¿Cómo se relacionan los nodos de un árbol binario?

```
Type

  elemento = tipoElemento;

  arbol = ^nodo;

  nodo = record
    elem: elemento;
    hijoIzq: arbol;
    hijoDer: arbol;
  end;
```



Arboles Binarios Ordenados(ABO)



Observaciones

1. Cada nodo tiene un valor que:

- Es más grande que el valor de todos los nodos del subárbol izquierdo
- Es menor que el valor de todos los nodos del subárbol derecho

2. **Utilidad más importante** □ Búsquedas el tiempo medio es O(log n))

¿Cómo funciona el agregado de un nodo a un árbol binario ordenado?

- Veamos la siguiente simulación:

http://aniei.org.mx/paginas/uam/CursoPoo/curso_poo_arboles.html

ABO – Operación Insertar Nodo

Supongamos que se leen los números: 20 7 36 1 4 23

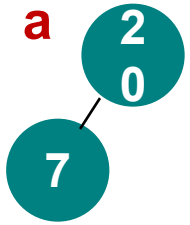
Siempre se agrega a nivel de hoja

20

Inicialmente **a** es nil.
El nuevo nodo se convierte en la raíz del árbol. HI y HD en Nil.

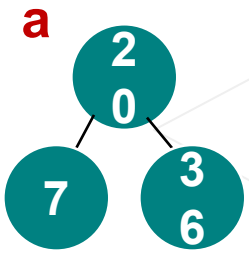
7

a no es Nil. Debe ubicarse donde insertar.
Como 7 < 20 se toma el subárbol izquierdo de 20. Como el HI de 20 es Nil, se inserta.



36

a no es Nil. Debe buscar el lugar donde insertar.
Como 36 > 20 se toma el subárbol derecho. Como el HD de 20 es Nil se inserta.



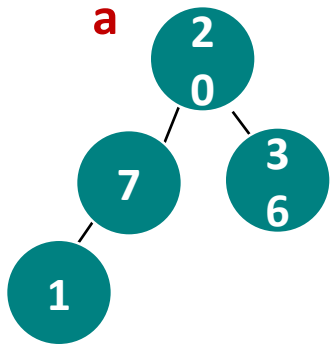
ABO – Operación Insertar Nodo

Supongamos que se leen los números: 20 7 36 1 4 23

1

a no es Nil.

Como 1 < 20 se toma el subárbol izquierdo. Como el HI no es Nil, se vuelve a comparar y como 1 < 7. Se elige el subárbol izquierdo y como es Nil se inserta.



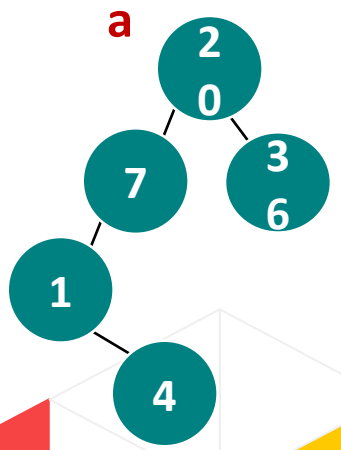
4

a no es Nil.

Como 4 < 20 se toma el subárbol izquierdo.

Como el HI no es Nil y 4 < 7 se elige el subárbol izquierdo.

Luego, como 4 > 1, se elige el subárbol derecho. Como el nil se inserta.



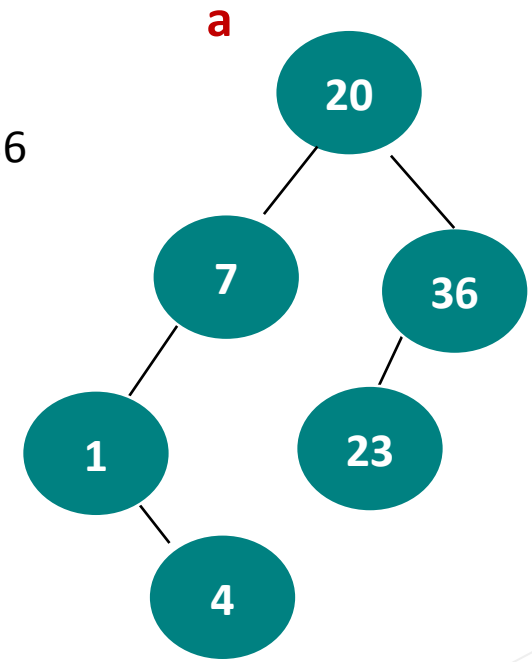
ABO – Operación Insertar Nodo

Supongamos que se leen los números: 20 7 36 1 4 23

a no es Nil.

2
3

Como 23 > 20 se toma el subárbol derecho.
Como el HI no es Nil se vuelve a comparar y como 23 < 36 se elige el subárbol izquierdo. Como es Nil se inserta



Insertar un dato

```
insertar (arbol, dato)
  si arbol es nil
    creo nodo_nuevo y pongo el dato y los hijos en nil
    arbol := nodo_nuevo
  sino
    si el dato en árbol es > dato
      insertar(hijo_izquierdo_del_árbol, dato);
    sino
      insertar(hijo_derecho_del_árbol, dato);
```

¿Qué pasa si los valores a insertar estuvieran repetidos?

Insertar un dato

```
insertar (arbol, dato)
  si arbol es nil
    creo nodo_nuevo y pongo el dato y los hijos en nil
    arbol := nodo_nuevo
  sino
    si el dato en árbol es > dato
      insertar(hijo_izquierdo_del_árbol, dato);
    sino
      si el dato en árbol es < dato
       insertar(hijo_derecho_del_árbol, dato);
```

Actividades en Máquina

- **Descargar de Ideas:** `ProgramaGenerarLista`

Renombrarlo como `ProgramaGenerarArbol` y realice las siguientes actividades:

- **ACTIVIDAD 1**

a) Compilar y ejecutar

b) Implementar el módulo `insertar` en un ABB de enteros

c) Invocar al módulo `insertar` a partir de los elementos de la lista generada anteriormente.

d) Invocar al módulo `imprimirpornivel` con el árbol generado en c).

e) Graficar en papel el ABB y comprobar que los datos que se muestran en d) se corresponden con la estructura generada.

¿Qué pasaría si los valores a insertar se presentan ordenados?

Actividades en Máquina

- **ACTIVIDAD 2**

a) Implementar un programa que invoque al módulo `crearlistaordenada (este modulo puede armarse utilizando una modificaión del algortimo de Agregar Ordenado del programa twitter.pas – de la 1era clase)` y genere un ABB con los elementos de la lista ordenada.

b) Mostrar los datos del árbol por niveles.

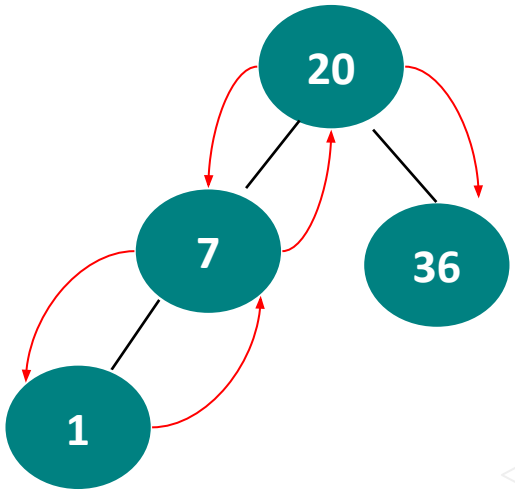
Recorridos en un árbol ABO

Los distintos recorridos permiten desplazarse a través de todos los nodos del árbol de tal forma que cada nodo sea visitado una y solo una vez.

Existen varios métodos que se diferencian en el orden que se visitan:

- **Recorrido Pre – Orden**
- **Recorrido En – Orden**
- **Recorrido Post – Orden**

```
Procedure preOrden( a: arbol );
begin
  if ( a <> nil ) then begin
    write (a^.dato, ' ');
    preOrden (a^.HI);
    preOrden (a^.HD)
  end;
end;
```



Imprime: 20, 7, 1, 36

Actividades en Máquina

Renombrar **`ProgramaGenerarArbol`** como **`ProgramaArboles`** y realice las siguientes actividades:

- **ACTIVIDAD 3**

) Implementar el módulo `preOrden` que imprima los valores del ABB ya generado.

) Implementar el módulo `enOrden` que imprima los valores del ABB ya generado.

c) Implementar el módulo `postOrden` que imprima los valores del ABB ya generado.

) Invocar cada uno de los módulos anteriores y comparar los resultados obtenidos.

Actividades en Máquina

Utilizando **`ProgramaArboles`** realice las siguientes actividades:

- **ACTIVIDAD 4**

a) Implementar el módulo `buscar` que reciba un árbol y un valor y devuelva un puntero al nodo donde se encuentra dicho valor. En caso de no encontrarlo, debe retornar nil.

b) Invocar al módulo `buscar` con un valor que se ingresa de teclado. Mostrar el resultado de la búsqueda.

Actividades en Máquina

Utilizando **`ProgramaArboles`** realice las siguientes actividades:

- **ACTIVIDAD 5**

a) Implementar el módulo `verMin` que reciba un árbol y devuelva el valor mínimo. En caso de recibir un árbol vacío, retornar -1.

b) Implementar el módulo `verMax` que reciba un árbol y devuelva el valor máximo. En caso de recibir un árbol vacío, retornar -1.

c) Invocar a los módulos generados en a) y b). Mostrar los resultados obtenidos.