



ANÁLISIS COMPUTACIONAL DE FORMACIÓN DE HIELO EN PERFILES AERODINÁMICOS

Trabajo final

Autor: Farabello, Lucas Alejandro

Directora: Scarabino, Ana

Codirector: Bacchi, Federico

18/12/2019

Índice de temas

Introducción	4
Objetivos	4
Alcance	4
Formación de hielo en vuelo	5
Modelado del problema.....	10
Hipótesis realizadas.....	11
Modelo matemático de resolución.....	11
Fensap	11
Drop3D	13
Ice3D.....	13
Ensayos realizados	15
Construcción y validación de la malla	15
Resultados	18
NTR run 104.....	18
NTR run 622.....	19
NTR 627	28
Resultados sobre la simulación del perfil de la aeronave SAAB 340	34
Cambio de los coeficientes aerodinámicos.....	41
Conclusiones	42
Trabajos futuros	44
Bibliografía	45

Figura 1: Fuerzas actuantes y efectos del hielo	6
Figura 2: Formación de hielo claro (“glaze ice”) sobre rotor	7
Figura 3: Formación de hielo escarcha (“rime ice”)	8
Figura 4: Comparación de ambos tipos de hielo.....	8
Figura 5: Formación de hielo mixta.....	9
Figura 6: Capa de agua en la superficie del ala	14
Figura 7: Volumen de control túnel de viento	16
Figura 8: NTR run 104.....	18
Figura 9: Comparación de formación de hielo para diferentes intervalos de tiempo	19
Figura 10: Formación de hielo NTR Run 622	20
Figura 11: Formación de hielo NTR Run 622r	20
Figura 12: Formación de hielo NTR 622r2.....	21
Figura 13: Comparación de repeticiones experimentales NTR 622	21
Figura 14: Formación de hielo simulación 622	22
Figura 15: Aumento sobre formación de hielo simulación 622	22
Figura 16: Espesor de la capa de hielo simulación 622	23
Figura 17: Formación de hielo resultante simulación 622	23
Figura 18: Campo de presiones sobre la simulación 622.....	24
Figura 19: Campo de presiones sobre el borde de ataque simulación 622	25
Figura 20: Campo de velocidades simulación 622	26
Figura 21: Campo de velocidades sobre borde de ataque.....	27
Figura 22: Burbuja de recirculación superior	27
Figura 23: Burbuja de recirculación inferior.....	28
Figura 24: Formación de hielo NTR Run 627	29
Figura 25: Formación de hielo NTR Run 627r	29
Figura 26: Formación de hielo NTR Run 627r2	30
Figura 27: Formación de hielo simulación 627	30
Figura 28: Detalle de formación de hielo	31
Figura 29: Espesor de capa de hielo simulación 627	31
Figura 30: Visualización de simulación 627.....	32
Figura 31: Campo de presiones simulación 627.....	32
Figura 32: Campo de velocidades simulación 627	33
Figura 33: Burbuja de recirculación sobre extradós	34
Figura 34: Formación de hielo simulación SAAB 340	34
Figura 35: Formación de hielo sobre borde de ataque SAAB 340	35
Figura 36: Espesor de hielo SAAB 340.....	35
Figura 37: Capa de hielo sobre SAAB 340	36
Figura 38: Campo de presiones sobre SAAB 340	37
Figura 39: Campo de presiones sobre borde de ataque SAAB 340.....	38
Figura 40: Campo de velocidades sobre SAAB 340	39
Figura 41: Campo de velocidades borde de ataque SAAB 340	40
Figura 42: Burbuja de recirculación superior SAAB 340.....	40
Figura 43: Burbuja de recirculación inferior SAAB 340	41

Introducción

Un problema frecuente que deben afrontar las aeronaves es la formación de hielo en las alas, cuando vuelan a través de nubes de microgotas superenfriadas. La forma y tamaño de las zonas de hielo formadas en las alas dependen fundamentalmente de la velocidad de vuelo, temperatura, cantidad y tamaño de microgotas presentes en la atmósfera y el periodo de tiempo de vuelo en condiciones de formación de hielo.

Cada año se reportan accidentes de aviación, tanto militar como civil, y tanto privada como comercial, en los que se sospecha que la formación de hielo puede haber jugado un rol causal. Dos de los peores accidentes de aviación comercial de nuestro país (vuelo 2553 de Austral, 10 de octubre de 1997, Fray Bentos, y vuelo 5428 de Sol, 18 de mayo de 2011, Río Negro) pueden haber tenido su origen en la formación de hielo. Por las pérdidas humanas y económicas que estos incidentes conllevan, este problema ha sido investigado por fabricantes de aviones, autoridades responsables de certificación y distintos institutos y organismos.

El problema ha sido abordado por la NASA, mediante ensayos en túnel de viento especialmente adaptado para simular las condiciones de formación de hielo en alas, y ha sido implementado en forma numérica en distintos códigos, siendo uno de ellos ANSYS FENSAP-ICE, del que cuenta con licencias la UIDET Grupo Fluidodinámica Computacional – GFC.

Dentro de la bibliografía se puede encontrar el reporte de la NASA de los ensayos en túnel realizado, el informe realizado por la JIAAC sobre el caso estudiado, investigaciones previas y los manuales de uso de FENSAP-ICE.

En el presente trabajo final se realizará una investigación teórica y numérica sobre el proceso de formación de hielo y su efecto aerodinámico sobre perfiles.

Objetivos

Los objetivos del presente trabajo final son

- Estudiar en forma teórica el fenómeno de formación de hielo en perfiles aerodinámicos en vuelo y las ecuaciones que representan matemáticamente este efecto.
- Estudiar los métodos de resolución numérica de dichas ecuaciones, incluyendo las técnicas de actualización de geometría y remallado dinámico necesarias para una correcta representación del problema.
- Simular la formación de hielo sobre perfiles aerodinámicos, y analizar las pérdidas de performance de los mismos por este efecto.

Alcance

En este trabajo final se analizarán las ecuaciones que representan flujos de aire y gotas con cambio de fase y la adherencia y congelamiento de agua sobre superficies. A su vez, se realizará un análisis computacional sobre diferentes perfiles aerodinámicos.

Formación de hielo en vuelo

La formación de hielo sobre las diferentes superficies de una aeronave se produce debido a la presencia de agua superenfriada en las nubes, la cual se encuentra en forma de gotas de agua líquida por debajo de la temperatura de fusión (0°C), en condición inestable. Cuando estas gotas se impregnan en la aeronave, se generan núcleos de congelamiento, por lo que el agua se congela, lo cual genera un cambio de forma del perfil, que produce un aumento de la resistencia y pérdida de la capacidad de sustentación sobre las alas.

En el caso de las aeronaves comerciales, estas nubes pueden ser evitadas mientras se vuela en ruta, pero no pueden ser evitadas durante los despegues y aterrizajes. Para las aeronaves cuya altura de vuelo es menor a los 10000 metros, estas nubes no pueden ser evitadas volando por arriba de ellas. A pesar de ello, las aeronaves cuentan con sistemas de protección contra la formación de hielo, en donde existen dos conceptos básicos. El primer concepto de protección es el sistema antihielo, el cual se activa previo a la condición de formación de hielo, y mantiene calefaccionadas las zonas donde este se forma. La principal desventaja de este sistema es que resulta ineficaz en caso de ser encendido de manera tardía, no pudiendo evitar la formación de hielo. El segundo método es el de deshielo, en el cual se permite la formación de hielo durante un período de tiempo, para luego accionar el sistema que eliminará el hielo de las superficies donde se forma. Debido a que en el uso de este sistema se admite un congelamiento controlado, que responde a las capacidades del sistema de protección, se apreciarán ciertas pérdidas de las características aerodinámicas en las aeronaves que lo usen. Al igual que en los sistemas antihielo, en caso de que el sistema no se active dentro del rango aceptable de espesor de hielo, la protección no logrará eliminar el hielo formado.

Debido al funcionamiento de ambos sistemas, las simulaciones, al igual que los experimentos en túnel realizados por la NASA, fueron realizadas en exposiciones de 6 minutos (tiempo aproximado de formación de hielo previo al accionamiento de los sistemas deshielo), hasta 22 minutos (tiempo de exposición normal a condiciones de formación de hielo), evaluando tanto condiciones normales de funcionamiento, como condiciones en donde los sistemas de protección no son activados o poseen fallas.

Las fuerzas básicas que dominan el vuelo de una aeronave son la sustentación, el peso, el empuje y la resistencia. De las cuatro fuerzas, el empuje y la sustentación son las dos que favorecen el vuelo, mientras que las otras dos son las que se contraponen al mismo.

La presencia de hielo afecta a las cuatro fuerzas, disminuyendo el empuje del motor y la sustentación de las alas, aumentando el peso y la resistencia, como se puede observar en la Figura 1.

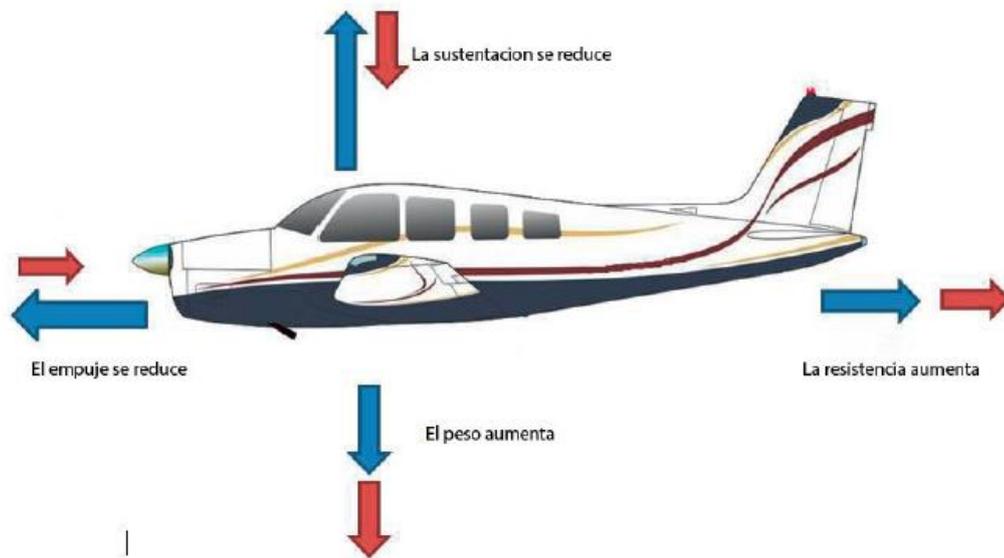


Figura 1: Fuerzas actuantes y efectos del hielo

El hielo que se forma sobre las aeronaves se puede dividir en dos grandes grupos característicos, distinguidos principalmente por su color y estructura.

El primer grupo es el hielo denominado claro ("glaze ice"), cuya principal característica es que su estructura es cristalina, por lo que posee superficies lisas y translúcidas.

Este hielo se presenta cuando la humedad es alta, las gotas de hielo son grandes, y la temperatura es cercana a los 0°C. La geometría de la formación sobre un ala tiene la característica de presentar un "cuerno" sobre la parte superior y otro sobre la parte inferior del borde de ataque. Esto sucede debido a que las gotas de agua que se impregnan sobre el ala no poseen una temperatura lo suficientemente baja para congelarse automáticamente, por lo que tienden a deslizar hacia el borde de fuga a medida que se van congelando.

En la Figura 2 se puede ver una formación de hielo típica de hielo claro sobre el borde de ataque de un rotor.

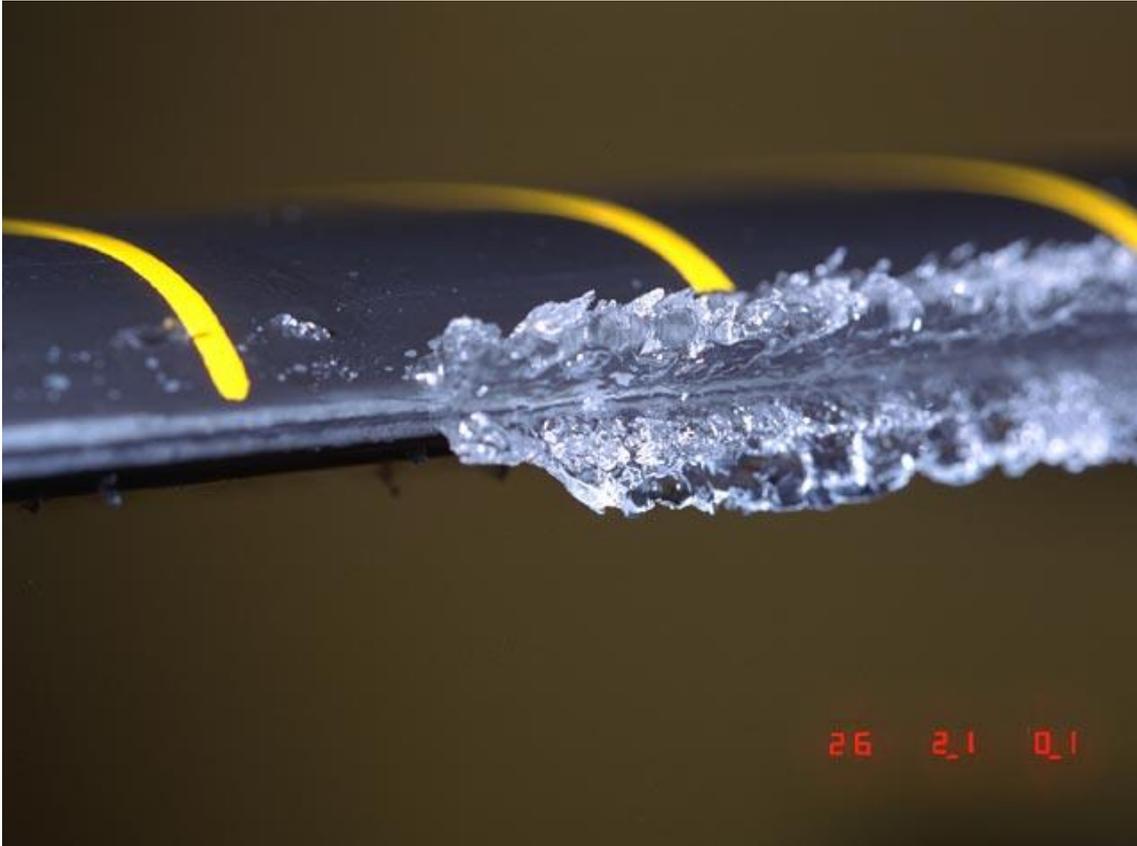


Figura 2: Formación de hielo claro ("glaze ice") sobre rotor

El otro grupo característico es el del hielo escarcha ("rime ice"). Este tipo de hielo posee como principal característica presentar un color blanco opaco y una superficie rugosa. Esto sucede debido a que, cuando las gotas de hielo se impregnan a la aeronave, se congelan por completo casi instantáneamente. Para que esto suceda, debe haber baja humedad, gotas de pequeño diámetro, y temperaturas muy por debajo de los 0°C. El resultado es que el hielo se acumula directamente sobre el borde de ataque, como se muestra Figura 3.

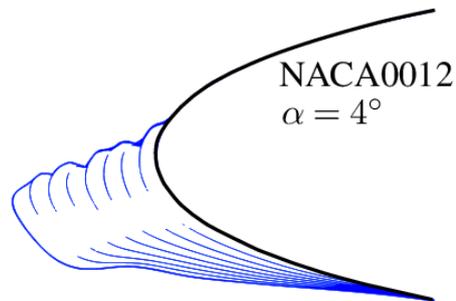
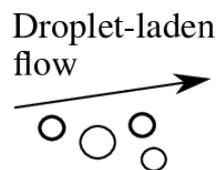


Figura 3: Formación de hielo escarcha ("rime ice")

En la Figura 4 se puede apreciar una comparación esquemática entre ambos tipos de hielo, en cuanto a la geometría de las estructuras formadas. *MVD* (*Median Volume Diameter*) es el diámetro correspondiente a la mediana de los volúmenes de las microgotas en suspensión en el aire. *LWC* (*Liquid Water Content*), la masa total de agua líquida contenida en microgotas por unidad de volumen de aire

Rime ice

$MVD = 20 \mu\text{m}$
 $LWC = 1.3 \text{ g m}^{-3}$
 $T_{\infty} = 245.35 \text{ K}$



Glaze ice

$MVD = 20 \mu\text{m}$
 $LWC = 0.55 \text{ g m}^{-3}$
 $T_{\infty} = 265.71 \text{ K}$

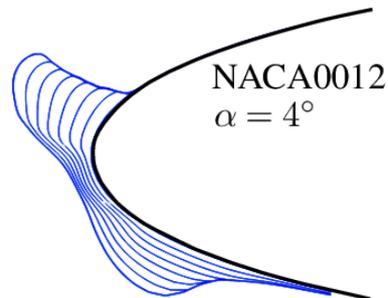


Figura 4: Comparación de ambos tipos de hielo.

A pesar de estas dos mecánicas de formación de hielo diferentes, debido a que las gotas de hielo dentro de una nube poseen diferentes diámetros entre sí, normalmente aparece una combinación de ambos tipos de hielo, denominado hielo mixto. Esto quiere decir que, a medida que las gotas se impregnan sobre la aeronave, sólo una porción de las mismas se congela instantáneamente formando hielo escarcha, mientras que el resto se desliza hacia el borde de fuga y se congela formando hielo claro. La forma final del hielo también es una combinación de ambos tipos de hielo, presentando cuernos más pequeños, pero una mayor acumulación sobre el borde de ataque, como puede observarse Figura 5.



Figura 5: Formación de hielo mixta

Modelado del problema

El problema se basa en un flujo de dos componentes (agua y aire), de los que uno se presenta en dos fases diferentes (agua y hielo). Para poder resolverlo, se deben tener en cuenta las variaciones de temperatura dentro del dominio y en las paredes (especialmente el perfil aerodinámico), las interacciones entre los dos fluidos, y el proceso de cambio de fase del agua.

Para poder abordar la simulación de la formación de hielo sobre perfiles aerodinámicos, se deben tener en cuenta una serie de factores que serán detallados en este apartado.

En cuanto a la formación de hielo propiamente dicha, se debe tener en cuenta que se trata de un proceso de carácter aleatorio, el cual es afectado por diversas condiciones, como la suciedad que existe en las superficies, el material de la misma, entre otros factores que no serán tenidos en cuenta, pero principalmente por las condiciones atmosféricas, tales como la humedad, la temperatura, la presión y el diámetro de las gotas de agua dentro de las nubes, así como también la temperatura de la aeronave, su actitud y la velocidad que posee.

Estos son, en base a la experiencia, los factores más significativos que afectan a la formación de hielo sobre la aeronave, y los que tiene en cuenta el software Fensap-Ice.

Para llevar a cabo las simulaciones, se tuvieron en cuenta tres etapas de cálculo, cuya resolución se puede realizar de manera secuencial, como se detalla más adelante.

En una primera etapa, se resuelve el campo fluidodinámico del aire seco, que es quien determina el comportamiento general del flujo compuesto por aire y agua. Este campo se resuelve dentro del módulo FENSAP del programa.

Dentro de la segunda etapa, será resuelto el campo de gotas de agua que se encuentra inmerso dentro del campo fluidodinámico del aire seco. Para hallar la solución a este problema, se requiere previamente tener la solución del campo de aire seco. El módulo de resolución de esta porción del problema se llama DROP3D.

Por último, y valiéndose de la distribución de gotas de agua dentro del campo fluidodinámico obtenida previamente, se calcula la impregnación y congelamiento de dichas gotas sobre el perfil aerodinámico. Cabe destacar que, para este problema, solamente se requiere resolver las ecuaciones presentadas en este informe sobre la superficie del perfil, y no sobre el volumen que ocupa el campo fluidodinámico. Este problema se basa en la resolución del transporte de calor y masa sobre el perfil, y también en el cambio de fase. El módulo del software en el que es resuelto este problema se denomina ICE3D, y se obtiene como solución la formación de hielo en un determinado período de tiempo (siendo la única porción del problema donde se requiere una simulación no estacionaria), y el perfil resultante de la combinación del perfil aerodinámico original con el hielo acumulado sobre el mismo.

Una vez obtenidas estas soluciones sucesivas, se utiliza el módulo OPTIGRID, cuya función es la de remallar la zona del campo que es afectada por el crecimiento de hielo.

Al finalizar estos cuatro pasos, se puede recalcular todo el campo, partiendo de la nueva malla, a fin de obtener el efecto que produce el hielo impregnado en el perfil, así como también para continuar con el proceso de crecimiento de hielo.

Hipótesis realizadas

Las hipótesis utilizadas para la solución del problema buscan minimizar las interacciones entre los dos fluidos, así como también de simplificar el proceso de cambio de fase, sin alterar los resultados obtenidos.

La primera consideración realizada es sobre el tamaño de las gotas de agua: se conoce que poseen un diámetro menor a 40 micrómetros. Ello conlleva a que se pueda considerar despreciable la acción de las gotas de agua sobre el flujo de aire, así como también se puede despreciar el efecto de la gravedad sobre dichas gotas, debido a que el peso de estas es ínfimo y su velocidad de descenso, despreciable frente a la velocidad relativa entre el aire y el avión.

Con estas dos hipótesis, se puede simplificar el problema, independizando al campo fluidodinámico del aire respecto de la presencia de las gotas de agua. De esta manera, se obtienen dos grupos de ecuaciones:

- Las ecuaciones fluidodinámicas que representan el comportamiento del aire seco, sin tener en cuenta el efecto de la presencia de las gotas de agua.
- Las ecuaciones fluidodinámicas que dominan el fenómeno de transporte de las gotas de agua, en donde se considera únicamente como fuerza externa a la resistencia de las gotas respecto a la corriente de aire, que arrastra a estas sobre el dominio fluido.

Por otro lado, para lograr una simplificación del problema, y en base a la validación realizada mediante el reporte técnico NASA-TR 2000-210031, se consideró que no existen partículas de hielo en suspensión dentro de la nube, y todas las gotas poseen el mismo diámetro.

Si bien se sabe que en una nube real estas dos condiciones no son necesariamente ciertas, no poseen un efecto que afecte sustancialmente a los resultados de los experimentos o de las simulaciones.

Por otro lado, en cuanto a la formación de hielo, se consideró que el film de agua sobre el perfil es lo suficientemente delgado para considerar una distribución de velocidades lineal, siendo el espesor de dicha capa de 10 micrómetros aproximadamente. Este espesor de film es mucho menor que el de la capa límite, por lo que no afecta al flujo de aire alrededor del perfil, sino hasta que la acumulación de hielo alcanza espesores del orden del milímetro en adelante.

Modelo matemático de resolución

Los modelos matemáticos utilizados por el software Fensap-Ice, que serán utilizados al llevar a cabo las distintas simulaciones, se presentan a continuación, cada módulo por separado, y siguiendo el orden de resolución descrito previamente. El subíndice a corresponde a una propiedad del aire, el subíndice d , a las gotas de agua, y f , a las propiedades del film de agua sobre el perfil.

Fensap

Fensap resuelve dos ecuaciones para el flujo de aire, la ecuación de conservación de masa, y la ecuación de conservación de momento.

La ecuación de conservación de masa es la siguiente:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_a \vec{v}_a) = 0$$

Las variables de esta ecuación son la densidad y la velocidad del aire, mientras que, como el cálculo es estacionario, la derivada con respecto al tiempo será nula para todas las ecuaciones de este módulo.

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_a \vec{v}_a) + \nabla \cdot (\rho_a \vec{v}_a \vec{v}_a) = +\nabla \cdot (\sigma^{ij}) + \rho_a \vec{g}$$

En donde el tensor de tensiones es:

$$\begin{aligned} \sigma^{ij} &= -\delta^{ij} p_a + \mu_a \left[\delta^{jk} \nabla_k v^i + \delta^{ik} \nabla_k v^j - \frac{2}{3} \delta^{ij} \nabla_k v^k \right] = -\delta^{ij} p_a + \tau^{ij} \\ \tau^{ij} &= \mu_a \left[\delta^{jk} \nabla_k v^i + \delta^{ik} \nabla_k v^j - \frac{2}{3} \delta^{ij} \nabla_k v^k \right] \end{aligned}$$

Al igual que la ecuación de conservación de masa, las variables de esta ecuación son la velocidad y la densidad del aire, a las que se le suma la viscosidad dinámica del aire.

La ecuación de conservación de la energía, utilizada para resolver el campo de temperaturas, que influye en el congelamiento de las gotas de agua sobre el perfil, es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_a E_a) + \vec{\nabla} \cdot (\rho_a \vec{v}_a H_a) = \vec{\nabla} \cdot (k_a (\vec{\nabla} T_a) + v_i \tau^{ij}) + \rho_a \vec{g} \cdot \vec{v}_a$$

En donde E es la energía interna total, H es la entalpía interna total y k representa la conductividad térmica, que depende de la temperatura estática del aire.

Las incógnitas de esta ecuación, además de las previamente mencionadas, son la temperatura del aire y su entalpía, relacionadas entre sí por ecuaciones de estado.

Los términos a la izquierda de la igualdad representan el cambio de energía interna dentro del elemento, $k_a (\vec{\nabla} T_a)$ representa el flujo de calor, $v_i \tau^{ij}$ representa el trabajo mecánico que se disipa por efectos viscosos, transformándose en calor, y $\rho_a \vec{g} \cdot \vec{v}_a$ representa el trabajo realizado sobre el fluido por la gravedad.

Por último, se requiere de la ecuación de estado del aire para obtener la novena ecuación, que completa las nueve incógnitas presentes.

$$p_a = \rho_a R_a T_a$$

A su vez, debido a los altos números de Reynolds involucrados en el problema, se utilizó el modelo de turbulencia Spalart-Allmaras, el cual consiste en agregar una ecuación de transporte que resuelve y agrega al modelo el parámetro de la viscosidad turbulenta de remolino, completando un sistema de 10 ecuaciones con 10 incógnitas a resolver en cada elemento.

Este modelo de turbulencia fue seleccionado debido a que fue creado para el uso aeroespacial, y tiene como principal ventaja que consiste en agregar solamente una ecuación, por lo que se disminuyen los tiempos de cálculo si se compara con modelos de turbulencia utilizados de dos ecuaciones, como los modelos $k-\omega$.

Drop3D

En el módulo Drop3D se resuelve el transporte de partículas (gotas de agua), el cual consiste en resolver las ecuaciones de Navier-Stokes aumentadas por las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento de las partículas. Al igual que en el caso de Fensap, los cálculos de Drop3D son realizados para el caso estacionario, por lo que las derivadas respecto al tiempo son nulas.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{V}_d) = 0$$

$$\frac{\partial(\alpha \vec{V}_d)}{\partial t} + \vec{\nabla}[\alpha \vec{V}_d \times \vec{V}_d] = \frac{C_d Re_d}{24K} \alpha (\vec{V}_a - \vec{V}_d) + \alpha \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_d}\right) \frac{1}{Fr^2}$$

En donde α representa la concentración media de las partículas sobre el flujo, y $V_{d,a}$ son respectivamente las velocidades medias temporales del flujo de gotas (d) y de aire (a), estas últimas calculadas previamente.

El primer término del lado derecho de la ecuación de cantidad de movimiento representa la resistencia que actúa sobre las partículas de diámetro medio d . Es proporcional a la velocidad relativa de la partícula en el aire, su coeficiente de resistencia, el número de Reynolds de las gotas y un parámetro de inercia.

$$Re_d = \frac{\rho_a V_{a,\infty} \|\vec{V}_a - \vec{V}_d\|}{\mu_a}$$

$$K = \frac{\rho_a d^2 V_{a,\infty}}{18 L_\infty \mu_a}$$

El segundo término representa las fuerzas de gravedad y flotación, y es proporcional al número local de Froude.

$$Fr = \frac{\|V_{a,\infty}\|}{\sqrt{L_\infty g_\infty}}$$

Dentro del módulo de Drop3D, estas ecuaciones se resuelven mediante ecuaciones diferenciales parciales (PDE).

Las incógnitas a resolver en este conjunto de ecuaciones son α y V_d , ya que el campo de velocidades del aire, V_a , fue resuelto en el módulo Fensap.

Ice3D

Ice3D resuelve el transporte de calor y masa sobre una superficie, mostrado en la Figura 6.

La velocidad de la capa de agua V_f es función de la posición $x = (x_1, x_2)$ sobre la superficie y la coordenada normal a la superficie (y). El problema se simplifica asumiendo un perfil de velocidades para el agua lineal en el eje y , con una velocidad nula impuesta sobre la pared. Como las tensiones de corte opuestas ejercidas por el flujo de aire y por la superficie del ala son las principales fuerzas que determinan el movimiento del agua en esta capa, y su espesor es menor a 10 μm en situaciones de congelamiento, esta hipótesis resulta razonable.

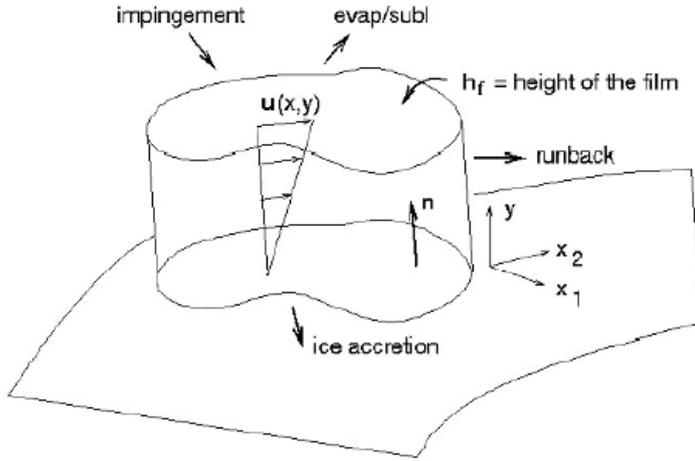


Figura 6: Capa de agua en la superficie del ala

La velocidad media resultante de la capa de agua se calcula por integración:

$$\vec{V}_f = \frac{1}{h_f} \int_0^{h_f} \vec{V}_f(\vec{x}, y) dy = \frac{h_f}{2\mu_f} \vec{\tau}_{a,wall}(\vec{x})$$

El sistema de dos ecuaciones diferenciales parciales que resuelve Ice3D está compuesto por las ecuaciones de conservación de masa y energía.

La ecuación de conservación de masa es:

$$\rho_f \left[\frac{\partial h_f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V}_f h_f) \right] = V_\infty LWC \beta - \dot{m}_{evap} - \dot{m}_{ice}$$

En donde los tres términos de la derecha corresponden, respectivamente, a la transferencia de masa por la impregnación de gotas de agua (fuente para la capa de agua), por evaporación y por congelamiento (sumideros para la capa de agua).

La ecuación de conservación de la energía es:

$$\begin{aligned} & \rho_f \left[\frac{\partial h_f c_f \tilde{T}_f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V}_f h_f c_f \tilde{T}_f) \right] \\ & = \left[c_f (\tilde{T}_\infty - \tilde{T}_f) + \frac{\|\vec{V}_a\|^2}{2} \right] V_\infty LWC \beta - L_{evap} \dot{m}_{evap} - (L_{fusión} - c_s \tilde{T}) \dot{m}_{ice} \\ & + \sigma \varepsilon (T_\infty^4 - T_f^4) - c_h (\tilde{T}_f - \tilde{T}_{ice,rec}) + Q_{anti-icing} \end{aligned}$$

En donde los tres primeros términos del lado derecho de la ecuación modelan la transferencia de calor generada por la impregnación, por evaporación y por congelamiento de las gotas de agua. Los últimos tres términos se corresponden con los flujos de calor de radiación, convección y conducción en 1D en el caso de sistemas anti-hielo por calentamiento.

Las incógnitas que se deben hallar son la altura de la capa de agua (h_f), la temperatura de equilibrio (T_f), y la acumulación de hielo (m_{ice}).

Ensayos realizados

Los ensayos realizados por la NASA, cuyos resultados se utilizaron para validar el modelo numérico fueron los siguientes:

- Commercial Transport - Run 106
- General Aviation – Run 622
- General Aviation – Run 627

Con estos ensayos se pretende evaluar la semejanza entre los resultados obtenidos en los experimentos por parte de la NASA y los resultados arrojados por la simulación, abarcando los dos tipos de formación de hielo (claro y escarcha), así como también las diferencias en el espesor de hielo formado en contraste con el tiempo de exposición a las condiciones de formación, y la pérdida de eficiencia en los perfiles aerodinámicos.

La formación de hielo sobre el perfil aerodinámico MS(1)-0313, que es utilizado en la aeronave SAAB 340, fue simulada en las siguientes condiciones:

- Contenido de agua en la atmósfera (LWC): 0.56 g/m³
- Diámetro medio de las gotas de agua: (MVD): 32.5 μm
- Velocidad de la aeronave (V): 130 m/s
- Altura de vuelo (h): 14000 ft (4267 m)
- Ángulo de ataque (α): 0°
- Temperatura estática (T): -13°C
- Cuerda aerodinámica media: 1.95 m

Con estos datos se puede realizar una simulación análoga a la realizada en los casos anteriores, en donde se podrá observar la severidad de la formación de hielo sobre dicho perfil.

Tanto la velocidad de la aeronave como el ángulo de ataque se asumieron utilizando el vuelo de crucero, mientras que la altura de vuelo se obtuvo de los datos otorgados por el informe de accidente de la JIAAC, y la temperatura estática se calculó utilizando los datos de la estación meteorológica del aeropuerto de Neuquén en el día del accidente, mientras que los datos de *LWC* y *MVD* fueron obtenidos el apéndice C de la regulación FAR 25 de la FAA, considerando el tipo de nube que se formó en el día del accidente.

Construcción y validación de la malla

Para realizar las simulaciones de formación de hielo, se realizó un volumen rectangular alrededor del perfil, el cual representa al túnel de viento IRT del Glenn Research Center de la NASA.

Este volumen fue extrapolado, respetando las dimensiones de los elementos de la malla a una malla tipo C, en la cual se simuló la formación de hielo sobre un perfil en una corriente libre, condición en la que se encuentran las aeronaves en vuelo.

El volumen de control dentro del túnel de viento posee las características mostradas en la Figura 7:

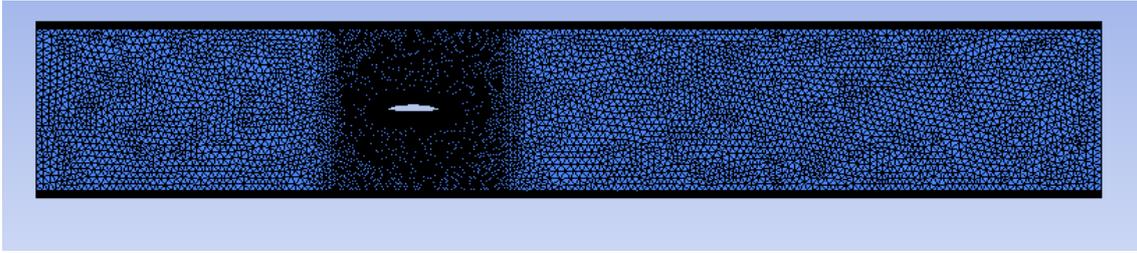


Figura 7: Volumen de control túnel de viento

En donde se puede observar que la altura del mismo es de 9 pies (2.743 m) y se extiende 5 cuerdas aguas arriba y 10 cuerdas aguas abajo.

Debido a que se analizó el problema bidimensional de la formación de hielo en el perfil, se utilizó un volumen de 0.05 m de ancho, con condiciones de simetría en las fronteras laterales, a fin de reducir la deformación de los elementos sobre las caras del volumen.

La cuerda de los perfiles ensayados en el reporte es de 3 pies (0.9144 m).

El volumen de control para el caso del perfil en una corriente libre, posee las siguientes dimensiones:

- Radio frontal: 10 cuerdas
- Largo posterior al perfil: 15 cuerdas
- Ancho: 0.05 metros, con condiciones de simetría en los laterales.

En este caso, el perfil utilizado en la aeronave accidentada posee 1.95 metros de cuerda aerodinámica media, y la velocidad de vuelo crucero es de 470 km/h. El número de Reynolds de la condición de vuelo es de aprox. 20.000.000.

Fueron diseñadas y evaluadas dos tipos de mallas sobre el volumen de control rectangular, una estructurada, con la que se evaluó la independencia en el tiempo de la formación de hielo, y la otra no estructurada, con la cual se resolvieron mayores tiempos de exposición.

Las ventajas de utilizar una malla estructurada son:

- Menor cantidad de elementos en la malla
- Elementos alineados con el flujo
- Menor tiempo de simulación

Las desventajas de usar malla estructurada son:

- El módulo de Fensap-Ice OPTIGRID solo puede realizar un desplazamiento de nodos.
- No pueden ser captadas las formas de la acumulación de hielo claro.
- No puede resolver grandes tiempos de exposición a condiciones de formación de hielo, debido a las deformaciones presentadas en los sucesivos desplazamientos de los nodos.

Las ventajas de utilizar una malla no estructurada son:

- La malla es remallada luego de los sucesivos desplazamientos de nodos, por lo que se pueden obtener resultados para largos tiempos de exposición.
- Se puede obtener acumulación de hielo claro, y captar la forma generada.

Las desventajas de usar una malla no estructurada son:

- El número de elementos utilizados es mucho mayor.
- El volumen debe tener un mayor ancho, para evitar una gran deformación de los elementos.

Debido a las limitaciones de las mallas estructuradas frente a las no estructuradas, se optó por utilizar una malla estructurada solamente para realizar la verificación del tiempo de formación de hielo en el módulo ICE3D entre soluciones sucesivas de los módulos FENSAP, DROP3D y OPTIGRID.

Los requisitos de Fensap-Ice para lograr una solución adecuada de la formación de hielo son:

- Altura del primer elemento de la capa límite de $1E-6$
- Relación de crecimiento de 1,1 en los elementos de la capa límite

Los requisitos para poder realizar un remallado con OptiGrid son:

- Todas las paredes deben tener la misma cantidad de elementos apilados en la capa límite
- Solo pueden ser utilizados elementos tetraédricos y prismáticos.

Estas limitaciones aumentan en gran cantidad el número de elementos de la malla, por lo que, en consecuencia, aumenta el tiempo de cálculo requerido.

Resultados

En los próximos apartados se pueden observar los diferentes resultados obtenidos de las simulaciones realizadas como parte del presente trabajo final.

En las figuras comparativas, la parte izquierda se corresponde al perfil limpio, mientras que sobre el lado derecho se presentan los resultados del perfil con formación de hielo.

La variación de los coeficientes aerodinámicos puede verse en la Tabla 1, al final de esta sección.

NTR run 104

En esta primera simulación realizada, se buscó la independencia del intervalo de tiempo entre actualizaciones de resultados de la formación de hielo, para garantizar una correcta simulación del problema en la menor cantidad de cálculos posible.

Para ello, se utilizó el experimento 104 del reporte previamente mencionado de la NASA, debido a que la formación de hielo es de tipo escarcha ("rime ice"). Esto permite la utilización de una malla de tipo estructurada, la cual disminuye los tiempos de cálculo.

En la Figura 8 se puede observar la formación de hielo obtenida, así como las condiciones experimentales del ensayo.

$T_i = -12.0^\circ\text{C}$ (10.5°F) LWC = 0.339 g/m³ $C_{l\text{-clean}} = 0.215$
 $T_s = -20^\circ\text{C}$ (4.0°F) MVD = 15 μm $C_{l\text{-iced}} = 0.211$
 $V = 128$ m/s (248 kts) Spray = 5.9 min
AOA = 1.7° chord = 90 cm (36 in)

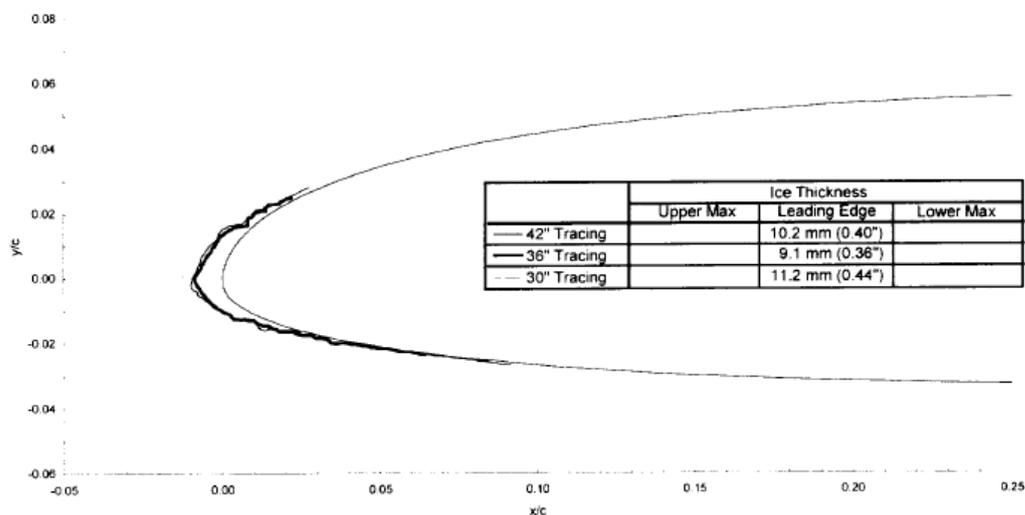


Figura 8: NTR run 104

En este primer caso, no se tomaron en cuenta los coeficientes aerodinámicos, debido a que no resulta de interés para la independencia del tiempo entre cálculos de solución de aire.

Para ello, se realizaron tres simulaciones, con intervalos de 1 minuto, 2 minutos y 6 minutos.

En la Figura 9 se presentan las diferentes formaciones de hielo obtenidas en las tres simulaciones antes mencionadas, donde se puede observar que en los casos de 1 minuto y 2

minutos se obtiene la independencia buscada, en donde el espesor de la capa de hielo es de 9.2 mm.

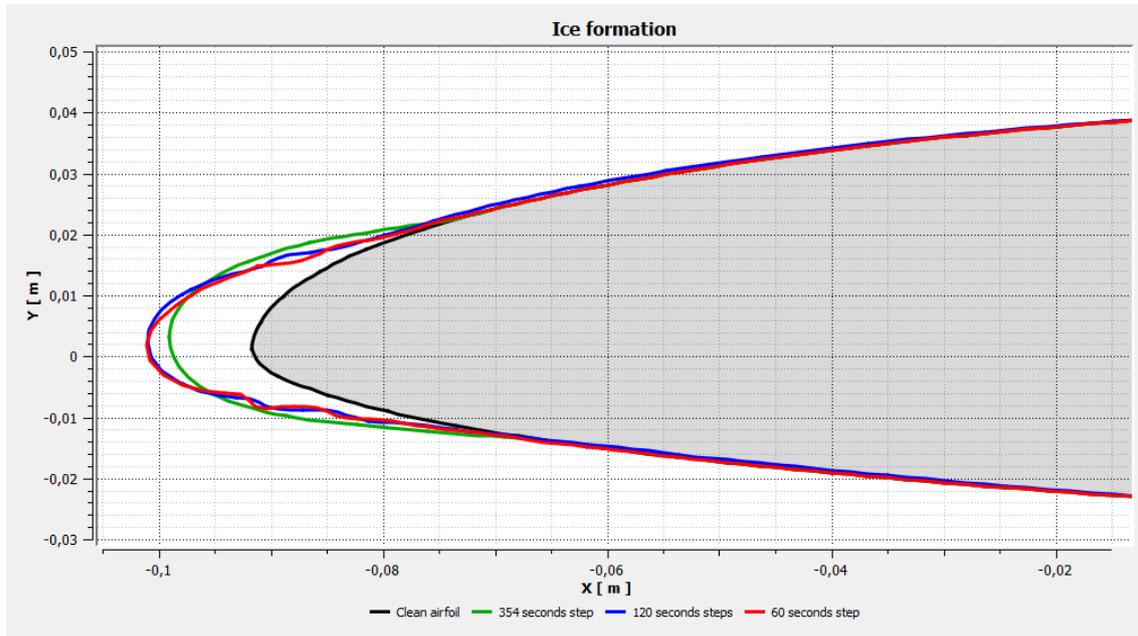


Figura 9: Comparación de formación de hielo para diferentes intervalos de tiempo

Debido a los resultados hallados, se utilizará un intervalo de 2 minutos entre cálculos del campo aerodinámico.

NTR run 622

Los datos utilizados por el ensayo experimental de la NASA para obtener una formación de hielo sobre el perfil aerodinámico NLF-0414 fueron los siguientes:

- $T_t = -2.8 \text{ }^\circ\text{C}$
- $T_e = -5 \text{ }^\circ\text{C}$
- $V = 66.9 \text{ m/s}$
- $AoA = 0.3 \text{ grados}$
- $LWC = 0.54 \text{ g/m}^3$
- $MVD = 20 \text{ }\mu\text{m}$
- $\text{Spray} = 6 \text{ min}$
- $\text{Cuerda} = 0.9144 \text{ m}$

Y los resultados obtenidos durante estos ensayos fueron:

- $C_l\text{-clean} = 0.463$
- $C_l\text{-iced} = 0.418$
- $C_d\text{-clean} = 0.0105$
- $C_d\text{-iced} = 0.0202$

Mientras que la formación de hielo obtenida posee las siguientes características:

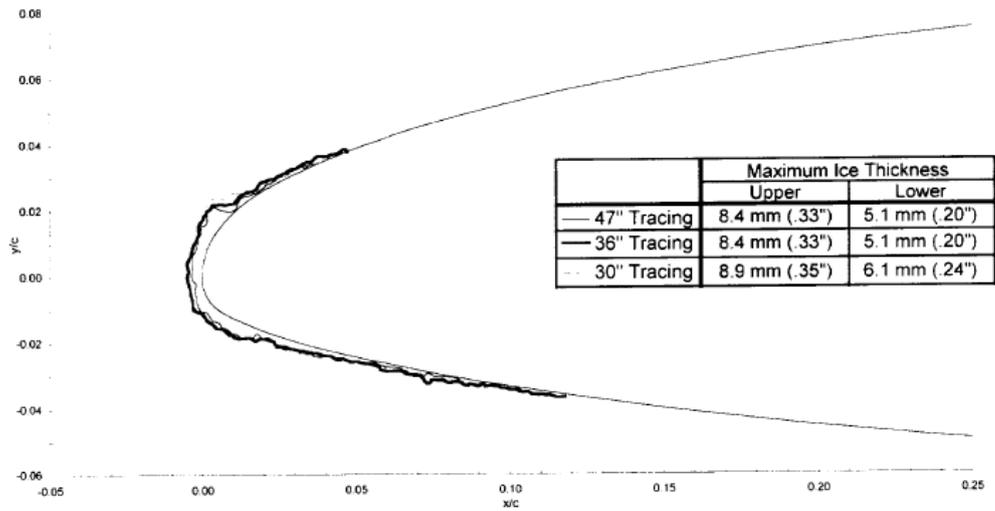


Figura 10: Formación de hielo NTR Run 622

En donde se puede observar que el hielo formado es de tipo claro (glaze ice), debido a que en la forma del hielo se observan cuernos.

En la Figura 11 y la Figura 12 se observan los resultados de los casos 622r y 622r2, en los cuales se observa la repetibilidad de la formación de hielo.

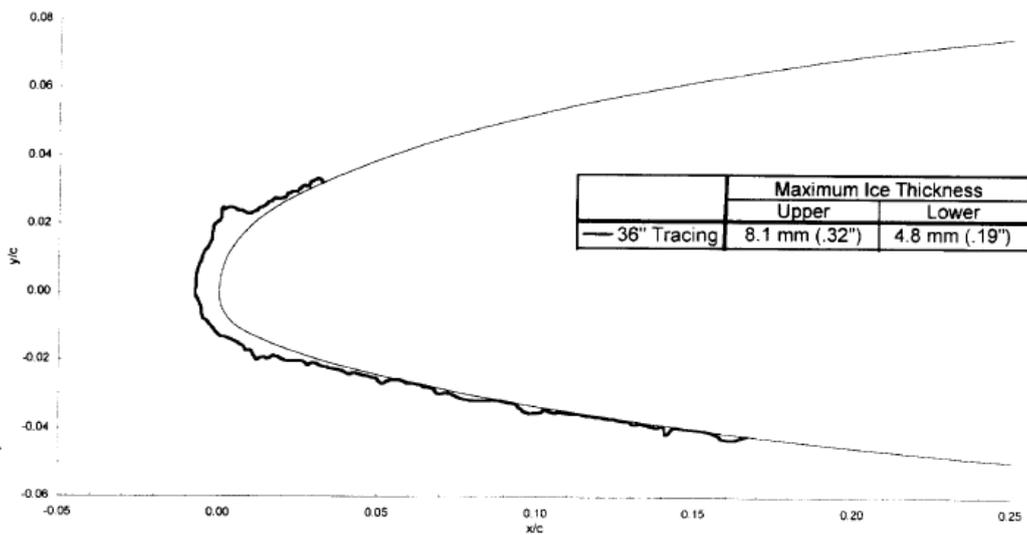


Figura 11: Formación de hielo NTR Run 622r

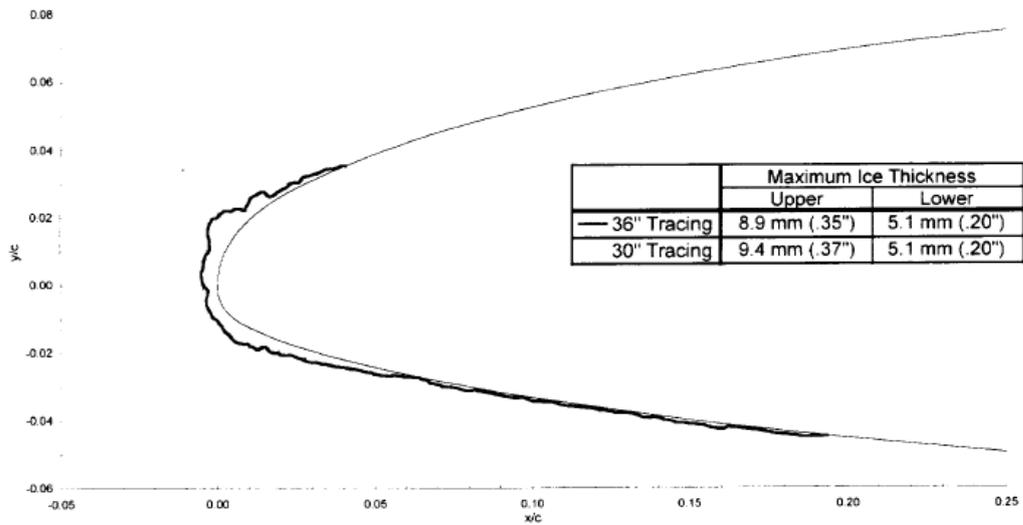


Figura 12: Formación de hielo NTR 622r2

Como se puede observar, existe una diferencia de 14% entre los resultados obtenidos en las tres repeticiones del ensayo realizado, lo cual es un margen que se deberá tener en cuenta en los resultados.

En la Figura 13 se puede observar la superposición de los tres experimentos estudiados.

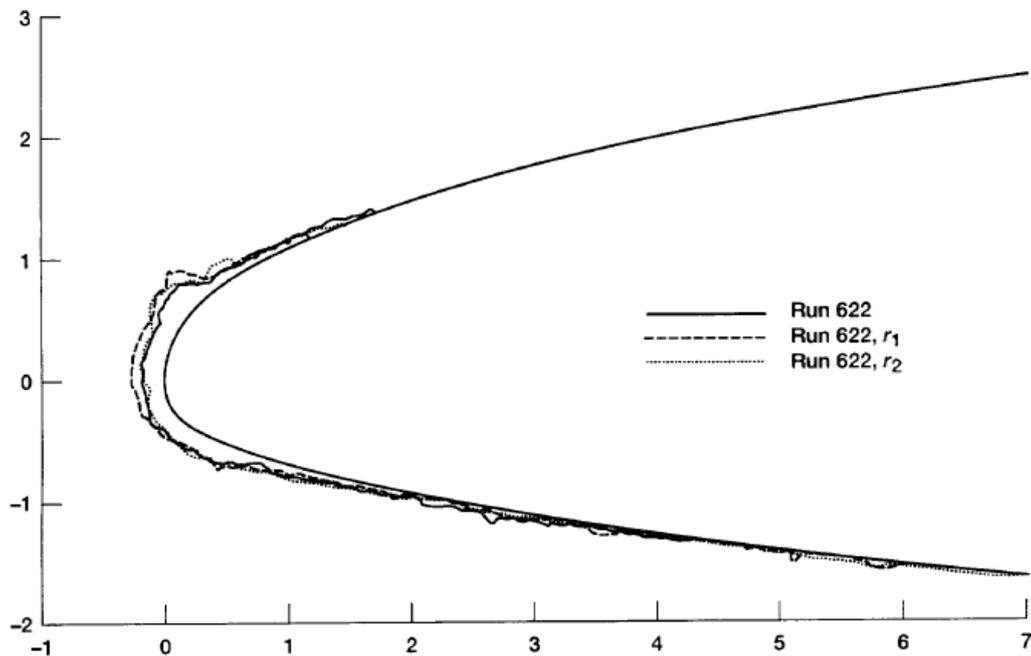


Figura 13: Comparación de repeticiones experimentales NTR 622

Una vez presentados los resultados del Reporte Técnico de la NASA, se presentarán, a continuación, los resultados obtenidos mediante la simulación numérica.

En la Figura 14 se muestra el crecimiento de hielo a lo largo del período de tiempo calculado, en donde se registró la capa de hielo formado cada dos minutos, mientras que en la Figura 15 se observa un aumento sobre la formación de hielo mencionada.

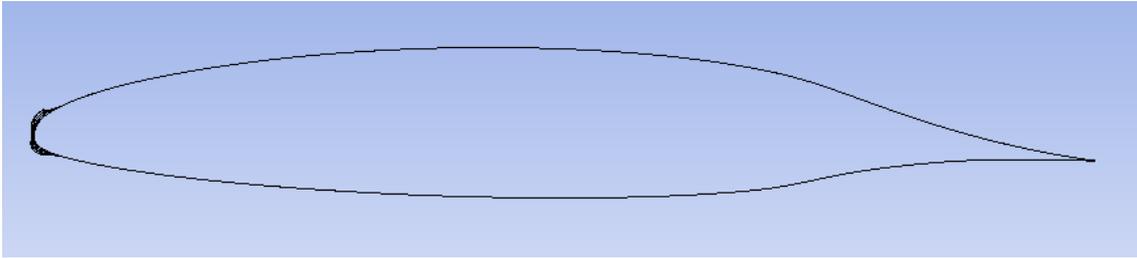


Figura 14: Formación de hielo simulación 622

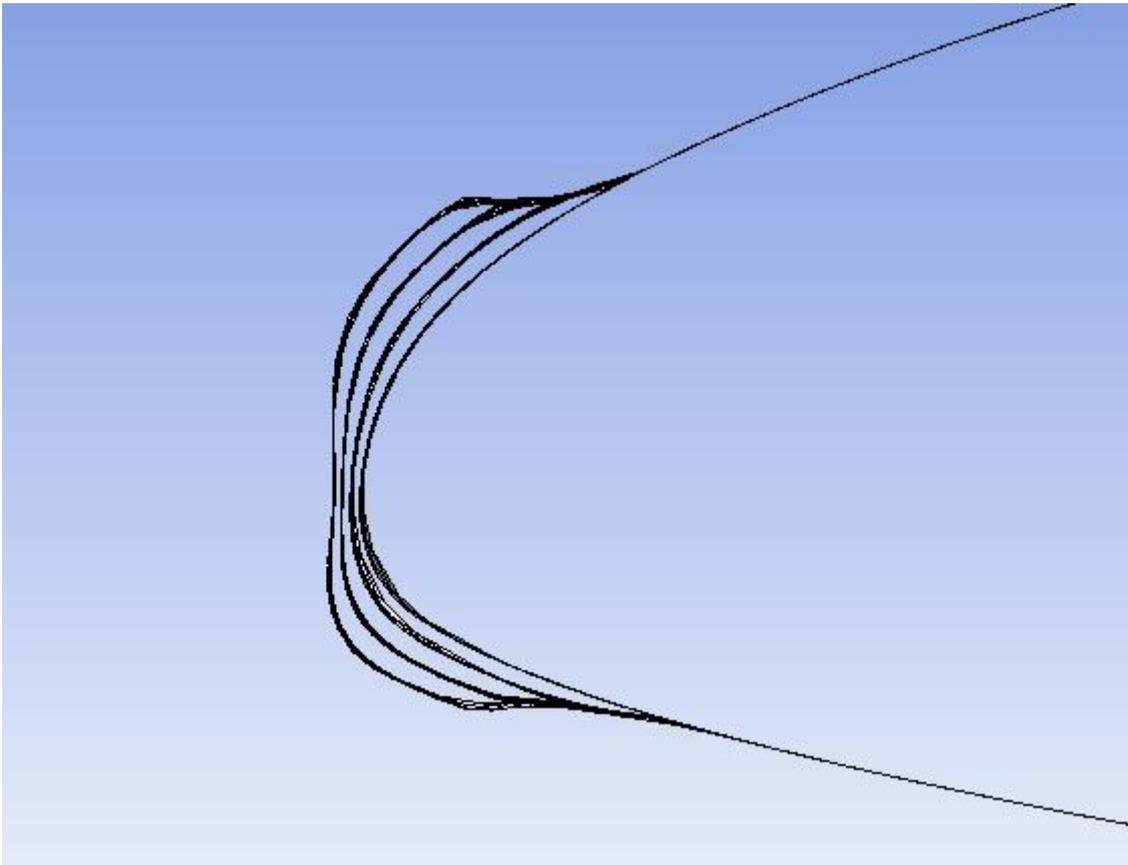


Figura 15: Aumento sobre formación de hielo simulación 622

En la Figura 16 se observa el espesor de la capa de hielo final de la simulación realizada, en el cual se puede observar que si bien el espesor de la capa de hielo en la parte inferior alcanza los 5mm (que en los ensayos varía entre 4.8 y 6.1 mm, siendo el valor obtenido en la mayoría de casos de 5.1mm) en la parte superior del borde de ataque se obtiene un valor máximo de 5.5 mm, el cual dista de los valores obtenidos (entre 8.1mm y 9.4mm, siendo el valor más repetido 8.4mm) en un 30%.

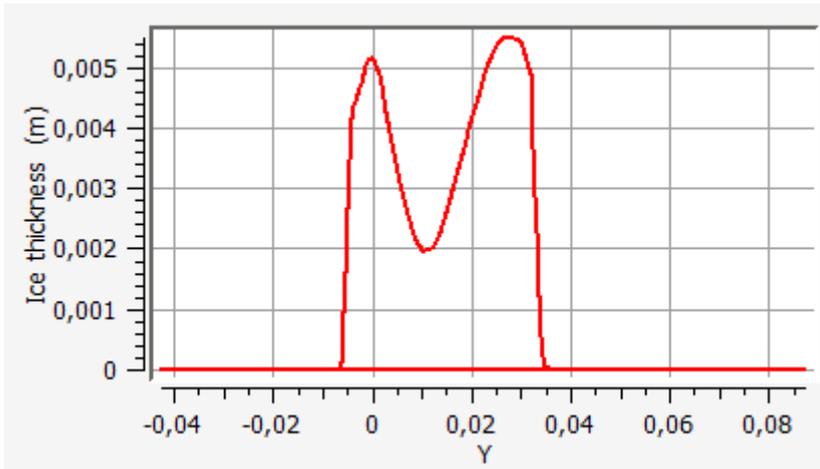


Figura 16: Espesor de la capa de hielo simulación 622

Y la formación de hielo obtenida sobre el perfil luego de la simulación se muestra dentro de la Figura 17.

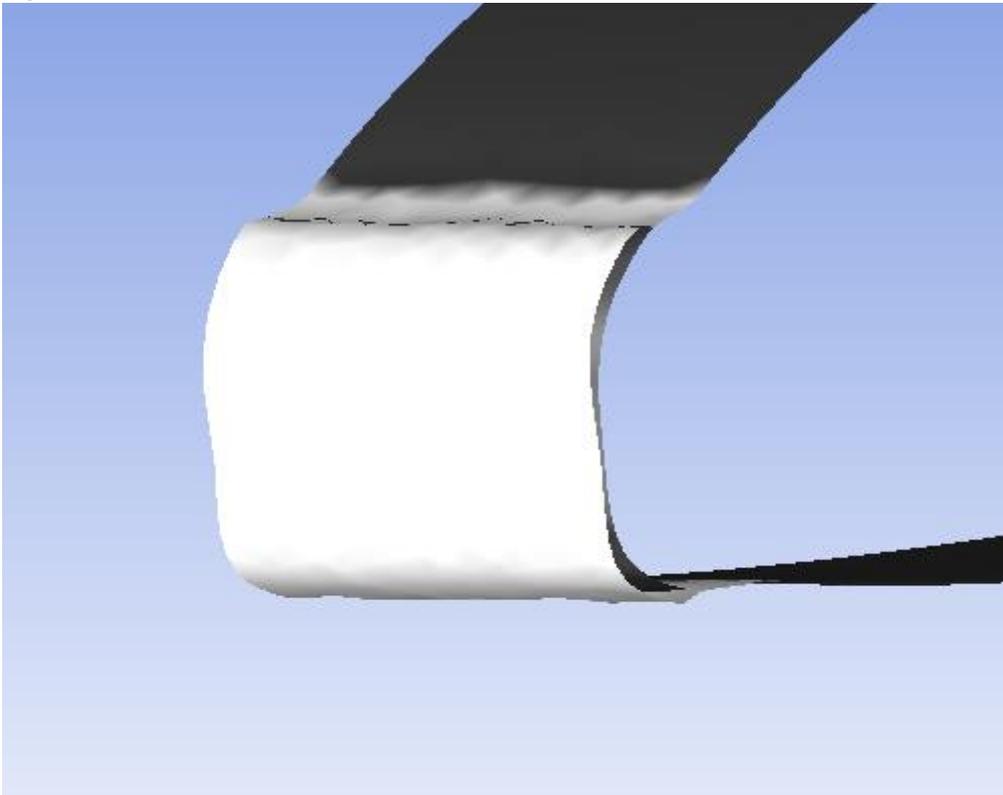


Figura 17: Formación de hielo resultante simulación 622

En la Figura 18 se observa el campo de presiones alrededor del perfil limpio y contaminado, en donde se puede apreciar que la región de estancamiento se incrementa, así como la presión mínima sobre el extradós aumenta y la presión sobre el intradós se reduce. Esto se traduce en un aumento de la resistencia y una disminución en la sustentación del perfil.

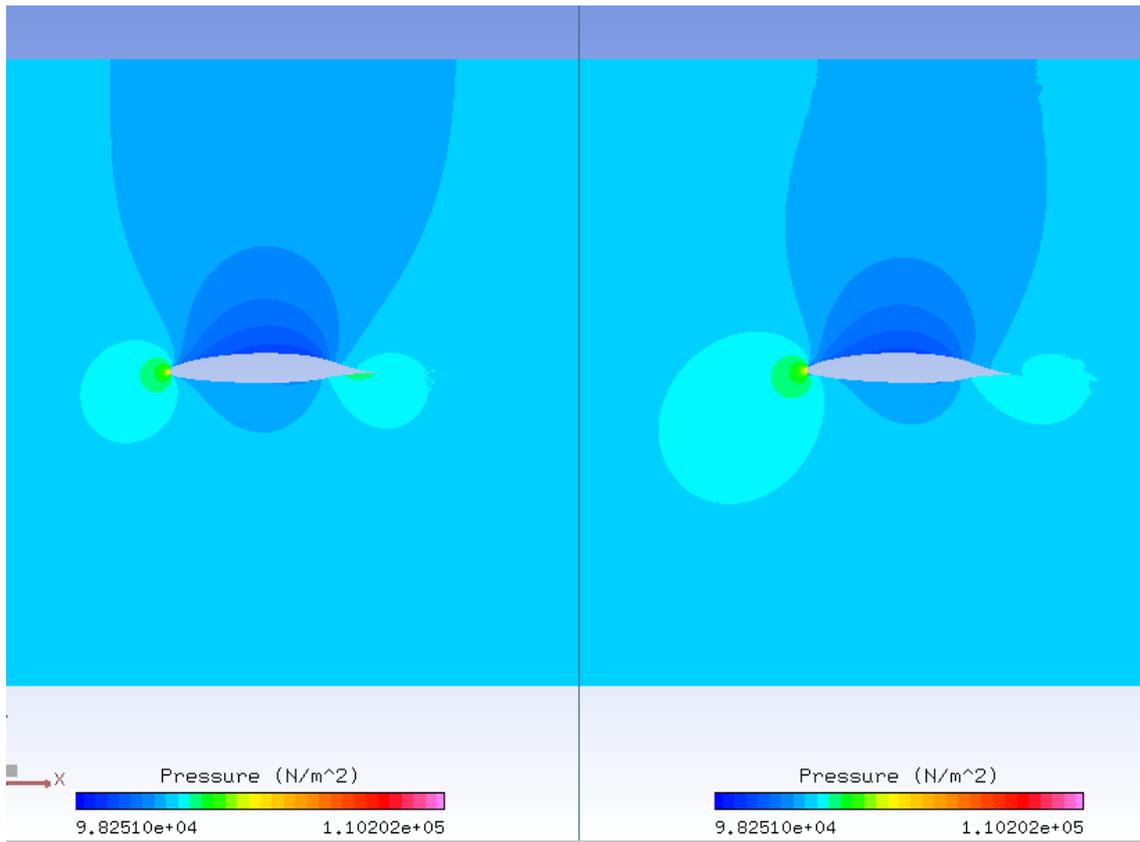


Figura 18: Campo de presiones sobre la simulación 622

A continuación, en la Figura 19, se observa el campo de presiones sobre el borde de ataque.

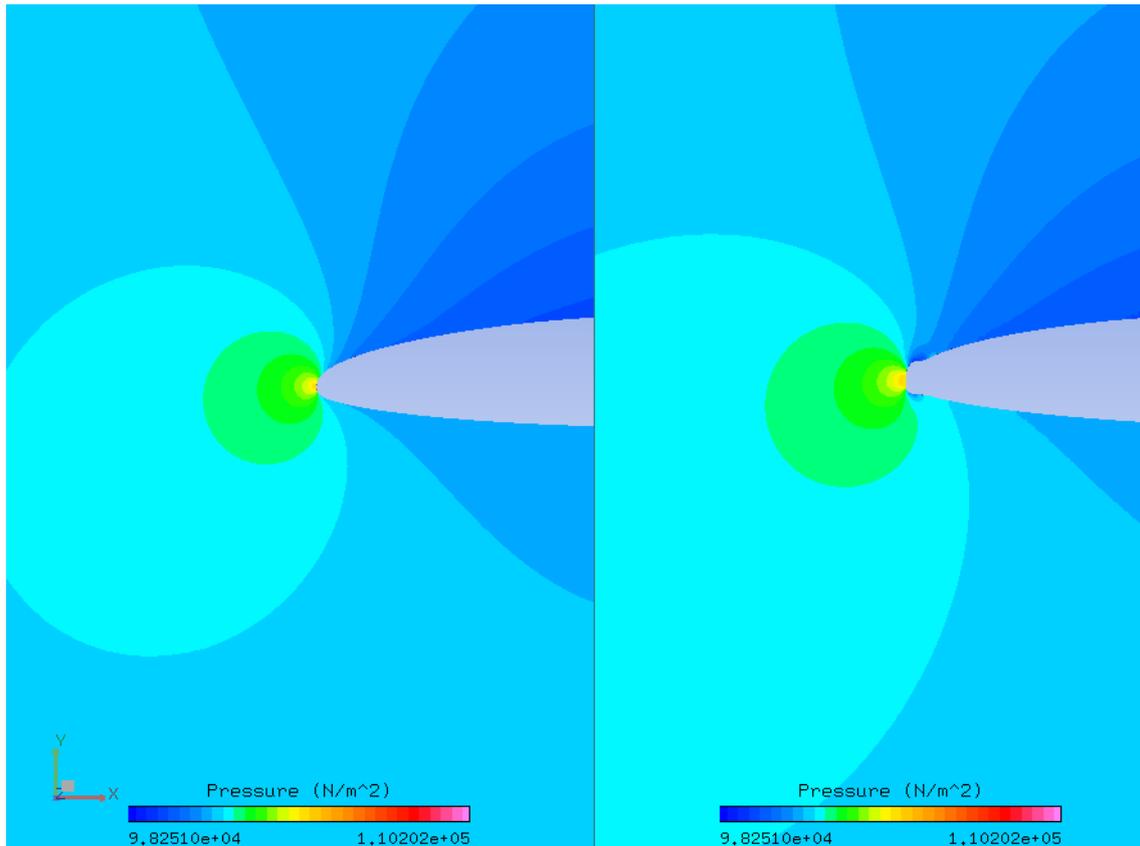


Figura 19: Campo de presiones sobre el borde de ataque simulación 622

En el campo de velocidades, Figura 20, Figura 21, Figura 22 y Figura 23, se puede observar que, a pesar de la aparición del hielo, la capa límite no se desprende, aunque se produzca la aparición de dos burbujas de recirculación en la zona posterior a los cuernos de hielo.

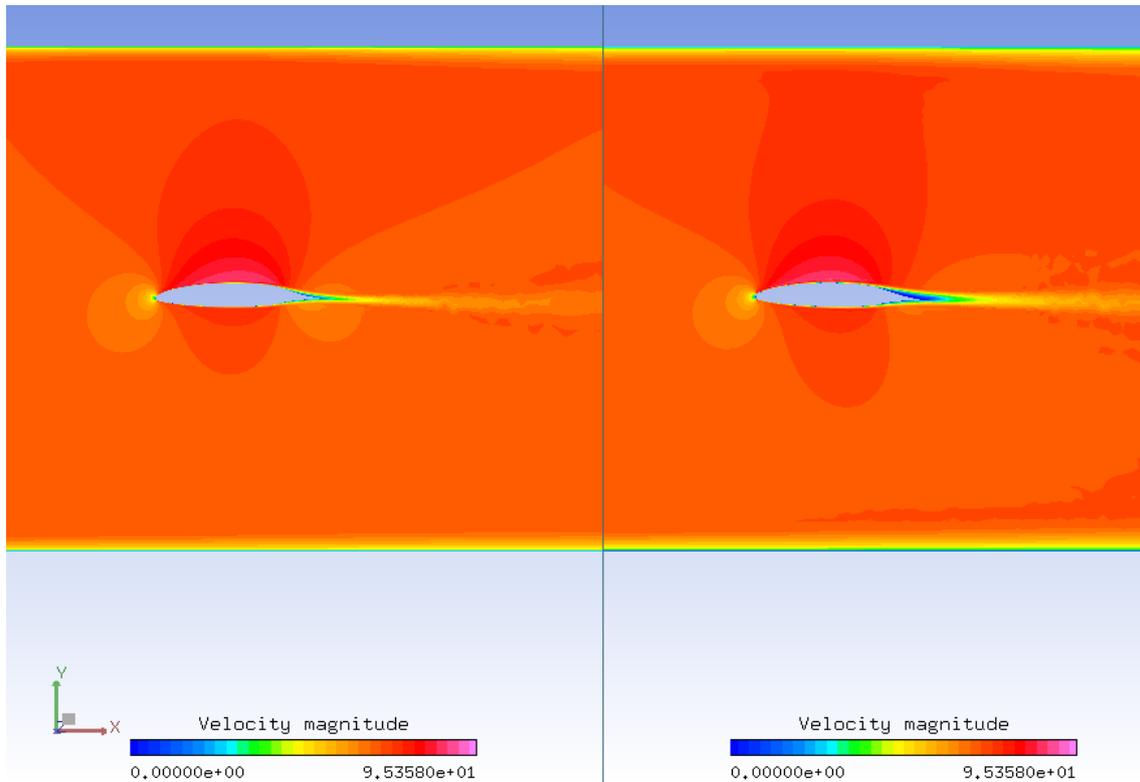


Figura 20: Campo de velocidades simulación 622

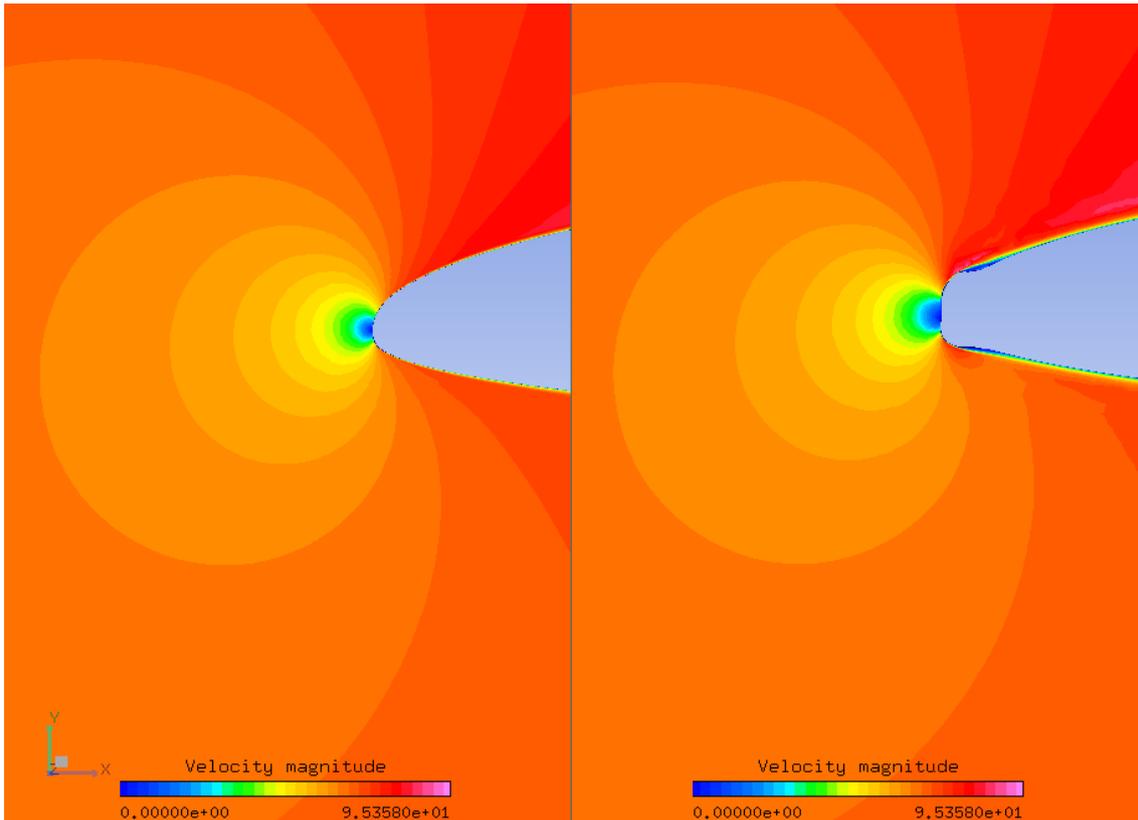


Figura 21: Campo de velocidades sobre borde de ataque

En las próximas dos imágenes se observan los vectores de velocidad, en los que se pueden observar las burbujas de recirculación.

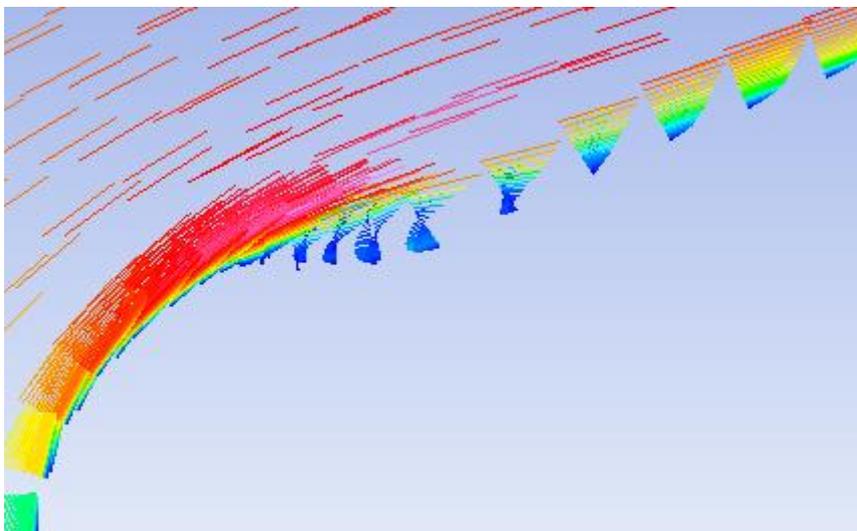


Figura 22: Burbuja de recirculación superior

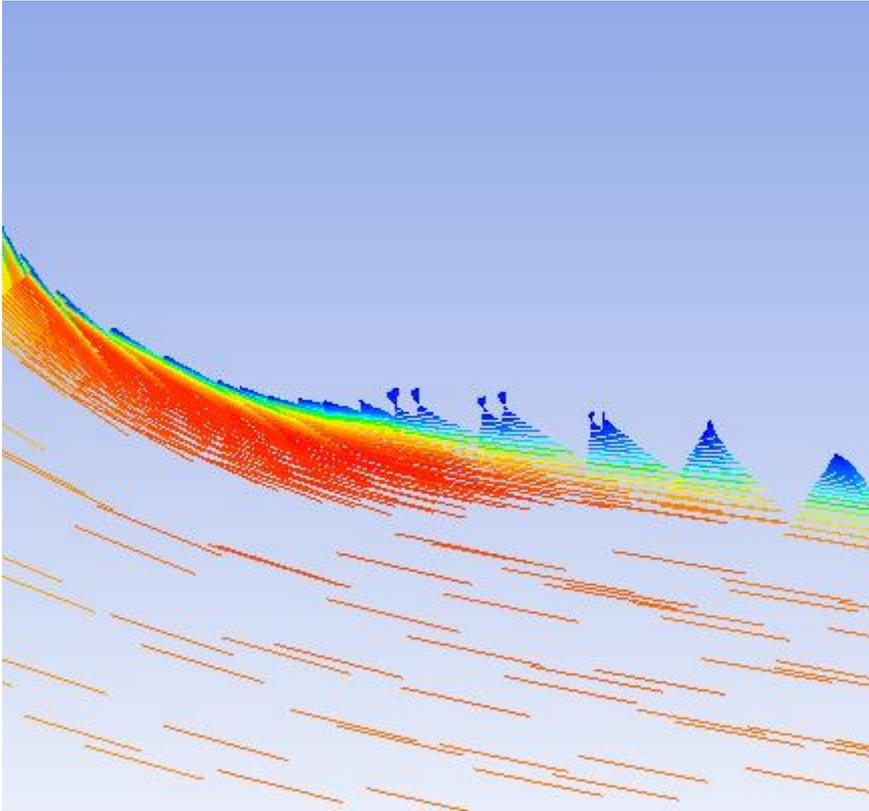


Figura 23: Burbuja de recirculación inferior

NTR 627

Este caso es el de la formación de hielo tipo escarcha, que va a tener el mismo esquema que el caso 622, y los resultados dan dentro de los mismos errores que el caso anterior.

Las condiciones del experimento son:

- $T_t = -7.8 \text{ }^\circ\text{C}$
- $T_e = -10 \text{ }^\circ\text{C}$
- $V = 66.9 \text{ m/s}$
- $AoA = 0.3 \text{ grados}$
- $LWC = 0.44 \text{ g/m}^3$
- $MVD = 20 \text{ }\mu\text{m}$
- $\text{Spray} = 6 \text{ min}$
- $\text{Cuerda} = 0.9144 \text{ m}$

Y los resultados obtenidos durante estos ensayos fueron:

- $Cl\text{-clean} = 0.462$
- $Cl\text{-iced} = 0.433$
- $Cd\text{-clean} = 0.0105$
- $Cd\text{-iced} = 0.0169$

La formación de hielo obtenida se presenta en la Figura 24.

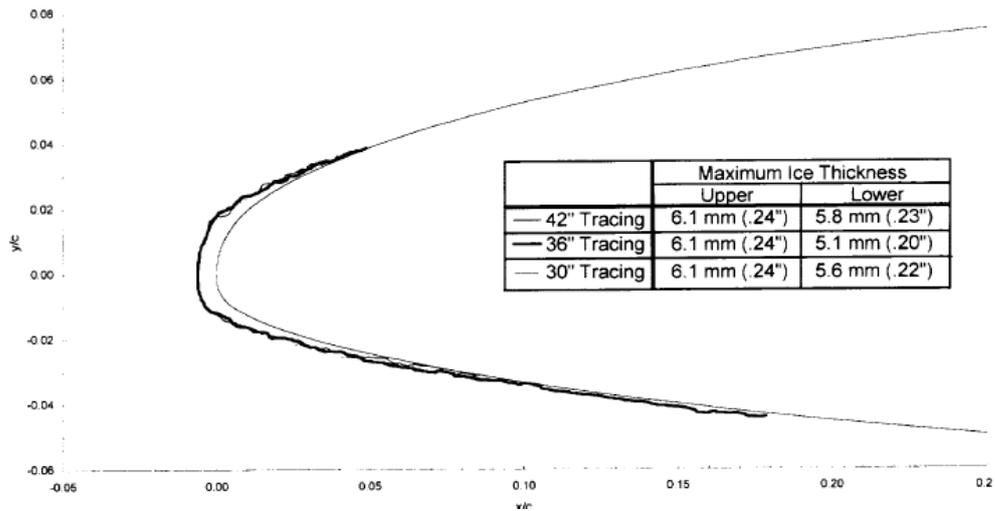


Figura 24: Formación de hielo NTR Run 627

A continuación, se presentan los resultados de los experimentos NTR Run 627r (Figura 25) y Run 627r2 (Figura 26).

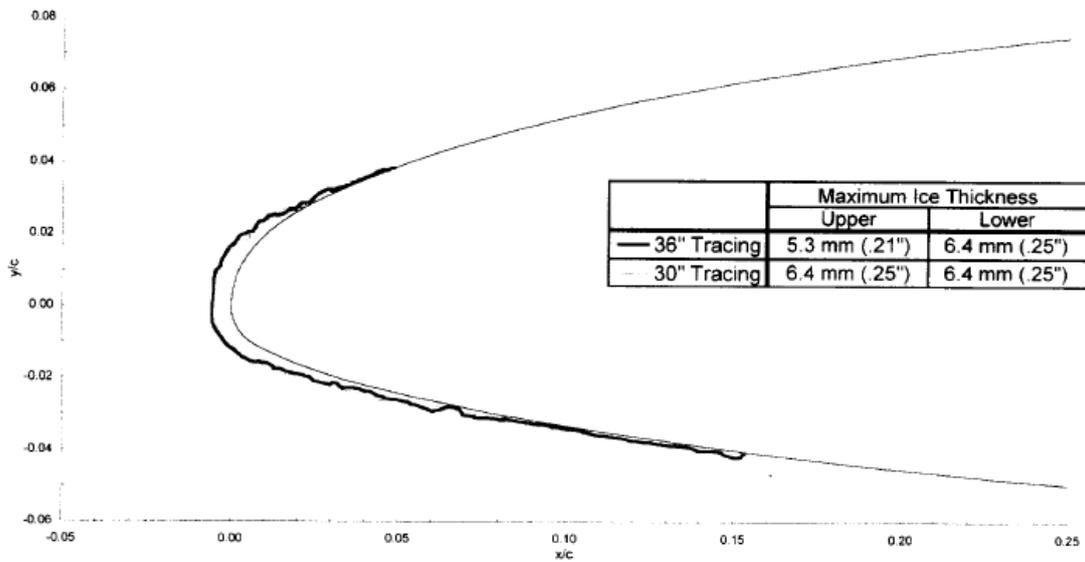


Figura 25: Formación de hielo NTR Run 627r

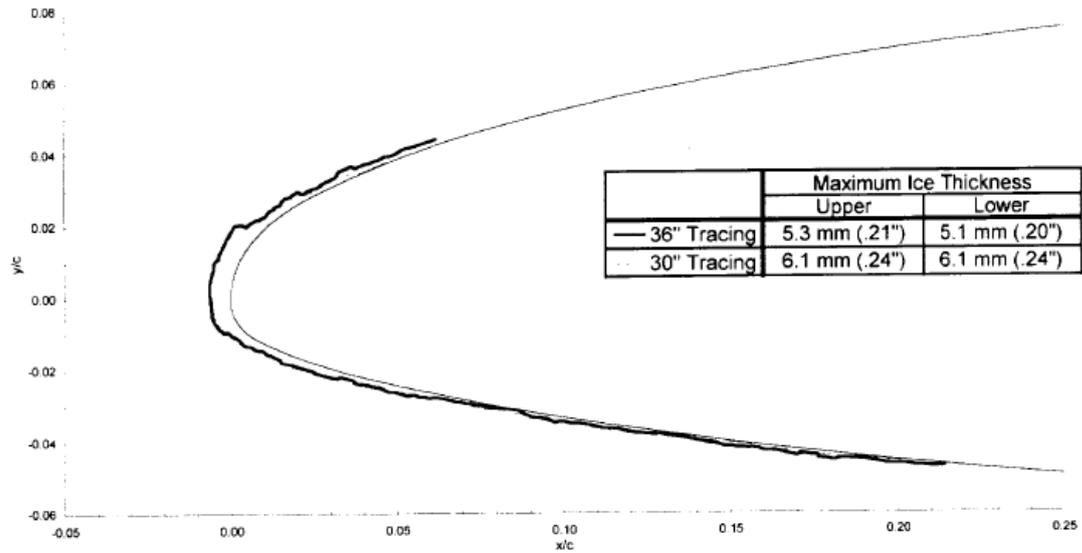


Figura 26: Formación de hielo NTR Run 627r2

En donde se puede observar que, en la parte superior, existe un 20% de diferencia entre las repeticiones, y sobre la parte inferior la diferencia es de un 25.5%.

Dentro de la Figura 27, al igual que en la Figura 28, se puede observar el crecimiento de la capa de hielo sobre el borde de ataque del perfil cada 2 minutos, el cual posee las mismas características vistas en el experimento realizado por la NASA.

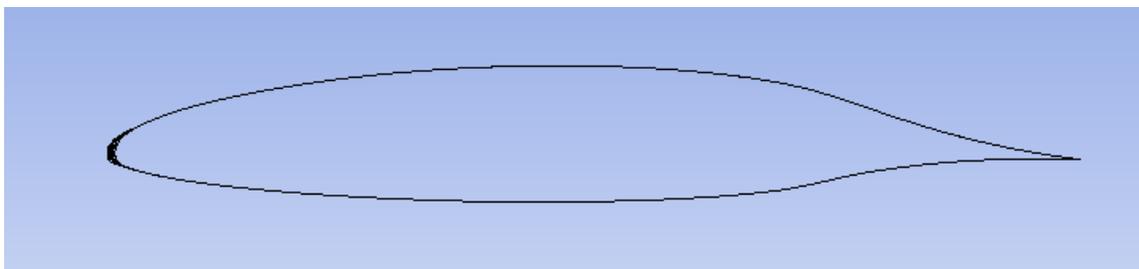


Figura 27: Formación de hielo simulación 627

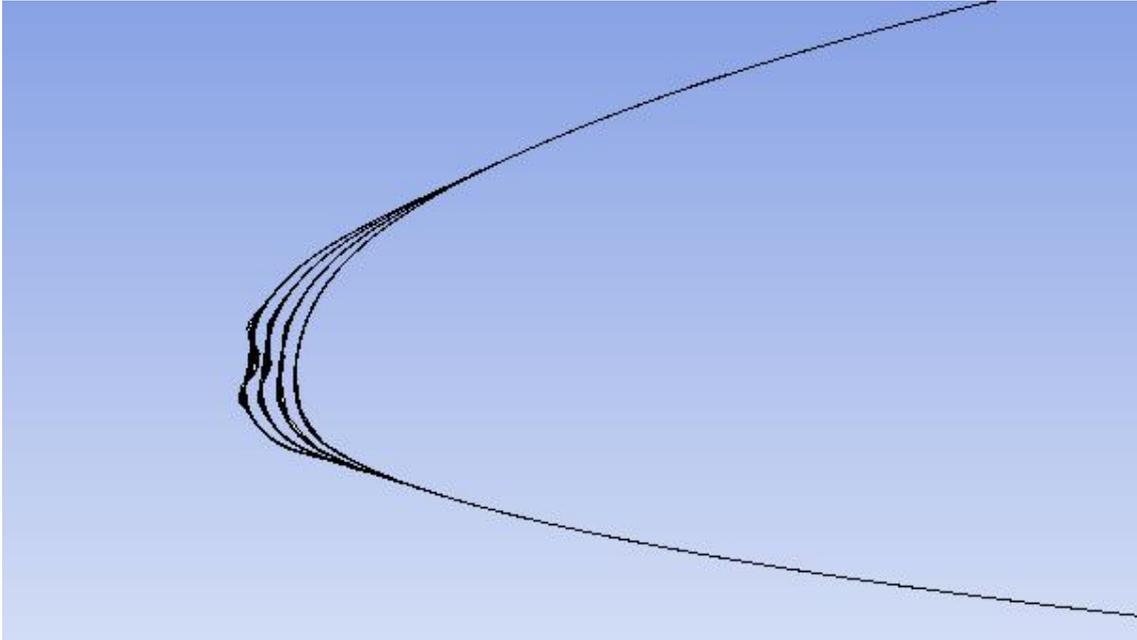


Figura 28: Detalle de formación de hielo

En la Figura 29 se muestra el espesor de la capa de hielo alcanzado, en donde sobre la parte inferior llega a 6.46 mm, mientras que en la parte superior alcanza los 6.08mm, ambos valores dentro de los obtenidos experimentalmente.

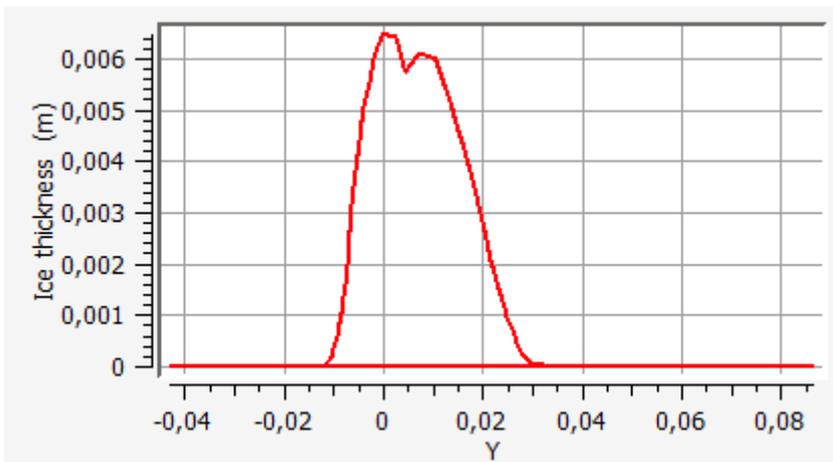


Figura 29: Espesor de capa de hielo simulación 627

Y, en último lugar, la visualización de la formación de hielo se muestra en la Figura 30.

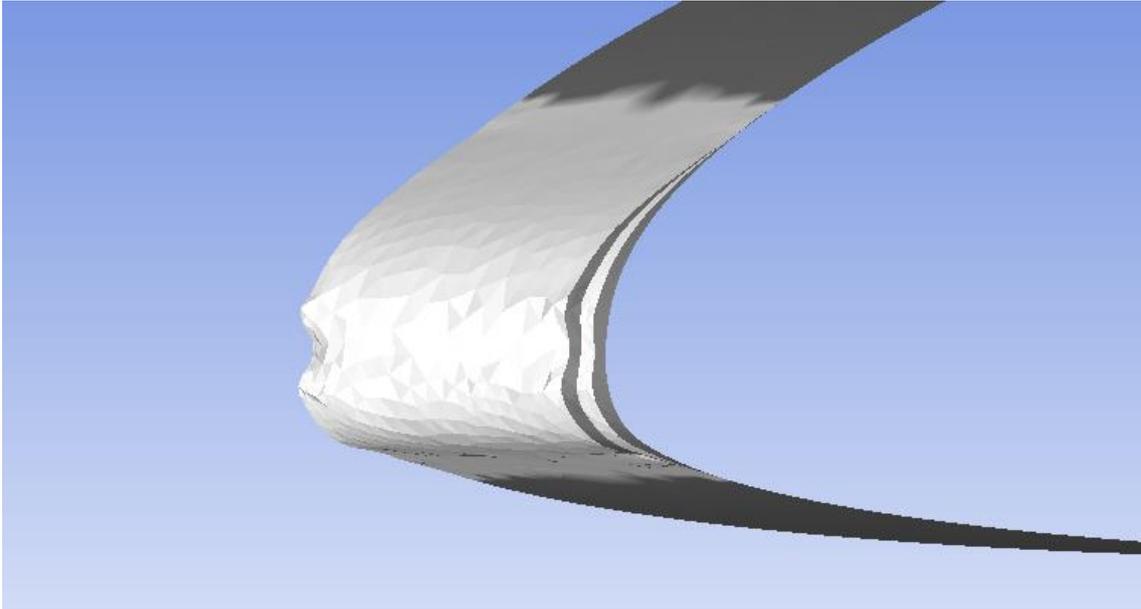


Figura 30: Visualización de simulación 627

En la Figura 31 se observa el campo de presiones obtenido mediante la simulación, en donde se puede observar que la disminución de la presión sobre el extradós del perfil es menor cuando aparece la formación de hielo.

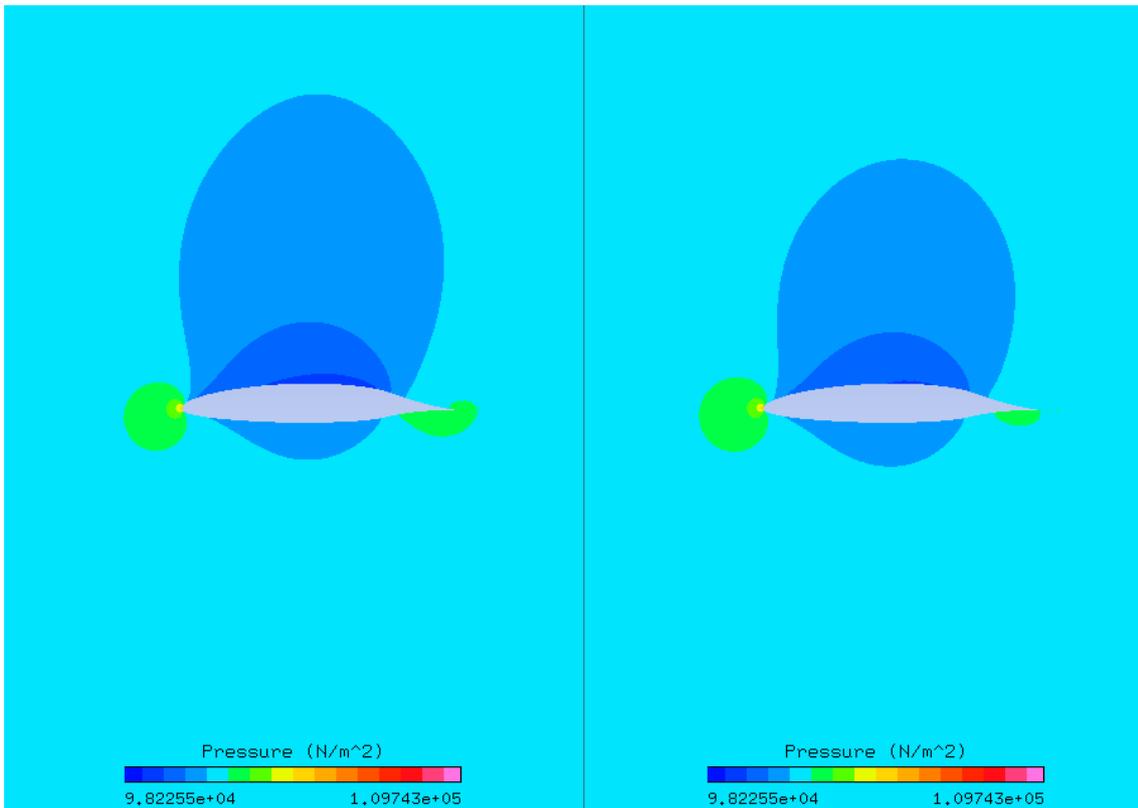


Figura 31: Campo de presiones simulación 627

Dentro del campo de velocidades, se puede observar que la estela que deja el perfil es mayor en el caso de la formación de hielo.

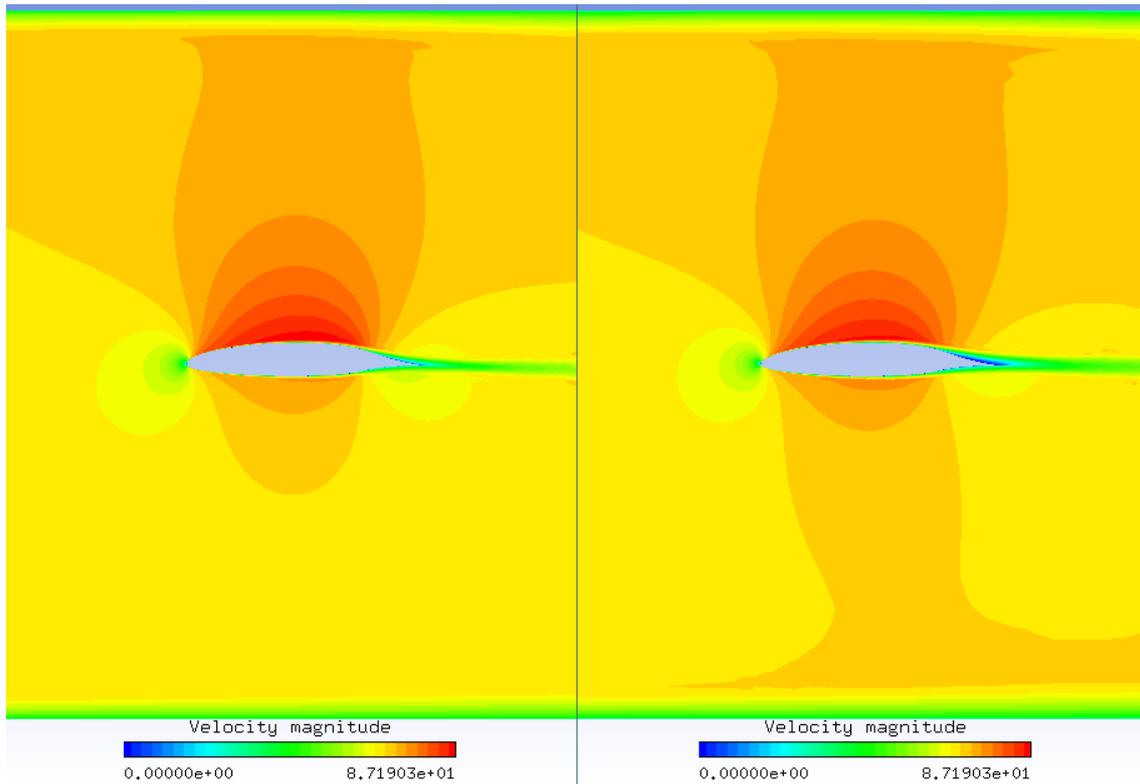


Figura 32: Campo de velocidades simulación 627

Por último, en la Figura 33 se muestra la burbuja de recirculación que se forma sobre la parte trasera del perfil, en el extradós.

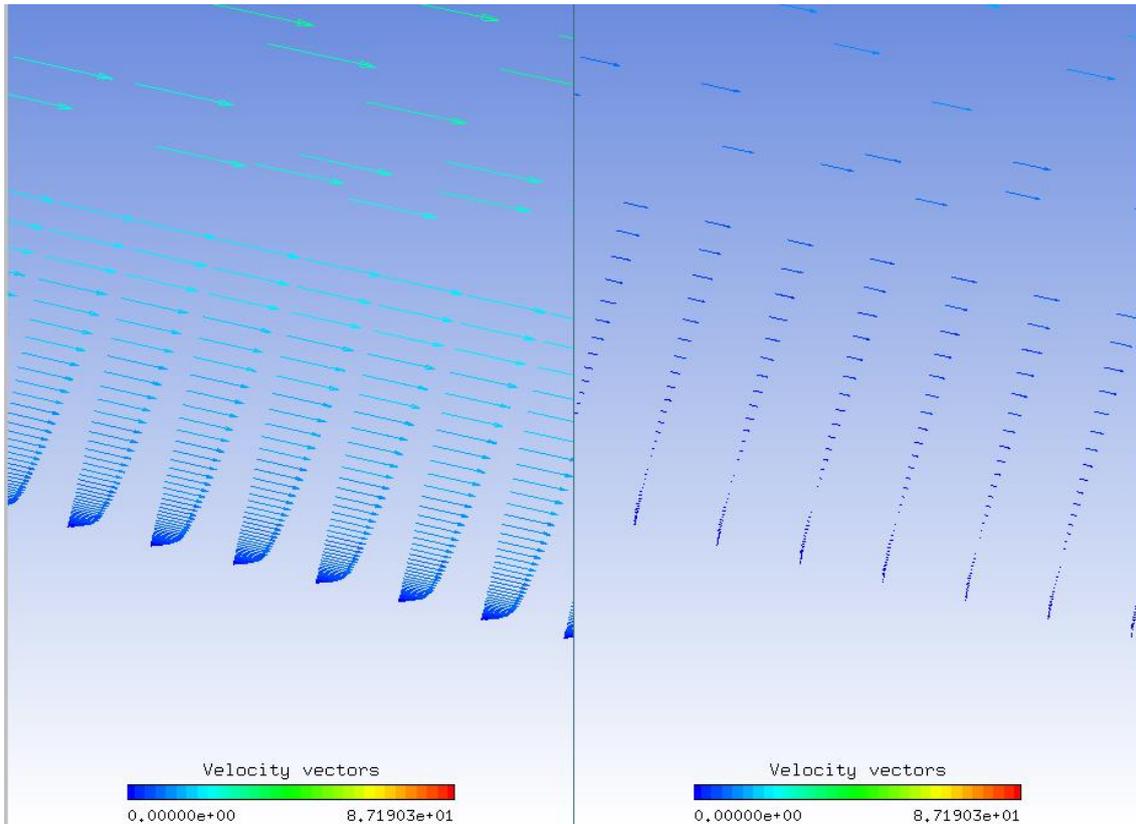


Figura 33: Burbuja de recirculación sobre extradós

Resultados sobre la simulación del perfil de la aeronave SAAB 340

Utilizando los datos obtenidos del día del accidente, los cuales representan un clima con temperaturas ligeramente por debajo de los 0°C , se puede observar cómo se forma hielo claro sobre el perfil, a razón de $3\text{mm}/\text{min}$.

En la Figura 34 y en la Figura 35, se muestra el crecimiento de hielo a lo largo del período de tiempo calculado, en donde se registró la capa de hielo formado cada dos minutos.

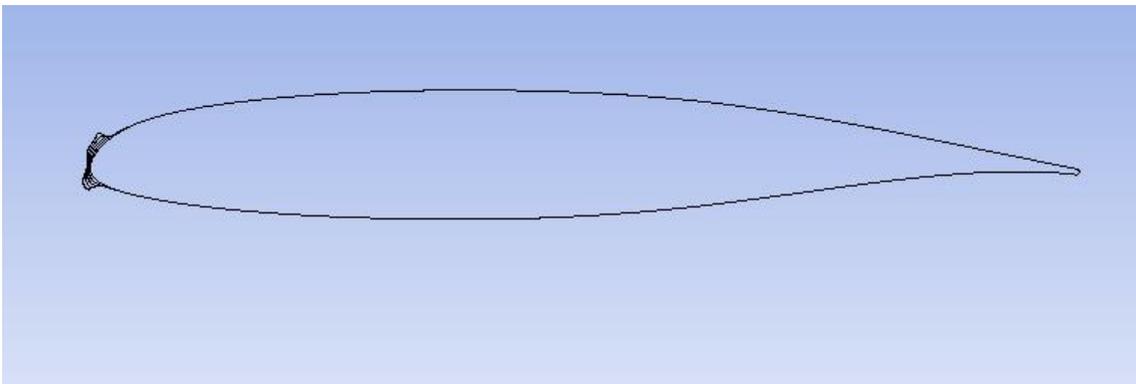


Figura 34: Formación de hielo simulación SAAB 340

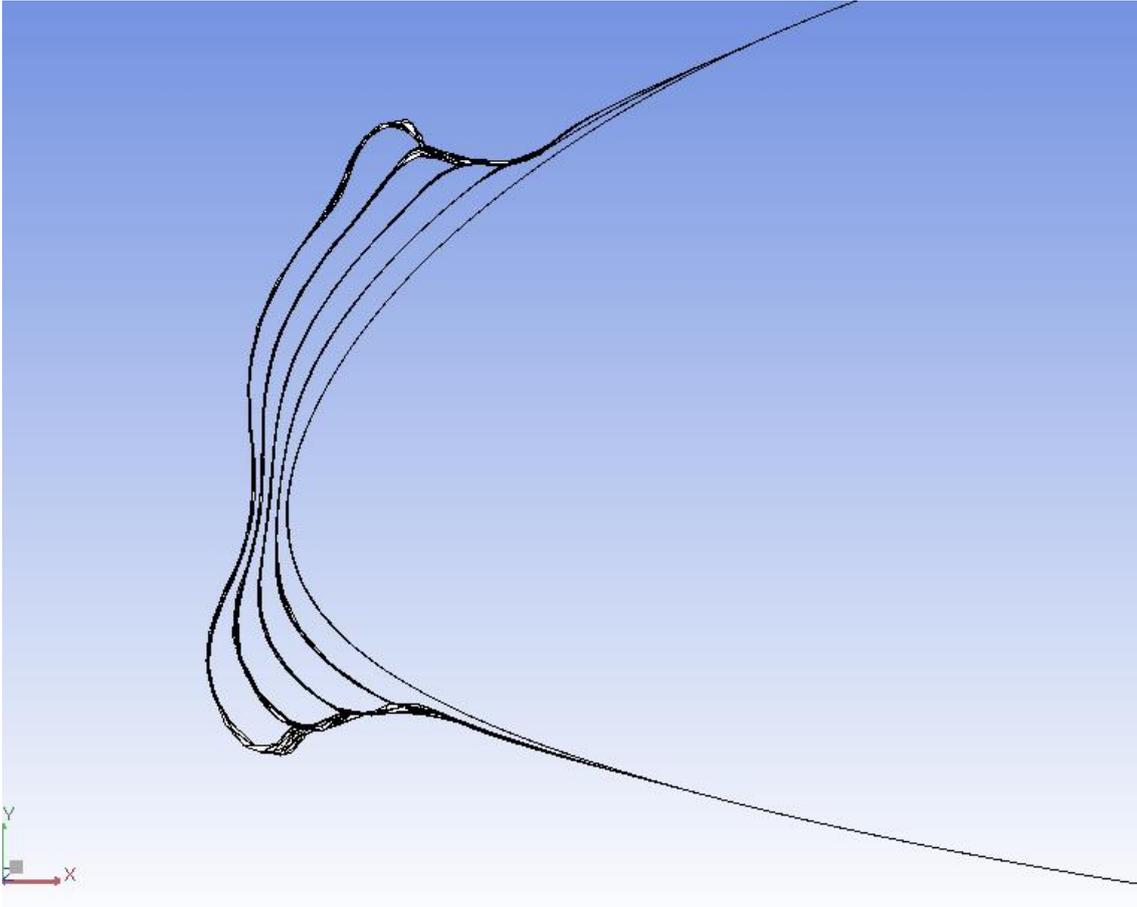


Figura 35: Formación de hielo sobre borde de ataque SAAB 340

En la Figura 36 se observa el espesor de la capa de hielo final (8 minutos), según la posición en Y de la pared del perfil, en donde se puede apreciar que se generan dos cuernos de hielo, en donde el espesor máximo en la parte superior es de 2,4 centímetros, mientras que en la parte inferior del perfil el espesor máximo alcanza 2,5 centímetros

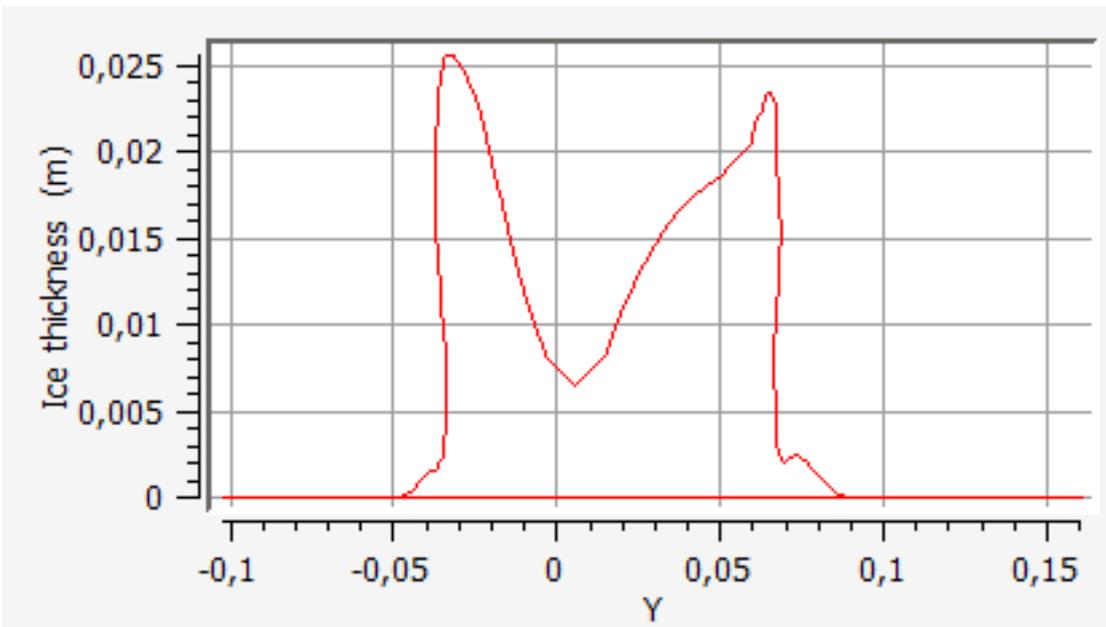


Figura 36: Espesor de hielo SAAB 340

Y, por último, se muestra la Figura 37 con el borde de ataque del perfil con la máxima acumulación de hielo calculada.

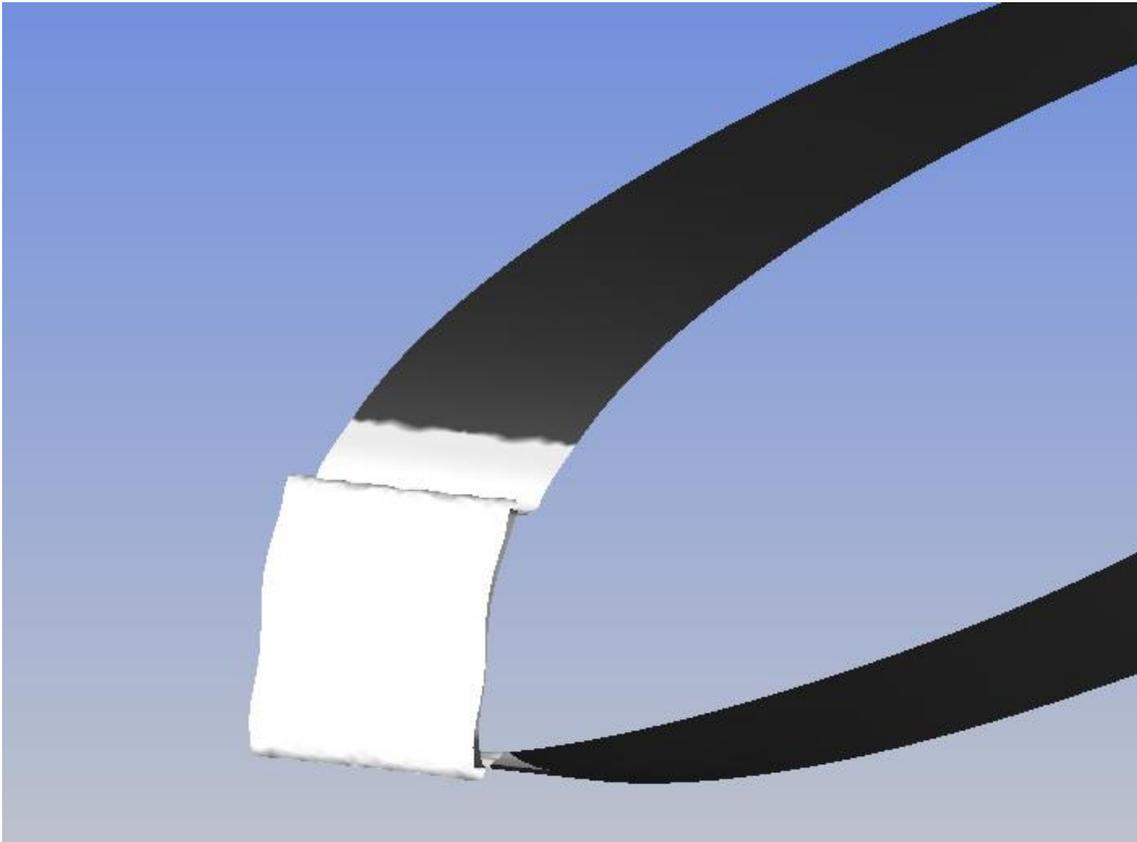


Figura 37: Capa de hielo sobre SAAB 340

En la Figura 38 y Figura 39, se observa el campo de presiones alrededor del perfil limpio y contaminado, en donde se puede apreciar que la región de estancamiento se incrementa, así como la presión mínima sobre el extradós aumenta y la presión sobre el intradós se reduce.

Esto se traduce en un aumento de la resistencia y una disminución en la sustentación del perfil.

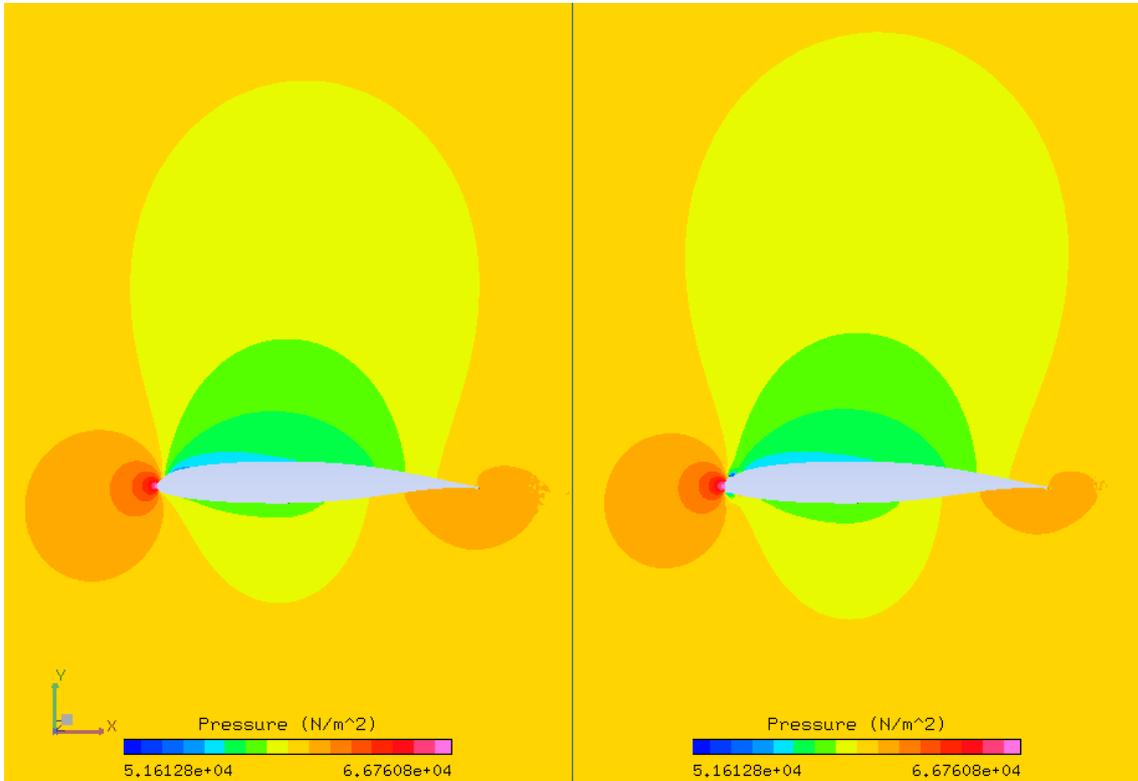


Figura 38: Campo de presiones sobre SAAB 340

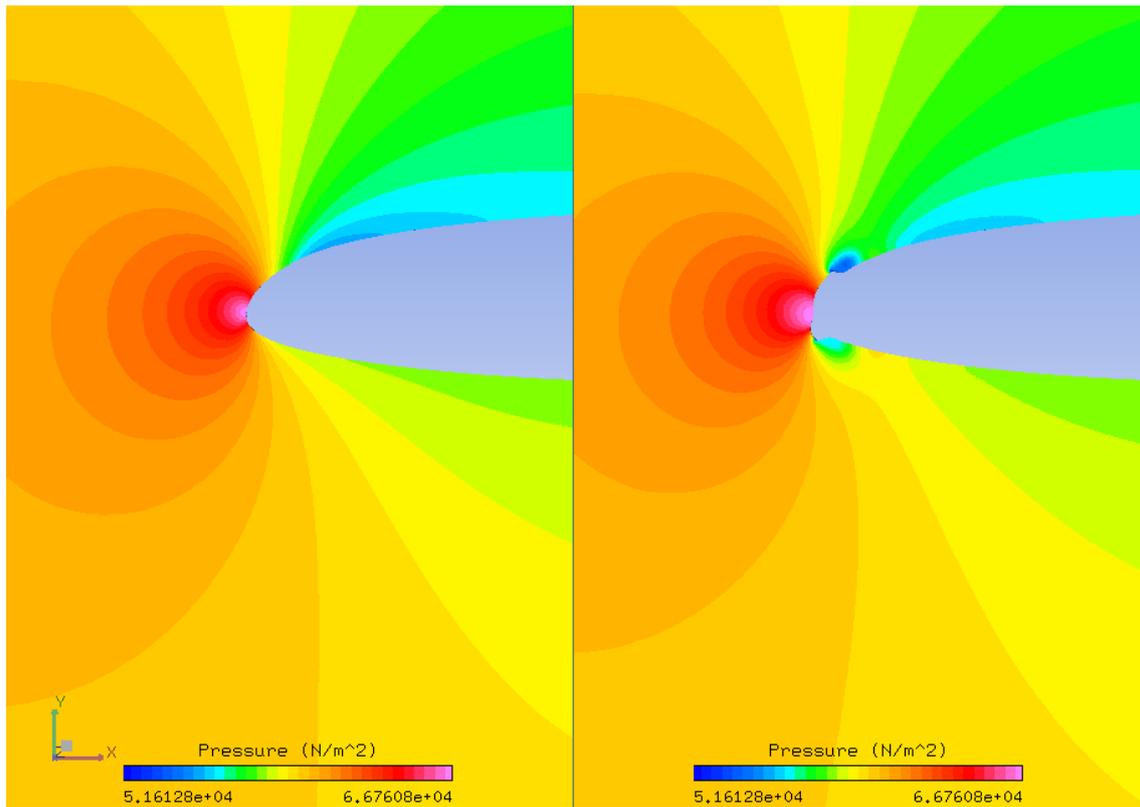


Figura 39: Campo de presiones sobre borde de ataque SAAB 340

En el campo de velocidades, que se muestra a continuación (Figura 40 y Figura 41), se puede observar que, a pesar de la formación de los cuernos de hielo, que producen dos burbujas de recirculación en su zona posterior, la capa límite se readhiere al perfil.

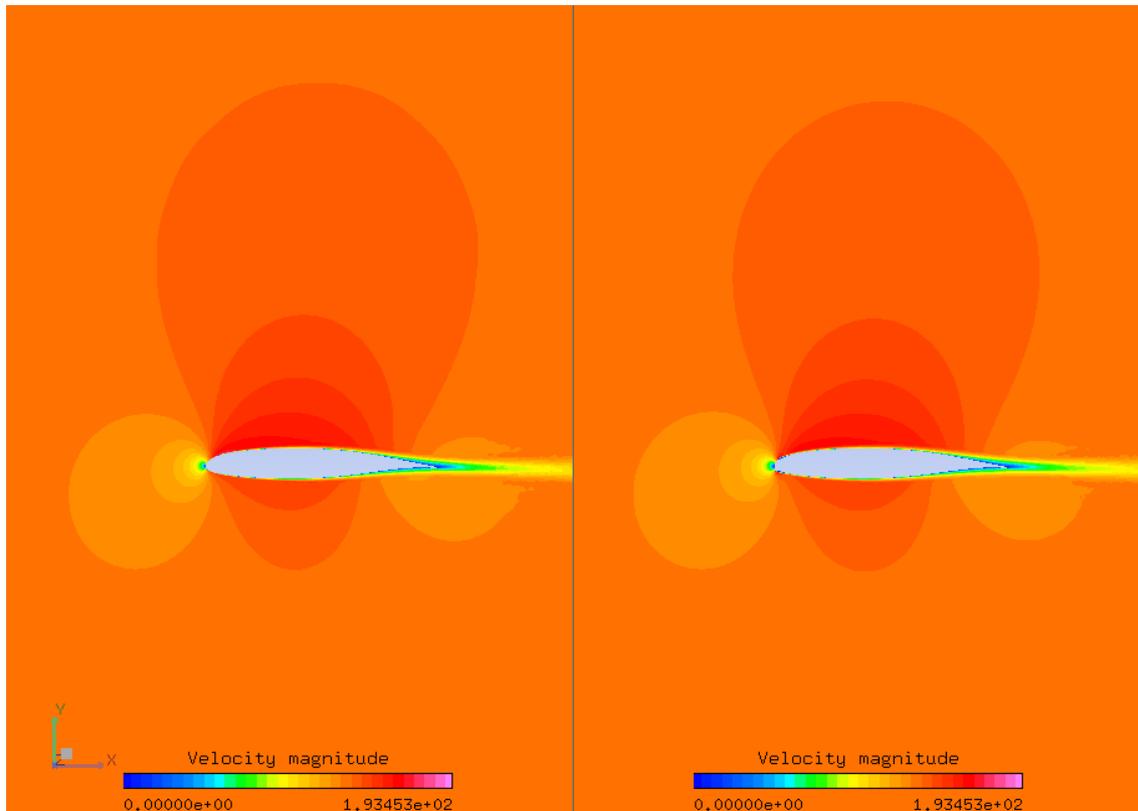


Figura 40: Campo de velocidades sobre SAAB 340

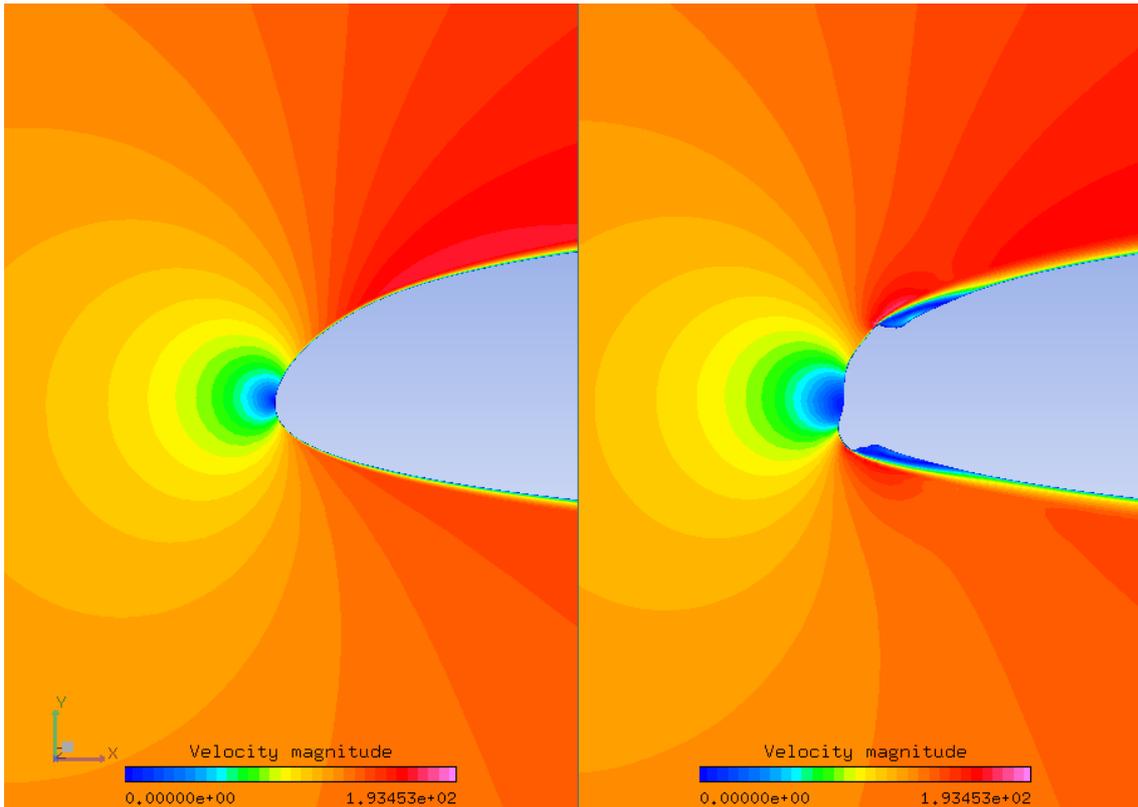


Figura 41: Campo de velocidades borde de ataque SAAB 340

En las próximas dos imágenes se observan los vectores de velocidad, en los que se pueden observar las burbujas de recirculación.

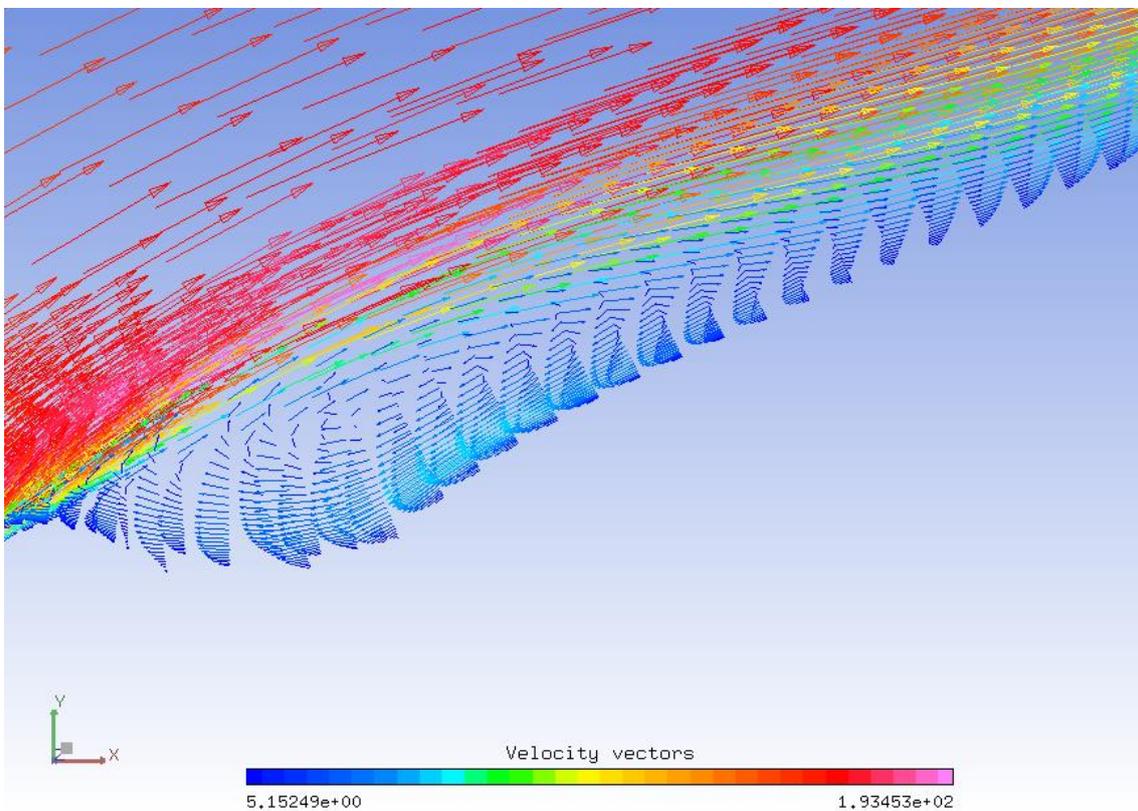


Figura 42: Burbuja de recirculación superior SAAB 340

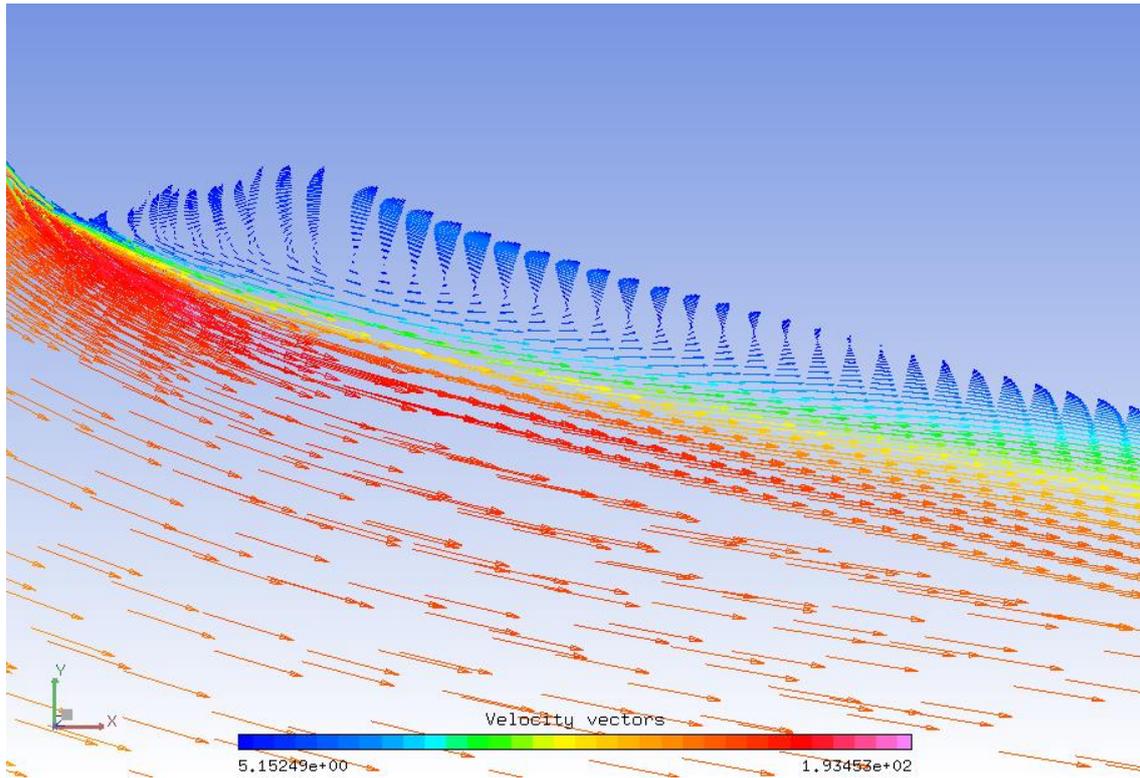


Figura 43: Burbuja de recirculación inferior SAAB 340

Cambio de los coeficientes aerodinámicos

En la Tabla 1 aparecen los resultados obtenidos tanto del coeficiente de sustentación como de resistencia obtenidos experimentalmente y mediante la simulación.

	Caso	Cl-clean	Cl-iced	Cd-clean	Cd-iced	Pérdida Cl %	Aumento Cd %	Pérdida Cl promedio	Aumento Cd promedio
Experimento	NTR 622	0,463	0,418	0,0105	0,0202	9,72	92,38	8,55	93,65
	NTR 622r1	0,461	0,425	0,0105	0,0204	7,81	94,29		
	NTR 622r2	0,479	0,44	0,0105	0,0204	8,14	94,29		
Simulación	NTR 622	0,372	0,369	0,0188	0,0262	0,81	39,36	0,81	39,36
Experimento	NTR 627	0,462	0,433	0,0105	0,0169	6,28	60,95	7,40	61,26
	NTR 627r1	0,478	0,443	0,0105	0,0167	7,32	59,05		
	NTR 627r2	0,476	0,435	0,0105	0,0172	8,61	63,81		
Simulación	NTR 627	0,376	0,309	0,0259	0,0732	17,82	182,63	17,82	182,63
Simulación	MS(1)-0313	0,353	0,324	0,0090	0,0148	8,22	64,44	8,22	64,44

Tabla 1: Resultados de Cl y Cd

Conclusiones

Como se puede observar de los resultados obtenidos, se pueden realizar las siguientes conclusiones:

- La independencia del tiempo de cálculo de formación de hielo entre soluciones de aire seco se puede alcanzar utilizando un tiempo intermedio de 2 minutos.
- El error en la formación de hielo para el caso de hielo claro es del 30%, en contraposición con la incertidumbre arrojada por los experimentos (14%), los cuales pueden deberse a diversos factores, como el ángulo de ataque real de la aeronave y la turbulencia que posee el túnel de viento IRT utilizado por NASA para los ensayos.
- En el caso de la formación de hielo tipo escarcha, los resultados obtenidos son representativos del experimento, dado que el espesor de la capa de hielo obtenido se encuentra dentro de los valores hallados experimentalmente.
- Los resultados de los coeficientes aerodinámicos calculados no se corresponden con los valores obtenidos experimentalmente, por lo que los datos de los coeficientes no fueron validados.

En cuanto al programa, se pueden considerar los siguientes aspectos:

- Para realizar una simulación de hielo escarcha, con no más de 6 minutos de exposición, se puede realizar una malla estructurada.
- En caso de no saber el tipo de formación de hielo, se debe realizar una malla de tipo no estructurada, cuyos elementos deben ser únicamente tetraédricos y prismáticos.
- Es más sencillo utilizar el Programa FENSAP-ICE fuera de Workbench, para lo cual se debe importar la malla inicial desde un mallador hacia el formato de Fluent.
- Si no se utiliza Optigrd en la simulación, se puede utilizar Fluent en lugar del módulo Fensap, cuyos resultados se obtienen de manera más rápida.
- No se pueden calcular los coeficientes aerodinámicos directamente en Fensap, debido a que dicho cálculo posee un error. Para obtener los coeficientes aerodinámicos, se deben exportar los resultados a CFD-Post, en donde sí pueden ser calculados dichos resultados.

En cuanto a la simulación del caso de estudio, se puede detallar lo siguiente:

Las condiciones de formación de hielo en el vuelo 5428 de Sol, como se puede observar en los resultados de la simulación, eran muy severas.

El manual de operaciones de la aeronave, en la sección del sistema de protección contra lluvia y hielo, dice lo siguiente sobre la activación de las botas de deshielo:



CONDITIONS	NORMAL PROCEDURES
(Cont'd)	<p>5. AUTO CYCLING switch CONT / ONE CYCLE</p> <ul style="list-style-type: none"> - Operate the BOOT DE-ICE system at the first sign of ice formation anywhere on the aircraft, or upon annunciation from an ice detector system, (if installed) whichever occurs first. Continue to operate the system in either CONT mode, or operate the system as needed (if ice accumulation between the cycles is estimated to be more than 5 mm (1/4 inch)) to minimize the ice accumulation on the airframe. In severe icing it might be necessary to operate the boots manually, in between the automatic cycling in CONT mode, to minimize ice accumulation. Use the BOOT DE-ICE system until the airplane is determined to be clear of ice after leaving icing conditions. - Observe boot indication lights to come on, one at a time. - Do not use CONT mode on final approach. Complete boot de-icing prior to landing (to prevent the boot from inflating during the flare). <p>When wing and stabilizer de-icing no longer required.</p> <p>6. AUTO CYCLING switch OFF</p> <p>Boots de-ice manual operation.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Press and hold one manual push-button at a time for 6 sec. in the following sequence: STAB-W OUTB - W INB-STAB. - Observe respective BOOT IND light to come on. - Repeat as often as required (ice accumulation more than 5 mm (1/4 inch)).

El sistema de protección se activa automáticamente cada tres minutos, pero el piloto debe activarlo manualmente si el espesor de la capa de hielo es mayor a 5mm, por lo que, considerando que el crecimiento de hielo se produce a razón de 3 mm/min, se debería activar el sistema manualmente cada 1:40 minutos, lo que daría como resultado un período muy corto entre activaciones.

Sumado a la pérdida de rendimiento del motor producto del hielo, se puede observar que la formación de hielo en las alas de la aeronave SAAB 340 fueron críticas, a tal punto que resultó como una de las causas fundamentales del accidente.

Trabajos futuros

El presente trabajo final puede ser ampliado en los siguientes temas:

- Validación del cálculo de los coeficientes aerodinámicos.
- Variación de los coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque.
- Simulaciones de formación de hielo no estacionaria.
- Simulación de formación de hielo en diferentes componentes de una aeronave (tubo Pitot, motores, hélices, estabilizadores, fuselajes).
- Implementación de sistemas de protección antihielo.

Bibliografía

- NASA technical report 2000-210031, Ice Accretions and Icing Effects for Modern Airfoils.
- ANSYS FENSAP-ICE User Manual
- ANSYS FENSAP-ICE in ANSYS Workbench User's Guide
- Effects of Large-Droplet Ice Accretion on Airfoil and Wing Aerodynamics and Control, FAA – AR 00/14, March 2000
- Janjua, Z., Turnbull, B., Hibberd, S., Choi, K., “Mixed ice accretion on aircraft wings”, Physics of Fluids, 30. (2018).
- Informe C.E. N° 096/11, JIAAC, 18 de mayo de 2011