

## IDENTIFICACION DE REGULARIDADES EN MATEMATICA, MEDIANTE DETERMINACION DE PATRONES Y CON USO DE SOFTWARE LIBRE

Elisa Silvia Oliva<sup>1</sup>, Vanesa Gallardo<sup>2</sup>, María Inés Ciancio<sup>2</sup>, Andrea Salas<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Informática, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

<sup>2</sup>Departamento de Geología, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

<sup>3</sup>Departamento de Geofísica y Astronomía, Fac.de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Universidad Nacional de San Juan

elisaoliva65@gmail.com, vanesagallardol@gmail.com, miciancio@hotmail.com, andreamarielsalas@gmail.com

### RESUMEN

Realizar propuestas didácticas que permitan llevar al aula experiencias de aprendizaje que involucren procesos de descubrimiento, en la búsqueda de la formalización de patrones en el proceso de generalización en Educación matemática es una tarea que impacta : tanto en la calidad de la educación, como en la curiosidad y motivación del alumno, al incluir uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en los procesos de aprendizaje: anima a los estudiantes a realizar trabajos exploratorios, a potenciar la indagación, investigación y creatividad; y así poder transitar del proceso fenomenológico a la acción epistemológica.

Este proyecto aborda una investigación aplicada en el área de Educación en Matemática, se orienta a analizar la presencia de núcleos generadores en contenidos matemáticos, como: cálculo de límites, integrales; también a investigar la existencia de patrones en Transformaciones lineales, o regularidades en los autovalores y/o autovectores de algunas matrices ó en procesos del Análisis Numérico, de Matemática Discreta, entre otras áreas de Matemática.

La propuesta se sustenta en adicionar al trabajo operacional sobre desarrollos teórico-prácticos realizados en forma manual, herramientas tecnológicas, que ayuden a anticipar

regularidades sobre nuevas funciones o transformaciones lineales, por ejemplo. Es de destacar que durante la experiencia, son importantes aspectos a potenciar tales como la observación, intuición y la predicción; pues pronosticar comportamientos y descubrir relaciones al comparar, son los pasos iniciales para la inducción y generalización de patrones.

**Palabras clave:** Regularidad-inducción; Experiencias de aprendizaje; TIC

### CONTEXTO

La línea de investigación descrita en este artículo se desarrolla en el proyecto de investigación “Generalización de Patrones en Matemática, con ayuda de Nuevas Tecnologías y Método Inductivo “, en el área de Educación matemática. Se implementa en grupos de estudiantes mediante experiencias de aprendizaje que involucren procesos de descubrimiento, en la búsqueda de la formalización de patrones en procesos inductivos que permitan alcanzar una fase de generalización. Potenciando la indagación y permitiendo iniciar al estudiante en la investigación, al incluir procesos que pueden ser enriquecidos con trabajo con TIC.

El proyecto mencionado es parte de la convocatoria del Consejo de Investigaciones Científicas y Técnicas y de Creación Artística (Cicitca)- Universidad Nacional de San Juan (UNSJ), para el período 2020-2022, y tiene su base de trabajo en cátedras de matemática de

las carreras de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (FCEFN).

## 1. INTRODUCCIÓN

La generalización es uno de los sistemas para producir conocimiento, se logra de la interacción de tres pilares: el primero es un problema fenomenológico basado en la selección de las determinaciones sensibles, en el que participan: la intuición, la atención, la intención, la sensibilidad, etc. El segundo es un problema epistemológico, que consiste en la extrapolación o generalización propiamente dicha y a través de la cual se produce el nuevo objeto. El tercero es un problema semiótico, que resulta de los medios a través de los cuales se denota el objeto generalizado.

La idea básica implicada en la noción de generalización, es que toda situación repetida con regularidad da lugar a un patrón, que es la traducción elegida para el término inglés pattern. Los patrones suelen formarse a partir de un núcleo generador; en algunos casos el núcleo se repite, en otros el núcleo crece de forma regular.

Hoy se pueden investigar ciertas situaciones matemáticas con uso de tecnologías que no sólo permiten proceder de maneras que no se podría hacer sin ella, por la velocidad y variedad de exploraciones [1] que lleva coleccionar ideas, acumular conocimiento de tal manera que cuando finalmente se obtenga una fórmula se pueda identificar en ella (leyendo los símbolos entre líneas) lo que ya se sabe, y constatar que las distintas representaciones (una tabla, cambios geométricos, la gráfica de la función y/o su expresión simbólica) ofrecen la misma información, pero además detalles complementarios.

Estas tecnologías innovadoras permiten modelar situaciones no sólo algebraicamente sino también mediante herramientas más cercanas a los significados que queremos representar y estudiar. Posponer el uso de símbolos enriquece nuestro entendimiento de la situación como asimismo nos permite escudriñar ciertos aspectos que son opacos en la fórmula. Es decir son los recursos que

permiten transitar del proceso fenomenológico a la acción epistemológica, de la búsqueda de la formalización de patrones en el proceso de generalización.

En los estándares de competencias sobre el manejo de TICs, propuestos por UNESCO, se afirma que: "Para vivir, aprender y trabajar con éxito en una sociedad cada vez más compleja, rica en información y basada en el conocimiento, los estudiantes y los docentes deben utilizar la tecnología digital con eficacia". La habilidad de "aprender a aprender" [2], [3], socialmente requiere la formación de personas capaces de realizar un manejo autónomo de herramientas cognitivas. Estos conceptos son propios de una educación centrada en quien aprende, que es transversal para actuar en cualquier área del mundo laboral o en la continuidad de estudios de nivel superior.

Este escenario actual impone acciones que deberán, a través de la integración de las TIC, cubrir las competencias digitales que los alumnos deben incorporar en su bagaje cultural y de conocimientos para desarrollar su autonomía en el camino de aprender a aprender.

Meirieu [4] sugiere entusiasmar a los alumnos: para lo cual deben emplearse estrategias "accesibles y difíciles al mismo tiempo". Estas estrategias son tales cuando el alumno siente que es capaz de lograr el objetivo propuesto y percibe la existencia de una hipótesis que todavía no le es propia. Por su parte, Maggio [5] distingue dos modalidades al incorporar TIC a las prácticas de enseñanza, inclusiones efectivas e inclusiones genuinas. La inclusión genuina, se refiere a un proceso de integración de TIC de orden epistemológico que "reconoce el complejo entramado de la tecnología en la construcción del conocimiento en modos específicos por campo disciplinar y emula ese entramado en el plano de la práctica de la enseñanza". De esta forma, en lugar de ocupar el lugar subsidiario de la superficie y el agregado, los desarrollos tecnológicos pasan a formar parte del cuerpo mismo del área en la que han sido incluidos.

En el proyecto se hace uso del software libre Geogebra, con el objeto de que el alumno pueda hacer un aprendizaje de la matemática más dinámico; dado que permite proponer ac-

tividades de investigación y experimentación en diferentes niveles educativos, y desarrollar actividades que involucren reflexión, descubrimiento, formalización; contando con el adecuado manejo de los contenidos que se van abordar.

Una de las utilidades de Geogebra [6] es la construcción de conocimiento, pues es una herramienta que permite visualizar simbólica y gráficamente información matemática. Así, Buendía Avalos [7], indica que las gráficas son excelentes formas de comunicación para plantear y resolver problemas, ejemplificar, ilustrar y comunicar resultados. Los encontramos en medios tan diversos como los periódicos, los libros de texto o los artículos de investigación. Por eso la educación tiene entre sus objetivos enseñarnos a hacer e interpretar gráficas.

Nuestra práctica docente permite señalar que siempre al utilizar las herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza – aprendizaje, como el uso del software Geogebra (aunque es de sencillo manejo), no resolverá todos los ajustes que son necesarios en el contexto educativo, pero se debe tener en cuenta que es un medio para presentar información el estudiante: que capta su atención, y además le permite ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas, iniciarse e involucrarse en contextos de investigación con los que puede conjeturar, deducir, generalizar, reflexionar sobre contenidos algebraicos y geométricos. También el uso del software permite generar ambientes abiertos e inclusivos de aprendizaje de la matemática en sus diferentes contextos.

El uso de TIC, en este caso el software Geogebra, en el ámbito de enseñanza universitaria aporta al estudiante la variedad y velocidad en la repetición de hechos, para generar espacios de apropiación de contenidos encontrando los rasgos comunes en un grupo definido, para llegar a conclusiones de los aspectos que lo caracterizan. Las generalizaciones a que se arriban tienen una base empírica, partiendo de observaciones que se hacen sobre fenómenos particulares de una clase y luego a partir de ellos se obtiene inferencias de la clase entera. Su colaboración en la ejecución

de generalización permite obtener nuevas metodológicas de trabajo [8] que no limiten las prácticas sólo al uso de recursos tradicionales.

## 2. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO

La línea de investigación en que se enmarca este proyecto es de investigación aplicada en Educación. Resulta importante la determinación de núcleos generadores en contenidos de las áreas del cálculo, del álgebra lineal, etc; en matemática, pues en algunos casos el núcleo se repite, en otros el núcleo crece de forma regular, identificando estrategias y formas de razonamiento, distinguiendo la relación parte-todo presente en los procesos de generalización que validan un proceso o fórmula.

Entre los objetivos se plantea:

- Reconocer regularidades en matemática como fuente de aprendizaje, despertando la capacidad de inspeccionar y cuestionar los patrones de generalización
- Animar a los estudiantes a realizar trabajos exploratorios, con aplicación del software Geogebra, en actividades de Álgebra y Análisis, para potenciar la indagación, exploración y creatividad
- Aprovechar el software como entorno de experimentación y reflexión, por sus potencialidades de visualización gráfica y simbólica, para propiciar una participación activa del alumno, nativo digital, en la construcción de procesos de generalización

Para lo cual se han planificado las siguientes etapas:

- a) Determinar el problema, las condiciones y necesidades (diagnóstico)
- b) Planteamiento de los interrogantes
- c) Consideración de dificultades
- d) Elaboración de materiales didácticos

- e) Intervenciones didácticas
- f) Recolección de información
- g) Procesamiento de información
- h) Reajuste de estrategias
- i) Difusión y publicación de resultados

Los integrantes de este proyecto participan, de variadas cátedras de Matemática, en las distintas carreras donde forman parte de equipos de cátedra. Por lo que, las áreas donde se puede implementar son muy diversas.

### 3. RESULTADOS OBTENIDOS/ESPERADOS

Este proyecto se encuentra iniciando el segundo año de desarrollo y debido a la pandemia de covid 19, al no disponer de una situación de cursado con presencialidad, en los estudiantes, se observa:

- 1) Los tiempos de contacto con estudiante-docente son muy limitados, a su posibilidad de conectividad de ambos; priorizando siempre la comunicación on-line sólo estrictamente a los contenidos priorizados de las asignaturas de cursado.
- 2) La comunicación sólo se da con una parte de los estudiantes, los que sí tienen conectividad.
- 3) En las comunicaciones por video conferencia, no quedan registros que podrían servir de partida a estudios de análisis de los procesos de inducción de los estudiantes.
- 4) Imposibilidad de trabajar variados planteos, en un mismo grupo de estudiantes, para estudiar distintos abordajes de problemas para ver como plantean la determinación de patrones y regularidades.

Se han realizado los siguientes trabajos [9],[10]:

- Con alumnos de primer año de Lic. en Geología en Matemática I, sobre la identificación de regularidades en el cálculo del error para funciones aproximadas por polinomios de Taylor

- Con alumnos de primer año de Lic. en Geofísica y Lic. en Astronomía, en Álgebra, sobre el reconocimiento de regularidades en Transformaciones lineales.

Se espera poder implementar más experiencias de aprendizaje y avanzar en otras etapas del proyecto.

### 4. FORMACIÓN DE RECURSOS HUMANOS

El equipo de investigación está formado por cuatro docentes- investigadores, participan del proyecto dos alumnos de facultad, que son ayudantes y adscriptos a cátedras, respectivamente; con lo cual su intervención les ayuda a aprender a realizar actividades de investigación, y cómo integrarse en un equipo de investigación existente.

Además, la producción científica realizada se puede volcar a temas de actualización de las asignaturas en las que forman parte de los equipos de cátedra, con lo cual los alumnos también se retroalimentan de las investigaciones.

### 5. REFERENCIAS

- [1] A. Arcavi, N. Hadas (2000). *Computer mediated Learning: An example of an approach*. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 2000.
- [2] A. Pelliccia, M. Vasta, *Aprender a Aprender, Ciencia e investigación*, Tomo 66 N° 5, 2016
- [3] L. Lluch Molins, Ma. Portillo Vidiella, *La competencia de aprender a aprender en el marco de la educación superior*, Revista Iberoamericana de Vol. 78, No. 2, pp. 59-76, ISSN: 1022-6508 / ISSN: 1681-5653 Organización de Estados Iberoamericanos (OEI/CAEU), 2018
- [4] Ph. Meirieu, *Aprender, sí. Pero ¿Cómo?*, Octaedro, Madrid, 1992.
- [5] M. Maggio, *Enriquecer la enseñanza. Los ambientes con alta disposición tecnológica*

- ca como oportunidad*. Editorial Paidós, Buenos Aires, 2012.
- [6] A. Carrillo de Albornoz Torres, *Geogebra*. Editorial RA-MA S.A, Madrid.2009.
- [7] G. Buendía Avalos, *¿Como ves?* Revista de divulgación de la Ciencia de la UNAM. México. Año 17. No. 203. Octubre 2015.
- [8] A. Zangara, *Uso de nuevas tecnologías en la educación: una oportunidad para fortalecer la práctica docente*. Revista Puertas Abiertas - ISSN 1853-614X.
- [9] V. Gallardo, M. Ciancio, E. Oliva, *Identificando regularidades en el cálculo del error para funciones aproximadas por polinomios de Taylor*. Noticiero de la UMA, Vol.55. Argentina. 2021.
- [10] E. Oliva, J. Avila, V. Gallardo, M. Ciancio, *Reconocimiento de regularidades en Transformaciones lineales*. Noticiero de la UMA, Vol.55. Argentina. 2021.