



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

DEPARTAMENTO DE FISICA

Trabajo de Tesis Doctoral:

***Camino Libre Medio de Neutrinos
en Materia Neutrónica Polarizada***

Tesista: Julio César Torres Patiño

Director: Eduardo Bauer

Año: 2020

Dedicatoria

A mis abuelos, a mis padres y a mis hermanos.

Agradecimiento

Agradezco a Dios por estar conmigo en cada paso dado, y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que me han ofrecido su amistad y que han sido de soporte durante el período de estudio.

Agradezco a mi director de Tesis, el Dr Eduardo Bauer, por su calidad humana, ética y profesional de la cual no dejo de aprender cada día. Quien pacientemente pudo dirigir con brillantes, paciencia, humildad y audacia cada uno de los desafíos asumidos durante este trabajo de Tesis.

Agradezco a CONICET, debido a su apoyo con una Beca de Doctorado sin la cual no hubiese sido posible la realización de este trabajo de Tesis. Además agradezco a todo el personal del IFLP y del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNLP, quienes me permitieron sentirme parte de una institución tan importante en el país.

Agradezco hoy y siempre a mi familia porque a pesar de no estar presentes físicamente, procuraron siempre mi bienestar durante este período de estudio. A mis padres Fanny y Gustavo, a mis hermanos Jessica y Gustavo, a mis cuñados Jennifer y Jhonatan, a mis sobrinos Estefanía y Mathias, a mis tíos y primos, quienes a pesar de la distancia nunca dudaron en darme apoyo, ánimo, alegría y fortaleza para seguir adelante.

A mis compañeros doctorandos, y a los que hoy ya son doctores, Carlos Rodríguez, Sergio Santa María, Nicolás Gigena, Isis Bartolomé, Odin Vazquéz, Guillermo Muñoz, Indira Vergara, Jhon Melo, Victor Giraldo, Manuel Epele, Juan Pablo Carlomagno, Joaquin Hoya, Román Baravalle y a Alan Boette, por su apoyo y ánimo en cada etapa que se pasa y viene a lo largo de estos años de estudio.

Agradezco a Fatima Velazquéz, Jesús Fajardo y Dinibel Pérez una amistad que se ha ido fortaleciendo a lo largo de los años y por los buenos momentos compartidos.

Agradezco a Maxi Calviño, Pablo Cremaschi, Ezequiel Ramirez, Santiago y Elizabeth Menendez por la amistad y la hermandad durante todo este tiempo.

Índice

Resumen	11
1. Introducción	15
1.1. Acontecimientos históricos	17
1.2. Nacimiento de una estrella de neutrones	20
1.3. Estructura	22
1.4. Campo magnético	24
1.5. Aceleración del púlsar	26
1.6. Objetivos y metodología	27
2. Formalismo	29
2.1. Ecuación de estado	31
2.1.1. Ecuación de estado usando el modelo de Skyrme	31
2.1.2. Ecuación de estado usando el modelo BHF	35
2.2. Camino libre medio	37
2.2.1. Reacción de dispersión	39
2.2.2. Reacción de absorción	41
2.3. Resumen y discusión	42
3. Dispersión inelástica de un neutrino en materia neutrónica	45
3.1. Camino libre medio para la dispersión neutrino-neutrón	47
3.1.1. Sección eficaz del neutrino para un sistema no polarizado	49
3.1.2. Sección eficaz del neutrino para un sistema polarizado	53
3.2. Resultados	57
3.3. Resumen y discusión	73
4. Absorción de un neutrino por materia neutrónica	77
4.1. Camino libre medio para la absorción de un neutrino por un neutrón	78
4.2. Resultados	86
4.3. Resumen y discusión	108
5. Conclusiones	111

A. Evaluación de $\langle \mathcal{M}_{\nu' n', \nu n} ^2 \rangle$ para el proceso de dispersión	121
1.1. Traza leptónica	122
1.2. Traza hadrónica	123
1.3. La evaluación de $\langle \mathcal{M}_{\nu' n', \nu n} ^2 \rangle$	127
B. Sección eficaz total para la dispersión del neutrino para un sistema parcialmente polarizado	131
C. Funciones de onda y sumas sobre el espacio de fase	137
3.1. El electrón	137
3.2. El protón	141
3.3. El neutrón	142
3.4. El neutrino	144
D. Estimación de $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$	145
E. Evaluación de la función de estructura	149
REFERENCIAS	153

Índice de tablas

- 3.1. La asimetría del camino libre medio de dispersión $\chi_{\lambda_{dis}}$, como función de la densidad a $T = 15\text{MeV}$, para tres valores de intensidad de campo magnético. Estos resultados son independientes de la temperatura .
72
- 4.1. Algunos valores para la función $[L_{\mu\nu}N^{\mu\nu}/I_{0,N_p}^2(t)](s_p, s_n, \cos(\theta_\nu))$ de la ecuación 4.15, para $p_{e,z} > 0$. Note que esta función es adimensional. 94
- 4.2. La asimetría en el camino libre medio total $\chi_{\lambda_{tot}}$, como función de la densidad para dos valores de la intensidad del campo magnético y dos valores de la temperatura. 105

Índice de figuras

1.1.	Despues de detectar señales inesperadas en la misma posición en el cielo (arriba a la izquierda), pulsos individuales de una nueva fuente (abajo a la izquierda), Jocelyn Bell (Derecha). Credito: UK National Science y Media Museum. NANOGrav (2018).	20
1.2.	Estructura esquemática de una estrella de neutrones. Los parámetros estelares dependen fuertemente de la ecuación de estado utilizada [1].	24
2.1.	Diagrama de Feynman a menor orden para la reacción de dispersión $\nu + n \rightarrow \nu' + n'$. Las cantidades p_i y q denotan, respectivamente, el cuatri-momento de las partículas en cuestión y el correspondiente cuatri-momento de la energía transferida por la interacción.	40
2.2.	Diagrama de Feynman a menor orden para la reacción de absorción $\nu + n \rightarrow e^- + p$. Las cantidades p_i y q denotan, respectivamente, el cuatri-momento de las partículas en cuestión y el correspondiente cuatri-momento de la energía transferida por la interacción.	42
3.1.	Geometría del proceso de dispersión. El campo magnético define el eje z . El neutrino incidente es ν , y tiene un ángulo polar θ_ν y sin pérdida de la generalidad, tomamos el ángulo azimutal ϕ_ν igual a cero. Para el neutrino saliente ν' , tenemos el ángulo polar $\theta_{\nu'}$ y el ángulo azimutal $\phi_{\nu'}$. El ángulo entre ν y ν' es $\theta_{\nu\nu'}$ definido a través de 3.18. Note que despreciamos el momento del neutrón.	57
3.2.	Dependencia de la asimetría de spin A con la densidad y campo magnético. La dependencia con la densidad es mostrada en los paneles (a) y (c), para diferentes valores de la intensidad del campo magnético y diferentes valores de la temperatura, respectivamente. El comportamiento de la asimetría de spin con la magnitud del campo magnético es mostrada en los paneles (b) y (d), para diferentes valores de la densidad.	59

3.3.	Dependencia con la energía de la función de estructura $\mathcal{S}_{\pm}^0(q_0, q, T)$ para $\rho = 0.16\text{fm}^{-3}$. Los resultados para $B= 0\text{G}$ con $T= 3\text{MeV}$ y 15MeV , son mostrados en los paneles (a), mientras para $T= 15\text{MeV}$, $B = 0\text{G}$ y $2.5 \times 10^{18}\text{G}$, son presentados en el panel (b). En ambos paneles el momento transferido es fijado al valor $\vec{q} = \vec{p}_{\nu}/2$ con $ \vec{p}_{\nu} = 3T$	61
3.4.	Camino libre medio del neutrino como función de la densidad a $T = 3\text{MeV}$ para $B = 0\text{G}$ y $2.5 \times 10^{18}\text{G}$ en el modelo BHF. El ángulo entre el neutrino incidente y el campo magnético es $\theta_{\nu} = \pi/2$. Para el momento del neutrino incidente empleamos $ \vec{p}_{\nu} = 3T$	64
3.5.	Camino libre medio del neutrino como función de la densidad $B= 10^{18}\text{G}$ y $\theta_{\nu} = \pi/2$, para diferentes valores de temperatura en el modelo de BHF. Consideramos neutrones con spin down. El momento del neutrino incidente es tomado $ \vec{p}_{\nu} = 3T$ en el panel (a) y $ \vec{p}_{\nu} = 15\text{MeV}$ en el panel (b). Todos los resultados son evaluados usando el modelo BHF.	66
3.6.	Camino libre medio del neutrino como función del momento del neutrino incidente, $ \vec{p}_{\nu} $ para $\theta_{\nu} = \pi/2$, en el modelo BHF. Consideramos neutrones con spin down. En el panel (a) presentamos resultados para $B = 10^{17}\text{G}$ y 10^{18}G en el panel (b). En adición, elegimos tres valores para el ángulo del neutrino incidente. Note que la escala de $ \vec{p}_{\nu} $ es diferente para ambos paneles.	67
3.7.	Contribuciones parciales de neutrones con spin down (λ_{-}) y spin up (λ_{+}) al camino libre medio en el modelo BHF. A una temperatura de $T = 15\text{MeV}$, mientras el campo magnético es $B = 10^{17}\text{G}$ y 10^{18}G . Tres diferentes tres valores de θ_{ν} son considerados. El momento del neutrino incidente es $ \vec{p}_{\nu} = 3T$	68
3.8.	Dependencia del camino libre medio total del neutrino con la intensidad del campo magnético para tres ángulos del neutrino incidente. Resultados para los modelos BHF y Skyrme son mostrados en los paneles (a) y (b), respectivamente.	70
3.9.	Comportamiento del camino libre medio total en el modelo BHF, mostramos la dependencia entre el ángulo del neutrino incidente y el campo magnético, θ_{ν} , para dos valores de la temperatura y dos valores de la intensidad del campo magnético. El momento del neutrino incidente es $ \vec{p}_{\nu} = 3T$	71
3.10.	Mismas condiciones que la figura 3.9, en el modelo de Skyrme.	71

4.1.	Dependencia de la función de estructura $\mathcal{S}_{s_p, s_n, N_p, N_e}$ con la energía para $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$. En todos los paneles consideramos $N_p = N_e = 0$, tomamos $q_z > 0$ y $q_z \simeq q_0 - \vec{p}_\nu (1 - \cos(\theta_\nu))$ y empleamos un valor representativo del cuadrado del momento transverso transferido por el neutrón, $p_{n, \perp} = 170 \text{ MeV}$. También usamos $ \vec{p}_\nu = 3\text{T}$, con $\text{T} = 15 \text{ MeV}$. Los valores para s_p, s_n son uu, ud, du y dd . En los paneles (a) y (b) mostramos resultados para valores de la intensidad del campo magnético, donde usamos $\theta_\nu = 0$	88
4.2.	Dependencia de la función de estructura $\mathcal{S}_{s_p, s_n, N_p, N_e}$ con N_p para dos valores de intensidad del campo magnético y $N_e = 0$. Consideramos $\theta_\nu = \pi/2, p_{n, \perp} = 120 \text{ MeV}, \vec{p}_\nu = 3\text{T}$, con $\text{T} = 30 \text{ MeV}$ y $s_p, s_n = ud$. Mientras las otras condiciones son las mismas que en la figura 4.1.	91
4.3.	La función de estructura $\mathcal{S}_{s_p, s_n, N_p, N_e}$, para diferentes temperaturas. Consideramos $\theta_\nu = 0, p_{n, \perp} = 70 \text{ MeV}, \vec{p}_\nu = 3\text{T}$, con $\text{T} = 30 \text{ MeV}$ y $s_p, s_n = ud$, mientras las otras condiciones son igual que en la figura 4.1.	92
4.4.	Algunos valores para $I_{N_e, N_p}^2(t)$	93
4.5.	Camino libre medio de absorción como una función de la densidad y para tres valores del ángulo del neutrino incidente, θ_ν . En el panel (a) mostramos resultados para una intensidad de campo magnético $B = 10^{17} \text{ G}$, mientras tenemos $B = 10^{18} \text{ G}$ para el panel (b). El momento del neutrino incidente es $ \vec{p}_\nu = 3\text{T}$	96
4.6.	Camino libre medio de absorción para tres valores diferentes de la temperatura. Como en la figura 4.5, en los paneles (a) y (b), se muestra el resultado para un campo magnético de intensidad $B = 10^{17} \text{ G}$ y $B = 10^{18} \text{ G}$, respectivamente, usando la misma aproximación del momento del neutrino incidente.	97
4.7.	Camino libre medio de absorción como función del momento del neutrino incidente $ \vec{p}_\nu $, para $\theta_\nu = \pi/2$. Elegimos tres valores diferentes para la temperatura.	98
4.8.	Camino libre medio de absorción como función de la densidad, para tres valores diferentes de la intensidad del campo magnético. Para el ángulo incidente del neutrino empleamos $\theta_\nu = \pi/2$ y usamos $ \vec{p}_\nu = 3\text{T}$. En el panel (a) la temperatura es $\text{T} = 5 \text{ MeV}$, mientras en el panel (b) tenemos $\text{T} = 15 \text{ MeV}$	99

4.9.	Dependencia con la intensidad del campo magnético. Tenemos una densidad fija de $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ y $T = 15 \text{ MeV}$. El camino libre medio de absorción está en el panel (a), para tres valores del ángulo del neutrino incidente θ_ν , mientras en el panel (b) mostramos ζ_{abs} como definimos en la ecuación 4.18, para los mismos ángulos. Las unidades del campo magnético están en Gauss.	101
4.10.	Camino libre medio de absorción como función de la densidad para tres ángulos diferentes del neutrino incidente θ_ν , $B = 10^{18} \text{ G}$ y $T = 15 \text{ MeV}$, donde el momento del neutrino incidente es tomado como $ \vec{p}_\nu = 3T$. La línea continua es el caso donde la asimetría de spin A , es tomada arbitrariamente cero, mientras la línea punteada emplea una asimetría no nula.	102
4.11.	Camino libre medio del neutrino para tres valores diferentes del ángulo del neutrino incidente θ_ν y para $T = 15 \text{ MeV}$. Como en la figura 4.5, en los paneles (a) y (b), se consideran campos de $B = 10^{17} \text{ G}$ y $B = 10^{18} \text{ G}$, usando la misma aproximación del momento del neutrino incidente. Por conveniencia, mostramos también el camino libre medio de absorción para $\theta_\nu = \pi/2$	103
4.12.	Igual que la figura 4.11, pero para $T = 30 \text{ MeV}$	104

Resumen

En este trabajo de Tesis, se ha estudiado el camino libre medio de neutrinos en materia neutrónica a temperatura finita y para campos magnéticos intensos. En particular, el campo magnético hace que el camino libre medio de los neutrinos varíe según su orientación relativa al campo magnético; por lo cual nos concentramos en estudiar la asimetría en el camino libre medio (respecto a la dirección del campo magnético). La materia neutrónica fue descrita dentro de un modelo no relativista. Consideramos densidades en el rango $0.05 \leq \rho \leq 0.4 \text{fm}^{-3}$, con temperaturas que alcanzan hasta los 30MeV, en presencia de campos magnéticos que van desde $B = 0\text{G}$ hasta $B = 10^{18}\text{G}$. Evaluamos dos reacciones entre los neutrinos y la materia neutrónica, que son: la reacción de dispersión $\nu + n \rightarrow \nu' + n'$, y la reacción de absorción $\nu + n \rightarrow e^- + p$. Para esto desarrollamos, en primer lugar un modelo para describir la materia neutrónica y a partir de los resultados de este modelo, calculamos el camino libre medio en sí. En cuanto al modelo para describir la materia neutrónica, empleamos una ecuación de estado que emplea la aproximación de Hartree-Fock con la interacción LNS de Skyrme. Por medio del cálculo de la ecuación de estado, encontramos el potencial químico de los neutrones, sus energías de partícula independiente y la polarización (o asimetría de spin) de la materia neutrónica. Naturalmente estas cantidades dependen de la densidad, la temperatura y la intensidad del campo magnético. Para el

cálculo del camino libre medio, ponemos especial atención en el cálculo de la función de estructura, que depende fuertemente de los valores del potencial químico de los neutrones, sus energías de partícula independiente y la asimetría de spin. Analizamos en dos capítulos diferentes, las reacciones de dispersión y de absorción, ya que en la segunda al tener partículas cargadas debemos considerar la cuantificación de Landau en los estados finales. Esto marca un contraste fuerte con el caso en ausencia de campo magnético, donde el resultado para ambas reacciones se puede evaluar cambiando simplemente las constantes de acoplamiento. Para ambas reacciones, el camino libre medio depende fuertemente del ángulo del neutrino incidente respecto del campo magnético. Sobre la reacción de dispersión en sí, para una densidad de 0.15 fm^{-3} y una temperatura de $T = 15 \text{ MeV}$, la asimetría en el camino libre medio es de $\approx 0.2\%$ y $\approx 2\%$ para $B = 10^{16} \text{ G}$ y $B = 10^{17} \text{ G}$, respectivamente, mientras que para un campo de $B = 10^{18} \text{ G}$, es de $\approx 26\%$. El camino libre medio de absorción tiene una débil dependencia con la temperatura y en presencia de campos magnéticos intensos decrece a medida que aumenta el campo, en contraste con el camino libre medio de dispersión que es casi independiente del campo magnético y depende fuertemente de la temperatura. Más allá de su magnitud, para ambos casos el camino libre medio decrece a medida que aumenta la temperatura. Evaluamos el camino libre medio total (que incluye ambas reacciones), junto con su asimetría, para $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ e intensidad de campo magnético $B = 10^{17} \text{ G}$, la asimetría en el camino libre medio total es de $\sim 9\%$ y $\sim 3.4\%$ con temperaturas de 15 y 30 MeV, respectivamente. Mientras que para un campo de $B = 10^{18} \text{ G}$, la asimetría es de $\sim 58\%$ y $\sim 48\%$, nuevamente para 15 y 30 MeV, respectivamente. Otro resultado que debemos destacar es que la presencia de un campo magnético fuerte modi-

fica el espacio de fase de los estados finales para la reacción de absorción. Mientras que para $B = 0$ la reacción de absorción es siempre más importante que la de dispersión, para $B \neq 0$, el comportamiento es diferente con la temperatura, determina que para campos magnéticos intensos la reacción de dispersión puede ser más importante que la de absorción.

Capítulo 1

Introducción

Desde hace algunas décadas, las estrellas de neutrones han tomado mucha relevancia en el estudio de diferentes teorías físicas en condiciones extremas. En ellas se producen condiciones físicas irreproducibles en laboratorios construidos por la humanidad, de forma automática esto las convierte en laboratorios predilectos de física de vanguardia, ellas poseen campos magnéticos muy fuertes, tienen materia muy densa, poseen grandes masas comprimidas en radios muy pequeños, sus campos gravitacionales son enormes, poseen superfluidez, superconductividad, rotan a velocidades muy grandes, son cronómetros muy precisos, son aceleradores de partículas a grandes energías, entre otras características. Relacionan muchas áreas diferentes de la física contemporánea: física de partículas, física de materia condensada, física de plasma, teoría general de la relatividad, física nuclear, hidrodinámica, electrodinámica cuántica en campos magnéticos super intensos, cromodinámica cuántica, astronomía de rayos x, astronomía de rayos gamma, astronomía de señales de radio, astronomía de neutrinos, astronomía de ondas gravitacionales, física de estructura y evolución estelar [1].

La información observacional que tenemos de las estrellas de neutrones se incrementa y mejora con el tiempo. Nuevas observaciones, nos permiten avanzar con los modelos teóricos para describir diferentes propiedades de las estrellas, como su masa, su radio, su luminosidad, su campo magnético, etc. Sin duda alguna, existe un conjunto extenso de observaciones y de modelos para las estrellas de neutrones y en este trabajo de Tesis, abordaremos un ingrediente de ese gran conjunto de fenómenos y desafíos que plantean estos objetos compactos. Una de las características observadas en las estrellas de neutrones conocidas como pulsares, es que se mueven en el espacio con velocidades mayores a las de su estrella progenitora. Discutiremos este punto más adelante, en este mismo capítulo. Una posible explicación para este problema, es la emisión asimétrica de neutrinos durante el proceso de enfriamiento de la estrella. Entendemos que para dar cuenta de tal emisión asimétrica, un punto de partida posible es estudiar al camino libre medio de neutrinos.

Este trabajo de Tesis doctoral evalúa el camino libre medio de neutrinos al interactuar con materia neutrónica, a temperatura finita y en presencia de campos magnéticos intensos. Para alcanzar este objetivo, la Tesis está organizada de la siguiente manera. En este capítulo se da una introducción histórica sobre el descubrimiento de las estrellas de neutrones, y trataremos algunos aspectos generales de las estrellas de neutrones, como el nacimiento de la estrella, la estructura de la estrella, el campo magnético y también algunos detalles importantes sobre la aceleración del pulsar. Además, damos un resumen de los objetivos y de la metodología seguida en esta Tesis. En el capítulo 2, desarrollamos el formalismo de la ecuación de estado utilizada para estudiar el medio neutrónico y también desarrollamos el formalismo para hallar el camino libre medio del neutrino. En el capítulo 3, se estudia el camino libre medio de un

neutrino cuando es dispersado inelásticamente por un neutrón. En el capítulo 4, estudiamos el camino libre medio del neutrino cuando es absorbido por un neutrón. Finalmente, en el capítulo 5, desarrollamos las conclusiones finales del trabajo y las perspectivas del mismo.

1.1. Acontecimientos históricos

En 1931 en Zurich [1, 2], Lev Landau completaba un artículo que posteriormente fue publicado en 1932 [3, 4]. En este artículo Landau calculó la masa máxima de una estrella enana blanca de forma independiente a la previamente calculada por Chandrasekhar, además especuló sobre la posible existencia de una estrella más compacta que la enana blanca, con densidades similares a la densidad del núcleo atómico. En ese momento todavía no se había descubierto el neutrón y la estructura del núcleo atómico era un tema que estaba siendo discutido. Landau propuso que las estrellas con masa superior a $1.5M_{\odot}$, poseían regiones donde las leyes de la mecánica cuántica eran violadas. Hacia el final de su artículo Landau llegaba a la conclusión de que en tales estrellas, la densidad de la materia viene a ser mayor a la del núcleo atómico, en una región compactada. En esas condiciones la estrella se iba a comportar como un núcleo gigante. El hace una descripción superficial de la materia densa en el interior de una estrella de neutrones, anticipando el descubrimiento del neutrón, que fue publicado en 1932 por J. Chadwick [5].

La predicción teórica de las estrellas de neutrones fue hecha por Baade y Zwicky, quienes analizaron observaciones de supernovas y propusieron una explicación a la enorme energía liberada a causa de la explosión. Sus resultados fueron publicados el 15 de enero en 1934 [6], ellos escribieron que la

supernova representa la transición de una estrella ordinaria a una estrella de neutrones, cuyo estado final consistía en un paquete de neutrones extremadamente compactado. En su siguiente publicación [7], propusieron que estas estrellas tenían un radio muy pequeño y eran extremadamente densas, diciendo que su densidad podía exceder la densidad del núcleo atómico. En la tercera publicación [8], especularon sobre la transición de una estrella ordinaria en una estrella de neutrones, proponían que si eran producidos neutrones en la superficie de la estrella ordinaria, ellos "gotearían" hacia el centro asumiendo que la presión sobre los neutrones era prácticamente cero.

Simultáneamente, tuvieron lugar otros avances teóricos. El mismo día dos artículos independientes son recibidos en *Physical Review* en 1939 por parte de R.C. Tolman [9] y de J.R. Oppenheimer y G.M. Volkoff [10]. Sus trabajos contienen una derivación de una ecuación de equilibrio hidrostático para una simetría esférica en el marco de la relatividad general. Tolman obtuvo ocho soluciones a la nueva ecuación, las cuales no correspondían a ecuaciones de estado realistas para la materia en una estrella de neutrones. Oppenheimer y Volkoff, usando materia compuesta por un gas ideal de neutrones degenerados, mostraron que una estrella de neutrones tenía una masa máxima de $M_{max} \approx 0.71 M_{\odot}$, este límite es llamado el límite de masa de Oppenheimer-Volkoff. El resultado obtenido por ellos era menor que el límite de Chandrasekhar para una enana blanca, pero entendieron que se debía a la simplicidad de su modelo. Antes de la segunda guerra mundial, los conocimientos sobre las propiedades de la interacción fuerte y la materia nuclear eran poco entendidos, lo que generaba muchas dificultades para desarrollar una ecuación de estado que describiera con mayor realismo el comportamiento de la materia en el interior de una estrella de neutrones.

Los primeros intentos para descubrir estrellas de neutrones fueron realizados al comenzar la era de la astronomía de rayos X, a principios de los años 60 [1]. El 6 de agosto de 1967, Jocelyn Bell (ver figura 1.1), una estudiante supervisada por Hewish desde 1965, descubrió una débil señal de radio, la cual emitía un pulso periódico muy estable cuyo período era de 1.33733012s. Sobre el origen de las señales, se pensó que eran artificiales creadas por satélites en el espacio o por civilizaciones extraterrestres, incluso las señales fueron llamadas "LGM"(little green men"), esto pospuso su publicación hasta tener mejor claridad sobre las mediciones. Tomó muchas semanas entender que la fuente de los rápidos pulsos, se encontraba fuera del sistema solar, y que la fuente de las señales podía ser una enana blanca o una estrella de neutrones.

El descubrimiento fue anunciado en 1968, y como consecuencia en un corto período alrededor de 100 pulsares fueron descubiertos. La propuesta que tomó más fuerza, fue la de Gold quien propuso que los pulsares eran estrellas de neutrones magnetizadas rotando [11]. Al poco tiempo, se pudo obtener más evidencia debido al descubrimiento del pulsar Crab en 1968. Los pulsares son estrellas de neutrones rotantes, cuyo eje sobre el cual está su campo magnético, considerando el campo de la estrella como el campo de un dipolo, se encuentra inclinado respecto al eje de rotación de la estrella. Las señales de radio son emitidas en la dirección del eje del campo magnético y este pulso se detecta cuando se cruza con la tierra. El pulsar termina comportándose como un faro de luz, ya que los pulsos emitidos son muy regulares. En 1974 Hewish fue premiado con el Premio Nobel por el descubrimiento de pulsares.

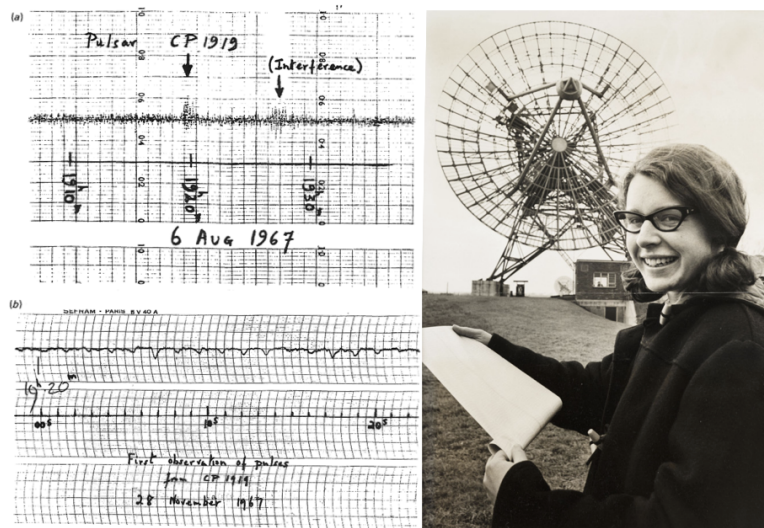


Figura 1.1: Después de detectar señales inesperadas en la misma posición en el cielo (arriba a la izquierda), pulsos individuales de una nueva fuente (abajo a la izquierda), Jocelyn Bell (Derecha). Credito: UK National Science y Media Museum. NANOGrav (2018).

1.2. Nacimiento de una estrella de neutrones

Las estrellas de neutrones son un tipo de objeto compacto y se diferencian de las estrellas normales en dos aspectos principales: el primero, es que soportan el colapso gravitacional con presión de neutrones degenerados, en lugar de generar presión térmica; el segundo aspecto, es que su radio ($\sim 10^{-5}R_{\odot}$) es extremadamente pequeño en relación a otras estrellas de igual masa ($1.4 - 3M_{\odot}$). Su nombre deriva de la predominancia de neutrones en su interior, a causa de la absorción de electrones y protones por el decaimiento beta inverso [12].

Las estrellas de neutrones son el producto final de la evolución estelar. Es ampliamente aceptado que nacen posteriormente a la explosión de una

supernova, luego de que la estrella progenitora consume todo su combustible nuclear (estrella gigante o supergigante). El núcleo colapsa gravitacionalmente en una estrella de neutrones, mientras las capas externas son expulsadas a causa de una onda de choque expansiva que se propaga hacia el exterior de ella, produciendo los remanentes de la supernova. Este proceso es llamado Supernova Tipo II [13]. Los primeros en proponer la conexión entre la estrella de neutrones y la supernova fueron Baade y Zwicky en 1933 [6]. La onda de choque desencadenada debido a las explosiones ocurridas en el núcleo de la presupernova, tarda algunas horas en llegar hasta las capas más externas, emitiendo radiación electromagnética en todo el espectro. Además el colapso del núcleo es acompañado por poderosas explosiones donde son emitidos neutrinos e incluso radiación gravitacional.

Las supernovas expulsan una gran cantidad de energía, alrededor de 10^{53} erg en total, que es aproximadamente el orden de energía gravitacional de una estrella de neutrones. La mayor cantidad de energía es emitida a través de neutrinos, los cuales son producidos principalmente a través del decaimiento beta inverso neutronizando la estrella. Alrededor de 1 % de la energía total expulsada es transformada en energía cinética, solamente una menor parte ($\sim 10^{49}$ erg) es emitida como radiación electromagnética, y una parte más pequeña como ondas gravitacionales.

El colapso gravitacional del núcleo de la estrella ocurre en escalas de tiempo de 0.1s. Si la onda de choque producida mientras el núcleo rebota es lo suficientemente exitosa como para expulsar las capas más externas de la estrella, se produce como etapa intermedia en la evolución estelar una estrella de protoneutrones, con una temperatura interna de $\sim 10^{11}$ K [14]. Esta estrella es caliente y opaca a los neutrinos, además de tener un radio mayor al de una

estrella de neutrones. Su vida es de alrededor de un minuto y posteriormente se transforma en una estrella de neutrones que sí.

Para poder asociar una estrella de neutrones con el remanente de una supernova son fundamentales dos cosas: la edad de la estrella y la distancia de ella respecto a los restos de la supernova. Sin embargo, muchas estrellas de neutrones no están asociadas con los restos de alguna supernova. Es posible que esto se deba a que los restos de la supernova se disuelven en alrededor de $\sim 10^5$ años después de la explosión. Otra explicación, es que las grandes velocidades que adquieren las estrellas de neutrones al momento de su nacimiento, produzcan un alejamiento respecto a los remanentes de la supernova.

Muchas de las estrellas de neutrones pueden nacer como estrellas aisladas de una presupernova aislada o solitaria, sin embargo otras estrellas de neutrones nacen en sistemas binarios. La evolución de las estrellas en sistemas binarios es diferente a la de las estrellas aisladas [15]. Dependiendo de las masas y de los parámetros orbitales, ambas compañeras someten su evolución nuclear a un fuerte intercambio de masa por acreción. Eventualmente una de las compañeras puede colapsar como una supernova en una estrella de neutrones o un agujero negro. Notemos que no necesariamente la explosión destruye el sistema binario.

1.3. Estructura

Sobre la estructura de una estrella de neutrones, algunas teorías proponen la existencia de diferentes capas [1], como se puede ver en la figura 1.3. La más externa es la atmósfera, que es una delgada capa de plasma donde es formado el espectro térmico y electromagnético de la radiación de la estrella de

neutrones. Esa radiación contiene importante información sobre parámetros en la superficie, así como la temperatura superficial, la composición química, la gravedad superficial, además de la intensidad y geometría del campo magnético, su espesor es del orden de una decena de centímetros en una estrella de neutrones caliente.

La corteza externa se extiende desde la atmósfera hasta algunos cientos de metros debajo de la atmósfera. La materia en esta capa, está conformada por iones y electrones. Es una pequeña capa muy delgada que contiene gas de electrones degenerados, en la parte más interna los electrones están fuertemente degenerados y se convierten en partículas ultrarelativistas a densidades $\rho \gg 10^6 \text{ g cm}^{-3}$. La presión es principalmente generada por electrones para densidades $\rho \gg 10^4 \text{ g cm}^{-3}$, los átomos están totalmente ionizados por la presión de electrones. La energía de Fermi de los electrones crece con el incremento de la densidad, lo cual induce una captura beta enriqueciendo el núcleo con neutrones. La corteza interna, puede tener alrededor de un kilómetro de espesor, con densidades que alcanzan hasta $0.5\rho_0$, donde ρ_0 es la densidad de saturación nuclear. La materia en esta región está conformada por electrones, neutrones libres y núcleos atómicos enriquecidos con neutrones, la fracción de neutrones libres se incrementa con el incremento de la densidad.

El núcleo externo ocupa un rango de densidades que va desde $0.5\rho_0 < \rho < 2\rho_0$ con algunos kilómetros de espesor. La materia está formada por neutrones en su mayoría mezclados con protones, electrones e incluso muones, que se encuentran en condición de neutralidad de carga y equilibrio beta, y debe ser descrito con modelos de interacción de muchos cuerpos. Los electrones y muones son considerados como gases ideales de Fermi, mientras que los neutrones y los protones interactúan vía la fuerza nuclear fuerte. El núcleo

interno posee densidades mayores a $\rho > 2\rho_0$ y ocupa la región central de la estrella, su radio alcanza algunos kilómetros y su densidad central puede llegar hasta $10-15\rho_0$. Existen muchos modelos para describir la composición de la materia en esta zona y la ecuación de estado depende de muchas hipótesis, entre ellas, la aparición de hyperones principalmente Σ^- y Λ , condensación de piones, condensación de kaones, incluso algunos modelos proponen una transición de fase a materia de quarks compuesta por los quarks u , d y s .

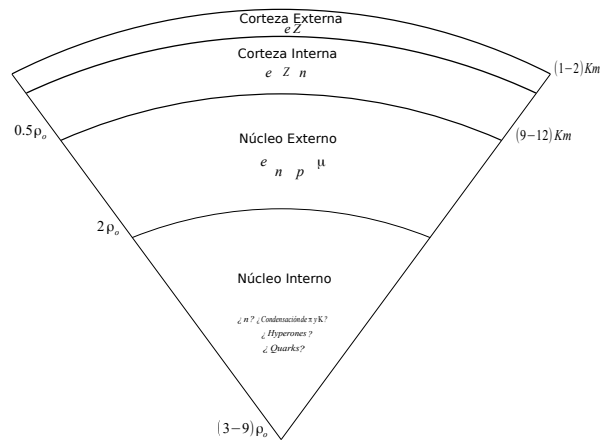


Figura 1.2: Estructura esquemática de una estrella de neutrones. Los parámetros estelares dependen fuertemente de la ecuación de estado utilizada [1].

1.4. Campo magnético

En los pulsares mencionados anteriormente, el eje de rotación no coincide con los polos magnéticos. Esto determina que emitan radiación modulada por la frecuencia de rotación de la estrella. La estrella magnetizada al rotar se comporta como un faro de luz y su radiación puede ser observada cuando el haz se cruza con la Tierra. Al comparar las observaciones con modelos teóri-

cos que describen a la radiación de los pulsares, se puede estimar la magnitud de los campos magnéticos en la superficie de la estrella, alcanzando valores de entre $B \sim 10^{11} - 10^{13}\text{G}$ [16], sin embargo en los pulsares que emiten ondas de radio puede llegar hasta $B \lesssim 10^{14}\text{G}$, e incluso $B \lesssim 10^{15}\text{G}$ en magnetares. Naturalmente, los campos magnéticos pueden ser mayores en el interior de la estrella que en la superficie.

El origen y la evolución del campo magnético en una estrella de neutrones, es un problema complejo y es un tema estudiado por muchos autores [17, 18]. Existen modelos que proponen que el campo magnético de la estrella de neutrones puede ser heredado de la estrella progenitora durante el colapso gravitacional. El campo magnético sería amplificado por conservación del flujo magnético [19]. También existen otros modelos que proponen que los campos magnéticos pueden ser generados durante el nacimiento de la estrella de neutrones, aquí no entraremos en detalles debido a la gran complejidad que conllevan estos modelos.

Desde el punto de vista teórico, el valor máximo posible del campo magnético en una estrella de neutrones es estimado a través del teorema del virial y muestra que un campo de $B \gtrsim 10^{19}\text{G}$ no puede ser sostenido por la estrella. Esto se debe a que la energía magnética $\sim R^3 B^2/6$, excede a la energía de atracción gravitacional $\sim 3GM^2/5R$, y el campo induce inestabilidades en la estrella [12, 20, 21]. Esos resultados concuerdan con simulaciones numéricas que indican que el campo magnético de una estrella de neutrones no puede exceder de 10^{18}G [22, 23].

1.5. Aceleración del púlsar

Los pulsares al momento de su nacimiento poseen velocidades mayores a la de su estrella progenitora, el origen de esta aceleración del pulsar (pulsar kick) todavía se encuentra en debate. Uno de los principales mecanismos propuestos para explicar este fenómeno, es la emisión asimétrica de neutrinos inducida por fuertes campos magnéticos. Debido a que el 99 % de la energía de enlazamiento gravitacional (10^{53} erg) es expulsada a través de neutrinos, parece ser este un medio eficiente para alimentar la aceleración del pulsar [24].

Hay tres causas principales que pueden originar esta emisión asimétrica de neutrinos. Ellas son: *i*) una topología asimétrica del campo magnético, debido a que la sección eficaz de los neutrinos para las diferentes reacciones dependen de un campo magnético local, el flujo de neutrinos que emerge de diferentes regiones de la superficie de estrella es diferente. Algunos cálculos realizados dicen que para generar velocidades de $\sim 300\text{km s}^{-1}$ en la estrella de neutrones, se necesita una diferencia en la intensidad del campo en los polos opuestos de la estrella de al menos 10^{16}G [25]), aquí solamente se considera la magnitud del campo; *ii*) efectos dinámicos del campo magnético, debido a que los campos super intensos cumplen un rol en la evolución dinámica de la estrella, hay modelos que sugieren que el campo puede generar que en algunas zonas el flujo de neutrinos sea menor al flujo promedio creando manchas oscuras (dark spots) en la superficie de la estrella suprimiendo la convección de neutrinos en esa zona [26]. Es muy difícil cuantificar la aceleración de la estrella que proviene de la distribución asimétrica de manchas oscuras, sin embargo se estima que es necesario un campo magnético local

de al menos 10^{15}G para generar efectos de importancia. *iii*) la violación de la paridad, debido a que en las interacciones débiles es violada la paridad, la emisión de neutrinos en un medio nuclear polarizado en presencia de un campo magnético intenso, depende asimétricamente de la dirección entre el momento del neutrino con respecto a la dirección del campo magnético. Esto puede generar una emisión asimétrica de los neutrinos en la estrella de protoneutrones, para tener velocidades comparables a las observadas se necesitarían campos magnéticos de al menos 10^{15}G [28, 29].

En este trabajo de Tesis vamos a estudiar la emisión asimétrica de neutrinos para la reacción de dispersión y de absorción de neutrinos considerando la violación de la paridad como la causa de la emisión asimétrica. Sin embargo y como explicaremos a lo largo de esta Tesis, exponemos el problema de la aceleración del pulsar como una motivación para llevar adelante nuestro estudio. El cálculo de la aceleración del pulsar en sí, debe nutrirse de más elementos que estas dos reacciones y va más allá del objetivo de esta Tesis.

1.6. Objetivos y metodología

El objetivo general de este trabajo de Tesis doctoral, es el estudio del camino libre medio de neutrinos en materia neutrónica, a temperatura finita y altos campos magnéticos. Para ello, empleamos una ecuación de estado adecuada al problema, que describe a la materia puramente neutrónica y homogénea. Luego estudiamos el camino libre medio de neutrinos para distintos escenarios de las condiciones previamente descritas.

Trabajamos en términos no relativistas. Sin embargo, realizamos un cálculo microscópico cuántico. Nuestros resultados van a mostrar que el realizar un

cálculo en términos cuánticos es importante y tiene un profundo efecto sobre los resultados. Por otra parte, se pondrá mucho cuidado en que el cálculo sea auto consistente, en el sentido de que se emplee el mismo modelo para la ecuación de estado, que para el cálculo de camino libre medio. De hecho, veremos que emplearemos dos ecuaciones de estado. Solo uno de los modelos de ecuación de estado, nos ofrece una expresión analítica para las energías de partícula independiente de los neutrones involucrados. Para el modelo que no nos ofrece esa ventaja, deberemos emplear métodos numéricos para evaluar la función de estructura del problema, que es necesaria para el cálculo del camino libre medio.

Sobre el uso o no de un cálculo relativista, entendemos que debemos pensar este punto como un problema abierto. Varios trabajos emplean parcialmente un modelo relativista. En general, se desarrolla una ecuación de estado relativista en ausencia de campo magnético, lo cual simplifica notablemente su cálculo, y luego se usan esos resultados en el cálculo de la sección eficaz total tomando a la polarización del sistema como un parámetro libre. En los capítulos 3 y 4 de esta Tesis, citaremos y haremos alguna comparación con otros trabajos que adoptan ese esquema. Sin embargo y como dijimos, hasta el presente no existe un cálculo completamente relativista con el que podamos comparar nuestros resultados.

Capítulo 2

Formalismo

Como se expresó en la introducción, el objetivo de este trabajo de Tesis, es el estudio del camino libre medio de neutrinos en materia neutrónica a temperatura finita con altos campos magnéticos, dentro de un modelo no relativista. En este capítulo, desarrollamos el marco teórico general para el estudio del camino libre medio, exponiendo y discutiendo las principales hipótesis.

Para poder evaluar el camino libre medio de neutrinos, en primer lugar debemos desarrollar un modelo que describa el medio donde se mueve el neutrino y en segundo lugar debemos proponer un modelo para describir la interacción entre el neutrino y el neutrón. Vamos a considerar dos reacciones entre el neutrino y el neutrón. Estas son, la de dispersión donde un neutrino es dispersado por el neutrón y la de absorción del neutrino por el neutrón, cuyo producto es un electrón y un protón.

Como modelo para describir el medio donde se mueve el neutrino, nos limitaremos a materia neutrónica a densidades que pueden llegar hasta tres veces la densidad de saturación nuclear. Además, el sistema se encuentra en presencia de un fuerte campo magnético, que consideraremos como un campo

externo al sistema. Notemos que los neutrones interactúan entre sí por medio de la interacción fuerte. En lo que respecta a la interacción fuerte, el estado de menor energía del sistema es aquel en que existe el mismo número de neutrones con spin up y down. Por otra parte, el campo magnético busca alinear a todos los neutrones en forma antiparalela a la dirección del campo magnético, de este modo el estado de menor energía del sistema será aquel donde el sistema se encuentra parcialmente polarizado. Para evaluar cuantitativamente el estado físico del sistema, debemos desarrollar una Ecuación de Estado (EdE) del medio. En esta Tesis, discutiremos dos modelos de EdE.

Es importante destacar, que un neutrino puede interactuar con un neutrón situado en un medio denso, al igual que con un neutrón libre. En cualquiera de los casos, se puede evaluar una sección eficaz total de dispersión y otra de absorción. El neutrino interactúa con un hadrón a través de la interacción débil y el resultado de evaluar estas reacciones en el espacio libre o en un medio denso es diferente. Esto se debe a que el medio denso limita el espacio de fases accesible para los estados inicial y final de las partículas que intervienen en la reacción. Luego, para describir adecuadamente el problema, debemos en primer lugar evaluar la EdE empleando las mismas condiciones con que posteriormente se evaluarán los procesos de dispersión y absorción.

Discutiremos más adelante la importancia de desarrollar un esquema auto consistente, en el sentido de calcular bajo las mismas condiciones la EdE y la sección eficaz total de dispersión y absorción. Sobre la sección eficaz, discutiremos brevemente el esquema general para su evaluación en este capítulo, dejando para los capítulos 3 y 4, su evaluación explícita.

En lo que sigue, discutiremos en primer lugar dos modelos para la EdE y luego mostraremos un esquema general para el cálculo del camino libre medio

de neutrinos en un medio neutrónico.

2.1. Ecuación de estado

La descripción de la materia neutrónica densa, en presencia de un campo magnético fuerte y a temperatura finita, es realizada empleando dos modelos de EdE. El más simple, es el de Hartree-Fock usando la interacción de Skyrme [32, 33]. En particular, nos limitaremos a la interacción LNS de Skyrme [34]. Se buscó luego un modelo más sofisticado para la ecuación de estado. El segundo modelo, es el de Brueckner-Hartree-Fock (BHF) [32], con un potencial nucleón-nucleón de Argonne V18 [35] y una fuerza de tres nucleones Urbana IX[36]. Es importante destacar que la implementación numérica de la EdE de BHF fue realizada por el Dr. Isaac Vidaña, de la Universidad de Catania, Italia. El Dr. Vidaña nos proveyó de los valores para las energías de partícula independiente de los neutrones, sus potenciales químicos y la asimetría de spin (que definiremos enseguida), en función de la densidad, el campo magnético y la temperatura. Con estas cantidades, se calculó posteriormente el camino libre medio. Por otra parte, los cálculos dentro del modelo de Skyrme fueron realizados localmente.

A continuación, haremos una breve descripción de cada EdE.

2.1.1. Ecuación de estado usando el modelo de Skyrme

La ecuación de estado en esta sección es la del modelo de Hartree-Fock con la interacción de Skyrme, asumiendo un sistema de neutrones denso en un campo magnético fuerte a temperatura finita. En esta sección no desarrollamos el modelo mencionado, sino que damos un resumen de los resultados

que emplearemos en esta Tesis. Sobre los detalles del desarrollo del modelo, referimos al lector a [32], y trabajos ahí citados.

El punto de partida para obtener los diferentes resultados de la ecuación de estado, es definir los potenciales termodinámicos adecuados; asumiendo un sistema con un campo magnético \vec{B} localmente constante. Empleamos el potencial termodinámico \mathcal{U} , como sigue,

$$\mathcal{U} = \mathcal{F} - \vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}, \quad (2.1)$$

donde \mathcal{F} es la densidad de energía libre de Helmholtz cuyas variables naturales son la temperatura y la densidad de partículas, mientras $\vec{\mathcal{M}}$ es la magnetización por unidad de volumen del sistema. La expresión para la densidad de neutrones del sistema está dada por,

$$\rho = \sum_{s_n=\pm 1} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{p}_n f_{s_n}(E_n, \mu_n, T). \quad (2.2)$$

Aquí E_n , μ_n , \vec{p}_n y s_n , son la energía de partícula independiente, el potencial químico, la cantidad de movimiento lineal y la proyección del spin de un neutrón, respectivamente. Por medio de T indicamos a la temperatura del medio. La energía E_n y el potencial químico μ_n se definen más adelante. Además, la función de distribución $f_{s_n}(E_n, \mu_n, T)$, en equilibrio térmico está dada por la función de distribución de partícula de Fermi-Dirac,

$$f_{s_n}(E_n, \mu_n, T) = \frac{1}{1 + \exp[(E_n - \mu_n(T))/T]}. \quad (2.3)$$

A partir de la ecuación 2.2, la densidad total de neutrones se puede reescribir en función de las densidades parciales de spin up ρ_+ y de spin down ρ_- , de la

siguiente manera, $\rho = \rho_+ + \rho_-$.

La asimetría de spin está dada por,

$$A = \frac{1}{\rho} \sum_{s_n=\pm 1} \frac{s_n}{(2\pi)^3} \int d^3 p_n f_{s_n}(E_n, \mu_n, T), \quad (2.4)$$

que también se reescribe de la siguiente forma, $A = (\rho_+ - \rho_-)/(\rho_+ + \rho_-)$.

El valor que corresponde a materia neutrónica no polarizada es $A = 0$, mientras $A = +1$ o $A = -1$, significa que el sistema está completamente polarizado con todos los spines up o down, respectivamente. Los estados parcialmente polarizados corresponden a valores de A entre -1 y 1 . El grado de polarización define al estado físico del medio neutrónico (ver Apéndice B).

En este punto es conveniente obtener una expresión para la energía de partícula independiente del neutrón, E_n . Usando el modelo Hartree-Fock con la interacción de Skyrme, tenemos

$$E_n = m_n + \frac{p_n^2}{2m_{s_n}^*} - s_n \mu_{Bn} B + \frac{v_{s_n}}{8}, \quad (2.5)$$

donde $\mu_{Bn} = -1.913\mu_N$ es el momento magnético anómalo del neutrón en unidades de magnetón nuclear μ_N . El término potencial, v_{s_n} depende de la densidad, la temperatura y el campo magnético, está dado por,

$$v_{s_n} = a_0(1 - s_n A)\rho + 2(b_0 + s_n b_1) \mathcal{K}_{s_n=1}, \quad (2.6)$$

donde,

$$\mathcal{K}_{s_n} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 p_n p_n^2 f_{s_n}(E_n, \mu_n, T). \quad (2.7)$$

Las constantes $a_0 = 4t_0(1 - x_0) + 2t_3\rho^\sigma(1 - x_3)/3$, $b_0 = t_1(1 - x_1) + 3t_2(1 +$

x_2) y $b_1 = -t_1(1 - x_1) + t_2(1 + x_2/2)$, están escritas en términos de los parámetros estándar del modelo de Skyrme, $t_0, t_1, t_2, x_0, x_1, x_2$ y σ (sigma es un parámetro de la interacción de Skyrme, posteriormente se utilizará la misma letra para la sección eficaz). En la ecuación 2.5, para la masa efectiva tenemos,

$$\frac{1}{m_{s_n}^*} = \frac{1}{m_n} + \frac{1}{4} \rho (b_0 + s_n b_1 A). \quad (2.8)$$

El potencial químico correspondiente al estado físico, no depende de la proyección de spin del neutrón debido al proceso de minimización. Para ver este punto escribimos,

$$\mu_{s_n} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \rho_{s_n}}, \quad (2.9)$$

esta expresión puede ser escrita en términos de la asimetría de spin A ,

$$\mu_{s_n} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \rho} + s_n \left(\frac{1 - s_n A}{\rho} \right) \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial A}. \quad (2.10)$$

La diferencia entre dos potenciales químicos es luego,

$$\mu_+ - \mu_- = \frac{2}{\rho} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial A}, \quad (2.11)$$

la minimización de \mathcal{U} con respecto a A implica la existencia de un único potencial químico en el estado físico, ponemos énfasis en que esta minimización es hecha con una densidad fija. El proceso numérico para resolver este problema requiere de un cálculo auto consistente: necesitamos μ_n para evaluar ρ_+ y ρ_- , también para definir la asimetría de spin A , que es necesaria para determinar la energía de partícula independiente, etc. En resumen, dada la densidad, temperatura y campo magnético del sistema, de la ecuación de estado obtenemos el estado físico, caracterizado por el potencial químico, la energía de

partícula independiente de los neutrones y la asimetría de spin.

2.1.2. Ecuación de estado usando el modelo BHF

La extensión del enfoque de BHF para materia neutrónica en presencia de un campo magnético a temperatura finita comienza con la construcción de la matriz G neutrón-neutrón, que describe de manera efectiva la interacción entre dos neutrones para cualquier combinación de spin. Este formalismo es obtenido por la resolución de la ecuación de Bethe-Goldstone,

$$\begin{aligned} & \langle \vec{p}_{n_3} s_{n_3}, \vec{p}_{n_4} s_{n_4} | G(\omega) | \vec{p}_{n_1} s_{n_1}, \vec{p}_{n_2} s_{n_2} \rangle = \langle \vec{p}_{n_3} s_{n_3}, \vec{p}_{n_4} s_{n_4} | \mathcal{V} | \vec{p}_{n_1} s_{n_1}, \vec{p}_{n_2} s_{n_2} \rangle \\ & + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}_{n_i} s_{n_i}, \vec{p}_{n_j} s_{n_j}} \langle \vec{p}_{n_3} s_{n_3}, \vec{p}_{n_4} s_{n_4} | G(\omega) | \vec{p}_{n_i} s_{n_i}, \vec{p}_{n_j} s_{n_j} \rangle \frac{Q_{s_{n_i} s_{n_j}}(\vec{p}_{n_i}, \vec{p}_{n_j})}{\omega - E_{s_{n_i}} - E_{s_{n_j}} + i\eta} \\ & \times \langle \vec{p}_{n_i} s_{n_i}, \vec{p}_{n_j} s_{n_j} | G(\omega) | \vec{p}_{n_1} s_{n_1}, \vec{p}_{n_2} s_{n_2} \rangle, \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde $s_n = \pm 1$, indica la proyección del spin de cada neutrón en el estado inicial, intermedio y final, \mathcal{V} es la interacción desnuda nucleón-nucleón, $Q_{s_{n_i} s_{n_j}}(\vec{p}_{n_i}, \vec{p}_{n_j}) = (1 - \nu_{s_{n_i}}(\vec{p}_{n_j}))(1 - \nu_{s_{n_j}}(\vec{p}_{n_i}))$, es el operador que permite solamente estados intermedios compatibles con el principio de Pauli, y $\nu_{s_{n_j}}(\vec{p}_{n_j})$ es el número de ocupación definido en la ecuación 2.15, ω es también llamada la energía de partida definida como la suma de energías no relativistas de partículas independientes de los neutrones interactuantes E_n . Notemos que la ecuación 2.12, es una de las ecuaciones del canal acoplado. La energía de partícula independiente de un neutrón con momento \vec{p}_n y proyección de spin s_n en presencia de un campo externo \vec{B} está dada por,

$$E_n(\vec{p}_n) = \frac{p_n^2}{2m_{s_n}} + Re[U_{s_n}(\vec{p}_n)] \mp \mu_{B_n} B. \quad (2.13)$$

En la aproximación BHF, $U_{s_n}(\vec{p})$ está dado por

$$U_{s_{n_i}}(\vec{p}_{n_i}) = \sum_{s_{n_j}, \vec{p}_{n_j}} \frac{\nu_{s_{n_j}}}{V} \langle \vec{p}_{n_i}, s_{n_i}, \vec{p}_{n_j}, s_{n_j} | G(\omega = E_{s_{n_i}}(\vec{p}_{n_i}) + E_{s_{n_j}}(\vec{p}_{n_j})) | \vec{p}_{n_i}, s_{n_i}, \vec{p}_{n_j}, s_{n_j} \rangle \quad (2.14)$$

En la expresión para $E_n(\vec{p}_n)$, la parte real del potencial de partícula individual $U_{s_n}(\vec{p})$ representa al potencial promedio de un neutrón en un medio nuclear. El signo negativo (positivo) en el último término corresponde a neutrones con spin up (down), y $\mu_{B_n} = -1.913\mu_N$ es el momento magnético anómalo del neutrón con μ_N el magnetón nuclear.

El número de ocupación de un neutrón con proyección de spin s_n a temperatura cero es,

$$\nu_{s_n}(\vec{p}_n) = \begin{cases} 1 & \text{para } |\vec{p}_n| \leq p_{n_F} \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases} \quad (2.15)$$

con $p_{n_F} = (6\pi^2\rho_s)^{1/3}$ que corresponde al momento de Fermi, y los elementos de matriz son antisimétricos. Notamos aquí la llamada prescripción continua [37] que ha sido adoptada en el potencial de partícula independiente cuando resolvemos la ecuación de Bethe-Goldstone. Ha sido mostrado en [38] que la contribución a la energía del diagrama three-hole-line es minimizada cuando esta prescripción es utilizada. Esto mejora la convergencia de la expansión hole-line de la cual la aproximación BHF representa el menor orden. Notamos que el presente cálculo BHF ha sido realizado usando el potencial Argonne V18 [35] suplementado con la fuerza Urbana IX de tres nucleones [36], cuyo uso en el modelo BHF es reducido primero a una fuerza efectiva de dos

nucleones dependiente de la densidad promediando sobre las coordenadas de tres nucleones [39].

La energía total por unidad de voúmen es obtenida por una solución de las ecuaciones 2.12-2.14,

$$\mathcal{E} = \frac{1}{V} \sum_{s_n \vec{p}_n} \nu_{s_n}(\vec{p}_n) \left(\frac{p_n^2}{2m_n} + \frac{1}{2} \text{Re}[U_{s_n}(\vec{p}_n)] \right) - \mu_{B_n} W B \quad (2.16)$$

donde $W = \rho_+ - \rho_-$. También la energía de la ecuación 2.16 corresponde a $\mathcal{E} = \mathcal{F} - ST$, además \mathcal{F} , S y T son la energía libre de Helmholtz, la entropía y la temperatura, respectivamente.

En BHF, los efectos de temperatura finita pueden ser introducidos en una buena aproximación justamente reemplazando el límite a temperatura cero del número de ocupación, por la expresión completa de la ecuación 2.15. Estas aproximaciones son válidas en el rango de densidades y temperaturas consideradas aquí. Para una discusión más detallada de estos puntos, remitimos al lector a [32, 40].

2.2. Camino libre medio

El camino libre medio se define como la distancia media que recorre un neutrino en entre dos colisiones sucesivas. En nuestro caso, el neutrino interactúa con un neutrón en un medio denso compuesto por materia neutrónica a temperatura finita, en presencia de un campo magnético intenso. El camino libre medio λ es calculado como el inverso de la sección eficaz total por unidad

de volúmen, de la siguiente forma,

$$\lambda(\vec{p}) = \left(\frac{\sigma(\vec{p})}{V} \right)^{-1}, \quad (2.17)$$

donde $\sigma(\vec{p})$ es la sección eficaz total y V es el volumen.

Consideremos a una reacción general; donde un haz de partículas A , inci-
de sobre un blanco de partículas B en el estado inicial, obteniendo finalmente
los estados de partículas C y D , de la siguiente forma $A + B \rightarrow C + D$. La
sección eficaz se calcula a partir de la Regla de Oro de Fermi como sigue,

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(\vec{p}_A)}{V} &= \int d\Pi_B \int d\Pi_C \int d\Pi_D \mathcal{W}_{fi} f_{s_B}(E_B, \mu_B, T) \\ &\times (1 - f_{s_C}(E_C, \mu_C, T))(1 - f_{s_D}(E_D, \mu_D, T)). \end{aligned} \quad (2.18)$$

El término $d\Pi_i$ es la suma sobre los estados de la partícula i . Para las partícu-
las cargadas en presencia de un campo magnético este término se discute en
el Apéndice C. La función \mathcal{W}_{fi} es la amplitud de transición al cuadrado de la
reacción. Los índices i y f , representan al estado inicial y final de la reacción,
respectivamente. La función de distribución $f_{s_j}(E_j, \mu_j, T)$, ya fue definida en
la ecuación 2.3.

Para evaluar la amplitud de transición, en primer lugar partimos del ope-
rador de dispersión \hat{S} . Siguiendo la referencia [41], este operador se expre-
sa en términos del operador de evolución temporal $\hat{U}(t_2, t_1)$, como sigue
 $\hat{S} = \hat{U}(-\infty, \infty)$ y considerando solamente el término principal, tenemos,

$$\hat{S} = i \int d^4x \hat{\mathcal{H}}_{int}, \quad (2.19)$$

donde $\hat{\mathcal{H}}_{int}$, representa al operador de densidad Hamiltoniana de la interac-

ción. La matriz de dispersión S_{fi} , se calcula evaluando al operador \hat{S} entre el estado inicial y final. Elevando el módulo de S_{fi} al cuadrado y dividiendo por el tiempo, obtenemos la amplitud de transición al cuadrado,

$$\mathcal{W}_{fi} = \frac{|S_{fi}|^2}{\mathcal{T}}, \quad (2.20)$$

donde \mathcal{T} es el tiempo en el cual se desarrolla la transición [42]. En las próximas subsecciones hablaremos sobre las dos reacciones que estudiamos en esta tesis, escribiremos las densidades Hamiltonianas de las reacciones de dispersión y de absorción. La densidad Hamiltoniana se diferencia del operador de densidad Hamiltoniana (ecuación 2.19) debido a que la densidad Hamiltoniana se construye con las funciones de onda plana de las partículas involucradas, mientras el operador de densidad Hamiltoniana se construye con operadores de campo evaluados como una expansión de las funciones de onda de las partículas involucradas. Este procedimiento se encuentra detallado en [41].

2.2.1. Reacción de dispersión

La reacción de dispersión es aquella donde un neutrino es dispersado por un neutrón a través de la interacción débil. Esta reacción puede ocurrir tanto en el espacio libre como en un medio neutrónico. En un medio denso, la reacción de dispersión se ve afectada por las restricciones sobre el espacio de fases en el sistema. En nuestro caso la colisión de dispersión es inelástica, esto es,

$$\nu + n \rightarrow \nu' + n'. \quad (2.21)$$

Los neutrinos son considerados sin masa. Además el diagrama de Feynman a menor orden de dicha interacción se puede ver en la figura 2.1.

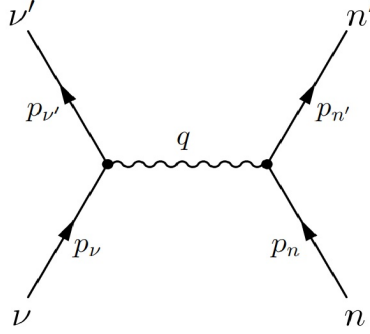


Figura 2.1: Diagrama de Feynman a menor orden para la reacción de dispersión $\nu + n \rightarrow \nu' + n'$. Las cantidades p_i y q denotan, respectivamente, el cuatri-momento de las partículas en cuestión y el correspondiente cuatri-momento de la energía transferida por la interacción.

La densidad Hamiltoniana que describe la interacción es:

$$\mathcal{H}_{int}^{dis} = \frac{1}{\sqrt{2}} G_F \left(\bar{\psi}_{n'} \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma_5) \psi_n \right) \left(\bar{\psi}_{\nu'} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu \right) + H.c. \quad (2.22)$$

Aquí $G_F \simeq 1.436 \times 10^{-49} \text{ erg cm}^{-3}$ es la constante de acoplamiento de Fermi, las cantidades $C_V = -1/2$ y $C_A = -1.23/2$, son las constantes de acoplamiento vectorial y axial-vectorial, respectivamente. En el capítulo 3, calcularemos el camino libre medio para esta reacción, junto a la asimetría que muestra esta cantidad respecto del ángulo relativo entre el neutrino y el campo magnético, además recordamos que los resultados para el camino libre medio de la dispersión fueron publicados en [30].

2.2.2. Reacción de absorción

La reacción de absorción es aquella en donde un neutrino es absorbido por un neutrón a través de la interacción débil produciendo un electrón y un protón en el estado final. Debido a la presencia del campo magnético, el electrón y el protón están parcialmente cuantizados mostrando los llamados niveles de Landau, esto restringe los estados accesibles en el espacio de fase para estas partículas. Si el campo magnético fuese nulo, la reacción de absorción se diferenciaría de la reacción de dispersión, solamente por las constantes de acoplamiento. Esta diferencia es determinante en el estudio de la asimetría en el camino libre medio y se explicará con mayor detalle en el capítulo 4. La reacción de absorción es,

$$\nu + n \rightarrow e^- + p. \quad (2.23)$$

Al igual que para la reacción de dispersión, consideramos el neutrino sin masa. El diagrama de Feynman a menor orden para la interacción se puede ver en la figura 2.2. La densidad Hamiltoniana que describe la interacción es,

$$\mathcal{H}_{int}^{abs} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_p \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) \Psi_n \bar{\Psi}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_\nu + H.c. \quad (2.24)$$

Las constantes de acoplamiento vectorial y axial-vectorial son $g_V = 0.973$ y $g_A = 1.197$, respectivamente. Debido a que las funciones de onda plana de las partículas cargadas presentes en la densidad Hamiltoniana son modificadas por el campo magnético presentando los niveles de Landau, el cálculo de la amplitud de transición se vuelve más complejo.

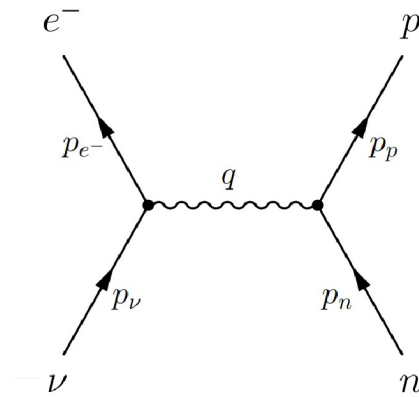


Figura 2.2: Diagrama de Feynman a menor orden para la reacción de absorción $\nu + n \rightarrow e^- + p$. Las cantidades p_i y q denotan, respectivamente, el cuatri-momento de las partículas en cuestión y el correspondiente cuatri-momento de la energía transferida por la interacción.

2.3. Resumen y discusión

Al comienzo de este capítulo, realizamos un resumen de los elementos esenciales de dos modelos diferentes de EdE. Por simplicidad, designamos a estos modelos como “Skyrme” y “BHF”. El esquema formal de Skyrme es más simple que el de BHF. Además, el modelo de Skyrme nos brinda una expresión analítica para la energía de partícula independiente, en donde se define una masa efectiva que simplifica el tratamiento del problema. Como dijimos, los dos esquemas son diferentes y también lo son las interacciones fuertes que fueron empleadas en cada modelo. Sin embargo, la interacción LNS de Skyrme fue desarrollada para ajustar el resultado de BHF con la interacción descrita. En el próximo capítulo veremos que los resultados para el camino libre medio empleando Skyrme y BHF son diferentes, pero guardan un acuerdo cualitativo. Es importante indicar que realizamos evaluaciones con

otras interacciones de Skyrme y obtuvimos resultados muy diferentes. Podemos afirmar que con respecto a la EdE, su incidencia sobre los resultados para el camino libre medio es más fuerte con la interacción nuclear elegida que con la elección del modelo (Skyrme o BHF).

En la ecuación 2.18 mostramos la expresión para la sección eficaz total por unidad de volumen. Notamos en esta expresión la presencia de la función de distribución $f_{s_j}(E_j, \mu_j, T)$, para las diferentes partículas involucradas en la reacción. Los valores de E_j y de μ_j que se usan en estas funciones de distribución, son los que se obtienen de la EdE. Es interesante notar cómo afecta la presencia de un medio denso al cálculo de la sección eficaz total por unidad de volumen. Naturalmente, cuando escribimos "medio denso" nos referimos a la EdE. El primer efecto es el que acabamos de describir sobre la función de distribución, pero no es el único. En nuestro caso, la función de onda del neutrón se ve modificada por el medio debido al estado de polarización del mismo. En el Apéndice B, mostramos que la función de onda de spin del neutrón es un estado mezcla de los estados (spin up y down), pesados por factores que dependen de la asimetría de spin A , del sistema. La asimetría de spin es uno de los resultados que se obtiene al resolver la EdE.

Sobre las dos reacciones que consideraremos en estas Tesis, postergamos su estudio hasta llegar a los capítulos correspondientes. Sin embargo, es conveniente realizar algunas consideraciones sobre el espacio de fases de cada reacción. Por una parte, para la reacción de dispersión, tenemos a un neutrino y a un neutrón, tanto en el estado inicial como final. El espacio de fases se ve afectado por el campo magnético, pues la energía de partícula independiente se ve modificada por el campo magnético, dependiendo además de su proyección de spin. Naturalmente, esto afecta al valor del potencial químico. Pero es

el espacio de fases de la reacción de absorción el que experimenta un cambio radical respecto del caso en que no existe campo magnético: el estado final formado por partículas cargadas está parcialmente cuantificado, mostrando los llamados niveles de Landau, cuyo efecto es importante y discutiremos en el capítulo 4.

En los próximos dos capítulos, discutiremos con detalles las reacciones de dispersión y de absorción. Estos capítulos constituyen la labor original de este trabajo de Tesis. Las ecuaciones de estado fueron desarrolladas previamente y son empleadas como una herramienta para el cálculo del camino libre medio del neutrino.

Capítulo 3

Dispersión inelástica de un neutrino en materia neutrónica

En este capítulo estudiamos detalladamente el cálculo del camino libre medio del neutrino cuando es dispersado inelásticamente por un neutrón. Como comentamos en los capítulos anteriores, trabajaremos en un medio formado por materia neutrónica, a temperatura finita y en presencia de un campo magnético intenso. En estas condiciones y como ya discutimos, la materia se polariza y esa polarización afecta al camino libre medio, que adquiere dependencia con el ángulo entre la dirección de movimiento del neutrino y el campo magnético, considerado localmente constante. Esta dependencia induce una asimetría en el camino libre medio, y constituye uno de los elementos de análisis más relevantes de este capítulo. Es importante comentar, que si nos limitamos a un medio formado solo por neutrones, las dos reacciones de mayor relevancia entre el neutrino y el neutrón, son la reacción de dispersión que estudiamos en este capítulo y la de absorción que estudiaremos en el capítulo siguiente.

Sobre la ecuación de estado para describir a la materia neutrónica polarizada, emplearemos en este capítulo dos modelos diferentes y compararemos sus resultados. El primer modelo es el de Hartree-Fock [32] con la interacción LNS de Skyrme [33, 34] (por simplicidad, nos referiremos en adelante a este modelo, como "modelo de Skyrme"), mientras el segundo modelo es el de Brueckner-Hartree-Fock (BHF) [32] usando el potencial nucleón-nucleón de Argonne V18 [35] con la fuerza de tres nucleones Urbana IX[36]. El segundo modelo es considerablemente más complejo y presenta dificultades técnicas que discutiremos a lo largo de este capítulo. La elección de la interacción LNS de Skyrme se debió a que es una interacción desarrollada para reproducir en forma aproximada los resultados del modelo más sofisticado de BHF, que acabamos de describir. Confirmamos tal acuerdo y en el capítulo siguiente, analizaremos a la reacción de absorción empleando solo el modelo de Skyrme.

El cálculo de la sección eficaz total de dispersión de neutrinos puede hacerse para un neutrino y un neutrón en el espacio libre ó para ambas partículas en el medio neutrónico, que representa la situación que analizaremos en este capítulo. El camino libre medio es la inversa de la sección eficaz total por unidad de volumen. La sección eficaz total de dispersión en un medio denso se ve afectada por la polarización del medio, el cambio en la energía de partícula independiente del neutrón y por la presencia de un potencial químico.

El capítulo está organizado de la siguiente forma. En la sección 3.1, calculamos la sección eficaz total para la dispersión inelástica del neutrino con neutrones considerando el estado de polarización del medio con el objetivo de calcular el camino libre medio. Partimos de la Regla de Oro de Fermi, desarrollando expresiones para la sección eficaz total, tomando el límite no

relativista para el neutrón en el cálculo de la matriz de transición. En la sección 3.2, discutimos propiedades de la materia neutrónica considerando su estado de polarización, algunas generalidades del camino libre medio y finalmente mostramos los resultados para la asimetría del camino libre medio inducida por la presencia del campo. En la sección 3.3, haremos un resumen y discutiremos algunas conclusiones. Debemos indicar que los resultados de este capítulo fueron publicados en [30].

3.1. Camino libre medio para la dispersión neutrino-neutrón

En esta sección derivamos la expresión para el camino libre medio del neutrino cuando es dispersado por un neutrón en materia neutrónica a temperatura finita en presencia de un campo magnético fuerte. El neutrino es dispersado de forma inelástica debido a la acción de la interacción débil. Como vimos en el capítulo 2, la reacción es,

$$\nu + n \rightarrow \nu' + n',$$

denotando como ν y n (ν' y n') al neutrino y neutrón iniciales (finales), respectivamente. Consideraremos neutrinos sin masa. En la figura 2.1, mostramos el diagrama de Feynman de la reacción. Podemos escribir a la sección eficaz por unidad de volumen por medio de la Regla de Oro de Fermi dada en

2.18, como sigue,

$$\frac{\sigma_{dis}(\vec{p}_\nu)}{V} = \int d\Pi_{\nu'} \int d\Pi_n \int d\Pi_{n'} f_{s_n}(E_n, \mu_n, T)(1 - f_{s_{n'}}(E_{n'}, \mu_{n'}, T)) \mathcal{W}_{fi}^{dis}, \quad (3.1)$$

donde \vec{p}_i , E_i y μ_i , son la cantidad de movimiento, la energía de partícula independiente y el potencial químico de la partícula i -ésima. La función \mathcal{W}_{fi} es la amplitud de transición al cuadrado, como se muestra en la ecuación 2.20. La función $f_{s_i}(E_i, \mu_i, T)$ es la función de distribución de la partícula, que en equilibrio térmico está dada por la función de Fermi-Dirac, ver ecuación 2.3. Como mostramos en la sección 2.2, recordamos que la amplitud de transición al cuadrado es,

$$\mathcal{W}_{fi} = \frac{|S_{fi}|^2}{\mathcal{T}},$$

la matriz de dispersión es,

$$S_{fi}^{dis} = \frac{(2\pi)^4 \delta^4(p_{n'} + p_{\nu'} - p_n - p_\nu)}{\sqrt{2E_\nu 2E_n 2E_{\nu'} 2E_{n'}} V^4} \mathcal{M}_{\nu'n', \nu n}, \quad (3.2)$$

$\mathcal{M}_{\nu'n', \nu n}$ es la matriz invariante de Møller. Sustituyendo todo lo anterior en 3.1, tenemos

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{dis}(\vec{p}_\nu)}{V} &= \int \frac{d\vec{p}_{\nu'}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}_n}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}_{n'}}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(p_\nu + p_n - p_{\nu'} - p_{n'}) \\ &\quad \times f_{s_n}(E_n, \mu_n, T)(1 - f_{s_{n'}}(E_{n'}, \mu_{n'}, T)) \frac{\langle |\mathcal{M}_{\nu'n', \nu n}|^2 \rangle}{2^4 E_\nu E_{\nu'} E_n E_{n'}}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

discutiremos en la siguientes subsecciones el cálculo de $\mathcal{M}_{\nu'n', \nu n}$ para un sistema no polarizado de neutrones y luego consideraremos el caso polarizado. Consideramos en primer lugar el caso de materia no polarizada, para poder

comparar nuestras expresiones con las encontradas en la literatura.

3.1.1. Sección eficaz del neutrino para un sistema no polarizado

En forma un poco arbitraria, podemos decir que el cálculo de la sección eficaz dado por la ecuación 3.3, se construye con dos elementos cualitativamente diferentes. Por una parte, la matriz invariante de la transición $\mathcal{M}_{\nu' n', \nu n}$, es empleada para el cálculo de \mathcal{W}_{fi} . Mostraremos enseguida esta matriz, que da cuenta de la interacción débil y su expresión es la misma tanto para el espacio libre, como para el medio denso. El segundo elemento, está contenido en el espacio de fase y en las funciones de ocupación y describe el medio nuclear. Esto resulta del modelo de ecuación de estado de materia neutrónica que está regido por la interacción fuerte.

Nos enfocamos en la matriz \mathcal{M} , que escribimos como,

$$\mathcal{M}_{\nu' n', \nu n} = \frac{1}{\sqrt{2}} G_F \left(\bar{u}_{\nu'} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_\nu \right) \left(\bar{u}_{n'} \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) u_n \right). \quad (3.4)$$

Es conveniente expresar el cuadrado de la matriz como la contracción de los tensores leptónicos $l^{\mu\alpha}$ y hadrónicos $H_{\mu\alpha}$ de segundo rango,

$$|\mathcal{M}_{\nu' n', \nu n}|^2 = \frac{1}{2} G_F^2 l^{\mu\alpha} H_{\mu\alpha}, \quad (3.5)$$

con

$$l^{\mu\alpha} = (\bar{u}_{\nu'} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_\nu) (\bar{u}_{\nu'} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu), \quad (3.6)$$

y

$$H_{\mu\alpha} = (\bar{u}_n(C_V + C_A\gamma_5)\gamma_\mu u_{n'}) (\bar{u}_{n'}\gamma_\alpha(C_V - C_A\gamma_5)u_n). \quad (3.7)$$

Si la materia neutrónica no está polarizada, podemos evaluar $\langle |\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}|^2 \rangle$ (consecuentemente la sección eficaz $\sigma(\vec{p}_\nu)/V$) directamente de las ecuaciones 3.6 y 3.7. Sin embargo, la presencia de un campo magnético induce una polarización parcial del spin del sistema. Ya que nuestro objetivo final es considerar la sección eficaz total sobre los neutrones polarizados, es conveniente escribir el tensor hadrónico como la suma de dos términos empleando los proyectores de proyección de spin, $\Lambda_s = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5\psi_s)$, con el cuadri-vector $w_s = (0, 0, 0, s)$, donde $s = +1$ (-1) son configuraciones para spin up (down). Usando el operador identidad, escrito $I = \Lambda_{+1} + \Lambda_{-1}$, sustituimos sobre los neutrones iniciales en la ecuación 3.7, obteniendo:

$$H_{\mu\alpha} = H_{\mu\alpha}^+ + H_{\mu\alpha}^-, \quad (3.8)$$

donde

$$H_{\mu\alpha}^s = (\bar{u}_n\Lambda_s(C_V + C_A\gamma_5)\gamma_\mu u_{n'}) (\bar{u}_{n'}\gamma_\alpha(C_V - C_A\gamma_5)\Lambda_s u_n). \quad (3.9)$$

Para evitar confusiones, es bueno aclarar un punto sutil en las expresiones anteriores. El estado de spin del neutrón inicial está contenido en u_n . La acción del proyector Λ_{+1} (Λ_{-1}), es proyectar u_n sobre la componente up (down) de spin. Ahora bien, como debemos hacer el promedio sobre el spin de los neutrones iniciales. En un sistema no polarizado, promediamos con el mismo peso los estados de spin up y down. Para un estado fijo up, la proyección

Λ_{+1} dará uno y la Λ_{-1} dará cero, análogamente para el caso down. Como ambas componentes tienen el mismo peso, la suma en la ecuación 3.8, puede confundirse con la suma sobre los dos estados. Este punto es relevante cuando las componentes up y down del estado de polarización del neutrón no son iguales. Es conveniente entonces, trabajar separadamente con $H_{\mu\alpha}^+$ y $H_{\mu\alpha}^-$, ambos tensores deben ser contraídos con el leptónico, y obtenemos las matrices, $|\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^+|^2$ y $|\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^-|^2$. El desarrollo en detalle está realizado en el apéndice A. En lo que sigue, damos las expresiones finales para ambas matrices,

$$|\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^+|^2 = 16G_F^2 m_N^2 E_\nu E_{\nu'} \left((C_V^2 + 3C_A^2) + (C_V^2 - C_A^2) \cos\theta_{\nu\nu'} \right. \\ \left. + 2C_A((C_A + C_V) \cos\theta_\nu + (C_V - C_A) \cos\theta_{\nu'}) \right), \quad (3.10)$$

y

$$|\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^-|^2 = 16G_F^2 m_N^2 E_\nu E_{\nu'} \left((C_V^2 + 3C_A^2) + (C_V^2 - C_A^2) \cos\theta_{\nu\nu'} \right. \\ \left. - 2C_A((C_A + C_V) \cos\theta_\nu + (C_V - C_A) \cos\theta_{\nu'}) \right). \quad (3.11)$$

Estas expresiones no dependen del momento del neutrón inicial y final. Expresiones similares son halladas en otros trabajos [28, 44, 45]. Notamos que en las ecuaciones 3.10 y 3.11, hemos sumado sobre los spines finales. Como mostramos en la ecuación 2.22, en el estado inicial tenemos un neutrino y un neutrón. Consideramos neutrinos sin masa, con polarización izquierda. Análogamente, en la ecuación 3.10 y 3.11, tenemos estados de polarización definidos para el neutrón. En un sistema no polarizado asumimos que el neutrón tiene igual probabilidad de estar en estado de spin up o down. Sin embargo,

el promedio entre los dos estados es, $\langle |\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^-|^2 \rangle = (|\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^+|^2 + |\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^-|^2)/2$. Tenemos,

$$\langle |\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^-|^2 \rangle = 16G_F^2 m_N^2 E_\nu E_{\nu'} \left((C_V^2 + 3C_A^2) + (C_V^2 - C_A^2) \cos\theta_{\nu,\nu'} \right). \quad (3.12)$$

El promedio conduce a la cancelación entre los términos proporcionales a $\cos\theta_\nu$ y $\cos\theta_{\nu'}$, los cuales se encuentran en las ecuaciones 3.10 y 3.11. Reemplazando la ecuación 3.12 en la ecuación 3.3, tenemos

$$\frac{\sigma_{dis}(\vec{p}_\nu)}{V} = G_F^2 \int \frac{d\vec{p}_{\nu'}}{(2\pi)^3} (C_V^2(1 + \cos\theta_{\nu,\nu'}) + C_A^2(3 - \cos\theta_{\nu,\nu'})) S^0(q_0, \vec{q}, T), \quad (3.13)$$

donde usamos la función $\delta^3(\vec{p}_\nu + \vec{p}_n - \vec{p}_{\nu'} + \vec{p}_{n'})$ para integrar sobre el momento $\vec{p}_{n'}$ del neutrón final. $S^0(q_0, \vec{q}, T)$ es la función de estructura y describe la respuesta de la materia neutrónica a las excitaciones inducidas por los neutrinos, se escribe

$$S^0(q_0, \vec{q}, T) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\vec{p}_n f_n(\vec{p}_n, T) (1 - f_n(\vec{p}_n + \vec{q}, T)) \times \delta(q_0 + E_n(\vec{p}_n, T) - E_{n'}(\vec{p}_n + \vec{q}, T)), \quad (3.14)$$

siendo $q_0 = E_\nu - E_{\nu'}$ y $\vec{q} = \vec{p}_\nu - \vec{p}_{\nu'}$. La sección eficaz en la ecuación 3.13, es la expresión frecuentemente encontrada en la literatura. Notamos que el camino libre medio es $\lambda(\vec{p}_\nu) = (\sigma(\vec{p}_\nu)/V)^{-1}$. Para evaluar la ecuación 3.13 usamos la energía de partícula independiente y el potencial químico de los modelos de ecuación de estado estudiados.

3.1.2. Sección eficaz del neutrino para un sistema polarizado

Analizamos el efecto de la polarización del medio neutrónico sobre la sección eficaz total de dispersión del neutrino. En la subsección anterior mostramos que las matrices $\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^{\pm}$ toman valores diferentes, según el estado de polarización del neutrón. Por otra parte y como discutimos en el Capítulo 2, la polarización del medio neutrónico proviene de la evaluación de la ecuación de estado. En este capítulo empleamos dos ecuaciones de estado diferentes como se mencionó al comienzo, Las variables que damos para evaluar la ecuación de estado son la densidad total, la temperatura y la intensidad del campo magnético (que consideraremos constante y en la dirección del eje $-z$). Luego del cálculo de la ecuación de estado, obtenemos la energía de partícula independiente del neutrón, la densidad relativa de neutrones con spin up y down en el medio o asimetría de spin A y en el valor del potencial químico μ .

La materia neutrónica se encuentra parcialmente polarizada en presencia de un campo magnético y necesitamos expresiones para la sección eficaz total que describa la dispersión del neutrino con neutrones en estado de spin up o down, $\sigma^{\pm}(\vec{p}_{\nu})/V$. Estas expresiones son simplemente obtenidas reemplazando las ecuaciones 3.10 y 3.11, en la ecuación 3.3, así

$$\begin{aligned} \frac{\sigma^{\pm}(\vec{p}_{\nu})}{V} &= G_F^2 \int \frac{d\vec{p}_{\nu'}}{(2\pi)^3} \left((C_V^2 + 3C_A^2) + (C_V^2 - C_A^2) \cos \theta_{\nu\nu'} \right. \\ &\quad \left. \pm 2C_A \left((C_A + C_V) \cos \theta_{\nu} + (C_V - C_A) \cos \theta_{\nu'} \right) \right) \mathcal{S}_{\pm}^0(q_0, \vec{q}, T), \end{aligned} \quad (3.15)$$

las condiciones cinemáticas en la ecuación 3.15, son iguales a las de la ecuación

ciones 3.14. Dependiendo de la proyección del spin, el camino libre medio es $\lambda_{\pm} = (\sigma^{\pm}/V)^{-1}$. La función de estructura tiene la siguiente dependencia con el spin

$$\mathcal{S}_{\pm}^0(q_0, \vec{q}, T) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\vec{p}_n f_n^{\pm}(\vec{p}_n, T) (1 - f_n^{\pm}(\vec{p}_n + \vec{q}, T)) \times \delta(q_0 + E_n^{\pm}(\vec{p}_n, T) - E_n^{\pm}(\vec{p}_n + \vec{q}, T)), \quad (3.16)$$

la dependencia con la proyección de spin del neutrón está presente en la función de distribución y en la energía de partícula independiente, que junto al potencial químico son obtenidos a partir de dos modelos de ecuación de estado para materia neutrónica polarizada. En el modelo BHF, estas cantidades son empleadas para evaluar numéricamente la función de estructura. En cambio para el modelo de Skyrme se puede obtener una expresión analítica $\mathcal{S}_{\pm}^0(q_0, \vec{q}, T)$. En este último caso, la energía de partícula independiente para un neutrón con spin $s_n = \pm 1$, en un campo magnético fue dado en la ecuación 2.5 y la reescribimos aquí por conveniencia,

$$E_n = m_n + \frac{p_n^2}{2m_{s_n}^*} - s_n \mu_{Bn} B + \frac{v_{s_n}}{8}.$$

La dependencia cuadrática de la energía de partícula independiente conduce en el caso del modelo de Skyrme, a la siguiente expresión analítica para la función de estructura [46, 47, 48]:

$$\mathcal{S}_{\pm}^0(q_0, \vec{q}, T) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 - e^{-q_0/T}} \frac{(m_{\pm}^*)^2 T}{4\pi q} \ln \left(\frac{1 + e^{(Q_{\pm} + q_0/2)/T}}{1 + e^{(Q_{\pm} - q_0/2)/T}} \right), \quad (3.17)$$

donde $Q_{\pm} = \mu - U^{\pm} \pm \kappa B - m_{\pm}^* q_0^2 / 2q^2 - q^2 / 8m_{\pm}^*$, además el potencial químico del neutrón es μ , cuyo estado físico como mencionamos anteriormente,

es independiente de la orientación del spin.

Antes de discutir nuestro resultado numérico para el camino libre medio del neutrino λ_{dis} , es importante hacer algunas consideraciones generales en la ecuación 3.15. Consideramos primero el límite no polarizado ($A = 0$), y promediando sobre los spines de la ecuación 3.15, además recordando que sin polarización de spin tenemos $\mathcal{S}_-^0 = \mathcal{S}_+^0 = \mathcal{S}^0$, entonces es fácil obtener la sección eficaz no polarizada de la ecuación 3.13.

Comparando las ecuaciones 3.13 y 3.15, vemos que difieren en los términos proporcionales $\cos \theta_\nu$ y $\cos \theta_{\nu'}$. Estos términos están presentes debido a la polarización del neutrón. La integración sobre $\vec{p}_{\nu'}$, hace que el término proporcional a $\cos \theta_{\nu'}$ sea despreciable. No es estrictamente cero, pues \mathcal{S}_\pm^0 depende implícitamente de $\cos \theta_{\nu'}$ a través del momento transferido $\vec{q} = \vec{p}_\nu - \vec{p}_{\nu'}$, que incluye al ángulo $\theta_{\nu\nu'}$, ya que $|\vec{q}| = |\vec{p}_\nu| |\vec{p}_{\nu'}| \cos \theta_{\nu\nu'}$ (ver figura 3.1), de hecho, el coseno se puede escribir como,

$$\cos \theta_{\nu\nu'} = \sin \theta_\nu \sin \theta_{\nu'} \cos \phi_{\nu'} + \cos \theta_\nu \cos \theta_{\nu'} \quad (3.18)$$

En el caso de la reacción de dispersión, la dependencia de la sección eficaz con el ángulo de incidencia del neutrino θ_ν , tiene un origen cinético, dado por el $\cos \theta_\nu$ en la ecuación 3.15 y un origen dinámico, dado por los valores de la energía de partícula independiente y el potencial químico. La dependencia dinámica es solo relevante para campos magnéticos muy intensos, como veremos en la próxima sección. De este modo, cuando el neutrino incide en forma perpendicular al campo, esto es cuando $\cos \theta_\nu = 0$, no se esperan diferencias apreciables respecto al caso no polarizado.

A modo de comentario final para esta sección, es conveniente comentar

nuestra hipótesis inicial acerca del carácter uniforme del campo magnético. Cualquier modelo realista para describir al campo magnético de una estrella de neutrones, empleará algún modelo diferente a un campo constante. Una posible elección para la geometría del campo puede ser la elección de un campo dipolar. La curvatura de tal campo, nos permite considerarlo como localmente uniforme, debido a la escala del proceso de dispersión neutrino-neutrón. El potencial uso de nuestro resultado en un código realista para la difusión de neutrinos en la estrella, debe considerar la curvatura del campo con la dirección e intensidad local. Se realizan consideraciones similares para la densidad y para la temperatura, ya que esta región es pequeña respecto a las dimensiones de la estrella de neutrones, pero a su vez es lo suficientemente grande como para considerar una solución local de la ecuación de estado.

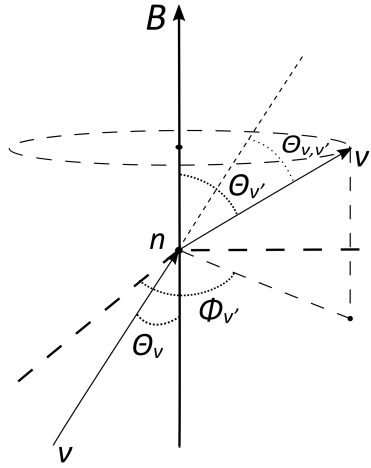


Figura 3.1: Geometría del proceso de dispersión. El campo magnético define el eje z . El neutrino incidente es ν , y tiene un ángulo polar θ_ν y sin pérdida de la generalidad, tomamos el ángulo azimutal ϕ_ν igual a cero. Para el neutrino saliente ν' , tenemos el ángulo polar $\theta_{\nu'}$ y el ángulo azimutal $\phi_{\nu'}$. El ángulo entre ν y ν' es $\theta_{\nu\nu'}$ definido a través de 3.18. Note que despreciamos el momento del neutrón.

3.2. Resultados

En esta sección, presentamos los resultados del camino libre medio de neutrinos, en materia neutrónica homogénea en presencia de un campo magnético fuerte a temperatura finita. Los resultados son mostrados en un rango de densidades entre $0.05 \leq \rho \leq 0.4 \text{ fm}^{-3}$ que corresponde a la región del núcleo externo en la estrella, con temperaturas que alcanzan los $T = 30 \text{ MeV}$, y diferentes valores para el campo magnético que van desde $B = 0 \text{ G}$ hasta $B = 10^{18} \text{ G}$. En nuestra descripción de las propiedades globales del sistema y

de la energía de partícula independiente en materia neutrónica magnetizada, utilizamos dos modelos diferentes para la ecuación de estado. En el primer modelo utilizamos una parametrización de la interacción LNS de Skyrme desarrollado en [34], y es comparado con el modelo BHF desarrollado en la referencia [32], empleando el potencial Argonne V18 nucleón-nucleón [35] con la fuerza de tres nucleones Urbana IX [36].

Antes de discutir los resultados para el camino libre medio, analizaremos la asimetría de spin del sistema A , y la función de estructura $S_{\pm}^0(q_0, \vec{q}, T)$ para diferentes temperaturas e intensidades del campo magnético. La asimetría de spin A caracteriza el grado de polarización del sistema, que es resultado de la competencia entre la interacción fuerte que junto a la temperatura, favorecen un estado no polarizado y el campo magnético, que intenta alinear todos los spines antiparalelos a él. En las figuras 3.2(a) y 3.2(c), mostramos la asimetría de spin correspondiente al estado físico del sistema como una función de la densidad para varias temperaturas e intensidades del campo magnético en ambos modelos BHF (línea sólida) y Skyrme (línea a trazos). A pesar de que no se muestra en figura, en ausencia de campo magnético el estado físico del sistema corresponde al caso no polarizado ($A = 0$) para todas las densidades y temperaturas. A bajas densidades y temperaturas, se espera un sistema completamente polarizado ($A = -1$) hasta una densidad dada, a partir de la cual comienza a estar parcialmente polarizado, con predominancia de estados con spin down $-1 < A < 0$. La polarización es más importante para el modelo de Skyrme. Dentro de nuestro rango de temperaturas, A crece monótonamente con la densidad para el modelo de BHF y el sistema debe alcanzar el estado no polarizado ($A = 0$) asintóticamente para densidades muy altas. Este no es el caso para la mayoría de las interacciones de Skyrme, las cuales exhiben la

llamada inestabilidad ferromagnética a altas densidades. Existe un consenso general, sobre la predicción de esta inestabilidad que es una patología de las fuerzas de Skyrme.

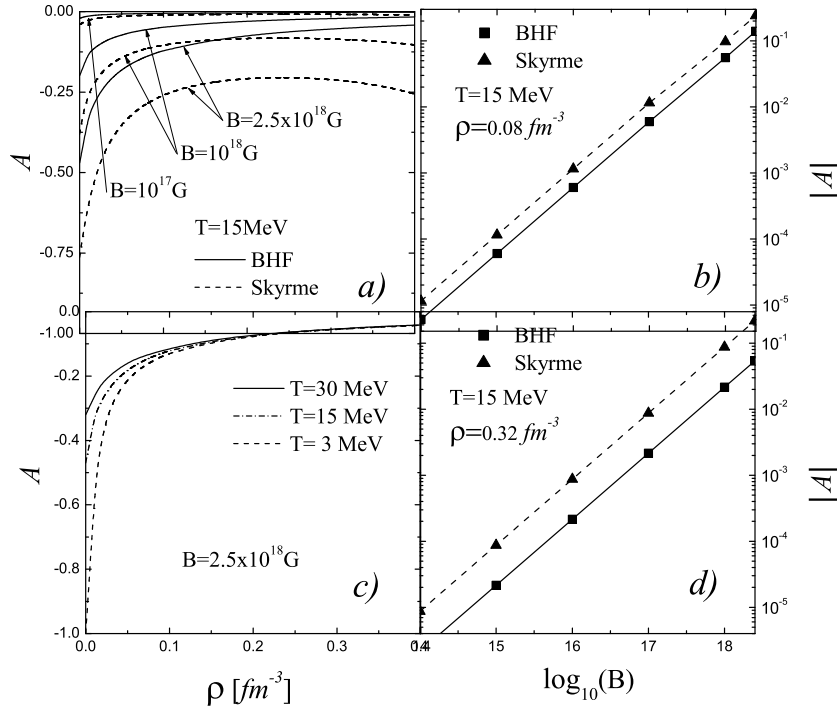


Figura 3.2: Dependencia de la asimetría de spin A con la densidad y campo magnético. La dependencia con la densidad es mostrada en los paneles (a) y (c), para diferentes valores de la intensidad del campo magnético y diferentes valores de la temperatura, respectivamente. El comportamiento de la asimetría de spin con la magnitud del campo magnético es mostrada en los paneles (b) y (d), para diferentes valores de la densidad.

De la Figura 3.2(a), vemos que la magnitud de la asimetría crece a medida de que aumenta la intensidad del campo magnético, como se espera. Esto es más marcado a bajas densidades, donde la interacción fuerte entre las partículas es menos efectiva. Eventualmente a muy bajas densidades el sistema puede estar completamente polarizado ($A = -1$). Por otra parte, en la Figura

3.2(c), estudiamos la dependencia con la temperatura y encontramos que la polarización disminuye a medida que aumenta la temperatura, como intuitivamente se espera por el desorden térmico. La dependencia de la asimetría de spin con la intensidad del campo magnético es mostrada en las figuras 3.2(b) y 3.2(d). Ya que la asimetría de spin es negativa, por simplicidad, graficamos el valor de A en escala logarítmica como una función logarítmica de la magnitud del campo. Los resultados son mostrados para ambos modelos de la ecuación de estado a $T= 15\text{MeV}$ y dos densidades $\rho = 0.08\text{fm}^{-3}$, ver figura 3.2(b), y $\rho = 0.32\text{fm}^{-3}$, ver figura 3.2(d). La asimetría de spin se incrementa (en valor absoluto) con la magnitud del campo magnético, siendo siempre mayor para la interacción de Skyrme. Estas figuras sugieren que en la escala logarítmica, $|A|$ presenta un comportamiento lineal con $\log_{10}B$. En el rango de intensidades del campo considerado, el valor de la pendiente de las líneas ha sido el mismo para ambos modelos, siendo aproximadamente igual a uno. No podemos dar una explicación sobre este comportamiento, pero enfatizamos que la asimetría de spin satura a $|A| = 1$. Debemos remarcar que en todos los modelos se tiene $A = 0$ para $B = 0$, y es un punto que no puede ser dibujado en escala logarítmica.

Consideramos la función de estructura $S_{\pm}^0(q_0, \vec{q}, T)$, definida por la ecuación 3.16. En la figura 3.3 mostramos $S_{\pm}^0(q_0, \vec{q}, T)$ como función de q_0 para una densidad $\rho = 0.16\text{fm}^{-3}$. El momento transferido es fijado en $\vec{q} = \vec{p}_{\nu}/2$ donde la magnitud del momento del neutrino incidente \vec{p}_{ν} ha sido tomado como $|\vec{p}_{\nu}| = 3T$. Los resultados en ausencia de campo magnético para temperaturas $T= 3\text{MeV}$ y $T= 15\text{MeV}$ se muestran en la figura 3.3(a). En 3.3(b) la función de estructura se muestra para $T= 15\text{MeV}$ y valores del campo magnético $B= 0\text{G}$ y $B= 2.5 \times 10^{18}\text{G}$. Las funciones de estructura que se muestran en

estas figuras, fueron evaluadas dentro del modelo de BHF. Como no tenemos una expresión analítica para la energía de partícula independiente, debimos evaluar numéricamente la integral de la ecuación 3.16, empleando los valores numéricos de las energías de partícula independiente. En el caso del modelo de Skyrme, contamos con una expresión analítica para la función de estructura, dada por la ecuación 3.17. Los resultados para el modelo de Skyrme son muy similares a los del BHF. Siguiendo con el análisis de las figuras y como hemos visto en la figura 3.3(a), un incremento en la temperatura conduce a una función de estructura con un área mayor. La razón se debe al efecto en el espacio de fase de la integral de la ecuación 3.16, que se incrementa con la temperatura. Además, un aumento de la temperatura conduce a una mayor sección eficaz; y por lo tanto a un menor camino libre medio.

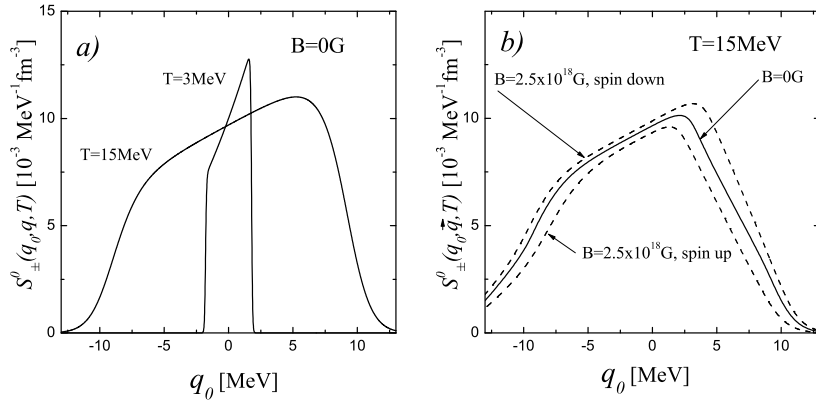


Figura 3.3: Dependencia con la energía de la función de estructura $S^0_{\pm}(q_0, q, T)$ para $\rho = 0.16\text{fm}^{-3}$. Los resultados para $B= 0\text{G}$ con $T= 3\text{MeV}$ y 15MeV , son mostrados en los paneles (a), mientras para $T= 15\text{MeV}$, $B = 0\text{G}$ y $2.5 \times 10^{18}\text{G}$, son presentados en el panel (b). En ambos paneles el momento transferido es fijado al valor $\vec{q} = \vec{p}_\nu/2$ con $|\vec{p}_\nu| = 3T$.

Además de la dependencia de la función de estructura con q_0, \vec{q} y T , en su definición (ver la ecuación 3.16), también vemos la dependencia con la

proyección del spin del neutrón. Esto es observado en la figura 3.3(b), y conduce a una separación entre $S_+^0(q_0, \vec{q}, T)$ y $S_-^0(q_0, \vec{q}, T)$, con $S_+^0(q_0, \vec{q}, T) < S_-^0(q_0, \vec{q}, T)$, cuyo origen es la dependencia de la energía de partícula independiente del neutrón con la polarización del spin, que es inducida por la presencia del campo. El campo magnético polariza parcialmente el sistema con una asimetría de spin $-1 < A < 0$, haciendo que la energía de partícula independiente para los neutrones con spin down (la componente más abundante) sea menos atractiva que la de los neutrones con spin up. Como mostramos en la referencia [49] (ver ecuaciones (23) y (24) de esa referencia), esto es debido a: (i) El cambio en el número de pares que un neutrón con un momento dado y proyección de spin puede formar con otro neutrón del sistema en materia polarizada, y (ii) la dependencia con el spin del medio, debido la interacción neutrón-neutrón en el sistema polarizado. En efecto, como la asimetría de spin decrece, la energía de partícula independiente de un neutrón con spin down es construida a partir de un gran número de pares down-down que forman un estado de spin triplete $S = 1$ y, debido al principio de Pauli, puede solamente interactuar a través de funciones de onda de momento angular impar. Por el contrario, la componente del potencial menos abundante es construida de un gran número de pares up-down que interactúan en los canales $S = 0$ y $S = 1$. Así las componentes del potencial menos abundante recibe también contribuciones de un canal atractivo como, el $S = 0$. Al final, todo esto hace que el espacio de fase de los neutrones con spin up va a ser más pequeño que el de los neutrones con spin down y después de integrar la ecuación 3.16, se encuentra que $S_+^0(q_0, \vec{q}, T) < S_-^0(q_0, \vec{q}, T)$. De este modo, un incremento del campo magnético conduce a un decrecimiento (incremento) de la sección eficaz de dispersión $\sigma_+(\sigma_-)$ de los neutrinos con neutrones spin up (down),

pero un incremento (decrecimiento) de $\lambda_+(\lambda_-)$. Esto es ilustrado en la figura 3.4, donde mostramos λ_{\pm} como función de la densidad para $T= 3\text{MeV}$, dos valores del campo magnético $B= 0\text{G}$ y $B= 2.5 \times 10^{18}\text{G}$, y un ángulo para el neutrino incidente de $\theta_{\nu} = \pi/2$. Debemos notar que en ausencia de un campo magnético tenemos $\lambda_+ = \lambda_-$, representada por la línea continua en la figura. Notemos también que la diferencia entre λ_+ y λ_- es más grande para densidades bajas y medias, además decrece para densidades más grandes.

Ahora discutimos el comportamiento del camino libre medio. Consideramos algunos puntos generales. En ausencia de campo magnético la sección eficaz total en la ecuación 3.13, depende solamente de la magnitud del momento del neutrino incidente, pero no de su dirección. Esto se debe simplemente a que uno establece la dirección z a lo largo de la dirección del neutrino saliente cuando cuando integramos, sin embargo, el ángulo $\theta_{\nu\nu'}$ entre ambos neutrinos también se integra. Este no es el caso cuando el campo magnético es diferente de cero, ya que su presencia establece una dirección preferencial en el espacio y consecuentemente la sección eficaz total depende de la magnitud del momento del neutrino incidente y del ángulo θ_{ν} entre su momento \vec{p}_{ν} y la dirección del campo magnético. Es interesante notar que si \vec{p}_{ν} es perpendicular al campo magnético ($\theta_{\nu} = \pi/2$), entonces el camino libre medio del neutrino tiene una dependencia débil con el campo magnético. La razón es que cuando $\theta_{\nu} = \pi/2$, el término proporcional a $\cos\theta_{\nu'}$ en la ecuación 3.15, se cancela. Excepto para la dependencia implícita de $\theta_{\nu'}$ de la función de estructura a través del ángulo $\theta_{\nu\nu'}$ en la ecuación 3.18, la cual es despreciable para $\theta_{\nu} = \pi/2$. La única dependencia del campo magnético que permanece es la correspondiente a la función de estructura en sí misma, que es apreciable en la región de baja-media densidad; donde la asimetría de spin A es menor

(más negativa, figura 3.2(a) y 3.2(c)). Esto se muestra en la figura 3.4, para el caso extremo de $B = 2.5 \times 10^{18} \text{G}$. Más detalles de este punto son dados cuando discutamos los resultados para $\theta_\nu \neq \pi/2$.

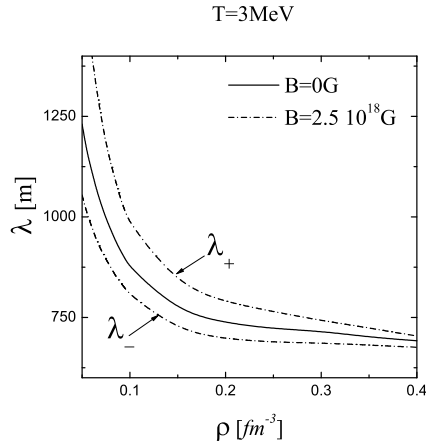


Figura 3.4: Camino libre medio del neutrino como función de la densidad a $T = 3 \text{MeV}$ para $B = 0 \text{G}$ y $2.5 \times 10^{18} \text{G}$ en el modelo BHF. El ángulo entre el neutrino incidente y el campo magnético es $\theta_\nu = \pi/2$. Para el momento del neutrino incidente empleamos $|\vec{p}_\nu| = 3T$.

Analizaremos ahora la dependencia con la temperatura. Mostrando los resultados solo para el modelo BHF, ya que los resultados para el modelo de Skyrme son similares. Análogamente, tomamos la contribución λ_- para estudiar el comportamiento con la temperatura, pues el comportamiento de λ_+ es cualitativamente el mismo. En la figura 3.5, mostramos la dependencia con la temperatura de λ_- graficada en función de la densidad y para una intensidad de campo magnético de $B = 10^{18} \text{G}$, un ángulo de incidencia del neutrino de $\theta_\nu = \pi/2$, y temperaturas de $T = 3, 5, 15$ y 30MeV . El momento del neutrino incidente es tomado como $|\vec{p}_\nu| = 3T$ en la figura 3.5(a) y como $|\vec{p}_\nu| = 15 \text{MeV}$ en la figura 3.5(b). Como vemos en ambos paneles, λ_- muestra una

fuerte dependencia con la temperatura, decreciendo hasta cuatro ordenes de magnitud para el incremento de la temperatura en un orden de magnitud (al pasar de $T=3\text{MeV}$ a $T=30\text{MeV}$), como se ve en la figura 3.5(a). Esto puede ser entendido a partir de nuestro análisis previo sobre la dependencia con la temperatura de la función de estructura $S_{\pm}^0(q_0, \vec{q}, T)$. Como vimos, mayores temperaturas implican un mayor espacio de fase en la integral de la ecuación 3.16, y por lo tanto un menor camino libre medio. Tomando en cuenta que el radio típico de una estrella de neutrones es del orden de $10 - 12\text{km}$, de estos resultados uno puede concluir que es poco probable que un neutrino interactúe con la materia a bajas temperaturas. Podemos decir que a partir de temperaturas mayores a $T= 10\text{MeV}$, se debe tener en cuenta a la dispersión del neutrino. Mientras que para $T= 30\text{MeV}$, ocurrirán múltiples dispersiones.

En la figura 3.6 exploramos el comportamiento del camino libre medio del neutrino como función al momento trasferido $|\vec{p}_{\nu}|$. En este caso, no empleamos la relación $|\vec{p}_{\nu}| = 3T$, sino que fijando la temperatura en $T= 15\text{MeV}$ y variamos libremente $|\vec{p}_{\nu}|$. Consideramos $B= 10^{17}\text{G}$ y $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ en la figura 3.6(a), mientras en la figura 3.6(b) estos valores son $B= 10^{18}\text{G}$ y $\rho = 0.08 \text{ fm}^{-3}$. Nos limitamos a λ_- con $\theta_{\nu} = \pi/2$, en el modelo BHF como caso representativo. Observamos que el camino libre medio decrece con el aumento de $|\vec{p}_{\nu}|$. Esto es debido a la respuesta del sistema a las excitaciones producidas por los neutrones, descritas por la función de estructura, que es más grande para mayores valores del momento del neutrino. Consecuentemente, la sección eficaz total es mayor y el camino libre medio del neutrino es menor.

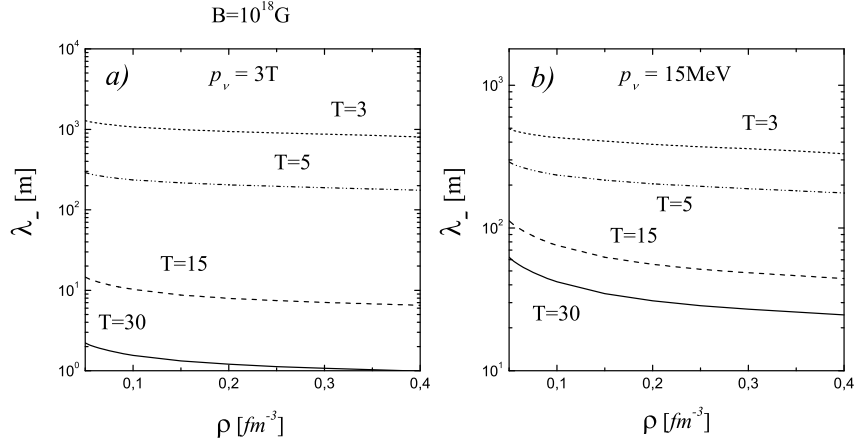


Figura 3.5: Camino libre medio del neutrino como función de la densidad $B = 10^{18} \text{G}$ y $\theta_\nu = \pi/2$, para diferentes valores de temperatura en el modelo de BHF. Consideramos neutrones con spin down. El momento del neutrino incidente es tomado $|\vec{p}_\nu| = 3T$ en el panel (a) y $|\vec{p}_\nu| = 15 \text{MeV}$ en el panel (b). Todos los resultados son evaluados usando el modelo BHF.

El próximo punto a examinar, es la dependencia del camino libre medio del neutrino con el ángulo θ_ν . Las contribuciones λ_- y λ_+ del camino libre medio del neutrino se muestran en las figuras 3.7(a) y 3.7(b), respectivamente. Graficamos estas cantidades como una función de la densidad, para $T = 15 \text{MeV}$, con campos magnéticos entre $B = 10^{18} \text{G}$ y $B = 2.5 \times 10^{18} \text{G}$, y ángulos $\theta_\nu = 0, \pi/2$ y π . Seguimos empleando el modelo BHF. Notamos que ambas contribuciones varían algo más que dos ordenes de magnitud con el ángulo θ_ν . Esta gran variación no puede ser entendida considerando solamente los factores angulares explícitos en la ecuación 3.15. El resultado es producto de efectos combinados de estos factores y de la dependencia angular implícita de la función de estructura. En materia neutrónica polarizada, los neutrones con spin down (up) son transparentes a los neutrinos cuando ellos inciden con

un ángulo $\theta_\nu = 0(\pi)$. Notemos también que $\lambda_-(\lambda_+)$ es menor para $\theta_\nu = \pi(0)$.

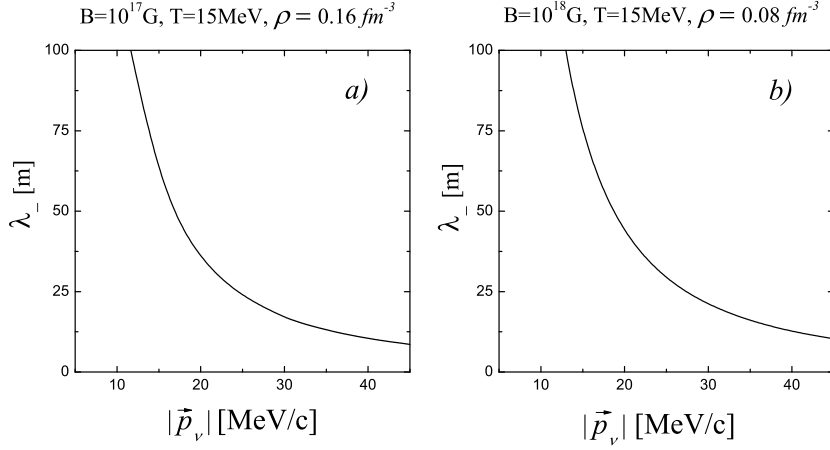


Figura 3.6: Camino libre medio del neutrino como función del momento del neutrino incidente, $|\vec{p}_\nu|$ para $\theta_\nu = \pi/2$, en el modelo BHF. Consideramos neutrones con spin down. En el panel (a) presentamos resultados para $B = 10^{17}\text{G}$ y 10^{18}G en el panel (b). En adición, elegimos tres valores para el ángulo del neutrino incidente. Note que la escala de $|\vec{p}_\nu|$ es diferente para ambos paneles.

Antes de seguir adelante, debemos hacer una consideración general sobre la forma en que nuestros resultados pueden usarse potencialmente en un modelo de evolución estelar. Cuando describimos a un sistema parcialmente polarizado, estamos pensando en un sistema formado por un cierto número de neutrones con spin down y un número *menor* de neutrones con spin up. Cuando el neutrino interactúa con un neutrón de tal sistema, el neutrón está *o bien up, o bien down*. Es por ello que hasta este punto hemos analizado separadamente las contribuciones λ_+ y λ_- .

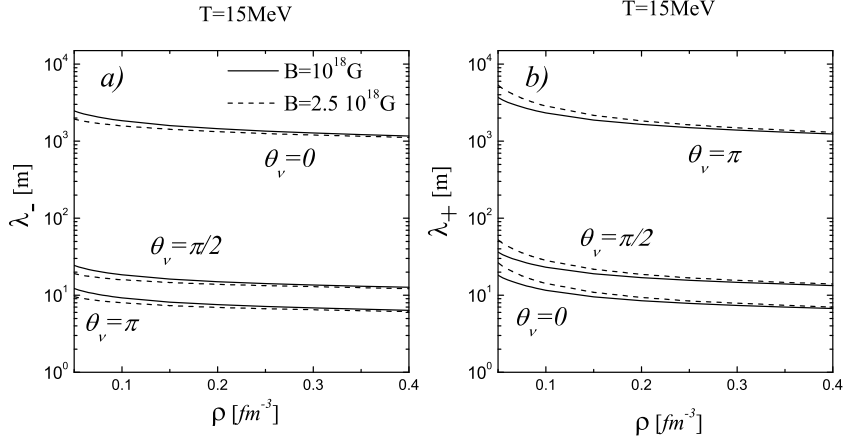


Figura 3.7: Contribuciones parciales de neutrones con spin down (λ_-) y spin up (λ_+) al camino libre medio en el modelo BHF. A una temperatura de $T = 15\text{MeV}$, mientras el campo magnético es $B = 10^{17}\text{G}$ y 10^{18}G . Tres diferentes valores de θ_ν son considerados. El momento del neutrino incidente es $|\vec{p}_\nu| = 3T$.

En el Apéndice B de la presente Tesis, mostramos un esquema alternativo para poder discutir un único camino libre medio, que sea equivalente al efecto conjunto de λ_- y λ_+ : sabemos que si tenemos un conjunto muy grande de sistemas cuánticos iguales y medimos el valor medio del spin, el valor obtenido es equivalente al valor medio de un estado mezcla, en nuestro caso dado por,

$$|\chi_n\rangle = \sqrt{\frac{1+A}{2}} |+\rangle + \sqrt{\frac{1-A}{2}} |-\rangle.$$

A partir de esta expresión, encontramos que el camino libre medio lo podemos escribir como,

$$\lambda_{dis}(p_\nu) = \frac{2\lambda_+(p_\nu)\lambda_-(p_\nu)}{(1-A)\lambda_+(p_\nu) + (1+A)\lambda_-(p_\nu)}. \quad (3.19)$$

En lo siguiente, el lector debe tener en cuenta esta expresión, cuando nos referimos al camino libre medio del neutrino.

En la figura 3.8, mostramos en dos paneles el camino libre medio del neutrino como una función del campo magnético. Esto es realizado para $T=15\text{MeV}$ y una densidad $\rho = 0.15\text{fm}^{-3}$, también asumimos la condición $|\vec{p}_\nu| = 3T$. Presentamos resultados para ambos modelos BHF y Skyrme, en las figuras 3.8(a) y 3.8(b), respectivamente. Como mencionamos anteriormente, la dependencia del campo magnético es despreciable para $\theta_\nu = \pi/2$. La situación es diferente para los otros ángulos: representamos solo para casos extremos $\theta_\nu = 0$ y $\theta_\nu = \pi$. Observamos un incremento del camino libre medio para $\theta_\nu = 0$, a medida que el campo magnético crece. Esto significa que es menos probable que el neutrino interactúe con un neutrón. La situación contraria ocurre para $\theta_\nu = \pi$. El resultado para ambos modelos es similar, como esperamos en el modelo de Skyrme, el cambio en el camino libre medio para el incremento de B , es más pronunciado en relación al modelo BHF. También de esta figura y en forma algo arbitraria, podemos afirmar que la asimetría en el camino libre medio comienza a ser apreciable, a partir de $B \approx 10^{17}\text{G}$.

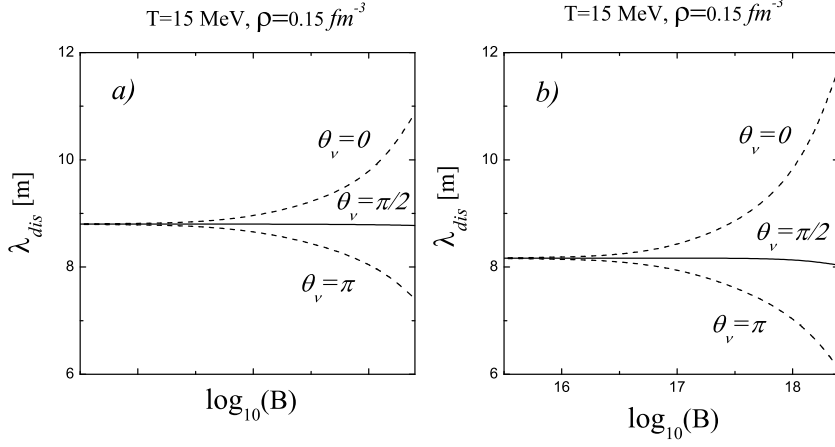


Figura 3.8: Dependencia del camino libre medio total del neutrino con la intensidad del campo magnético para tres ángulos del neutrino incidente. Resultados para los modelos BHF y Skyrme son mostrados en los paneles (a) y (b), respectivamente.

Finalmente mostramos en las figuras 3.9 y 3.10, el camino libre medio para dos intensidades de campos magnéticos, dos temperaturas, y tres ángulos para los modelos BHF y Skyrme respectivamente. Es claro de nuestro análisis previo, que la asimetría del camino libre medio proviene del factor de asimetría de spin y la dependencia de la función de estructura $S_{\pm}^0(q_0, \vec{q}, T)$. Los neutrinos son más transparentes en materia neutrónica polarizada cuando se mueven en una dirección paralela al campo magnético ($\theta_{\nu} = 0$). La situación es opuesta para neutrinos que se mueven antiparalelamente ($\theta_{\nu} = \pi$). Con el fin de entender mejor esta asimetría en el camino libre medio, definimos la asimetría del camino libre medio como sigue:

$$\chi_{\lambda_{dis}} = \frac{\lambda_{dis}(\theta_{\nu} = 0) - \lambda_{dis}(\theta_{\nu} = \pi)}{\lambda_{dis}(\theta_{\nu} = \pi/2)}. \quad (3.20)$$

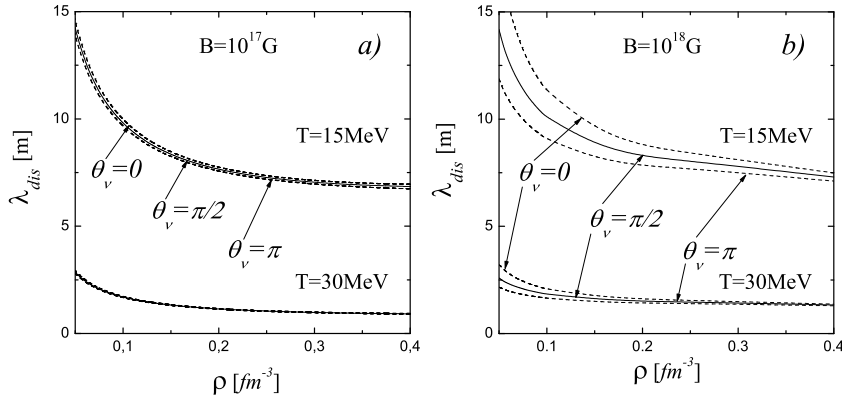


Figura 3.9: Comportamiento del camino libre medio total en el modelo BHF, mostramos la dependencia entre el ángulo del neutrino incidente y el campo magnético, θ_ν , para dos valores de la temperatura y dos valores de la intensidad del campo magnético. El momento del neutrino incidente es $|\vec{p}_\nu| = 3T$.

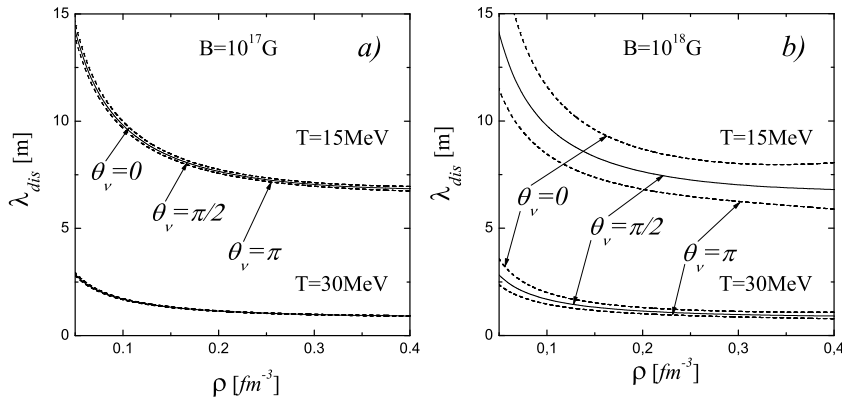


Figura 3.10: Mismas condiciones que la figura 3.9, en el modelo de Skyrme.

En los hechos, el valor $\lambda_{dis}(\theta_\nu = \pi/2)$ es aproximadamente el promedio entre dos valores extremos. En la tabla 3.1, mostramos algunos valores representativos para esta asimetría. La asimetría es especialmente relevante para densidades bajas y medias. Esto es a causa de la dependencia de la asimetría de spin A , ver figura 3.2. A medida que se incrementa la densidad, la influencia de la interacción nuclear fuerte entre los neutrones predomina sobre el acoplamiento de los neutrones con el campo magnético. A pesar de que este

es un comportamiento general para todos los modelos de las ecuaciones de estado, vale la pena destacar que el modelo de Skyrme conduce a una asimetría mayor para el camino libre medio. Esto es obviamente debido a la gran asimetría de spin predicha por el modelo de Skyrme.

Tabla 3.1: La asimetría del camino libre medio de dispersión $\chi_{\lambda_{dis}}$, como función de la densidad a $T = 15\text{MeV}$, para tres valores de intensidad de campo magnético. Estos resultados son independientes de la temperatura .

ρ	$\chi_{\lambda_{dis}} (B = 10^{16}G)$		$\chi_{\lambda_{dis}} (B = 10^{17}G)$		$\chi_{\lambda_{dis}} (B = 10^{18}G)$	
	BHF	Skyrme	BHF	Skyrme	BHF	Skyrme
0.050	0.0032	0.0036	0.0322	0.0357	0.2705	0.3647
0.150	0.0021	0.0023	0.0232	0.0257	0.1516	0.2657
0.400	0.0019	0.0027	0.0151	0.0311	0.0519	0.3212

En referencia a otros trabajos, mencionamos la contribución realizada por Maruyama [47], donde la sección eficaz del neutrino a través del proceso directo URCA, es calculado en una estrella proto-neutrónica en presencia de un campo magnético de $B = 10^{17}\text{G}$. Este cálculo es realizado con una ecuación de estado con un enfoque relativista. El campo magnético es localmente uniforme a lo largo de la dirección z , $\vec{B} = B\hat{z}$. Los efectos generales son que el campo magnético incrementa el flujo de neutrinos paralelos al campo magnético, mientras ocurre lo opuesto para neutrinos moviéndose antiparalelamente al campo. Debido a diferentes procesos físicos involucrados, una comparación cuantitativa con nuestra contribución no es factible, pero los resultados son cualitativamente similares.

Finalmente, nos gustaría comentar las diferentes interacciones envueltas en la evaluación del camino libre medio de neutrinos. Primero, la matriz de

dispersión es gobernada por la interacción débil. Por otra parte, empleamos la interacción fuerte para construir las ecuaciones de estado de BHF y de Skyrme. De hecho, las diferencias principales entre estos modelos se originan de las diferentes interacciones fuertes empleadas. Finalmente, el acoplamiento electromagnético entre el campo magnético y el neutrón, es responsable de la asimetría en sí. De este modo, mostramos que el cálculo del camino libre medio del neutrino es una cantidad sensible a las interacciones electromagnéticas, débil y fuerte.

3.3. Resumen y discusión

En este capítulo evaluamos el camino libre medio de un neutrino en materia neutrónica a temperatura finita, en presencia de un campo magnético fuerte. La descripción de la materia neutrónica polarizada fue hecha empleando dos modelos diferentes para la ecuación de estado: uno de ellos, es el modelo de Hartree–Fock usando la interacción LNS de Skyrme y el otro, es el modelo de Brueckner–Hartree–Fock (BHF) usando el potencial Argonne V18 nucleón-nucleón complementado con la fuerza Urbana IX para tres nucleones. Consideramos solamente el proceso de dispersión de un neutrino con un neutrón. Partiendo de la Regla de Oro de Fermi derivamos expresiones explícitas para la sección eficaz por unidad de volúmen para un neutrino con un neutrón con spin up o con spin down. Estas expresiones han sido obtenidas tomando el límite no relativista de la matriz de transición, con el fin de ser consistente con nuestro modelo para la materia neutrónica polarizada. Mostramos que en presencia de un campo magnético fuerte, el camino libre medio del neutrino depende del ángulo entre el momento del neutrino incidente \vec{p}_ν y

el campo magnético. Esta dependencia genera una asimetría en esta cantidad.

Deseamos destacar que para el caso de la dispersión de un neutrino por un neutrón, existen dos fuentes de asimetría en la propagación de neutrinos. La que hemos estudiado, es la que se origina del camino libre medio del neutrino, que es la inversa de la sección eficaz total por unidad de volumen del proceso indicado. Debe considerarse también una asimetría debido a la sección eficaz diferencial (ver por ejemplo [50]). Esta asimetría y la calculada en este capítulo son diferentes, pero ambas deben ser consideradas de forma simultánea para estudiar la asimetría en la emisión del neutrino. En principio, todas las secciones eficaces son asimétricas, pero en ausencia de un eje preferencial, el promedio de emisión del objeto compacto es isotrópico. Hemos mostrado que esta situación se altera por la presencia de un campo magnético. Entendemos que entre las dos fuentes de la asimetría, es el camino libre medio la variable relevante para este problema: a bajas temperaturas, el camino libre medio puede ser mucho mayor que la medida del objeto compacto en sí mismo, lo cual indica que es poco probable que haya colisiones. Naturalmente, en ausencia de colisiones, cualquier asimetría es irrelevante. La sección eficaz total resulta de integrar en ángulos la sección eficaz diferencial. Sin embargo, cada cantidad proporciona una información física diferente: la sección eficaz total por unidad de volumen es la inversa del camino libre medio y esta última cantidad, nos dice cuán frecuente es una colisión. Por otra parte, la sección eficaz diferencial nos dice cómo se desvía un neutrino *cuando interactúa con un neutrón*.

En este análisis la temperatura es una variable esencial, pues en las etapas tempranas de los procesos de enfriamiento de una estrella de neutrones, la temperatura de la estrella asegura múltiples colisiones de neutrinos con neu-

trones antes de que el neutrino deje la estrella, sin embargo, ese análisis está más allá del objetivo de esta Tesis. En el próximo capítulo, agregaremos a la reacción de dispersión, la reacción de absorción.

Capítulo 4

Absorción de un neutrino por materia neutrónica

En este capítulo desarrollamos un estudio detallado del camino libre medio del neutrino cuando es absorbido por un neutrón. Al igual que en el capítulo anterior, realizamos dicho cálculo para materia neutrónica a temperatura finita y en presencia de un campo magnético intenso localmente constante. En particular estudiamos la asimetría inducida en el camino libre medio por la presencia del campo magnético. Derivamos expresiones analíticas para la sección eficaz total por unidad de volumen para la absorción del neutrino por un neutrón considerando la polarización del neutrón. La descripción de la materia neutrónica polarizada es realizada en este capítulo con el modelo de Hartree-Fock, empleando la interacción de Skyrme [32, 33, 34].

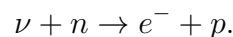
La reacción de absorción es aquella donde un neutrino es absorbido por un neutrón, resultando en un estado final formado por un electrón y un protón. En ausencia de campo magnético, la reacción de dispersión (estudiada en el capítulo anterior) y la de absorción difieren solo en las constantes de acompla-

miento. Sin embargo, la situación cambia en forma radical cuando tenemos un campo magnético: como el protón y el electrón son partículas cargadas, en presencia de un campo magnético experimentan una cuantización parcial, mostrando los llamados niveles de Landau. A lo largo de este trabajo de Tesis, mostramos que el efecto del medio sobre estas reacciones es muy importante. De este modo, veremos en este capítulo que la presencia de los niveles de Landau influye significativamente en el comportamiento del neutrino.

El capítulo está organizado de la siguiente forma. En la sección 4.1, calculamos la sección eficaz total para la absorción del neutrino por un neutrón considerando el estado de polarización del medio neutrónico con el objetivo de calcular el camino libre medio. Partimos de la Regla de Oro de Fermi y calculamos la sección eficaz total, tomando el límite no relativista para el neutrón en el cálculo de la matriz de transición. En la sección 4.2, hacemos una exposición de los resultados obtenidos incluyendo el camino libre medio de dispersión previamente evaluado en el capítulo anterior. En la sección 4.3, haremos un resumen y exposición de las conclusiones de este capítulo. Los resultados de este capítulo están publicados en [31].

4.1. Camino libre medio para la absorción de un neutrino por un neutrón

En esta sección calculamos el camino libre medio de la absorción de un neutrino por un neutrón en el estado inicial, generando un electrón y un protón en el estado final. La reacción de absorción es,



El diagrama de Feynman que corresponde a dicha reacción se encuentra en la figura 2.2. La sección eficaz total de absorción por unidad de volumen, se calcula por medio de la Regla de Oro de Fermi de la siguiente manera,

$$\frac{\sigma_{abs}}{V} = \int d\Pi_p d\Pi_e d\Pi_n \mathcal{W}_{fi}^{abs} (1 - f_{s_p}(E_p, \mu_p, T)) \times (1 - f_{s_e}(E_e, \mu_e, T)) f_{s_n}(E_n, \mu_n, T), \quad (4.1)$$

donde E_j y μ_j son la energía de partícula independiente y el potencial químico de la partícula j . En esta expresión, \mathcal{W}_{fi}^{abs} es la amplitud de transición al cuadrado. Las expresiones $\int d\Pi_j$ representan a la suma sobre los estados de la partícula j y sus expresiones explícitas están dadas en el Apéndice C. Nuestro estado inicial tiene un neutrino y un neutrón, mientras el estado final tiene un electrón y un protón. Para evaluar la amplitud de transición es necesario calcular primero el operador de dispersión \hat{S} , como vimos en el capítulo 2. Este operador es expresado en términos del operador de evolución temporal $\hat{U}(t_1, t_2)$, de la siguiente forma $\hat{S} = \hat{U}(-\infty, \infty)$. Solamente consideramos el término principal,

$$\hat{S} = i \int d^4x \hat{\mathcal{H}}_{int},$$

donde $\hat{\mathcal{H}}_{int}$ es el operador de densidad Hamiltoniana. Escribimos la densidad Hamiltoniana de la reacción de absorción dada anteriormente en la ecuación 2.24,

$$\mathcal{H}_{int}^{abs} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_p \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) \Psi_n \bar{\Psi}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \Psi_\nu + H.c.$$

La densidad Hamiltoniana \mathcal{H}_{int} se construye con las funciones de onda de las partículas involucradas en la interacción, mientras que el operador de den-

sidad Hamiltoniana $\hat{\mathcal{H}}_{int}$ se construye con operadores de campo construidos como una expansión de las funciones de onda de las partículas en cuestión, los detalles de este procedimiento se encuentran nuevamente en [41]. Las constantes de acoplamiento vectorial y axial-vectorial son $g_V = 0.973$ y $g_A = 1.197$, respectivamente. Mientras G_F es la constante del acoplamiento débil de Fermi ($G_F/(\hbar c)^3 = 1.16637(1) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$).

La matriz de dispersión S_{fi} , resulta del operador \hat{S} evaluado entre el estado inicial i y final f . El cuadrado del modulo de S_{fi} , dividido por el tiempo de la reacción \mathcal{T} [42], es la amplitud de transición al cuadrado:

$$\mathcal{W}_{fi} = \frac{|S_{fi}|^2}{\mathcal{T}},$$

Las funciones de onda de todas las partículas están expresadas en coordenadas cilíndricas (ϱ, ϕ, z) , junto con otras funciones y constantes en el Apéndice C. Usando las correspondientes funciones de onda junto con la densidad Hamiltoniana de la interacción, la matriz S_{fi} está dada por,

$$\begin{aligned} S_{fi} &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} L^{-1} V^{-1} (2\pi)^2 \delta(E_e + E_p - |\vec{p}_\nu| - E_n) \\ &\times \delta(p_{e,z} + p_{p,z} - p_{\nu,z} - p_{n,z}) \left(\frac{eB}{2\pi} \right) \int_0^\infty d\varrho \varrho \int_0^{2\pi} d\phi e^{i\vec{\omega}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} \\ &\times e^{i(N_e - R_e)\phi} e^{-i(N_p - R_p)\phi} \bar{U}_p \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) U_n \bar{U}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) U_\nu, \end{aligned} \tag{4.2}$$

donde $\vec{\omega}_\perp = (p_{n,x} + p_{\nu,x}) \hat{i} + (p_{n,y} + p_{\nu,y}) \hat{j}$ y $\vec{x}_\perp = x \hat{i} + y \hat{j}$. Aquí $V = \mathcal{A}L$ es el volúmen de normalización de la función de onda, donde L es la longitud a lo largo del eje z y \mathcal{A} es el área en el plano perpendicular. Los espinores U_j también se definen en el Apéndice C. Para evaluar el módulo al cuadrado de

la ecuación 4.2, empleamos las propiedades,

$$\begin{aligned}\delta^2(E_e + E_p - |\vec{p}_\nu| - E_n) &= \delta(E_e + E_p - |\vec{p}_\nu| - E_n) \frac{\mathcal{T}}{2\pi} \\ \delta^2(p_{e,z} + p_{p,z} - p_{\nu,z} - p_{n,z}) &= \delta(p_{e,z} + p_{p,z} - p_{\nu,z} - p_{n,z}) \frac{L}{2\pi}.\end{aligned}\quad (4.3)$$

La amplitud de transición al cuadrado se escribe como,

$$\mathcal{W}_{fi}^{abs} = L^{-1}V^{-2}(2\pi)^2\delta(E_e + E_p - |\vec{p}_\nu| - E_n)\delta(p_{e,z} + p_{p,z} - p_{\nu,z} - p_{n,z}) |\mathcal{M}_{pe^-, \nu n}|^2, \quad (4.4)$$

donde,

$$\begin{aligned}|\mathcal{M}_{pe^-, \nu n}|^2 &= \frac{G_F^2}{2} \left(\frac{eB}{2\pi}\right)^2 \left| \int_0^\infty d\varrho \varrho \int_0^{2\pi} d\phi e^{i\vec{\omega}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} e^{i(N_e - R_e)\phi} e^{-i(N_p - R_p)\phi} \right. \\ &\quad \times \bar{U}_p \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) U_n \bar{U}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) U_\nu \left. \right|^2.\end{aligned}\quad (4.5)$$

Para resolver las integrales en la ec. 4.5, es necesario utilizar las siguientes relaciones dadas en [51] (capítulo II):

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} e^{i\vec{\omega}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} e^{i(N_e - R_e)\phi} e^{-i(R_p - N_p)\phi} = J_{N_e - R_e - (N_p - R_p)}(\omega_\perp \rho), \quad (4.6)$$

donde $J_n(x)$ es la función n th de Bessel. Además,

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty d\varrho \varrho I_{N_e, R_e}(\xi) I_{R_p, N_p}(\xi) J_{N_e - R_e - (N_p - R_p)}(\omega_\perp \rho) \\ &= \frac{(-1)^{N_p - R_p}}{eB} I_{N_e, N_p} \left(\frac{\omega_\perp^2}{2eB} \right) I_{R_e, R_p} \left(\frac{\omega_\perp^2}{2eB} \right).\end{aligned}\quad (4.7)$$

Utilizando ambas, la ecuación 4.5 queda de la siguiente forma,

$$|\mathcal{M}_{pe^-, \nu n}|^2 = \frac{G_F^2}{2} I_{R_e, R_p}^2 \left(\frac{\omega_\perp^2}{2eB} \right) \left| \widetilde{U}_p \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) U_n \widetilde{U}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) U_\nu \right|^2, \quad (4.8)$$

donde,

$$\widetilde{U}_p = \begin{pmatrix} \delta_{s_p, +1} \\ \delta_{s_p, -1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \widetilde{U}_e = \begin{pmatrix} C_1 I_{N_e-1, N_p}(\omega_\perp^2/2eB) \\ iC_2 I_{N_e, N_p}(\omega_\perp^2/2eB) \\ C_3 I_{N_e-1, N_p}(\omega_\perp^2/2eB) \\ iC_4 I_{N_e, N_p}(\omega_\perp^2/2eB) \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

La dependencia con R_e y R_p de la ecuación 4.8, está totalmente contenida en la función I_{R_e, R_p}^2 . De la ecuación (11.7) en [51], tenemos,

$$\sum_{R_e=0}^{R_{e, max}} \sum_{R_p=0}^{R_{p, max}} I_{R_e, R_p}^2 = \sum_{R_e=0}^{R_{max}} 1 = R_{max} = \mathcal{A} \frac{eB}{2\pi}. \quad (4.10)$$

Los valores máximos para $R_{e, max}$ y $R_{p, max}$ se obtienen de la degeneración de los niveles de Landau. Realizamos la discusión de este punto en el Apéndice C, donde mostramos que $R_{e, max} = R_{p, max} = R_{max}$. Por otra parte,

$$\sum_{R_e=0}^{R_{max}} \sum_{R_p=0}^{R_{max}} \sum_{\sigma_e=\pm 1} c(N_e, \sigma_e) |\mathcal{M}_{pe^-, \nu n}|^2 = \frac{G_F^2}{2} \mathcal{A} \frac{eB}{2\pi} L_{\mu\nu} N^{\mu\nu}, \quad (4.11)$$

los tensores leptónicos y hadrónicos son $L_{\mu\nu}$ y $N^{\mu\nu}$, respectivamente. Sus expresiones son,

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \sum_{\sigma_e=\pm 1} c(N_e, \sigma_e) \widetilde{U}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) U_\nu \bar{U}_\nu \gamma_\nu (1 - \gamma_5) \widetilde{U}_e, \\ N^{\mu\nu} &= \widetilde{U}_p \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) U_n \bar{U}_n \gamma^\nu (g_V - g_A \gamma_5) \widetilde{U}_p. \end{aligned} \quad (4.12)$$

El próximo paso es construir la amplitud de transición al cuadrado \mathcal{W}_{fi}^{abs} , para insertarla en 4.1. Para ello tenemos que reemplazar las expresiones de $\int d\Pi_e$, $\int d\Pi_p$ y $\int d\Pi_n$, dadas en el Apéndice C. La expresión final es,

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_{abs}}{V} &= \frac{G_F^2}{2} \frac{eB}{2\pi} \sum_{N_e=0}^{N_e, max} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_{e,z}}{2\pi} (1 - f_{N_e}(E_e, \mu_e, T)) \\
&\times \sum_{N_p=0}^{N_p, max} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 p_{n,\perp}}{(2\pi)^2} \sum_{s_p=\pm 1} \left(\left(\frac{1+A}{2} \right) S_{s_p, s_n, N_p, N_e} L_{\mu\nu} N^{\mu\nu} \Big|_{s_n, 1} \right. \\
&\left. + \left(\frac{1-A}{2} \right) S_{s_p, s_n, N_p, N_e} L_{\mu\nu} N^{\mu\nu} \Big|_{s_n, -1} \right), \tag{4.13}
\end{aligned}$$

donde $p_{n,\perp} = \sqrt{p_{n,x}^2 + p_{n,y}^2}$. En el Apéndice D, se discute en detalle la elección de valores máximos para N_p y N_e . Debido a la importancia que asignamos a la ecuación de estado, tenemos que separar esta expresión en los términos correspondientes a la proyección de spin up y de spin down del neutrón. Cada término es pesado por el correspondiente factor de asimetría, esto es el resultado de nuestra definición para el spinor del neutrón en la ecuación C.16. Debido a la presencia de dos deltas de Kronecker en este spinor, no necesitamos realizar ninguna modificación adicional sobre en el tensor hadrónico. En la ecuación 4.13, introducimos la función de estructura para el proceso de absorción, que ya fue definida en la ecuación E.1,

$$\begin{aligned}
S_{s_p, s_n, N_p, N_e} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_{n,z}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_{p,z}}{2\pi} (2\pi)^2 \delta(E_e + E_p - |\vec{p}_\nu| - E_n) \\
&\times \delta(p_{e,z} + p_{p,z} - p_{\nu,z} - p_{n,z}) f_{s_n}(E_n, \mu_n, T) \\
&\times (1 - f_{s_p}(E_p, \mu_p, T)). \tag{4.14}
\end{aligned}$$

La expresión analítica para esta función está dada en el Apéndice E. Esta

función es evaluada en el caso $m_p \neq m_n$, debido a que la masa efectiva que estamos utilizando no permite el uso de la aproximación $m_p \simeq m_n$. Es importante resaltar que la integración de 4.14 es mostrada en el apéndice E, y es válida para el modelo de Skyrme y también para un mar de Fermi de partículas no interactuantes, es decir, un sistema donde la energía de partícula independiente puede ser escrita en la misma forma que la ecuación E.2. Por conveniencia, reescribimos esas expresiones,

$$\begin{aligned}
E_p &= m_p + \frac{p_{p,z}^2}{2m_{s_p}^*} + \frac{eB}{m_p} \left(N_p + \frac{1}{2} \right) - s_p \mu_{Bp} B + \frac{v_{s_p}}{8}, \\
E_n &= m_n + \frac{p_n^2}{2m_{s_n}^*} - s_n \mu_{Bn} B + \frac{v_{s_n}}{8}.
\end{aligned}$$

En los modelos de ecuación de estado donde la energía de partícula independiente es obtenida numéricamente, se debe realizar una integración numérica de la ecuación 4.14. Este es un problema numérico difícil, ya que para cada valor de N_p y N_e debe realizarse una integral diferente.

Finalmente, la contracción de las corrientes leptónicas y hadrónicas, están dadas por,

$$\begin{aligned}
L_{\mu\nu} N^{\mu\nu} |_{s_p, s_n} (N_e = 0) &= \theta(p_{e,z}) I_{0, N_p}^2(t) \left(g_V^2 + 3g_A^2 + (g_V^2 - g_A^2) \cos(\theta_\nu) \right. \\
&+ 2g_A (g_A + g_V) (s_p + s_n \cos(\theta_\nu)) \\
&- 2g_A (g_A - g_V) (s_n + s_p \cos(\theta_\nu)) \\
&\left. + (g_V^2 - g_A^2 + (g_V^2 + 3g_A^2) \cos(\theta_\nu)) s_n s_p \right).
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Donde θ_ν es el ángulo entre el neutrino y el campo magnético. Cuando $N_e \geq 1$, tenemos,

$$\begin{aligned}
L_{\mu\nu} N^{\mu\nu} |_{s_p, s_n} (N_e \geq 1) &= g_V^2 \left(I_{N_e-1, N_p}^2(t) \Sigma_{N_e}^-(p_{e,z})(1 - \cos(\theta_\nu)) \right. \\
&+ \left. I_{N_e, N_p}^2(t) \Sigma_{N_e}^+(p_{e,z})(1 + \cos(\theta_\nu)) \right) (1 + s_n s_p) \\
&+ g_A^2 \left(I_{N_e-1, N_p}^2(t) \Sigma_{N_e}^-(p_{e,z})(3 + \cos(\theta_\nu)) \right. \\
&+ 2(s_n - s_p)(1 + \cos(\theta_\nu)) - s_n s_p(1 + 3 \cos(\theta_\nu)) \\
&+ I_{N_e, N_p}^2(t) \Sigma_{N_e}^+(p_{e,z})(3 - \cos(\theta_\nu)) \\
&- \left. 2(s_n - s_p)(1 - \cos(\theta_\nu)) - s_n s_p(1 - 3 \cos(\theta_\nu)) \right) \\
&+ 2g_V g_A \left(I_{N_e-1, N_p}^2(t) \Sigma_{N_e}^-(p_{e,z})(-1 + \cos(\theta_\nu)) \right. \\
&+ \left. I_{N_e, N_p}^2(t) \Sigma_{N_e}^+(p_{e,z})(1 + \cos(\theta_\nu)) \right) (s_n + s_p),
\end{aligned} \tag{4.16}$$

con,

$$\Sigma_{N_e}^\pm(p_{e,z}) \equiv \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{p_{e,z}}{|(p_{e,z}^2 + 2eBN_e)^{1/2}|} \right). \tag{4.17}$$

La expresión en la ecuación 4.15, es la misma que en [28]. Pero en la ecuación 4.16 consideramos todos los términos, que no están evaluados en la mencionada referencia. Recordemos que el camino libre medio del neutrino se obtiene de la sección eficaz como sigue,

$$\lambda_{abs} = (\sigma_{abs}/V)^{-1}.$$

En este trabajo empleamos materia puramente neutrónica, una vez que el neutrino es absorbido por un neutrón, en el estado final el protón y el electrón no encuentran otros fermiones del mismo tipo. En este sentido, en la ecuación 4.1 (ó en 4.13 con 4.14), debemos reemplazar $(1 - f_{s_p}(E_p, \mu_p, T)) \rightarrow 1$ y $(1 - f_{s_e}(E_e, \mu_e, T)) \rightarrow 1$. Sin embargo, retenemos estas funciones para preservar un esquema general. En la próxima sección discutimos nuestro resultados.

4.2. Resultados

Presentamos los resultados obtenidos para el camino libre medio en materia neutrónica homogénea, en presencia de un campo magnético fuerte a temperatura finita. Consideramos un rango de densidades de $0.04 < \rho < 0.4 \text{fm}^{-3}$, correspondiente a la región externa de núcleo de la estrella de neutrones, con temperaturas que alcanzan los 30MeV y diferentes valores del campo magnético en un rango desde $B= 0\text{G}$ hasta $B= 10^{18}\text{G}$. La ecuación de estado es evaluada usando el modelo de Hartree-Fock con la interacción LNS de Skyrme[32, 33, 34], que es la misma interacción que empleamos en el capítulo anterior.

Es conveniente hacer un resumen de la asimetría de spin en el sistema, como vimos en el capítulo previo y en [30]. La asimetría de spin A caracteriza el grado de polarización del sistema, en nuestro caso consideramos neutrones interactuando entre ellos a través de la interacción fuerte y en presencia de un campo magnético intenso. La interacción fuerte favorece un número igual de neutrones con spin up y down, esto es $A = 0$. Mientras el campo magnético intenta alinear todos los spines del neutrón antiparalelos al campo, esto es $A = -1$. El valor de A es obtenido a través de la minimización de la energía

calculada a partir de la ecuación de estado, como discutimos en el capítulo 2. Vemos en la figura 3.2, que la magnitud de A es mayor a menores densidades y también incrementa su magnitud a medida que aumenta el campo magnético. Consideramos un rango de B que va desde 10^{16} hasta 10^{18} G. En ese caso, del cálculo de la ecuación de estado obtenemos una asimetría de spin que podemos ajustar en forma aproximada como: $\log_{10}(|A|) \simeq a \log_{10}(B) + b$, donde $a \simeq 1$ y b son aproximadamente constantes para valores fijos de la densidad. Este comportamiento lo mostramos en las figuras 3.2(b) y 3.2(d). Más allá de esta expresión, en lo que sigue emplearemos el valor de la asimetría que se obtiene directamente de la ecuación de estado.

Para el caso de la absorción, comenzaremos analizando la función de estructura; que está definida en la ecuación 4.13. La expresión para esta función de estructura está dada en el Apéndice E. Comparando esta función de estructura con la correspondiente para la reacción de dispersión (ecuación 3.16), la función de estructura de absorción tiene características particulares, que merecen ser discutidas. Ella representa solamente una fracción del espacio de fase protón-neutrón, dependiendo de muchas variables. Más allá de ser una simple expresión, posee un gran número de variables independientes las cuales dificultan su análisis. Siguiendo los mismos pasos que para la función empleada para la dispersión, graficamos la función de estructura como una función de q_0 (energía transferida por la interacción débil). Pero en lugar de usar un valor fijo para q_z , empleamos $q_z \simeq q_0 - |\vec{p}_\nu| (1 - \cos\theta_\nu)$. Esta expresión es obtenida resolviendo las primeras dos expresiones en la ecuación E.5, para $q_z > 0$ y $E_e \simeq p_{e,z}$.

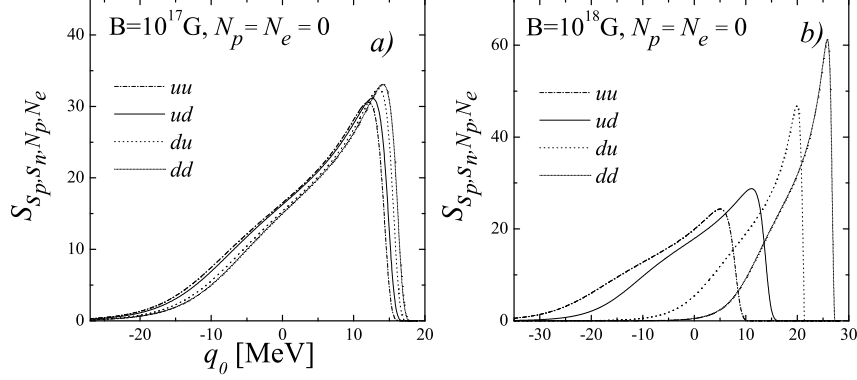


Figura 4.1: Dependencia de la función de estructura $\mathcal{S}_{s_p, s_n, N_p, N_e}$ con la energía para $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$. En todos los paneles consideramos $N_p = N_e = 0$, tomamos $q_z > 0$ y $q_z \simeq q_0 - |\vec{p}_\nu| (1 - \cos(\theta_\nu))$ y empleamos un valor representativo del cuadrado del momento transverso transferido por el neutrón, $p_{n, \perp} = 170 \text{ MeV}$. También usamos $|\vec{p}_\nu| = 3T$, con $T = 15 \text{ MeV}$. Los valores para s_p, s_n son uu, ud, du y dd . En los paneles (a) y (b) mostramos resultados para valores de la intensidad del campo magnético, donde usamos $\theta_\nu = 0$.

En la figura 4.1, graficamos la función de estructura a una densidad fija para diferentes proyecciones de spin protón-neutrón, que denominamos como, $s_p, s_n = uu, ud, du$ y dd . En esta figura estudiamos el efecto del campo magnético sobre la función de estructura. El primer resultado es una separación entre las diferentes componentes de spin, que naturalmente es más relevante cuando el campo magnético es más fuerte. Esta separación se debe principalmente a dos elementos. En primer lugar, al acoplamiento del campo magnético con el momento magnético del protón y del neutrón: de la ecuación E.2 notamos que hay un corrimiento en la energía de $\Delta E = (s_p \mu_{B_p} - s_n \mu_{B_n}) B$. Teniendo en mente que $\mu_{B_p} > 0$ y $\mu_{B_n} < 0$, entendemos la causa principal de esta separación. En segundo lugar, la masa efectiva del neutrón depende de su proyección de spin. Esta dependencia es la segunda fuente de dicho

desdoblamiento. Sin embargo, debido al modelo particular de Skyrme que empleamos, este efecto es pequeño ya que la separación entre la masa efectiva para los estados spin up y down es pequeña. Algunas parametrizaciones de las interacciones de Skyrme conducen a un desdoblamiento más importante entre estas dos componentes, como se puede ver en la figura 5 de la referencia [32], donde el desdoblamiento es significativo para $B = 10^{19} \text{G}$ y se muestra una considerable reducción para $B = 2.5 \times 10^{18} \text{G}$. Debido a las temperaturas y a la magnitud del campo magnético en este trabajo, el acoplamiento del campo magnético con el momento magnético de protones y neutrones es el elemento dominante para entender el resultado en la figura 4.1.

La forma de las diferentes funciones de estructura está vinculada a las energías de partícula independiente y al potencial químico derivado de la ecuación de estado, pero es el área bajo las diferentes funciones lo que realmente importa: comparando diferentes áreas, vemos que aquella con área más grande conduce a una sección eficaz más grande y un camino libre medio menor. Denotamos las diferentes áreas bajo cada función de estructura de la figura 4.1 de la siguiente forma, $\int S_{s_p, s_n, N_p, N_e}$. Además asumiendo que todo el área contribuye a la sección eficaz, notamos que $\int S_{uu,0,0} < \int S_{ud,0,0}$ y $\int S_{du,0,0} < \int S_{dd,0,0}$: para una proyección fija del spin del protón, la contribución para neutrones con spin up es menor que para los neutrones con spin down. El mismo comportamiento ocurre para la función estructura de dispersión, teniendo el mismo origen, que es el carácter del espacio de fase de la materia polarizada: el espacio de fase de neutrones con spin up es menor que en el caso de los neutrones con spin down. Un corolario de esta discusión es que la función de estructura tiene una clara dependencia del spin y la suma sobre el spin en la ecuación 4.13, no puede ser tomada como factor común.

En las siguientes dos figuras fijamos la configuración de spin por simplicidad, debido a que las otras contribuciones tienen el mismo comportamiento. En la figura 4.2, mostramos la dependencia de N_p de la función de estructura para dos valores del campo magnético, graficando la función de estructura para $N_p = 0$ y para $N_p = 20$. Observamos un corrimiento en la energía de partícula independiente del protón proveniente del término $(N_p + 1/2)eB/m_p$. Siendo este término proporcional a B, se entiende que el corrimiento es de un orden de magnitud más grande para $B = 10^{18} \text{G}$ que para $B = 10^{17} \text{G}$. Uno de los puntos relevantes en el cálculo del camino libre medio para la reacción de absorción, es el valor máximo de N_p hasta el que debemos sumar. Uno de los elementos que limita al valor máximo de N_p , es el valor máximo que puede tomar q_0 : como vemos en la figura, a medida de que N_p crece, la función de estructura se corre a energías mayores. Eventualmente, para el valor máximo de q_0 la función de estructura es nula. El valor máximo para q_0 , se encuentra limitado por la conservación de la energía: $|\vec{p}_\nu| + E_n = E_e + E_p$. La energía inicial del sistema depende de un valor particular del momento de cada partícula, la energía potencial y el valor del campo magnético. Para $q_0 = |\vec{p}_\nu| - E_e$: $|\vec{p}_\nu|$ tiene un valor fijo y $E_e < |\vec{p}_\nu| + E_n$. Esto da un valor máximo para q_0 , teniendo en mente que $E_p \simeq 0$ no es una situación realista (ver la discusión del valor máximo para la energía inicial Apéndice D). Esta es la primera restricción para valores de N_p , pero también el espacio de fase accesible impone restricciones a N_p . Es importante mencionar que N_e está indirectamente presente en q_0 . Este número cuántico es parte de la energía independiente del electrón. En esta figura, empleamos una igualdad aproximada $q_z \simeq q_0 - |\vec{p}_\nu| (1 - \cos(\theta_\nu))$, que es válida solamente si $N_e = 0$. Una figura similar puede ser hecha para $N_e \neq 0$, pero conduce a la misma conclusión.

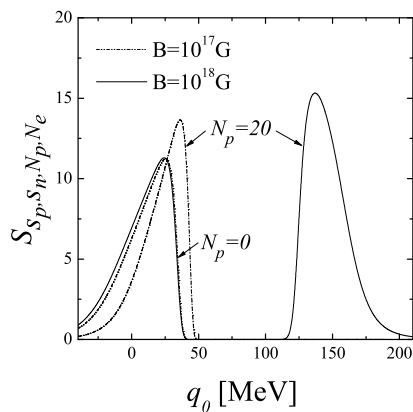


Figura 4.2: Dependencia de la función de estructura $\mathcal{S}_{s_p, s_n, N_p, N_e}$ con N_p para dos valores de intensidad del campo magnético y $N_e = 0$. Consideramos $\theta_\nu = \pi/2$, $p_{n,\perp} = 120\text{MeV}$, $|\vec{p}_\nu| = 3T$, con $T = 30\text{MeV}$ y $s_p, s_n = ud$. Mientras las otras condiciones son las mismas que en la figura 4.1.

La figura 4.3, es la última figura en la que discutiremos a la función de estructura. Analizamos ahora la dependencia con la temperatura de esta función para $B = 10^{18}\text{G}$ y para tres valores de la temperatura $T = 5, 15$ y 30MeV . De la comparación de este resultado con el de la función de estructura para la dispersión (ver la figura 3.3(a)), vemos que el comportamiento de la función de estructura de absorción con la temperatura es muy diferente al comportamiento de la función de estructura de la dispersión. En esta última, el área bajo la función de estructura aumenta mucho con la temperatura, mientras en la absorción, a pesar de que las áreas se mantienen similares, hay un claro proceso de decrecimiento cuando aumenta la temperatura. La función de estructura para la absorción representa solamente una parte de todo el espacio de fase permitido. Un análisis completo de la dependencia con la temperatura requiere un estudio del espacio de fases del problema. Esto lo haremos al

discutir la dependencia del camino libre medio con la temperatura.

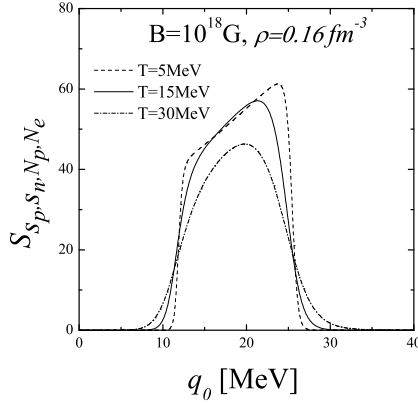


Figura 4.3: La función de estructura $\mathcal{S}_{s_p, s_n, N_p, N_e}$, para diferentes temperaturas. Consideramos $\theta_\nu = 0$, $p_{n,\perp} = 70\text{MeV}$, $|\vec{p}_\nu| = 3T$, con $T = 30\text{MeV}$ y $s_p, s_n = ud$, mientras las otras condiciones son igual que en la figura 4.1.

La función de estructura para la absorción debe ser analizada en detalle con el fin de tener un mejor entendimiento del camino libre medio. Otro elemento que debe ser tenido en cuenta, es la función $I_{N_e, N_p}^2(t)$ (ver la ecuación C.5), que está graficada en la figura 4.4, para diferentes valores de N_p y N_e . Esta función es parte de la función de onda de partículas cargadas en un campo magnético: los niveles de energía son cuantizados en un eje perpendicular a la dirección del campo magnético y tiene un valor continuo paralelo al campo. Esta es una función de $t = w_\perp^2/2eB$ y en el panel (a) en esta figura, consideramos diferentes valores para N_p con $N_e = 0$, fijo. En el panel (b) tomamos $N_p = 100$ para dos valores de N_e . Es importante ver como esta función afecta el resultado del camino libre medio de los neutrinos. Teniendo en mente que $\int I_{N_e, N_p}^2(t) dt = 1$, el peso de esta función está vinculado al máximo valor de t . El máximo valor de $w_\perp = \sqrt{(p_{n,x} + p_{\nu,x})^2 + (p_{n,y} + p_{\nu,y})^2}$, está dado por

la función de distribución del neutrón $f_{s_n}(E_n, \mu_n, T)$ y el momento del neutrino. Para un mismo valor de w_{\perp}^{max} , diferentes valores del campo magnético dan diferentes valores de t^{max} . Junto a la función de estructura, este valor de t^{max} establece una restricción sobre el valor máximo de N_p y N_e .

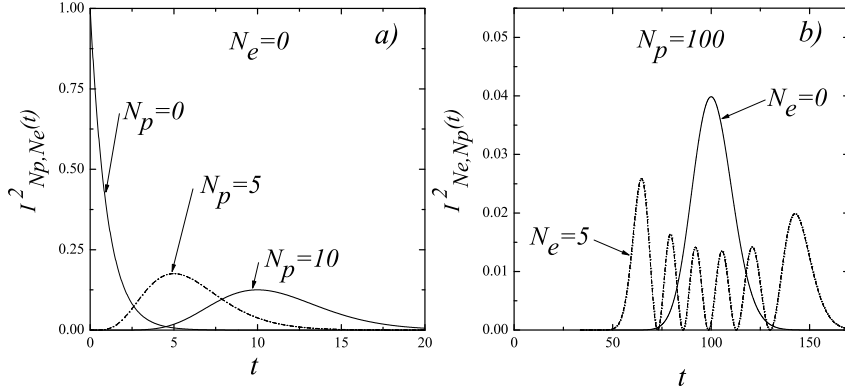


Figura 4.4: Algunos valores para $I^2_{N_e, N_p}(t)$.

En lo que sigue, analizamos el camino libre medio para la absorción del neutrino, para luego sumar la contribución de la reacción de dispersión para encontrar un camino libre medio total. El comportamiento de estas dos contribuciones con la temperatura y con el campo magnético es muy diferente. Debido a esto, recordemos algunos aspectos de la sección eficaz de dispersión en el siguiente párrafo. La presencia de un campo magnético constante, establece una dirección preferencial en el espacio y consecuentemente la sección eficaz depende de la magnitud del momento del neutrino incidente y del ángulo θ_ν entre el momento y la dirección del campo magnético. Para la reacción de dispersión, un ángulo incidente de $\theta_\nu = \pi/2$ resulta en una sección eficaz idéntica a una en ausencia de campo magnético, debido a que el espacio de fase apenas es modificado por el campo magnético. En la reacción de absor-

ción, el espacio de fase (de los estados finales) tiene una importante influencia con el campo magnético.

Consideremos ahora a la ecuación [?], que proporciona información relevante sobre la dinámica de nuestro problema. En la tabla 4.1, mostramos resultados de la ecuación 4.15, donde usamos $g_V = 0.973$ y $g_A = 1.197$. De esta tabla, podemos ver que la contribución con el spin down para el protón es cero para du y despreciables para dd . Sin embargo, para los dos valores extremos de θ_ν , solamente una componente de spin contribuye a la sección eficaz: la componente uu para $\theta_\nu = 0$ y la componente ud para $\theta_\nu = \pi$. Cada componente es pesada por un factor diferente. Este hecho, junto con las diferentes configuraciones para las componentes de spin en la función de estructura mostrada en la figura 4.1, contribuyen a la asimetría en la sección eficaz para la absorción de neutrinos. Otro ingrediente es la polarización parcial del sistema, que está representado por la asimetría de spin A .

Tabla 4.1: Algunos valores para la función $[L_{\mu\nu}N^{\mu\nu}/I_{0,N_p}^2(t)](s_p, s_n, \cos(\theta_\nu))$ de la ecuación 4.15, para $p_{e,z} > 0$. Note que esta función es adimensional.

s_p, s_n	$\theta_\nu = 0$	$\theta_\nu = \pi/2$	$\theta_\nu = \pi$
uu	18.84	9.42	0.
ud	0.	11.46	22.92
du	0.	0.	~ 0 .
dd	0.20	0.10	0.

En la figura 4.5, presentamos nuestros resultados del camino libre medio para la absorción de neutrinos como función de la densidad, a temperatura $T= 15\text{MeV}$ para dos valores del campo magnético $B= 10^{17}\text{G}$ y 10^{18}G , y tres diferentes ángulos para el neutrino incidente. Si comparamos estos resultados con los de la dispersión en la figura 3.9, notamos que el camino libre medio muestra el mismo comportamiento. Pero con una primera diferencia respecto al caso de dispersión, ya que posee una fuerte dependencia del campo magnético. De $B= 10^{17}\text{G}$ hasta $B= 10^{18}\text{G}$ hay una importante reducción en el camino libre medio, debido a la influencia del campo magnético en el espacio de fase para los estados finales. Un incremento del espacio de fase resulta en un incremento de la sección eficaz y consecuentemente una reducción en el camino libre medio. Como discutimos, cuando el campo magnético crece, el número de los niveles de Landau que contribuyen a la sección eficaz decrecen. Pero la degeneración de los niveles, dada por $eBA/2\pi$ aumenta. A medida que se incrementa el valor del campo magnético, el cambio en el espacio de fase resulta de una competencia entre su incremento debido a la degeneración y al menor número de niveles de Landau ocupados. De nuestros resultados numéricos, entre un rango para el campo magnético desde $B= 10^{16}\text{G}$ hasta $B= 10^{18}\text{G}$, el camino libre medio de absorción decrece para el incremento de valores del campo magnético, lo cual indica un aumento en el espacio de fases con el incremento del campo magnético.

Nos referimos ahora a los valores máximos para N_p y N_e . Daremos solamente valores indicativos (ver la discusión en el apéndice D). Para $\rho = 0.16\text{fm}^{-3}$, tenemos $N_p \approx 150$ y $N_e \approx 10$ para $B= 10^{17}\text{G}$, mientras los valores para $B= 10^{18}\text{G}$ son $N_p \approx 15$ y $N_e = 0$.

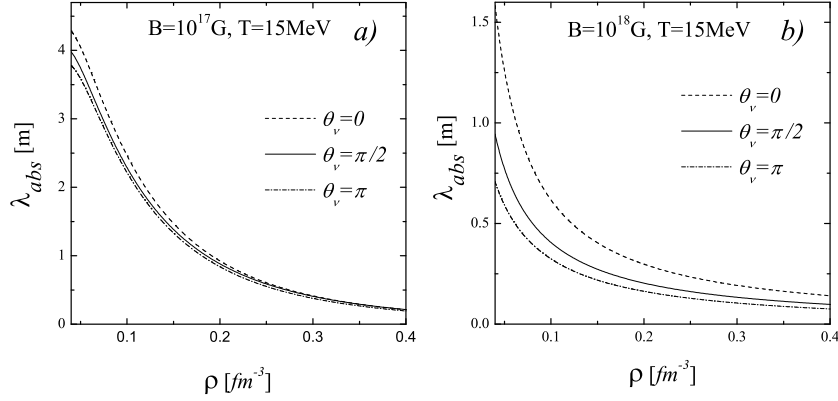


Figura 4.5: Camino libre medio de absorción como una función de la densidad y para tres valores del ángulo del neutrino incidente, θ_ν . En el panel (a) mostramos resultados para una intensidad de campo magnético $B= 10^{17}\text{G}$, mientras tenemos $B= 10^{18}\text{G}$ para el panel (b). El momento del neutrino incidente es $|\vec{p}_\nu| = 3\text{T}$.

En el próximo paso, analizamos la dependencia con la temperatura del camino libre medio de absorción. En la figura 4.6, consideramos tres temperaturas: $T= 5, 15$ y 30MeV , para $B= 10^{17}\text{G}$ y $B= 10^{18}\text{G}$. Por simplicidad, graficamos solamente los resultados para $\theta_\nu = \pi/2$ y para la energía del neutrino usamos la prescripción $|\vec{p}_\nu| = 3\text{T}$. Nuestro resultado muestra que la dependencia con la temperatura es débil, especialmente cuando comparamos con el caso de dispersión. Para entender este comportamiento, es útil comparar la función de estructura de dispersión de la figura 3.3(a), con la función de estructura de absorción de la figura 4.3: El área de la función de estructura de absorción decrece en lugar de incrementarse, esto induce en el camino libre medio de absorción un aumento para mayores valores de la temperatura. Sin embargo, nuestra función de estructura se extiende sobre una región de energía más amplia a medida que la temperatura crece, poblando más niveles de Landau. El incremento en el número de los niveles de Landau disminuye el

valor del camino libre medio. El resultado neto es un pequeño decrecimiento en el camino libre medio de absorción con la temperatura.

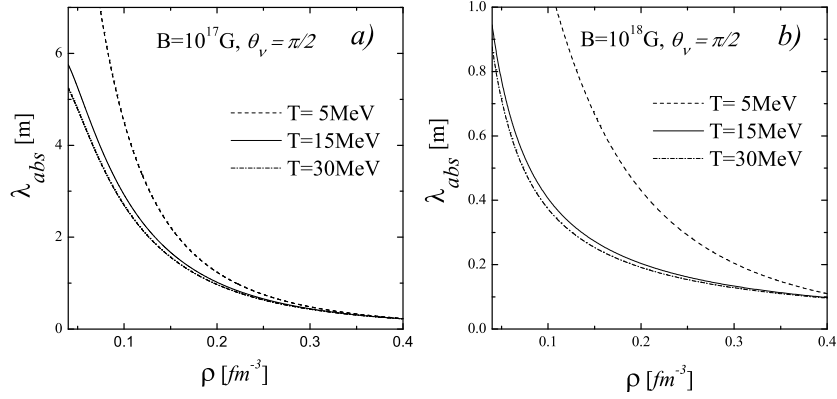


Figura 4.6: Camino libre medio de absorción para tres valores diferentes de la temperatura. Como en la figura 4.5, en los paneles (a) y (b), se muestra el resultado para un campo magnético de intensidad $B= 10^{17}\text{G}$ y $B= 10^{18}\text{G}$, respectivamente, usando la misma aproximación del momento del neutrino incidente.

Continuamos analizando la dependencia con la temperatura en la figura 4.7, donde graficamos el camino libre medio de absorción en función de la cantidad de movimiento del neutrino. Esto lo hacemos para tres valores diferentes de la temperatura, una intensidad del campo magnético $B= 10^{18}\text{G}$, una densidad $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ y un ángulo $\theta_\nu = \pi/2$. La dependencia del camino libre medio con $|\vec{p}_\nu|$, muestra un acuerdo cualitativo para ambas reacciones al comparar esta figura con las figuras 3.5 y 3.6. Esto se debe a que la función de estructura aumenta a medida que crece el momento del neutrino. En la reacción de absorción, para un incremento en los valores de $|\vec{p}_\nu|$ tenemos más energía en el estado inicial, por lo cual tenemos más niveles de Landau contribuyendo al camino libre medio; por otra parte, tenemos una reducción en la función de estructura con el incremento de la temperatura. La

coexistencia entre estos elementos en la reacción de absorción, resulta en un camino libre medio de neutrinos levemente dependiente de la temperatura. Este es un resultado particular para el caso de la reacción de absorción con un campo magnético intenso. Teniendo en mente la condición $|\vec{p}_\nu| = 3T$ y volviendo a la figura 4.6, notamos el mismo resultado: el camino libre medio para $T= 5\text{MeV}$ ($|\vec{p}_\nu| = 15\text{MeV}$) está claramente separado de uno para $T= 15\text{MeV}$ ($|\vec{p}_\nu| = 45\text{MeV}$) y 30MeV ($|\vec{p}_\nu| = 90\text{MeV}$), para todas las densidades.

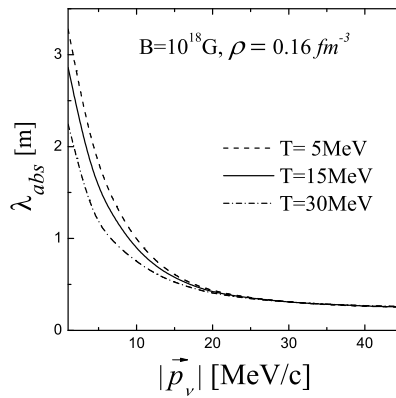


Figura 4.7: Camino libre medio de absorción como función del momento del neutrino incidente $|\vec{p}_\nu|$, para $\theta_\nu = \pi/2$. Elegimos tres valores diferentes para la temperatura.

En este punto, es claro que el espacio de fase en el estado final para la reacción de absorción es muy diferente al caso de la reacción de dispersión debido al campo magnético. El campo puede ser reducido continuamente hasta $B= 0$. En ausencia de campo magnético, el espacio de fase para la reacción de absorción y para la reacción de dispersión es el mismo. En la figura 4.8, mostramos el camino libre medio para la absorción del neutrino para los si-

guientes campos $B= 0, 10^{17}$ y 10^{18} G, con $\theta_\nu = \pi/2$ y dos temperaturas: $T= 5$ MeV en el panel (a) y $T= 15$ MeV en el panel (b). Debemos notar que en el panel (a) empleamos una escala logarítmica para λ_{abs} . El camino libre medio de absorción a $B= 0$, tiene una dependencia funcional diferente con la densidad que para el caso $B \neq 0$ y una dependencia con la temperatura muy pronunciada, consistente con la reacción de dispersión. El espacio de fase para la reacción de dispersión es apenas afectado por el campo magnético. Está claro que se puede reducir el campo magnético en forma continua hasta que valga cero. Esta reducción no es trivial y va más allá del objetivo de este trabajo de Tesis. Referimos al lector a [28, 53] para más detalles sobre cómo realizar este límite.

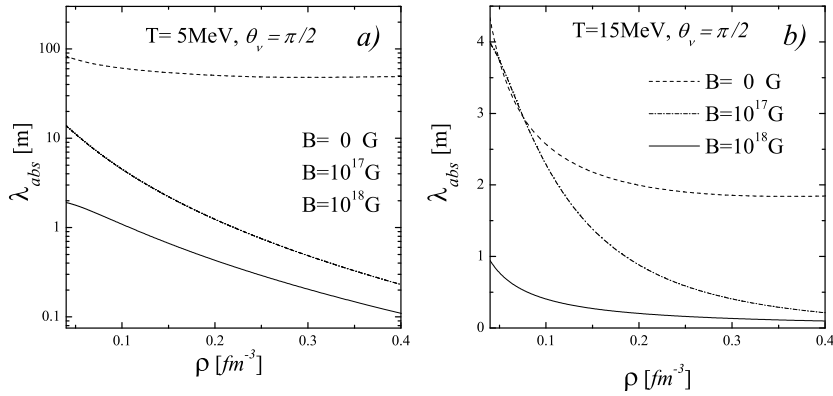


Figura 4.8: Camino libre medio de absorción como función de la densidad, para tres valores diferentes de la intensidad del campo magnético. Para el ángulo incidente del neutrino empleamos $\theta_\nu = \pi/2$ y usamos $|\vec{p}_\nu| = 3T$. En el panel (a) la temperatura es $T= 5$ MeV, mientras en el panel (b) tenemos $T= 15$ MeV.

En lo que sigue, nos enfocamos en la asimetría del camino libre medio de neutrinos, en la figura 4.9(a), mostramos λ_{abs} como función de la intensidad del campo magnético. Esto es hecho a una densidad $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$, $T = 15 \text{ MeV}$ y para tres ángulos: $\theta_\nu = 0, \pi/2$ y π . La magnitud de λ_{abs} decrece cuando incrementan valores del campo magnético, esta figura es engañosa debido a que la asimetría no es vista claramente. Debido a esto, definimos la cantidad,

$$\zeta_{abs} = \frac{\lambda_{abs}(\theta_\nu) - \lambda_{abs}(\theta_\nu = \pi/2)}{\lambda_{abs}(\theta_\nu = \pi/2)}, \quad (4.18)$$

la cual muestra en forma más clara el cambio en la asimetría con el valor del campo magnético. La función ζ_{abs} es graficada en el panel (b) en la misma figura. Como ya discutimos, el campo magnético establece un eje preferencial en el espacio. Nuestro resultado muestra que es más probable que un neutrino moviéndose antiparalelamente al campo magnético ($\theta_\nu = \pi$) sea absorbido, que uno que se mueva paralelo a este. Asumiendo una producción isotrópica de neutrinos, esto implica que más neutrinos son emitidos paralelos al campo magnéticos.

La asimetría en el camino libre medio de absorción, resulta de la interacción entre varios elementos. Los aspectos más relevantes son: i) los resultados de la tabla 4.1, nos muestran la contribución de la interacción débil a la asimetría del camino libre medio. ii) La interacción fuerte favorece el estado no polarizado $A = 0$. iii) El acoplamiento del campo magnético con los protones, neutrones y electrones, tiende a polarizar el sistema. El efecto simultáneo de estos dos últimos elementos es decisivo para la asimetría de spin, la masa efectiva y el potencial químico. Por simplicidad, algunas veces todas estas contribuciones son resumidas en una cantidad: la asimetría de spin A . En la

figura 4.10, mostramos el camino libre medio bajo las mismas condiciones de la figura 4.5(b), fijando arbitrariamente la asimetría de spin en cero ($A = 0$); dada por la línea continua en la figura. Comparamos con los resultados de la figura 4.5 (línea punteada), vemos que el efecto aislado de A , no es la principal contribución a la asimetría del camino libre medio. Por medio de este análisis, queremos expresar que la evaluación de la asimetría en el camino libre medio del neutrino requiere un modelo consistente, partiendo de la ecuación de estado y considerando todos los elementos mencionados.

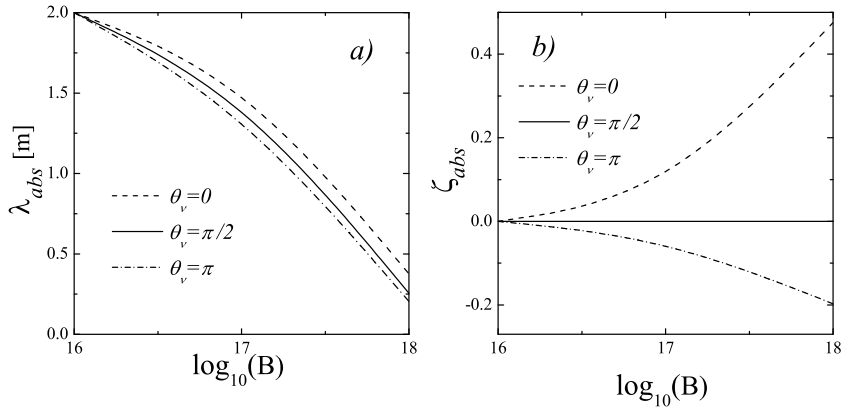


Figura 4.9: Dependencia con la intensidad del campo magnético. Tenemos una densidad fija de $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ y $T = 15 \text{ MeV}$. El camino libre medio de absorción está en el panel (a), para tres valores del ángulo del neutrino incidente θ_ν , mientras en el panel (b) mostramos ζ_{abs} como definimos en la ecuación 4.18, para los mismos ángulos. Las unidades del campo magnético están en Gauss.

Finalmente incluimos la contribución de dispersión al camino libre medio, la adición de esta contribución permite obtener un camino libre medio total,

λ_{tot} ,

$$\lambda_{tot} = \left(\frac{1}{\lambda_{abs}} + \frac{1}{\lambda_{dis}} \right)^{-1}. \quad (4.19)$$

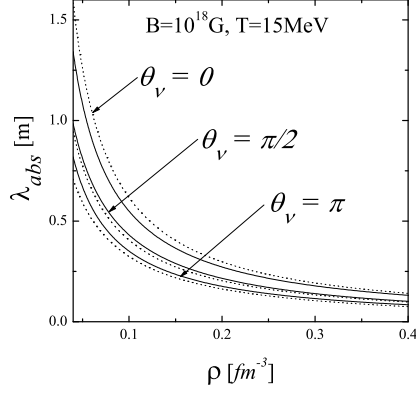


Figura 4.10: Camino libre medio de absorción como función de la densidad para tres ángulos diferentes del neutrino incidente θ_ν , $B= 10^{18}\text{G}$ y $T= 15\text{MeV}$, donde el momento del neutrino incidente es tomado como $|\vec{p}_\nu| = 3T$. La línea continua es el caso donde la asimetría de spin A , es tomada arbitrariamente cero, mientras la línea punteada emplea una asimetría no nula.

Los resultados de λ_{dis} han sido tomados del capítulo anterior. En las figuras 4.11 y 4.12, mostramos los nuevos resultados. En la primera figura mostramos λ_{tot} como función de la densidad, para $B= 10^{17}$ y 10^{18}G , tres ángulos para el neutrino incidente: $\theta_\nu = 0, \pi/2$ y π y una temperatura $T= 15\text{MeV}$. La segunda figura tiene las mismas variables con una temperatura de $T= 30\text{MeV}$. En ambas figuras incluimos también λ_{abs} para $\theta_\nu = \pi/2$. Hacemos esto para establecer una comparación sobre la importancia relativa de cada reacción. Antes de seguir con nuestro análisis, recordamos que en λ_{abs} y λ_{dis} tenemos diferentes comportamientos para las temperaturas y campos magnéticos. Mientras λ_{dis} tiene una fuerte dependencia con la temperatura y su valor para $\theta_\nu = \pi/2$ es casi independiente del campo magnético, λ_{abs} tiene dependencia débil con la temperatura y decrece con el incremento del campo magnético.

Esto contrasta con los resultados para $B=0$: en ese caso ambos caminos libre medios λ_{abs} y λ_{dis} , tienen la misma dependencia con la temperatura y el campo magnético. Solo difieren en las constantes de acoplamiento, lo cual conduce a que $\lambda_{abs} < \lambda_{dis}$.

Comparando las figuras 4.11(a) y 4.11(b), notamos que la reacción de dispersión es tan importante como la de absorción a $B=10^{17}\text{G}$, mientras es despreciable para $B=10^{18}\text{G}$. Esto resulta de la dependencia de λ_{abs} con el campo magnético. Haciendo la misma comparación en la figura 4.12, notamos que la contribución de dispersión es más importante, debido a su fuerte dependencia con la temperatura.

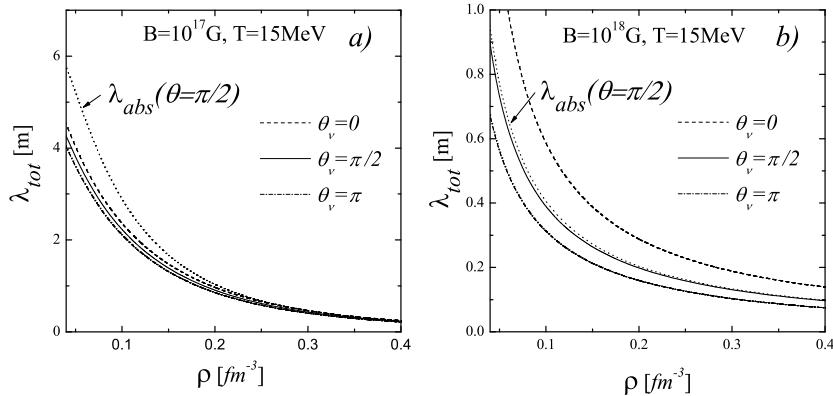


Figura 4.11: Camino libre medio del neutrino para tres valores diferentes del ángulo del neutrino incidente θ_ν y para $T=15\text{MeV}$. Como en la figura 4.5, en los paneles (a) y (b), se consideran campos de $B=10^{17}\text{G}$ y $B=10^{18}\text{G}$, usando la misma aproximación del momento del neutrino incidente. Por conveniencia, mostramos también el camino libre medio de absorción para $\theta_\nu = \pi/2$.

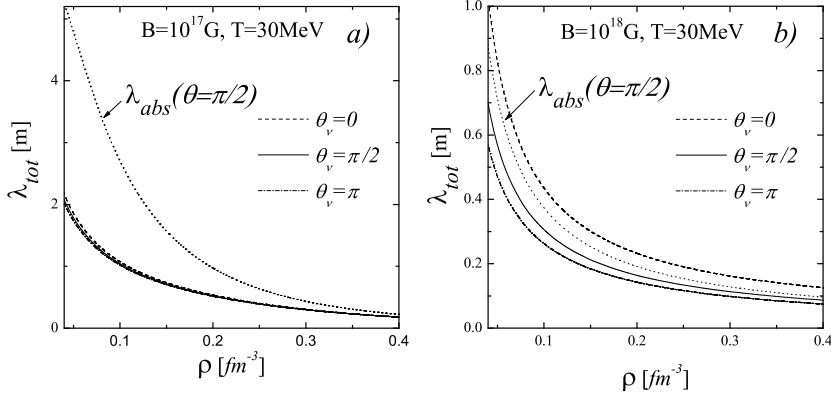


Figura 4.12: Igual que la figura 4.11, pero para $T = 30\text{MeV}$.

Finalizamos la discusión de nuestros resultados, con un análisis cuantitativo de la asimetría. Para este fin, definimos la asimetría del camino libre medio total como,

$$\chi_{\lambda_{tot}} = \frac{\lambda_{tot}(\theta_{\nu} = 0) - \lambda_{tot}(\theta_{\nu} = \pi)}{\langle \lambda_{tot}(\theta_{\nu}) \rangle}, \quad (4.20)$$

empleamos $\langle \lambda_{tot}(\theta_{\nu}) \rangle \cong (\lambda_{tot}(\theta_{\nu} = 0) + \lambda_{tot}(\theta_{\nu} = \pi))/2$. Notemos que para la reacción de dispersión, se tiene $\langle \lambda_{tot}(\theta_{\nu}) \rangle = \lambda_{tot}(\theta_{\nu} = \pi/2)$. Damos algunos valores numéricos de χ_{tot} en la tabla 4.2, para tres valores diferentes de la densidad y para $B = 10^{17}$ y 10^{18}G , con las temperaturas de $T = 15$ y 30MeV . La asimetría en el camino libre medio es más importante para campos magnéticos fuertes. La reducción de χ_{tot} para grandes valores de la densidad se debe a que la interacción fuerte se hace más importante, ella favorece el estado no polarizado. El incremento de χ_{tot} para $\rho = 0.4 \text{ fm}^{-3}$ es una particularidad para muchas de las parametrizaciones de Skyrme. Más allá de esta dificultad, nosotros preferimos utilizar la misma parametrización que en el capítulo 3, con la intención de hacer una correcta comparación de ambas contribuciones del camino libre medio.

El incremento de la temperatura conduce a un decrecimiento en la asimetría del camino libre medio. Este resultado es intuitivamente correcto, debido a que el incremento de la temperatura reduce la asimetría de spin. Sin embargo, es bueno dar algunos detalles sobre el origen de estos resultados. En primer lugar, λ_{abs} tiene una débil dependencia con la temperatura. Por otro lado, λ_{dis} depende fuertemente de la temperatura, pero la asimetría del camino libre medio χ_{dis} , es independiente de la temperatura. Además, la asimetría en el camino libre medio de absorción es más grande que en la dispersión, esto es porque en la reacción de absorción consideramos partículas cargadas que tienen una fuerte interacción con el campo magnético. Ahora, como la temperatura crece, la contribución de λ_{dis} para χ_{tot} es más importante conduciendo a un menor valor para χ_{tot} , nosotros mostramos la dependencia con la temperatura en la tabla 4.2.

Tabla 4.2: La asimetría en el camino libre medio total $\chi_{\lambda_{tot}}$, como función de la densidad para dos valores de la intensidad del campo magnético y dos valores de la temperatura.

ρ (fm ⁻³)	$\chi_{tot}(\mathbf{B}= 10^{17}\text{G})$		$\chi_{tot}(\mathbf{B}= 10^{18}\text{G})$	
	$T = 15\text{MeV}$	$T = 30\text{MeV}$	$T = 15\text{MeV}$	$T = 30\text{MeV}$
0.050	0.112	0.068	0.740	0.565
0.150	0.088	0.034	0.579	0.479
0.400	0.094	0.042	0.603	0.506

En este capítulo no se utilizó el modelo BHF, como hicimos anteriormente. Para implementar el modelo BHF en la reacción de absorción, hay que evaluar la ecuación 4.13, usando la energía de partícula independiente, el potencial químico y la asimetría de spin A del modelo BHF (el cual es el mismo que para la reacción de dispersión). Numéricamente, esto es mucho más cos-

toso que para el modelo de Skyrme, como en este caso la función de estructura en la ecuación 4.14 (o más específicamente en la ecuación E.4), debe ser evaluada numéricamente para cada valor de los números cuánticos N_p y N_e . Como una consideración general, por inspección de la figura 3.2, la magnitud de la asimetría de spin toma pequeños valores para el modelo de BHF, el cual significa que la asimetría en el camino libre medio también será pequeño si empleamos el modelo BHF. En resumen, el tratar de implementar al modelo de BHF para la reacción de absorción es numéricamente muy complejo. Entendemos que el acuerdo mostrado entre el modelo de BHF y el de Skyrme en el capítulo anterior, evidencia que no se justifica el intentar llevar adelante un problema numérico tan complejo.

En el último punto de esta sección hacemos una comparación con otros trabajos. Comenzamos con el de S. Shinkevich y A. Studenikin [53]. Estos autores hacen un análisis similar al nuestro, usando el marco relativista en espacio libre. La asimetría de spin A (llamada S en el trabajo), es tomada como una variable de entrada en su modelo (no es evaluada explícitamente). La asimetría de spin se incorpora a los resultados haciendo el reemplazo $s_n \rightarrow A$. En ausencia de un medio denso, este reemplazo conduce a la expresión correcta. Tenemos un acuerdo general con sus resultados, teniendo en mente que en nuestro caso el efecto del medio denso es importante y la comparación es solamente cualitativa. En nuestro caso, el medio denso impone restricciones en el espacio de fase permitido, el cual depende de la temperatura. El efecto neto del medio denso, conduce a una suavización de los resultados en relación a los de ellos.

En el trabajo de D.A. Baiko y D.G. Yakovlev [52], se desarrolla un formalismo similar al nuestro. Sin embargo, ellos se enfocan en temperaturas bajas, siendo el objetivo de su artículo diferente que el nuestro. En nuestra opinión, quizá el más completo análisis ha sido hecho por Maruyama [54]. Tenemos un acuerdo general con estos artículos. Lo que nos distingue de los otros trabajos, es el tratamiento que hacemos de la ecuación de estado. Evaluamos a la ecuación de estado con un campo magnético en las mismas condiciones en que después calculamos el camino libre medio. Aunque la asimetría de spin A , aparece explícitamente en la expresión de la sección eficaz, una evaluación precisa de la función de estructura requiere de energías de partículas independientes y potenciales químicos consistentes con el valor del campo magnético fuerte.

Finalmente, nuestro trabajo emplea parte del formalismo de la sección eficaz del trabajo de Arras y Lai [28]. El objetivo de ese trabajo es diferente al nuestro, en [28] se desarrolla un formalismo del transporte de neutrinos en presencia del campo magnético y muestran expresiones explícitas del flujo de neutrinos empleando la ecuación de transporte de Boltzmann. Nuestro aporte es diferente. Le damos gran importancia a la ecuación de estado, mientras en [28] no hay discusión sobre ninguna ecuación de estado. El trabajo mencionado, se enfoca en el desarrollo de un grupo de expresiones analíticas de interés astrofísico. Para obtener estas expresiones, ciertas aproximaciones son usadas, las cuales no discutimos aquí. Desafortunadamente, el trabajo no muestra resultados numéricos para el camino libre medio, lo cual impide realizar una mejor comparación.

4.3. Resumen y discusión

En este capítulo evaluamos el camino libre medio de neutrinos para la reacción de absorción $\nu + n \rightarrow e^- + p$, en materia densa bajo un campo magnético intenso. En primer lugar, evaluamos la ecuación de estado, usando el modelo de Hartree-Fock con una interacción de Skyrme. Como mencionamos, tenemos un protón y un electrón en el estado final y dado que son partículas cargadas en el campo magnético intenso, sus estados están parcialmente cuantizados, mostrando los llamados niveles de Landau. Debido a esta cuantización, el espacio de fase de los estados finales es notoriamente diferente al caso de la misma reacción en ausencia de campo magnético. Esto contrasta con el caso de la reacción de dispersión $\nu + n \rightarrow \nu' + n'$, donde el espacio de fase del estado final es muy similar al del caso en que no hay campo magnético. Mientras para $B = 0$, la reacción de absorción es siempre más importante que la de dispersión. Si $B \neq 0$, la situación es diferente: λ_{abs} tiene una débil dependencia con la temperatura y decrece cuando el campo magnético aumenta, mientras λ_{dis} tiene fuerte dependencia con la temperatura (decrece para grandes valores de T), y para $\theta_\nu = \pi/2$ es casi independiente del campo magnético. En presencia de un campo magnético fuerte, la contribución dominante puede ser o bien λ_{abs} , o bien λ_{dis} , dependiendo de la temperatura. Como corolario de este comportamiento, λ_{abs} puede ser importante aún para bajas temperaturas si el campo magnético es muy intenso.

Para un campo magnético no nulo, el camino libre medio del neutrino depende del ángulo entre el momento del neutrino y el campo magnético (que tomamos localmente constante sobre el eje z). Manteniendo esto en mente, el campo establece una dirección preferencial en el espacio resultando en una

emisión asimétrica de neutrinos. Esta asimetría es el resultado de la acción de las interacciones débil, fuerte y electromagnética. La interacción débil gobierna la reacción $\nu + n \rightarrow e^- + p$, dando como resultado un elemento de la matriz de transición que depende del spin de las partículas involucradas. Por otro lado, necesitamos un modelo de la interacción fuerte para resolver la ecuación de estado, junto al acoplamiento electromagnético del momento magnético del neutrón con el campo magnético. De la ecuación de estado obtenemos un sistema parcialmente polarizado. Esta información está contenida en los valores para la energía de partícula independiente del neutrón, el potencial químico y la asimetría de spin A , que se requieren para la evaluación del camino libre medio. Como mencionamos, la ecuación de estado proporciona una situación de equilibrio entre la interacción fuerte (que favorece $A = 0$) y el acoplamiento con el campo magnético ($A \rightarrow -1$). Para sistemas más complejos, uno necesita una asimetría de spin para cada partícula acoplada con el campo magnético.

Es importante mencionar que el problema de la distribución angular de los neutrinos emitidos de una estrella de neutrones con un campo magnético fuerte es mucho más complejo. Pensamos que las dos reacciones consideradas en este trabajo de Tesis, son dos de las más relevantes para entender este problema. Para lograr un estudio más completo de la estrella de neutrones, se necesitan otros elementos. En primer lugar, un modelo más completo para la distribución del campo magnético. Debido a la escala de las reacciones, un campo localmente constante es una buena aproximación. Pero para la emisión de toda la estrella, debemos ser cuidadosos con la manera en que se comporta el campo magnético en las diferentes regiones que componen la estrella. En segundo lugar, debemos emplear algún modelo para la composición y la dis-

tribución de la masa de la estrella. Quizá el modelo realista más simple para la materia de la estrella, es el formado por protones, neutrones y electrones en equilibrio beta β , con neutralidad de la carga. Los modelos más elaborados, incluyen hyperones y leptones (más allá de los electrones). En este caso, tenemos niveles de Landau en el estado inicial y el esquema debe ser extendido para estas condiciones. Por otra parte, en una situación más realista, se deben considerar otras reacciones además de las dos consideradas en esta Tesis (ver por ejemplo [28, 64]).

Nuestro resultado muestra que el camino libre medio más corto es obtenido para neutrinos moviéndose antiparalelamente al campo magnético, como consecuencia el flujo de neutrinos emitidos paralelos al campo magnético es más grande que en el caso de la dirección opuesta. En la ecuación 4.20 definimos la asimetría del camino libre medio χ_{tot} , con la intención de estudiar esta asimetría de manera cuantitativa. Obtenemos valores grandes para χ_{tot} . Sin embargo, esto no nos permite llegar a alguna conclusión general sobre la asimetría de la estrella, por las consideraciones del párrafo de arriba.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo de Tesis Doctoral, se estudió el camino libre medio de neutrinos en materia neutrónica a temperatura finita y para campos magnéticos intensos. El camino libre medio da cuenta de la distancia que recorre un neutrino entre dos interacciones sucesivas. La interacción del neutrino con otras partículas, en particular con el neutrón, está mediada por la interacción débil. Esto hace que la probabilidad de que un neutrino interactúe con un neutrón es en general baja. Para dar cuenta de esto, vale la pena indicar que usamos al metro como unidad de medida para la longitud del camino libre medio. Esta baja probabilidad de interacción con el medio, no debe ser interpretada como una limitación, sino más bien como una ventaja, pues la detección de neutrinos es una fuente de información sobre el interior estelar. Si bien este trabajo representa el comienzo de un proyecto sobre el estudio de objetos compactos, pudimos discutir las condiciones en las que la interacción de los neutrinos con el medio es relevante. Para ser más claros, debemos tener en cuenta que el radio de una estrella de neutrones está en el rango de 10 a 12 km, lo cual establece una escala de comparación con el valor del camino libre medio.

En este trabajo, no hemos analizado el origen de los neutrinos en un objeto compacto. Los neutrinos juegan un papel importante en el enfriamiento de una estrella de neutrones recién nacida. Existen varios procesos de emisión de neutrinos que contribuyen al enfriamiento de las estrellas de neutrones. Estos incluyen entre otros, los procesos URCA directos y modificados, la formación de pares bremsstrahlung y Cooper, este último opera solo cuando la temperatura de la estrella cae por debajo de la temperatura crítica para la superfluidez de neutrones o la superconductividad de protones. Una revisión exhaustiva y detallada de los procesos de emisión de neutrinos en las estrellas de neutrones se puede encontrar en la referencia [62]. Estas reacciones se ven fuertemente afectadas por la presencia de campos magnéticos en las estrellas de neutrones. En el caso de los llamados magnetares, la intensidad del campo magnético puede alcanzar valores en el orden de $10^{14} - 10^{15}$ G en la superficie de la estrella y puede crecer en varios órdenes de magnitud en su interior [63]. De este modo, deben considerarse dos instancias en el análisis de los neutrinos: en primer lugar su origen y posteriormente su difusión a través del objeto compacto. Buscamos aportar elementos para el estudio de la difusión de los neutrinos en el medio estelar. En ese sentido, la primera variable que debemos considerar es el camino libre medio de los mismos.

El cálculo de cualquier camino libre medio, supone establecer en primer lugar el tipo de interacción entre la partícula cuyo camino libre medio deseamos calcular y el medio. De este modo, el punto de partida es conocer cuáles son las reacciones posibles con el medio en cuestión. Nos limitamos a un medio formado solo por neutrones, por lo cual las dos posibles reacciones son la de dispersión, dada por $\nu + n \rightarrow \nu' + n'$ y la de absorción, $\nu + n \rightarrow p + e^-$. Estas reacciones pueden tener lugar en el espacio libre o en un medio denso.

Limitándonos a materia neutrónica con un campo magnético intenso, por medio de una ecuación de estado calculamos los valores posibles de las energías de los neutrones, su potencial químico y el grado de polarización del sistema. Estos valores nos dicen cuál es el espacio de fase accesible para las partículas involucradas en las reacciones indicadas. Mostramos que el efecto del medio es importante sobre el cálculo del camino libre medio. En breve resumiremos estos resultados.

En este trabajo, se pone una atención especial en el efecto del campo magnético. El efecto del campo magnético en una estrella de neutrones representa un problema complejo y constituye un tema de estudio en sí mismo. Tomamos el campo magnético localmente constante, lo cual es una buena aproximación dada la escala de la reacción respecto de la curvatura del campo magnético de una estrella de neutrones. Localmente, el campo magnético establece una dirección preferencial en el espacio, conduciendo a una asimetría en el camino libre medio. Para estudiar esta asimetría, partimos de la evaluación de una ecuación de estado. Los neutrones al interactuar con el campo magnético tienden a alinearse en forma antiparalela al campo. La interacción fuerte entre las partículas busca tener el mismo número de partículas con spin up y con spin down. El estado físico del sistema resulta del equilibrio entre estas dos tendencias. Esto es, el mínimo de energía al evaluar a la ecuación de estado resulta en un sistema parcialmente polarizado. La polarización o asimetría de spin, se cuantifica por medio de la cantidad que denominamos A . Debe notarse, que las energías de partícula independiente y el potencial químico dependen también del valor del campo magnético. Esto hace que el cálculo posterior de las reacciones $\nu + n \rightarrow \nu' + n'$ y $\nu + n \rightarrow p + e^-$, vaya más allá de un cálculo de física de partículas: al ocurrir en un medio denso, aparece

una función de estructura diferente para cada una de estas reacciones. Es en la función de estructura donde juega un papel las interacciones que van más allá del campo medio.

Como dijimos, el campo magnético establece una dirección preferencial en el espacio y eso conduce a una asimetría en el camino libre medio. Debemos destacar que si bien le damos mucho peso a la asimetría, el cálculo del camino libre medio en sí, es igualmente importante. Esto es, solo cuando la magnitud del camino libre medio es menor o considerablemente menor a las dimensiones de la estrella, tiene sentido discutir la asimetría en el camino libre medio. Vimos que para la reacción de dispersión, el campo magnético genera una asimetría en el camino libre medio. Sin embargo, la dependencia funcional con la densidad y con la temperatura, es muy similar al del camino libre medio en ausencia de campo magnético. Por otra parte, para la reacción de absorción el campo magnético cambia radicalmente el comportamiento del camino libre medio respecto del caso no polarizado. Este cambio se debe a la cuantización del estado de las partículas en el estado final. Ya que en la reacción de absorción tenemos un protón y un electrón como estados finales, sus estados muestran la llamada cuantización de Landau, cuyo efecto es un cambio importante en el espacio de fases del estado final, que se traduce en un comportamiento muy diferente al de la misma reacción en ausencia de campo magnético. Para desarrollar estos puntos de un modo más cuantitativo, recordemos el rango de variación de las variables que empleamos. En primer lugar, analizamos densidades en el rango de $0.05 < \rho < 0.4\text{fm}^{-3}$; para el campo magnético, que consideramos como localmente constante sobre el eje z , evaluamos intensidades que van desde $B= 0$ hasta $B= 10^{18}\text{G}$. Finalmente, analizamos el comportamiento con temperaturas que van de 5 a 30MeV. Re-

pasemos ahora cada una de las dos reacciones por separado y luego, el camino libre medio total:

i) Camino libre medio del neutrino en la reacción de dispersión. El camino libre medio se calculó para la dispersión inelástica entre un neutrino con un neutrón, en las condiciones mencionadas previamente. En este caso, empleamos dos modelos diferentes para la ecuación de estado. En primer lugar, se usó la aproximación de Hartree-Fock empleando la interacción de Skyrme. En segundo lugar, se empleó el modelo de Brueckner-Hartree-Fock (BHF) con un potencial nucleón-nucleón de Argonne V18 y una fuerza de tres nucleones Urbana IX, ambos modelos condujeron a resultados cualitativamente similares. El modelo de Skyrme da como resultado un sistema más polarizado y por lo tanto, el camino libre medio muestra una asimetría mayor. Para esta reacción, el camino libre medio decrece fuertemente con la temperatura y tiene una débil dependencia con el campo magnético. Además de su dependencia con la temperatura y con la intensidad del campo magnético, el camino libre medio depende también del ángulo entre el momento del neutrino incidente \vec{p}_ν y el campo magnético, conduciendo a una asimetría en esta cantidad, es decir, produciendo una emisión no isotrópica de los neutrinos. Nuestro cálculo de la asimetría para la dispersión de neutrinos, concluye que la asimetría es mayor para densidades medias o bajas, debido al incremento en la asimetría de spin. En nuestro estudio, para una densidad de $\rho = 0.15\text{fm}^{-3}$ a $T = 15\text{MeV}$, para campos de $B = 10^{16}\text{G}$ y 10^{17}G se obtuvo una asimetría de $\approx 0,2\%$ y $\approx 2\%$, en ambos modelos y para campos de $B = 10^{18}\text{G}$ se tiene $\approx 15\%$ ($\approx 26\%$) para el modelo de BHF (Skyrme).

ii) Camino libre medio del neutrino en la reacción de absorción. En este caso, para la ecuación de estado nos limitamos al modelo de Hartree-Fock

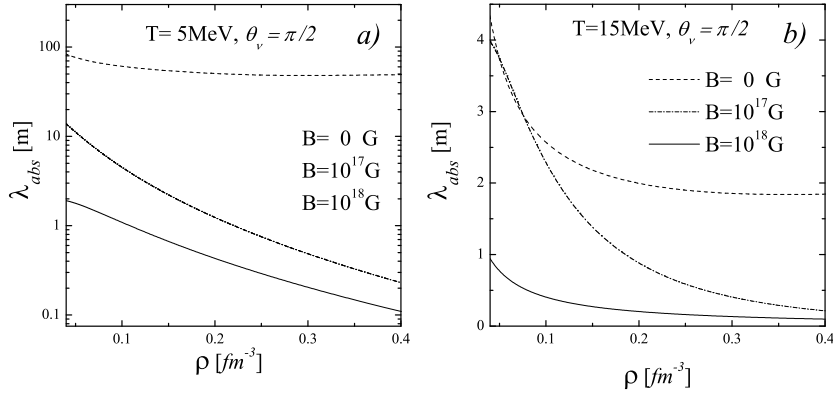
con la interacción de Skyrme, ya que para la reacción de dispersión encontramos un acuerdo cualitativo con la aproximación BHF. Por otra parte, una evaluación numérica confiable de la reacción de absorción empleando BHF es difícil, ya que el modelo de BHF posee inestabilidades numéricas cuando se trata de emplear en este problema. Al tener partículas cargadas en un campo magnético, sus estados cuánticos están parcialmente cuantizados mostrando los niveles de Landau. Debido a esto, es diferente el espacio de fase de los estados finales en relación a la misma reacción sin campo. Naturalmente, esto no ocurre con la reacción de dispersión, pues el estado final de la reacción de dispersión tiene un neutrino y un neutrón. Este cambio en el espacio de fases hace que el camino libre medio posea una fuerte dependencia con el campo magnético. Al aumentar el campo magnético, disminuye el número de niveles de Landau que contribuyen a la reacción. Pero la degeneración de los niveles aumenta considerablemente. El efecto neto es un incremento en el espacio de fases, que se traduce en un incremento de la sección eficaz de absorción y un valor más significativo para λ_{abs} . La función de estructura para la absorción tiene un comportamiento particular. Es la función de estructura la cantidad que domina la dependencia con la temperatura. Esta función depende débilmente con la temperatura y por lo tanto, lo mismo ocurre con λ_{abs} . Como afirmamos, es la función de estructura la cantidad que domina la dependencia con la temperatura, pero un incremento de la temperatura conduce a que más niveles de Landau estén poblados, lo cual constituye otro elemento de dependencia con la temperatura. El comportamiento de la asimetría del camino libre medio para esta reacción, es cualitativamente igual al de la dispersión y lo discutiremos en el siguiente ítem.

iii) Camino libre medio total del neutrino. La reacción que contribuye de

forma dominante al camino libre medio total, depende del valor del campo magnético y de la temperatura, mientras que la densidad es en este caso una variable secundaria. Para $B=0$, siempre es dominante la reacción de absorción. Cuando $B \neq 0$, ocurre lo siguiente: λ_{abs} tiene una débil dependencia con la temperatura y decrece cuando el campo magnético aumenta. Por otra parte, λ_{dis} tiene una fuerte dependencia con la temperatura, decreciendo a medida que aumenta la temperatura; mientras que su dependencia con el campo magnético no es fuerte. De hecho, para $\theta_\nu = \pi/2$ es muy débil su dependencia del campo magnético. En presencia de un campo magnético fuerte y para temperaturas bajas, la contribución dominante es λ_{abs} . Al subir la temperatura, eventualmente λ_{dis} se transforma en la contribución dominante. De las figuras 4.11 y 4.12, vemos que para $B=10^{17}\text{G}$, domina λ_{dis} a partir de $T \sim 15\text{MeV}$, mientras que para $B=10^{18}\text{G}$, esto ocurre para $T \sim 30\text{MeV}$. Como discutimos extensamente, la existencia del campo magnético establece una dependencia del camino libre medio con el ángulo entre el momento del neutrino incidente y el campo magnético. El flujo de neutrinos emitidos es mayor cuando el neutrino incide paralelamente al campo magnético. Este comportamiento es común a las dos reacciones. La asimetría en el camino libre medio de la suma de las reacciones de dispersión y de absorción, crece con la intensidad del campo magnético y se reduce con el aumento de la densidad. El aumento de la temperatura conduce a un decrecimiento en la asimetría del camino libre total. Para $\rho = 0.16\text{fm}^{-3}$ y un campo de $B=10^{17}\text{G}$ la asimetría es de $\sim 9\%$ y $\sim 3.4\%$, para $T=15\text{MeV}$ y $T=30\text{MeV}$, respectivamente. Para un campo de $B=10^{18}\text{G}$, es $\sim 58\%$ y $\sim 48\%$, para iguales temperaturas.

Como corolario de esta discusión, vale la pena discutir con un poco más de detalle el comportamiento del camino libre medio de absorción, pues esta

cantidad muestra un comportamiento diferente entre el caso de $B=0$ y $B \neq 0$. Por conveniencia, reproducimos nuevamente la figura 4.8.



Notamos que la dependencia funcional del camino libre medio con la densidad, es diferente entre el caso $B=0$ y $B \neq 0$. Pero el punto que deseamos destacar es que cuando $B \neq 0$ el camino libre medio puede ser importante, aún para temperaturas que pueden ser consideradas como bajas. En el panel (a), vemos que a $T=5\text{MeV}$, el camino libre medio baja un orden de magnitud al pasar de $B=0\text{G}$ a $B=10^{17}\text{G}$ a bajas densidades, pero cambia en más de dos ordenes de magnitud para densidades altas. Entendemos que este resultado modifica el paradigma del camino libre medio y tiene potencialmente implicaciones astrofísicas.

Siguiendo con la idea de emplear estos resultados en aplicaciones astrofísicas, en este trabajo intentamos mostrar que una evaluación microscópica de las reacciones es importante. Esto significa que se debe: *i*) formular el problema en forma auto consistente, esto es, evaluar a la ecuación de estado con las mismas condiciones con que luego se calcula el camino libre medio y *ii*) el realizar un cálculo cuántico del problema, donde para el caso de la absor-

ción sumamos sobre los niveles de Landau y realizamos un cálculo exacto de la función de estructura. El simplificar estos elementos conduce a otros resultados. Sin embargo, el llevar adelante un cálculo con el mismo grado de aproximación para una situación realista, puede ser excesivamente dificultoso.

Antes de seguir adelante, es conveniente establecer qué entendemos por una “situación realista” para describir a la difusión de neutrinos en una estrella de neutrones con altos campos magnéticos. Entendemos que el modelo más simple para describir a la materia estelar es aquella formada por neutrones, protones y electrones en equilibrio beta y neutralidad de carga. Existe en la literatura infinidad de trabajos publicados sobre ecuaciones de estado con estas partículas y otras más, muchos de esas ecuaciones de estado están acompañadas por códigos numéricos de libre acceso. Pero hasta donde sabemos, ninguno incluye al campo magnético. El construir una ecuación de estado bajo estas condiciones es particularmente complicado, pues a bajas densidades aparecen inestabilidades que deben solucionarse por medio de la llamada construcción de Gibbs. En el caso de tener una ecuación de estado para un sistema de este tipo, tendríamos una asimetría de spin diferente para neutrones, protones y electrones. En nuestro caso, tuvimos que considerar los niveles de Landau para los estados finales. En el caso de la materia β -estable, aparecen también estados de Landau en el estado inicial. Al campo magnético, lo podemos seguir considerando localmente constante, pero para la difusión sobre toda la estrella, debe implementarse algún modelo que de cuenta de la forma del campo magnético. En cualquier caso, deben considerarse las condiciones de campo magnético, densidad y temperatura y resolver localmente la ecuación de estado. El último ingrediente para completar este modelo, es el considerar un conjunto adicional de reacciones. Uno de los pun-

tos que nos proponemos analizar, es la factibilidad de calcular una ecuación de estado para materia β -estable con un campo magnético intenso.

Otro de los aspectos que no hemos discutido, es el de las interacciones más allá del campo medio. Al resolver la ecuación de estado, estamos pensando que las partículas interactúan fuertemente con el resto, a través de un campo medio. Existen diferentes modos de incluir interacciones más allá del campo medio y quizá la más simple es la llamada aproximación de los anillos. Aún esta aproximación presenta dificultades particulares cuando se trabaja con materia polarizada. En la literatura encontramos diferentes contribuciones sobre este tema, pero no discutiremos este punto. En cualquier caso, la aproximación de los anillos es el modelo más simple para este problema y existen correlaciones de orden superior que pueden ser importantes.

Finalmente, se intentó mostrar que el problema del camino libre medio de neutrinos en materia neutrónica polarizada y a temperatura finita, requiere de un cálculo microscópico y auto consistente. Los resultados se refieren solo a un aspecto parcial de un problema más grande. Sin embargo, estos resultados nos indican que se trata de un problema complejo y que problemas como los de la aceleración de un pulsar no se los puede considerar cerrados a su explicación, como originada por una emisión asimétrica de neutrinos.

Apéndice A

Evaluación de $\langle | \mathcal{M}_{\nu'n',\nu n} |^2 \rangle$ para el proceso de dispersión

En este apéndice mostramos algunos detalles de la evaluación de la matriz $\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}$. Partimos de la ecuación 3.4,

$$\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n} = \frac{1}{\sqrt{2}} G_F \left(\bar{u}_{\nu'} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_\nu \right) \left(\bar{u}_{n'} \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) u_n \right). \quad (\text{A.1})$$

En el cálculo de la sección eficaz para la dispersión del neutrino, evaluamos,

$$| \mathcal{M}_{\nu'n',\nu n} |^2 = \frac{1}{2} G_F^2 l^{\mu\alpha} H_{\mu\alpha}, \quad (\text{A.2})$$

donde $l^{\mu\alpha}$ y $H_{\mu\alpha}$ son los tensores leptónicos y hadrónicos, respectivamente. Para realizar la suma sobre los spines empleamos el llamado truco de Casimir [55], el cual nos permite desarrollar la suma para evaluar la traza de las matrices. Introducimos dos trazas $L^{\mu\alpha}$ y $\mathcal{H}_{\mu\alpha}$ de los tensores leptónicos y

hadrónicos respectivamente, tenemos,

$$\langle |\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}|^2 \rangle = \frac{1}{2} G_F^2 L^{\mu\alpha} \mathcal{H}_{\mu\alpha}. \quad (\text{A.3})$$

Resaltamos que estamos sumando sobre los spines finales y promediando sobre los estados iniciales, los detalles del promedio sobre los spines iniciales serán desarrollados en el texto principal, aquí analizamos cada traza por separado.

1.1. Traza leptónica

La traza leptónica es:

$$l^{\mu\alpha} = (\bar{u}_{\nu'} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_\nu)^\dagger (\bar{u}_{\nu'} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu). \quad (\text{A.4})$$

Usando las propiedades estándar de las matrices gamma, el factor adjunto de este tensor se puede expresar,

$$(\bar{u}_{\nu'} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_\nu)^\dagger = u_\nu^\dagger (\gamma^\mu (1 - \gamma_5))^\dagger \bar{u}_{\nu'}^\dagger = \bar{u}_\nu \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_{\nu'} \quad (\text{A.5})$$

de esta manera, tenemos,

$$l^{\mu\alpha} = \bar{u}_\nu \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_{\nu'} \bar{u}_{\nu'} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_\nu. \quad (\text{A.6})$$

Del llamado truco de Casimir, escribimos

$$\sum_{spins} l^{\mu\alpha} = L^{\mu\alpha} \quad (\text{A.7})$$

donde,

$$L^{\mu\alpha} = \text{tr}(\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \not{p}_{\nu'} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \not{p}_\nu) = 2 \text{tr}(\gamma^\mu \not{p}_{\nu'} \gamma^\alpha \not{p}_\nu + \gamma_5 \gamma^\mu \not{p}_{\nu'} \gamma^\alpha \not{p}_\nu). \quad (\text{A.8})$$

En esta expresión despreciamos la masa del neutrino, después de un poco de álgebra obtenemos,

$$L^{\mu\alpha} = 8(p_{\nu'}^\mu p_\nu^\alpha + p_{\nu'}^\alpha p_\nu^\mu - g^{\mu\alpha} (p_\nu \cdot p_{\nu'})) - i\epsilon^{\mu\alpha\gamma\lambda} p_{\nu'}^\gamma p_{\nu\lambda}. \quad (\text{A.9})$$

1.2. Traza hadrónica

Seguimos pasos similares al caso de la traza leptónica, pero la evaluación es más compleja y tenemos que distinguir dos términos, acorde a la proyección del spin del neutrón, la traza hadrónica es,

$$H_{\mu\alpha}^{s_n} = (\bar{u}_{n'} \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) \Lambda_{s_n} u_n)^\dagger (\bar{u}_{n'} \gamma_\alpha (C_V - C_A \gamma_5) \Lambda_{s_n} u_n), \quad (\text{A.10})$$

introducimos el operador de proyección de spin sobre el neutrón inicial, $\Lambda_{s_n} = (1 + \gamma_5 \not{w}_{s_n}) / 2$, donde $w_{s_n} = (0, 0, 0, s_n)$ con $s_n = +1$ (-1) para spin up (down). Reescribimos los factores adjuntos del tensor hadrónico,

$$(\bar{u}_{n'} \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) \Lambda_{s_n} u_n)^\dagger = \bar{u}_n \gamma^0 \Lambda_{s_n}^\dagger (\gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5))^\dagger \gamma^0 u_{n'}, \quad (\text{A.11})$$

haciendo la sustitución,

$$\gamma^0 \Lambda_{s_n}^\dagger (\gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5))^\dagger \gamma^0 = \Lambda_{s_n} (C_V + C_A \gamma_5) \gamma_\mu, \quad (\text{A.12})$$

tenemos,

$$H_{\mu\alpha}^{s_n} = \bar{u}_n \Lambda_{s_n} (C_V + C_A \gamma_5) \gamma_\mu u_{n'} \bar{u}_{n'} \gamma_\alpha (C_V - C_A \gamma_5) \Lambda_{s_n} u_n. \quad (\text{A.13})$$

Al igual que en el caso leptónico, la suma sobre los spines de esta expresión conduce a

$$\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{s_n} = \text{tr}(\Lambda_{s_n} (C_V + C_A \gamma_5) \gamma_\mu (\not{p}_{n'} + m_N) \gamma_\alpha (C_V - C_A \gamma_5) \Lambda_{s_n} (\not{p}_n + m_N)). \quad (\text{A.14})$$

Para evaluar esta traza, elegimos un sistema de referencia donde el neutrón incidente está en reposo. En este sistema de referencia tenemos $[\Lambda_{s_n}, \not{p}_n] = 0$. Usando las reglas estándar para las trazas, junto con la propiedad del operador proyección de spin, $(\Lambda_{s_n})^2 = \Lambda_{s_n}$, la traza hadrónica es,

$$H_{\mu\alpha}^{s_n} = \text{tr}((C_V + C_A \gamma_5) \gamma_\mu (\not{p}_{n'} + m_N) \gamma_\alpha (C_V - C_A \gamma_5) \frac{(1 + \gamma_5 \not{p}_{s_n})}{2} (\not{p}_n + m_N)). \quad (\text{A.15})$$

Por conveniencia, separamos la traza en tres contribuciones proporcionales a C_V^2 , C_A^2 y $C_V C_A$, respectivamente, desarrollando cada contribución tenemos,

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{s_n, V} &= 2C_V^2 \left((p_{n'\mu} p_{n\alpha} + p_{n'\alpha} p_{n\mu} - g_{\mu\alpha} (p_{n'} \cdot p_n) + m_N^2 g_{\mu\alpha}) \right. \\
&\quad \left. + im_N (\epsilon_{\mu\alpha\gamma\lambda} w^\gamma p_n^\lambda - \epsilon_{\mu\alpha\gamma\lambda} p_{n'}^\lambda w^\gamma) \right), \\
\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{s_n, A} &= 2C_A^2 \left((p_{n'\mu} p_{n\alpha} + p_{n'\alpha} p_{n\mu} - g_{\mu\alpha} (p_{n'} \cdot p_n) - g_{\mu\alpha} m_N^2) \right. \\
&\quad \left. - im_N (\epsilon_{\mu\alpha\lambda\gamma} w^\lambda p_{n'}^\gamma + \epsilon_{\mu\alpha\lambda\gamma} w^\lambda p_n^\gamma) \right), \\
\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{s_n, VA} &= 4C_V C_A \left(-m_N (p_{n'\mu} w_\alpha + p_{n'\alpha} w_\mu - g_{\mu\alpha} (p_{n'} \cdot w)) - i\epsilon_{\mu\alpha\gamma\lambda} p_{n'}^\gamma p_n^\lambda \right),
\end{aligned} \tag{A.16}$$

donde por simplicidad omitimos el índice de spin en todos los w . Entonces,

$$\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{s_n} = \mathcal{H}_{\mu\alpha}^{s_n, V} + \mathcal{H}_{\mu\alpha}^{s_n, A} + \mathcal{H}_{\mu\alpha}^{s_n, VA}. \tag{A.17}$$

Es conveniente obtener una expresión explícita para cada componente de spin. Para este fin, empleamos valores explícitos para $w_{s_n} = (0, 0, 0, s_n)$. También empleamos las siguientes propiedades, $\epsilon_{\mu\alpha\gamma\lambda} w^\lambda = s_n \epsilon_{\mu\alpha\gamma z}$, y $w_\alpha = g_{\alpha\beta} w^\beta =$

$s_n g_{\alpha z}$, con $s_n = +1(-1)$ para spin up (down). El término con spin up,

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{+,V} &= 2C_V^2 \left((p_{n'\mu} p_{n\alpha} + p_{n'\alpha} p_{n\mu} - g_{\mu\alpha} (p_{n'} \cdot p_n) + m_N^2 g_{\mu\alpha}) \right. \\
&\quad \left. + im_N (\epsilon_{\mu\alpha 3\lambda} p_n^\lambda - \epsilon_{\mu\alpha 3\gamma} p_{n'}^\gamma) \right), \\
\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{+,A} &= 2C_A^2 \left((p_{n'\mu} p_{n\alpha} + p_{n'\alpha} p_{n\mu} - g_{\mu\alpha} (p_{n'} \cdot p_n) - g_{\mu\alpha} m_N^2) \right. \\
&\quad \left. - im_N (\epsilon_{\mu\alpha 3\lambda} p_{n'}^\lambda + \epsilon_{\mu\alpha 3\gamma} p_n^\gamma) \right), \\
\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{+,VA} &= 4C_V C_A \left(-m_N (p_{n'\mu} g_{3\alpha} + p_{n'\alpha} g_{3\mu} + g_{\mu\alpha} p_{n'}^3) - i\epsilon_{\mu\alpha\gamma\lambda} p_{n'}^\gamma p_n^\lambda \right),
\end{aligned} \tag{A.18}$$

mientras los términos de spin down son,

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{-,V} &= 2C_V^2 \left((p_{n'\mu} p_{n\alpha} + p_{n'\alpha} p_{n\mu} - g_{\mu\alpha} (p_{n'} \cdot p_n) + m_N^2 g_{\mu\alpha}) \right. \\
&\quad \left. - im_N (\epsilon_{\mu\alpha 3\lambda} p_n^\lambda - \epsilon_{\mu\alpha 3\gamma} p_{n'}^\gamma) \right), \\
\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{-,A} &= 2C_A^2 \left((p_{n'\mu} p_{n\alpha} + p_{n'\alpha} p_{n\mu} - g_{\mu\alpha} (p_{n'} \cdot p_n) - g_{\mu\alpha} m_N^2) \right. \\
&\quad \left. + im_N (\epsilon_{\mu\alpha 3\lambda} p_{n'}^\lambda + \epsilon_{\mu\alpha 3\gamma} p_n^\gamma) \right), \\
\mathcal{H}_{\mu\alpha}^{-,VA} &= 4C_V C_A \left(m_N (p_{n'\mu} g_{3\alpha} + p_{n'\alpha} g_{3\mu} + g_{\mu\alpha} p_{n'}^3) - i\epsilon_{\mu\alpha\gamma\lambda} p_{n'}^\gamma p_n^\lambda \right).
\end{aligned} \tag{A.19}$$

1.3. La evaluación de $\langle | \mathcal{M}_{\nu'n',\nu n} |^2 \rangle$

Finalmente, construimos $| \mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^\pm |^2$. Reemplazando las ecuaciones de este apéndice, A.9, A.18 y A.19, en la ecuación A.3, tenemos,

$$\begin{aligned}
| \mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^+ |^2 &= 4G_\beta^2 (p_{\nu'}^\mu p_\nu^\alpha + p_\nu^\mu p_{\nu'}^\alpha - g^{\mu\alpha} (p_{\nu'} \cdot p_\nu) - i\epsilon^{\mu\alpha\gamma\rho} p_{\nu'}^\gamma p_{\nu\rho}) \\
&\times \left(2(C_V^2 + C_A^2) (p_{n'\mu} p_{n\alpha} + p_{n'\alpha} p_{n\mu} - g_{\mu\alpha} (p_{n'} \cdot p_n)) \right. \\
&+ 2(C_V^2 - C_A^2) m_N^2 g_{\mu\alpha} + 2(C_V^2 - C_A^2) i m_N \epsilon_{\mu\alpha 3\theta} p_n^\theta \\
&- 2m_N i (C_V^2 + C_A^2) \epsilon_{\mu\alpha 3\lambda} p_{n'}^\lambda \\
&\left. - 4C_V C_A (m_N (p_{n'\mu} g_{3\alpha} + p_{n'\alpha} g_{3\mu} + g_{\alpha\mu} p_{n'}^3) + i\epsilon_{\mu\alpha\lambda\theta} p_{n'}^\lambda p_n^\theta) \right), \\
| \mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^- |^2 &= 4G_\beta^2 (p_{\nu'}^\mu p_\nu^\alpha + p_\nu^\mu p_{\nu'}^\alpha - g^{\mu\alpha} (p_{\nu'} \cdot p_\nu) - i\epsilon^{\mu\alpha\gamma\rho} p_{\nu'}^\gamma p_{\nu\rho}) \\
&\times \left(2(C_V^2 + C_A^2) (p_{n'\mu} p_{n\alpha} + p_{n'\alpha} p_{n\mu} - g_{\mu\alpha} (p_{n'} \cdot p_n)) \right. \\
&+ 2(C_V^2 - C_A^2) m_N^2 g_{\mu\alpha} - 2(C_V^2 - C_A^2) i m_N \epsilon_{\mu\alpha 3\theta} p_n^\theta \\
&+ 2m_N i (C_V^2 + C_A^2) \epsilon_{\mu\alpha 3\lambda} p_{n'}^\lambda \\
&\left. + 4C_V C_A (m_N (p_{n'\mu} g_{3\alpha} + p_{n'\alpha} g_{3\mu} + g_{\alpha\mu} p_{n'}^3) - i\epsilon_{\mu\alpha\lambda\theta} p_{n'}^\lambda p_n^\theta) \right).
\end{aligned} \tag{A.20}$$

El paso final es realizado haciendo todas las contracciones y tomar el límite no relativista a estas expresiones. Hacemos esto en dos pasos, en primer lugar tomamos el neutrón en reposo para ambos estados inicial y final. Usando esta aproximación junto con la propiedad, $\epsilon^{\xi\phi\gamma\nu} \epsilon_{\lambda\rho\gamma\nu} = -2 \left(\delta_\lambda^\xi \delta_\rho^\phi - \delta_\rho^\xi \delta_\lambda^\phi \right)$, obtenemos,

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^+|^2 &= 16G_\beta^2 \left((C_V^2 + C_A^2) ((p_{n'} \cdot p_{\nu'}) (p_n \cdot p_\nu) + (p_{n'} \cdot p_\nu) (p_n \cdot p_{\nu'})) \right. \\
&\quad - (C_V^2 - C_A^2) m_N^2 (p_\nu \cdot p_{\nu'}) + C_V^2 m_N (p_{\nu'}^3 (p_\nu \cdot (p_n - p_{n'})) \\
&\quad + p_\nu^3 (p_{\nu'} \cdot (p_{n'} - p_n))) + C_A^2 m_N (p_{\nu'}^3 (p_{\nu'} \cdot (p_n + p_{n'})) \\
&\quad \left. - p_{\nu'}^3 (p_\nu \cdot (p_n + p_{n'}))) + 2C_V C_A m_N ((p_{\nu'} \cdot p_{n'}) p_\nu^3 + (p_\nu \cdot p_{n'}) p_{\nu'}^3) \right)
\end{aligned} \tag{A.21}$$

y

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^-|^2 &= 16G_\beta^2 \left((C_V^2 + C_A^2) ((p_{n'} \cdot p_{\nu'}) (p_n \cdot p_\nu) + (p_{n'} \cdot p_\nu) (p_n \cdot p_{\nu'})) \right. \\
&\quad - (C_V^2 - C_A^2) m_N^2 (p_\nu \cdot p_{\nu'}) - C_V^2 m_N (p_{\nu'}^3 (p_\nu \cdot (p_n - p_{n'})) \\
&\quad + p_\nu^3 (p_{\nu'} \cdot (p_{n'} - p_n))) - C_A^2 m_N (p_{\nu'}^3 (p_{\nu'} \cdot (p_n + p_{n'})) \\
&\quad \left. - p_{\nu'}^3 (p_\nu \cdot (p_n + p_{n'}))) - 2C_V C_A m_N ((p_{\nu'} \cdot p_{n'}) p_\nu^3 + (p_\nu \cdot p_{n'}) p_{\nu'}^3) \right).
\end{aligned} \tag{A.22}$$

Eligiendo el eje z a lo largo de la dirección del campo magnético, el límite no

relativista puede ser obtenido usando las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
(p_n \cdot p_{n'}) &\cong m_N^2 \\
(p_n \cdot p_\nu) &\cong m_N E_\nu \\
(p_n \cdot p_{\nu'}) &\cong m_N E_{\nu'} \\
(p_\nu \cdot p_{n'}) &\cong m_N E_\nu \\
(p_{\nu'} \cdot p_{n'}) &\cong m_N E_{\nu'} \\
(p_\nu \cdot p_{\nu'}) &= E_\nu E_{\nu'} (1 - \cos \theta_{\nu\nu'}) \\
p_\nu^3 &= E_\nu \cos \theta_\nu \\
p_{\nu'}^3 &= E_{\nu'} \cos \theta_{\nu'} , \tag{A.23}
\end{aligned}$$

donde θ_ν ($\theta_{\nu'}$) es el ángulo entre el neutrino incidente (saliente) con el campo magnético y $\theta_{\nu\nu'}$ es el ángulo entre la dirección del neutrino incidente y el saliente. La geometría del proceso de dispersión es mostrada en la figura 3.1. El límite no relativista de esta ecuación está dado en la ecuación 3.10 y 3.11, en el texto principal.

Apéndice B

Sección eficaz total para la dispersión del neutrino para un sistema parcialmente polarizado

Derivamos una expresión explícita para la sección eficaz en la dispersión entre un neutrino y un neutrón en materia neutrónica parcialmente polarizada. Evaluamos el promedio de spin de todo el sistema $\langle \hat{S}_z \rangle_{Sistema}$, que simplemente es,

$$\langle \hat{S}_z \rangle_{Sistema} = \left(\frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \right) \frac{\hbar}{2}, \quad (B.1)$$

donde N_+ y N_- son respectivamente, el número de neutrones con spin up y down, y \hat{S}_z es la proyección del operador de spin ($\hat{S}_z |\pm\rangle = \pm(\hbar/2) |\pm\rangle$). Escribiendo ahora $N_{\pm} = V\rho_{\pm}$, con V como volúmen del sistema, y usando la definición de la asimetría de spin A dada en la ecuación 2.4, en el texto principal. Es fácil ver que,

$$\langle \hat{S}_z \rangle_{Sistema} = A \frac{\hbar}{2}. \quad (B.2)$$

Recordamos que A es obtenido de la minimización del potencial termodinámico por unidad de volúmen definido en la ecuación 2.1.

Asumimos que el sistema es hecho de una colección de neutrones, cada uno de ellos es construido a partir de la mezcla de los estados de spin up y down. La mezcla general de la función de onda de spin para cada neutrón es simplemente,

$$|\chi_n\rangle = \alpha |+\rangle + \beta |-\rangle. \quad (\text{B.3})$$

Dado $\langle \hat{S}_z \rangle_{\chi_n}$ es el valor medio del spin del sistema de neutrones, conocemos que esta cantidad esta relacionada con el valor medio de un neutrón individual, dado por, $\langle \hat{S}_z \rangle_{\chi_n} = \langle \chi_n | \hat{S}_z | \chi_n \rangle$. Tenemos

$$\langle \hat{S}_z \rangle_{\chi_n} = (|\alpha|^2 - |\beta|^2) \frac{\hbar}{2}. \quad (\text{B.4})$$

El próximo paso, es tomar como hipótesis que $\langle \hat{S}_z \rangle_{\chi_n} = \langle \hat{S}_z \rangle_{\text{Sistema}}$. De este modo, escribimos,

$$\begin{aligned} |\alpha|^2 - |\beta|^2 &= A, \\ |\alpha|^2 + |\beta|^2 &= 1, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

la segunda ecuación refleja la condición de normalización de la función de onda $|\chi_n\rangle$. De aquí es fácil obtener,

$$|\alpha|^2 = \frac{1+A}{2}, \quad |\beta|^2 = \frac{1-A}{2}. \quad (\text{B.6})$$

Dos funciones de onda independiente son obtenidas,

$$|\chi_n\rangle_1 = \sqrt{\frac{1+A}{2}} |+\rangle + \sqrt{\frac{1-A}{2}} |-\rangle, \quad (\text{B.7})$$

$$|\chi_n\rangle_2 = \sqrt{\frac{1+A}{2}} |+\rangle - \sqrt{\frac{1-A}{2}} |-\rangle. \quad (\text{B.8})$$

Estas funciones de onda tienen el mismo valor medio de spin, $\langle \hat{S}_z \rangle_{\text{Sistema}}$. Pero ellas no son ortogonales, a menos que $|\alpha| = |\beta| = 1/\sqrt{2}$. Para $|\alpha| \neq |\beta|$, es sencillo obtener la pareja ortogonal para cada una de estas funciones de onda, pero para su compañero ortogonal, no sigue teniendo como valor medio $\langle \hat{S}_z \rangle_{\text{Sistema}}$.

Discutimos el efecto de estos resultados en nuestra evaluación de la dispersión de la sección eficaz total neutrino-neutrón. Por conveniencia, comenzamos con el caso no polarizado ($A = 0$). En la subsección 3.1.1, nuestro resultado para $\langle |\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}|^2 \rangle$ está dado en la ecuación 3.12, donde el promedio sobre los estados iniciales es realizado con $|+\rangle$ y $|-\rangle$, teniendo cada estado el mismo peso. A medida que uno emplea un conjunto ortonormal completo de estado, la elección de estados es arbitraria. Si nosotros consideramos los siguientes estados (en lugar de $|+\rangle$ y $|-\rangle$),

$$\begin{aligned} |\chi_{n(A=0)}\rangle_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle), \\ |\chi_{n(A=0)}\rangle_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle), \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

los cuales son obtenidos de la ecuación B.7 y B.8 haciendo $A = 0$, luego obtenemos el mismo resultado como en la ecuación 3.12.

Este último punto es algo sutil y es importante hacer una explicación detallada para evitar confusión. Evaluamos $\langle |\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}|^2 \rangle$ usando una función

de onda de spin para una partícula independiente (luego el promedio no es necesario), esta función de onda arroja un correcto valor medio de spin. Para hacer esto, empleando la ecuación 3.8 y elegimos $|\chi_{n(A=0)}\rangle_1$ como el estado de spin del neutrón inicial. El tensor hadrónico representa el cuadrado de la amplitud de transición. En primer lugar, $H_{\mu\alpha}^+$ ($H_{\mu\alpha}^-$) proyecta $|\chi_{n(A=0)}\rangle_1$ en sus componentes up (down), la cual es $|+\rangle/\sqrt{2}$ ($|-\rangle/\sqrt{2}$) y luego cada contribución es elevada al cuadrado, dando un factor común $1/2$ para ambas configuraciones spin up y spin down. El resultado final es el de la ecuación 3.12, pero el procedimiento ha sido diferente. En la sección 3.1.1, promediamos el resultado en $\langle |\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}|^2 \rangle$ para dos diferentes estados, $|+\rangle$ y $|-\rangle$. En este caso, empleamos un estado individual cuyo valor medio de spin es cero. Nosotros repetimos el procedimiento con $|\chi_{n(A=0)}\rangle_2$, teniendo el mismo resultado, debido a que la fase relativa no influye en este problema. El promedio de dos cantidades idénticas es la misma cantidad. Note también que estamos usando funciones con spin no relativista. Esto es a causa de que nuestro punto de partida es no relativista. Teniendo en mente que nuestro resultado es no relativista, consideramos razonable la aproximación. Finalmente consideramos un caso polarizado ($A \neq 0$). Tenemos dos estados independientes $|\chi_n\rangle_1$ y $|\chi_n\rangle_2$ los cuales cumplen los requerimientos para el valor medio correcto del proceso físico considerado en este trabajo, tenemos la libertad de elegir entre uno o el otro. Sin embargo, tenemos $|\chi_n\rangle_1$ ó $|\chi_n\rangle_2$, y descartamos el compañero ortogonal en la evaluación de $\langle |\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}|^2 \rangle$ debido al valor medio del spin, el cual es diferente a $\langle \hat{S}_z \rangle_{Sistema}$.

De estas condiciones, concluimos que $|\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^+|^2$ debe ser pesado con un factor $|\alpha|^2$ y $|\mathcal{M}_{\nu'n',\nu n}^-|^2$ con un factor $|\beta|^2$. La sección eficaz total debe

ser leída luego,

$$\frac{\sigma(p_\nu)}{V} = \left(\frac{1+A}{2}\right) \frac{\sigma^+(p_\nu)}{V} + \left(\frac{1-A}{2}\right) \frac{\sigma^-(p_\nu)}{V}. \quad (\text{B.10})$$

De aquí es fácil encontrar el camino libre medio de neutrinos, el cual está dado en ecuaciones 3.19.

Apéndice C

Funciones de onda y sumas sobre el espacio de fase

Daremos una breve discusión de las funciones de onda de los electrones, protones, neutrones y neutrinos. Empleamos coordenadas cilíndricas (ϱ, ϕ, z) . También mostramos la energía de partícula independiente y la expresión explícita de $\int d\Pi_j$ (la suma sobre los estados para la partícula j). Todas las funciones de onda de las partículas están normalizadas en un volumen $V = L\mathcal{A}$, donde L es la longitud a lo largo del eje z y \mathcal{A} es el área en el plano (ϱ, ϕ) . Esto es hecho por conveniencia y nuestro resultado final para el camino libre es independiente de V . Todas las partículas están en un campo magnético constante, $\vec{B} = B\hat{z}$. Discutimos para cada partícula el efecto de este campo.

3.1. El electrón

En primer lugar consideramos la solución de la ecuación de Dirac para un electrón en un campo magnético constante B , en la dirección z . Esta función

de onda se deriva detalladamente en [51]. Nuestra notación es similar a la de [28]. Reproducimos los resultados y brevemente los discutimos. La función de onda del electrón es,

$$\Psi_e(\rho, \phi, z, t) = L^{-1/2} e^{i(p_{e,z}z - E_e t)} \left(\frac{eB}{2\pi} \right)^{1/2} e^{i(N_e - R_e)\phi} U_e(\varrho, \phi), \quad (\text{C.1})$$

la energía está dada por,

$$E_e = (m_e^2 + 2eBN_e + p_{e,z}^2)^{1/2}, \quad (\text{C.2})$$

donde $N_e = 0, 1, 2, \dots, N_{e,max}$ es el índice del nivel de Landau para la energía (el valor de $N_{e,max}$ es discutido en el próximo apéndice), $p_{e,z}$ es la componente z del momento y para el spinor $U_e(\varrho, \phi)$ tenemos,

$$U_e(\varrho, \phi) = \begin{pmatrix} C_1 I_{N_e-1, R_e}(\xi) e^{-i\phi} \\ iC_2 I_{N_e, R_e}(\xi) \\ C_3 I_{N_e-1, R_e}(\xi) e^{-i\phi} \\ iC_4 I_{N_e, R_e}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (\text{C.3})$$

con $C_1 = \alpha_+ A_+$, $C_2 = \sigma_e \alpha_- A_+$, $C_3 = \sigma_e \alpha_+ A_-$ y $C_4 = \alpha_- A_-$, donde,

$$\begin{aligned} \alpha_{\pm} &= \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 \pm \sigma_e \frac{p_{e,z}}{|\Lambda|} \right)}, \\ A_{\pm} &= \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{m_e}{E_e} \right)}, \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

con $|\Lambda| = (p_{e,z}^2 + 2eBN_e)^{1/2}$ y σ_e es la proyección de spin la cual es discutida en breve. La función $I_{N_e, R_e}(\xi)$ está dado por,

$$I_{N_e, R_e}(\xi) = \left(\frac{R_e!}{N_e!} \right)^{1/2} e^{-\xi/2} \xi^{(N_e - R_e)/2} \mathcal{L}_{R_e}^{N_e - R_e}(\xi), \quad (\text{C.5})$$

con $\xi = eB \varrho^2/2$, y para la definición del polinomio de Laguerre \mathcal{L}_j^i , que hemos adoptado de [60]. La cantidad R_e es llamada número cuántico radial con valores $R_e = 0, 1, 2, \dots, R_{e, max}$. El valor máximo de $R_{e, max}$ es discutido en esta sección.

El estado de una onda plana en la dirección z , es $e^{ip_{e,z}z}$ y está limitado por una longitud L . Con la contribución periódica $e^{ip_{e,z}z} = e^{ip_{e,z}(z+L)}$. Más explícitamente $e^{ip_{e,z}L} = 1 = \cos(p_{e,z}L) + i\text{sen}(p_{e,z}L)$, sin embargo los números de onda permitidos son,

$$p_{e,z} = \frac{2\pi n_z}{L}, \quad n_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{C.6})$$

Tenemos el límite continuo para $p_{e,z}$, donde la suma discreta sobre n_z es reemplazada por una integral por medio de la ecuación C.6:

$$\sum_{n_z=-\infty}^{\infty} \rightarrow \frac{L}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp_{e,z}. \quad (\text{C.7})$$

La función de onda del electrón es caracterizada por cuatro números que corresponden a: (i) el Hamiltoniano (número cuántico N_e), (ii) el operador de la proyección del momento en la dirección del campo magnético $\hat{p}_{e,z}$ (número cuántico n_z), (iii) la proyección del momento angular en la dirección del campo magnético \hat{J}_z (número cuántico $l = N_e - R_e$) y (iv) la polarización longitudinal $\sigma \cdot \mathbf{P}$, donde $\mathbf{P} = i\nabla + e\mathbf{A}$, siendo \mathbf{A} el potencial vector (número

cuántico $\sigma_e = \pm 1$).

En lugar de trabajar con el número cuántico azimutal l , nosotros empleamos el número cuántico R_e . Note que $l = N_e - R_e$ es un entero: esto es porque en la ecuación C.3 un factor $e^{-i\phi/2}$ ha sido absorbido por el 4-vector. El número cuántico R_e admite una interpretación geométrica, la cual nosotros no discutimos. Referimos al lector a [51] para esta discusión. De la ecuación C.2, la energía no depende del número cuántico R_e que significa que los niveles de energía son degenerados. El grado de degeneración es dado por el valor máximo de este número cuántico, $R_{e,max}$.

El grado de degeneración cuántica de la función de onda en la ecuación C.1, es independiente del sistema de coordenadas usado. La derivación de $R_{e,max}$ dada por Landau y Lifshitz [57], es desarrollada en coordenadas Cartesianas. En este punto hablamos de la trayectoria clásica de un electrón en un campo magnético constante, la cual es dada por una hélice circular cuyo eje es paralelo a la dirección z (ver por instancia la figura 1 en el complemento E_{VI} en [58]). En el problema cuántico, los estados están degenerados con respecto a $p_{e,x}$, que es la componente x del momento lineal. Conocemos la coordenada y del centro del círculo en el plano xy , dada por $y_0 = -p_{e,x}/eB$, la cual debe cubrir un área \mathcal{A} , que es, $0 \leq y_0 \leq L_y$. Usando la ecuación C.6 pero por el eje x , tenemos $n_x = L_x p_{e,x}/2\pi$. Finalmente $R_{e,max} = n_{x,max} = eBL_x L_y/2\pi$ o $R_{e,max} = eBA/2\pi$. En un volúmen no finito V , el grado de degeneración debe ser infinito.

Nos enfocamos en el estado base ($N_e = 0$). Debido a que la función I_{-1,R_e} no está bien definida, solamente la proyección del spin $\sigma_{e0} = -sgn(p_{e,z})$ es permitida (en este caso de la ecuación A.4, el coeficiente $\alpha_+ = 0$). Aquí el estado base tiene spin opuesto al campo magnético [55]. Finalmente, consi-

deramos la suma sobre los estados $\int d\Pi_e$. La suma es hecha sobre todos los número cuánticos (discretos y continuos). Tenemos,

$$\int d\Pi_e = \sum_{N_e=0}^{N_e, max} \sum_{\sigma_e=\pm 1} c(N_e, \sigma_e) \sum_{R_e=0}^{R_e, max} \frac{L}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp_{e,z}, \quad (C.8)$$

la función $c(N_e, \sigma_e) = 1 - \delta_{N_e,0} \delta_{\sigma_e, -\sigma_{e0}}$, con $\sigma_{e0} = -sgn(p_{e,z})$. Esta función es igual a uno, excepto para valores nulos cuando $N_e = 0$ y $\sigma_e = -\sigma_{e0}$. Esto es necesario a causa de la discusión dada en último párrafo, en el próximo apéndice discutiremos los valores para $N_{e,max}$.

3.2. El protón

Empleamos una función no-relativista, de una partícula cargada con spin 1/2, el protón también tiene niveles de Landau. Pero es un error tomar la función de onda para el electrón, cambiando la carga y la masa, y tomar el límite no relativista. Para el caso del electrón, uno puede disponer de los spinores cuya energía depende solamente de N_e . El momento magnético anómalo del protón no permite este procedimiento. Tenemos el cálculo no relativista de la función de onda del protón en un campo magnético constante y obtenemos el mismo resultado que en [28]:

$$\Psi_p(\varrho, \phi, z, t) = L^{-1/2} e^{i(p_p, z z - E_p t)} \left(\frac{eB}{2\pi} \right)^{1/2} e^{i(R_p - N_p)\phi} U_p(\varrho), \quad (C.9)$$

donde,

$$U_p(\varrho) = \begin{pmatrix} \delta_{s_p,+1} I_{R_p,N_p}(\xi) \\ \delta_{s_p,-1} I_{R_p,N_p}(\xi) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{C.10})$$

La expresión no relativista para la energía del protón es,

$$E_p = m_p + \frac{p_{p,z}^2}{2m_p} + \frac{eB}{m_p} \left(N_p + \frac{1}{2} \right) - s_p \mu_{Bp} B, \quad (\text{C.11})$$

donde $\mu_{Bp} = 2,793\mu_N$ y $N_p = 0, 1, 2, \dots, N_{p,max}$, es el nivel de Landau para el protón y su valor máximo $N_{p,max}$ está discutido en el apéndice D. El significado de $I_{R_p,N_p}(\xi)$, ξ y R_p es el mismo que para el electrón. En particular $R_p = 0, 1, 2, \dots, R_{p,max}$, con $R_{p,max} = R_{e,max}$.

Para la suma de los estados del protón tenemos,

$$\int d\Pi_p = \sum_{N_p=0}^{N_{p,max}} \sum_{R_p=0}^{R_{p,max}} \sum_{s_p=\pm 1} \frac{L}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp_{p,z}, \quad (\text{C.12})$$

al igual que para el electrón, discutimos en el apéndice D el valor de $N_{p,max}$.

3.3. El neutrón

Nosotros empleamos una función de onda no relativista para el neutrón. Recordando que tenemos materia puramente neutrónica para la reacción $\nu + n \rightarrow e^- + p$, en un campo magnético fuerte. Los neutrones están parcialmente polarizados y esta información está contenida en la función de onda del

neutrón. En materia no polarizada, uno puede hacer un promedio sobre las contribuciones up y down de spin, $|u\rangle$ y $|d\rangle$, respectivamente. Para materia polarizada, nosotros empleamos un función de onda con ambos estados de spin $|\chi_n\rangle$ (para más detalles ver el apéndice B),

$$|\chi_n\rangle = \sqrt{\frac{1+A}{2}} |u\rangle + \sqrt{\frac{1-A}{2}} |d\rangle, \quad (\text{C.13})$$

Donde A es la asimetría de spin como está definida en la ecuación (2.4). El valor medio del operador de proyección de spin \hat{S}_z , usando esta función de onda es,

$$\langle \chi_n | \hat{S}_z | \chi_n \rangle = A \frac{\hbar}{2}, \quad (\text{C.14})$$

que es igual al valor medio del operador de proyección de spin para todo el sistema, como lo requiere el valor medio para una función de onda con estados mixtos [58]. En lo que sigue, nosotros empleamos la función de onda del neutrón dependiente del spin en la ecuación (C.13), para la evaluación de la sección eficaz:

$$\Psi_n(\rho, \phi, z, t) = (V)^{-1/2} e^{i(\vec{p}_n \cdot \vec{r} - E_n t)} U_n, \quad (\text{C.15})$$

donde,

$$U_n = \sqrt{\frac{1+A}{2}} \delta_{s_n, +1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \sqrt{\frac{1-A}{2}} \delta_{s_n, -1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{C.16})$$

La inclusión de $\delta_{s_n,+1}$ y $\delta_{s_n,-1}$ es realizada por conveniencia. Nosotros repetimos la expresión para la energía de la ecuación (2.5):

$$E_n = m_n + \frac{p_n^2}{2m_{s_n}^*} - s_n \mu_{Bn} B + \frac{v_{s_n}}{8}.$$

Finalmente, para el neutrón, tenemos,

$$\int d\Pi_n = \sum_{s_n=\pm 1} \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3 p_n. \quad (\text{C.17})$$

3.4. El neutrino

Consideramos neutrinos sin masa que son izquierdos (o polarizados). En este caso, el neutrino tiene momento $|\vec{p}_\nu|$, su energía es $|\vec{p}_\nu|$ y la función de onda está dado por,

$$\Psi_\nu(\varrho, \phi, z, t) = V^{-1/2} e^{i(\vec{p}_\nu \cdot \vec{r} - |\vec{p}_\nu| t)} U_\nu(\theta_\nu), \quad (\text{C.18})$$

donde,

$$U_\nu(\theta_\nu) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\sqrt{1 - \cos(\theta_\nu)} \\ \sqrt{1 + \cos(\theta_\nu)} \\ \sqrt{1 - \cos(\theta_\nu)} \\ -\sqrt{1 + \cos(\theta_\nu)} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.19})$$

el ángulo θ_ν es el ángulo polar para \vec{p}_ν y tomamos $\phi_\nu = 0$ para el ángulo azimutal. Nosotros consideramos la energía del neutrino con una función de onda dada por la ecuación C.18, no es necesario sumar sobre los estados del neutrino.

Apéndice D

Estimación de $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$

En este apéndice explicamos a qué se debe que la suma sobre los números cuánticos N_p y N_e , se hace hasta un valor máximo finito. Esto es consecuencia de la conservación de la energía. Recordamos $E_i = E_\nu + E_n$ y $E_f = E_e + E_p$, son las energía iniciales y finales, respectivamente. Las energías de partícula independiente son positivas y para el beneficio del lector, las reescribimos aquí,

$$\begin{aligned} E_n &= m_n + \frac{p_n^2}{2m_{s_n}^*} - s_n \mu_{Bn} B + \frac{v_{s_n}}{8}, \\ E_\nu &= |\vec{p}_\nu|, \\ E_p &= m_p + \frac{p_{p,z}^2}{2m_p} + \frac{eB}{m_p} \left(N_p + \frac{1}{2}\right) - s_p \mu_{Bp} B, \\ E_e &= (m_e^2 + 2eBN_e + p_{e,z}^2)^{1/2}. \end{aligned}$$

El punto principal que determina los valores de $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$ es que el neutrón está en un medio denso. Las condiciones de equilibrio de las partículas en un medio denso limita la energía máxima. Esta información es contenida en las funciones $f_{s_n}(E_n, \mu_n, T)$ (ver Ecuación E.1). Para esclarecer este pun-

to, consideramos $T \rightarrow 0$ como límite y despreciamos la interacción entre los neutrones ($m_{s_n}^* \rightarrow m_n, v_{s_n} \rightarrow 0$). En ese caso, tenemos

$$\lim_{T \rightarrow 0} f_{s_n}(E_n, \mu_n, T) = \theta(\mu_n - E_n). \quad (\text{D.1})$$

La energía de Fermi es definida por la relación, $E_F(p_F) = \mu_n$, donde p_F es el momento de Fermi. El valor de μ_n es obtenido de la ecuación de estado. El valor máximo para la energía inicial es luego,

$$E_{i,max} = |\vec{p}_\nu| + m_n + \frac{p_F^2}{2m_n} + |\mu_{Bn}B|. \quad (\text{D.2})$$

El valor de $|\vec{p}_\nu|$ y B son valores de entrada en nuestro cálculo. Esto significa que el $E_{i,max}$ no puede tomar valores arbitrariamente grandes. La situación para un neutrón libre es diferente, ya que la energía cinética toma cualquier valor. Escribimos E_f ,

$$E_f = m_p + \frac{p_{p,z}^2}{2m_p} + \frac{eB}{m_p} \left(N_p + \frac{1}{2} \right) - s_p \mu_{Bp} B + (m_e^2 + 2eBN_e + p_{e,z}^2)^{1/2}. \quad (\text{D.3})$$

Aquí no hay un mar de Fermi para los protones ni para los electrones, nuestro modelo es de materia puramente neutrónica. Esto significa que ambos $|\vec{p}_{p,z}|$ y $|\vec{p}_{e,z}|$ pueden tomar valores en el rango $[0, \infty)$, pero la restricción $E_i = E_F$ limita el rango. Nos enfocamos en $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$. Para valores fijos de B , $p_{p,z}$ y $p_{e,z}$, E_f crece para el incremento de valores de N_p y N_e . Para evaluar $N_{p,max}$ ponemos $p_{p,z} = p_{e,z} = 0$ y $N_e = 0$. Resolviendo la ecuación $E_{i,max} =$

$E_f(p_{p,z} = 0, p_{e,z} = 0, N_e = 0)$, tenemos,

$$N_{p,max} = \frac{m_p}{eB} \left(\frac{p_F^2}{2m_n} + m_n - m_p - m_e + |\vec{p}_\nu| + |\mu_{B_n} B| + |\mu_{B_p} B| - \frac{eB}{2m_p} \right). \quad (D.4)$$

El mismo análisis puede ser hecho para $N_{e,max}$, colocando para ello $N_{p,max} = 0$.

Solamente cuando $T = 0$, podemos mostrar una expresión analítica para $N_{p,max}$ (o $N_{e,max}$). La razón de esto es porque $f_{s_n}(E_n, \mu_n, T)$ como una función de p_n , no tiene un valor finito de p_n para el cual la función es cero. Notemos que la temperatura cambia de forma continua, lo cual significa que para todos los propósitos prácticos el resultado de la ecuación D.4 mantiene la validez de $T \approx 0$, a pesar de que no tenemos la función escalón de D.1. Esto no significa que no podemos obtener valores para $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$. Estos valores se pueden obtener numéricamente: sumamos en $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$ hasta los valores donde el camino libre medio no cambie. Además, de la ecuación D.2 notamos que E_n depende también de $m_{s_n}^*$ y v_{s_n} que son funciones de la densidad y la temperatura. En el Capítulo 4, indicamos valores para $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$, en el sentido de que para este número cuántico, el camino libre medio no cambia.

Alternativamente, uno emplea un criterio numérico para obtener $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$ para $T \neq 0$. Por ejemplo, proponemos la condición,

$$\frac{f_{s_n}(E_n(p_n = 0), \mu_n, T)}{f_{s_n}(E_n(p_{n,max}), \mu_n, T)} = 10^{-10}. \quad (D.5)$$

Resolviendo esta ecuación para $p_{n,max}$, uno usa estos valores en lugar de p_F en la ecuación D.4 y obtenemos $N_{p,max}$. Se pueden implementar las modifica-

ciones para incluir $m_{s_n}^*$ y v_{s_n} , y desarrollar una ecuación análoga para $N_{e,max}$. El factor 10^{-10} es arbitrario y uno debe cambiar este factor hasta que el camino libre medio permanezca inalterable. En práctica, para $T = 5\text{MeV}$ los resultados (para $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$) están cercanos a aquellos para $T = 0$, mientras para $T = 30\text{MeV}$ el incremento es dado por unas pocas unidades de estos números cuánticos.

Como punto final para este apéndice, hacemos una breve discusión sobre el comportamiento de $N_{p,max}$ y $N_{e,max}$. Podrían tomarse valores grandes para estos números e ignorar su cálculo, pues el código numérico sumaría “ceros”. Sin embargo, de este modo su evaluación afecta a la eficiencia del código numérico para evaluar el camino libre medio. Para discutir esto, mostramos un modelo simple. De E_p retenemos solamente la contribución N_p : $\Delta E_{N_p} = N_p eB/m_p$. Hacemos lo mismo para el electrón, $\Delta E_{N_e} = \sqrt{m_e^2 + 2eBN_e} - m_e$. Por definición $\Delta E_f = \Delta E_{N_p} + \Delta E_{N_e}$ y justamente damos un ejemplo, el máximo valor posible para esta energía a $\Delta E_{maxf} = 64\text{MeV}$. Consideramos dos casos: (i) $B = 10^{18}\text{G}$, tenemos $\Delta E_{N_p=10} = 63\text{MeV}$, pero $\Delta E_{N_e=1} = 108\text{MeV}$, lo cual significa que los niveles de Landau del electrón no contribuyen a la sección eficaz y tenemos que sumar en N_p desde 0 hasta 10. (ii) $B = 10^{17}\text{G}$, $\Delta E_{N_p=100} = 63\text{MeV}$ y en este caso, $\Delta E_{N_e=3} = 59\text{MeV}$. Luego, nosotros tenemos combinaciones entre los niveles de Landau del protón y el electrón: $N_p = 0, 1, 2, \dots, 100$ y $N_e = 0$; $N_p = 0$ y $N_e = 0, 1, 2, 3$; $N_p = 0, 1$ y $N_e = 0, 1$; etc. Debido a una pequeña masa del electrón, la brecha de energía es más grande para el electrón.

Apéndice E

Evaluación de la función de estructura

En este apéndice evaluamos la función de estructura para el proceso de absorción S_{s_p, s_n, N_p, N_e} . Presentamos una expresión general y al final del apéndice mostramos la expresión particular que requerimos en nuestro cálculo. Recordando la función de estructura en la ecuación 4.13,

$$\begin{aligned} S_{s_p, s_n, N_p, N_e} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_{n,z}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_{p,z}}{2\pi} (2\pi)^2 \delta(E_e + E_p - |p_\nu| - E_n) \\ &\times \delta(p_{e,z} + p_{p,z} - p_{\nu,z} - p_{n,z}) f_{s_n}(E_n, \mu_n, T) \\ &\times (1 - f_{s_p}(E_p, \mu_p, T)), \end{aligned} \tag{E.1}$$

donde $f_{s_i}(E_i, \mu_i, T)$ ha sido dado en la ecuación 2.3. La energía de partícula independiente E_i y el potencial químico μ_i deben ser obtenidos de un modelo particular para el medio, el cual en nuestro caso es el modelo de Skyrme (ver [32, 33] y las referencias ahí citadas). En el modelo de Skyrme, la energía de

partícula independiente de los nucleones en un campo magnético, se escribe como,

$$\begin{aligned} E_p &= m_p + \frac{p_{p,z}^2}{2m_{s_p}^*} + \frac{eB}{m_p} \left(N_p + \frac{1}{2} \right) - s_p \mu_{B_p} B + \frac{v_{s_p}}{8} \\ E_n &= m_n + \frac{p_n^2}{2m_{s_n}^*} - s_n \mu_{B_n} B + \frac{v_{s_n}}{8}, \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

donde μ_{B_p} y μ_{B_n} son los momentos magnéticos de protón y del neutrón, respectivamente. N_p indica los niveles de Landau. Las masas efectivas son $m_{s_p}^*$ y $m_{s_n}^*$, junto con los términos residuales v_{s_p} y v_{s_n} , dependen de la densidad del sistema y las expresiones explícitas se tomaron de [32, 33]. La función de estructura nos da información del espacio de fase accesible del protón.

Tomamos ambas energías, del electrón y del neutrino en el espacio libre (con un campo magnético), consideramos neutrinos sin masa que son izquierdos (o polarizados). La energía del electrón es tomada como,

$$E_e = (m_e^2 + 2eBN_e + p_{e,z}^2)^{1/2}. \quad (\text{E.3})$$

Notemos que debido al valor particular del momento magnético del electrón, tenemos expresiones que dependen solamente de N_e . Usamos la función δ para representar la conservación del momento en la ecuación E.1, para obtener,

$$\begin{aligned} S_{s_p, s_n, N_p, N_e} &= \int_{-\infty}^{\infty} dp_{n,z} \delta(E_e + E_p - |\vec{p}_\nu| - E_n) f_{s_n}(E_n, \mu_n, T) \\ &\times (1 - f_{s_p}(E_p, \mu_p, T)), \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

donde $p_{p,z} = p_{\nu,z} + p_{n,z} - p_{e,z}$. De la conservación de la energía y del impulso,

podemos escribir,

$$\begin{aligned}
q_0 &= |\vec{p}_\nu| - E_e \\
q_z &= p_{\nu,z} - p_{e,z} \\
p_{p,z} &= p_{n,z} + q_z.
\end{aligned} \tag{E.5}$$

Usando estas expresiones, reemplazamos la energía y la componente z del momento del electrón por q_0 y q_z . La integral en la ecuación E.4 puede ser resuelta, resolviendo la ecuación de conservación de la energía:

$$E_e + E_p - |\vec{p}_\nu| - E_n = 0, \tag{E.6}$$

el cual, en hecho es un polinomio de segundo orden en $p_{n,z}$. Después de algún álgebra, tenemos,

$$\alpha_n p_{n,z}^2 + \beta_n p_{n,z} + \gamma_n = 0, \tag{E.7}$$

donde,

$$\begin{aligned}
\alpha_n &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_{s_p}^*} - \frac{1}{m_{s_n}^*} \right) \\
\beta_n &= \frac{q_z}{m_{s_p}^*} \\
\gamma_n &= -\frac{p_{n,\perp}^2}{2m_{s_n}^*} + \frac{q_z^2}{2m_{s_p}^*} - m_n + m_p - q_0 + \frac{eB}{m_p} \left(N_p + \frac{1}{2} \right) - s_p \mu_{Bp} B \\
&\quad + s_n \mu_{Bn} B + \frac{1}{8} (v_{s_p} - v_{s_n}).
\end{aligned} \tag{E.8}$$

Tenemos que $p_{n,\perp} = \sqrt{p_{n,x}^2 + p_{n,y}^2}$. La energía-momento del neutrino y el electrón en la función de estructura en las cantidades externas q_0 y q_z . Esto significa que nuestra expresión para la función de estructura permanece válida,

también para un sistema denso construido con protones, neutrones, electrones y neutrinos. La conservación de la energía puede ser reescrita como,

$$\delta(E_p - E_n - q_0) = \frac{1}{(\beta_n^2 - 4\alpha_n^2 \gamma_n^2)^{1/2}} [\delta(p_{n,z} - p_{n,z}^+) + \delta(p_{n,z} - p_{n,z}^-)], \quad (\text{E.9})$$

donde $p_{n,z}^\pm$ son raíces de la ecuación E.7. Finalmente, la expresión para la función de estructura está dada por,

$$\begin{aligned} S_{s_p, s_n, N_p, N_e} &= \frac{1}{(\beta_n^2 - 4\alpha_n^2 \gamma_n^2)^{1/2}} [f_{s_n}(E_n, \mu_n, T) (1 - f_{s_p}(E_p, \mu_p, T))|_{p_{n,z}=p_{n,z}^+} \\ &+ f_{s_n}(E_n, \mu_n, T) (1 - f_{s_p}(E_p, \mu_p, T))|_{p_{n,z}=p_{n,z}^-}]. \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

En particular, en este trabajo consideramos materia puramente neutrónica. Sin embargo, en la ecuación E.2, E.8 y E.10, tenemos que reemplazar, $f_{s_p}(E_p, \mu_p, T) \rightarrow 1$, $m_{s_p} \rightarrow m_p$ y $v_{s_p} \rightarrow 0$, teniendo,

$$\begin{aligned} S_{s_p, s_n, N_p, N_e} &= \frac{1}{(\beta_n^2 - 4\alpha_n^2 \gamma_n^2)^{1/2}} [f_{s_n}(E_n, \mu_n, T)|_{p_{n,z}=p_{n,z}^+} \\ &+ f_{s_n}(E_n, \mu_n, T)|_{p_{n,z}=p_{n,z}^-}]. \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

Como mencionamos en el texto, empleamos una función de estructura la cual es una función de muchas variables. Por simplicidad, explícitamente mostramos solo variables discretas, pero también depende de q_0 , q_z , $p_{n,\perp}^2$, $m_{s_p}^*$, $m_{s_n}^*$, μ_p , μ_n , T y B .

Otro límite es cuando $m_{s_p}^* = m_{s_n}^* = m_N$. En este caso, tenemos $\alpha_n = 0$ y la ecuación E.7 se reduce a,

$$\beta_n p_{n,z} + \gamma_n = 0, \quad (\text{E.12})$$

que es $p_{n,z} = -\gamma_n/\beta_n$ y

$$\frac{1}{(\beta_n^2 - 4\alpha_n^2\gamma_n^2)^{1/2}} \rightarrow \frac{m_N}{|q_z|}, \quad (\text{E.13})$$

y la función de estructura es,

$$S_{s_p, s_n, N_p, N_e} = \frac{m_N}{|q_z|} f_{s_n}(E_n, \mu_n, T) (1 - f_{s_p}(E_p, \mu_p, T))|_{p_{n,z} = -\gamma_n/\beta_n}, \quad (\text{E.14})$$

la cual es la misma expresión en la ecuación E.3 en [28]. Finalmente comentamos en este apéndice, que debemos mencionar que para $\beta_n^2 - 4\alpha_n^2\gamma_n^2 = 0$ (o equivalentemente para $q_z = 0$ en la ecuación C.14), a este punto la función de estructura está indefinida. Esto es a causa de que la energía tiene doble polo ($p_{n,z}^+ = p_{n,z}^-$).

REFERENCIAS

- [1] P. Haensel, A.Y. Potekhin, y D.G. Yakovlev. Neutron Stars 1: Equation of State and Structure. Astrophysics and Space Science Library. Springer New York, 2006.
- [2] J. M. Lattimer, AIP Conf. Proc. **1645** (2015) no.1, 61-78.
- [3] D.T. Haar. Collected Papers of L.D. Landau. Elsevier Science, 2013.
- [4] D. G. Yakovlev, P. Haensel, G. Baym, y C. Pethick. Lev Landau and the concept of neutron stars. Physics Uspekhi, 56 (2013) 3:289-295.
- [5] J. Chadwick. Nature, 129 (1932)3252:312–312.
- [6] Baade W., Zwicky F., 1934a, Phys. Rev. 45, 138.
- [7] Baade W., Zwicky F., 1934b, Proc. National Acad. Sci. 20, 254–259.
- [8] Baade W., Zwicky F., 1934c, Phys. Rev. 46, 76–77.
- [9] R.C Tolman, Phys. Rev. 55 (1939) 364–373.
- [10] J.R. Oppenheimer, G.M. Volkoff Phys.Rev. 55 (1939) 374-381.
- [11] T. Gold. Nature, 218 (1968) 5143:731–732, .

- [12] S.L. Shapiro y S.A. Teukolsky. *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects*. Wiley, 2008.
- [13] V.S. Imshennik, D.K. Nadyozhin *Usp.Fiz.Nauk* 156 (1988) 561.
- [14] Pons J.A., Miralles J.A., Prakash M., Lattimer J.M., 2001, *Astrophys. J.* 553, 382–393.
- [15] Lipunov V.M., 1992, *Astrophysics of Neutron Stars* (Berlin: Springer).
- [16] Manchester R.N., Hobbs G.B., Teoh A., Hobbs M., 2005, *Astron. J.* 129, 1993–2006.
- [17] A. Reisenegger, arXiv:astro-ph/0307133, *Proceedings of the International Workshop on Strong Magnetic Fields and Neutron Stars*, La Habana, Cuba, April 7-12, 2003.
- [18] Reisenegger A., Prieto J.P., Benguria R., Lai D., Araya P.A., 2005, “Magnetic fields in neutron stars: A theoretical perspective,” in *Magnetic Fields in the Universe: From Laboratory and Stars to Primordial Structures*, edited by E.M. de Gouveia dal Pino, G. Lugones, & A. Lazarian, *AIP Conf. Proc.* 784, 263–273.
- [19] Ginzburg V.L., 1964, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 156, 43–46 [Engl. transl.: *Sov. Phys. Doklady* 9, 329–332].
- [20] Chandrasekhar S., Fermi E., 1953, *Astrophys. J.* 118, 116–141.
- [21] Lai D., Shapiro E.E., 1991, *Astrophys. J.* 383, 745–751.
- [22] Cardall C., Prakash M., Lattimer J.M., 2001, *Astrophys. J.* 554, 322–339.

- [23] Bocquet M., Bonazzola S., Gourgoulhon E., Novak J., 1995, *Astron. Astrophys.* 301, 757–775.
- [24] D. Lai, *Lect. Notes Phys.* **578** (2001), 424 [arXiv:astro-ph/0012049 [astro-ph]].
- [25] Lai, D., & Qian, Y.-Z. 1998a, *ApJ*, 495, L103 (erratum: 501, L155); Lai, D., & Qian, Y.-Z. 1998b, *ApJ*, 505, 844.
- [26] Duncan R.C., Thompson C., 1992, *Astrophys. J.* 392, L9–L13.
- [27] H. A. Bethe, *Rev. Mod. Phys.* **62** (1990) 801.
- [28] P. Arras and D. Lai, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 043001.
- [29] P. Arras and D. Lai, *The Astrophysical Journal*, 519 (1999), 2, 745–749.
- [30] J. Torres Patiño, E. Bauer and I. Vidaña, *Phys. Rev. C* **99** (2019) 045808.
- [31] E. Bauer y J. Torres Patiño, *Phys. Rev.* **C101** (2020) 065806.
- [32] R. Aguirre, E. Bauer and I. Vidaña, *Phys. Rev. C* **89** (2014) 035809.
- [33] R. Aguirre, *Phys. Rev. C* **83** (2011) 055804.
- [34] L. G. Cao, U. Lombardo, C. W. Shen, and N. V. Giai, *Phys. Rev. C* **73** (2006) 014313.
- [35] R. B. Wiringa, V. G. J. Stoks, and R. Schiavilla, *Phys. Rev. C* **51** (1995) 38.
- [36] B. S. Pudliner, V. R. Pandharipande, J. Carlson, and R. B. Wiringa, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 4396.

- [37] J. P. Jekeune, A. Lejeune, and C. Mahaux, *Phys. Rep.* **25**, 83 (1976).
- [38] H. Q. Song, M. Baldo, G. Giansiracusa, and U. Lombardo *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1584 (1998); *Phys. Lett. B* **411**, 273 (1999).
- [39] B. A. Loiseau Y. Nogami, and C. K. Ross, *Nucl. Phys. A* **165**, 601 (1971); **176**, 665 (E) (1971); P. Grangé, M. Martzolff, Y. NOgami, D. W. L. Sprung, and C. K. Ross, *Phys. Lett B* **60** 273 (1976).
- [40] M. Baldo and L. S. Ferreira *Phys. Rev. C* **59**, 682 (1999).
- [41] W. Greiner and J. Reinhard, *Field Quantization* (Springer–Verlag, 1996).
- [42] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics* (McGraw–Hill Book Company, 1964).
- [43] W. Greiner and B. Müller, *Gauge Theory of Weak Interactions* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009).
- [44] D. Chandra, A. Goyal, and K. Goswami, *Phys. Rev. D* **65** (2002) 053003.
- [45] S. Ando, *Phys. Rev. D* **68** (2003) 063002.
- [46] S. Reddy, *Ph. D. Thesis* (State University of New York at Stony Brook, August 1998).
- [47] J. Navarro, E. S. Hernández and D. Vautherin, *Phys. Rev. C* **60** (1999) 045801.
- [48] J. Margueron, I. Vidaña and I. Bombaci, *Phys. Rev. C* **68** (2003) 055806.
- [49] I. Vidaña and I. Bombaci, *Phys. Rev. C* **66** (2002) 045801.
- [50] C. J. Horowitz and G. Li, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 3694.

- [51] A. A. Sokolov and I. M. Ternov, *Synchotron Radiation*, Pergamon Press, Oxford, 1968.
- bibitemRe99 S. Reddy, M. Prakash, J. M. Lattimer and J. A. Pons, *Phys. Rev. C* **59** (1999) 2888.
- [52] D. A. Baiko and D. G. Yakovlev, *Astron. Astrophys.* **342** (1999) 192.
- [53] S. Shinkevich and A. Studenikin, *Pramana - J. Phys.* **65** (2005) 215.
- [54] T. Maruyama, N. Yasutake, Myung-Ki Cheoun, J. Hidaka, T. Kajino, G. J. Mathews, and Chung-Yeol Ryu, *Phys. Rev. D* **86** (2012) 123003.
- [55] D.J. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley y Sons (1987).
- [56] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles (Second Edition)* (Wiley-VCH, 2008).
- [57] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics, non-relativistic theory* (Pergamon Press, 1977).
- [58] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu and F. Laloë, *Quantum Mechanics* (Hermann and John Wiley & Sons, 1977).
- [59] R. Aguirre and E. Bauer, *J. Phys. G* **42** (2015) 105101.
- [60] *Handbook of Mathematical Functions*, edited by M. Abramowitz and I. A. Stegun (Dover, New York, 1972).
- [61] A. Hewish, S.J. Bell, J.D.H Pilkington, P.F. Scott, R.A. Collins. *Nature* 217 (1968) 709-713.

- [62] D. G. Yakovlev, A. D. Kaminker, O. Y. Gnedin and P. Haensel, Phys. Rep. **354** (2001) 1.
- [63] R. C. Duncan and C. Thompson, Astrophys. J. **392** (1992) L9.
- [64] S. Reddy, M. Prakash and J. M. Lattimer, Phys. Rev. D **58** (1998) 013009.