

## ERRORES ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CARRERAS DE INGENIERÍA

Natalia Altamirano<sup>1,2</sup>; Rossana Di Domenicantonio<sup>1,2</sup>; Mabel García<sup>1</sup>; Laura Langoni<sup>1</sup>;  
María de las Mercedes Trípoli<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ETEMI, Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP.

<sup>2</sup>IMApEC, Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP.

[mercedes.tripoli@ing.unlp.edu.ar](mailto:mercedes.tripoli@ing.unlp.edu.ar)

### Resumen

Como docentes de las primeras asignaturas de matemática de la Facultad de Ingeniería de la UNLP hemos observado la persistencia de errores algebraicos en las producciones de los alumnos, aún en aquellos que han concluido sus estudios secundarios el año inmediato anterior y a pesar de haber aprobado el curso de nivelación. Ello motivó la necesidad de contar con un registro de los errores algebraicos más frecuentes y por ello, se confeccionó una prueba diagnóstica que los alumnos resolvieron en una de las primeras clases de Matemática A, primera materia que cursan de esta área. La prueba fue realizada por 250 alumnos tanto en 2015 como en 2016. En este trabajo se analizan los resultados obtenidos con el fin de detectar falencias frecuentes y, a futuro, poder analizar las consecuencias que estos errores provocan en la comprensión de contenidos más específicos y proponer acciones que conduzcan a minimizarlos.

**Palabras clave:** Errores algebraicos, Matemática, Ingeniería.

### Abstract

As teachers of the early mathematics courses of the Engineering Faculty of the UNLP we have observed the persistence of algebraic errors in the productions of students, even those who have completed high school the previous year and have passed the University's leveling course. This issue motivated the need to have a record of the most common algebraic errors made by the students. Therefore a diagnostic test was developed, students took this test in one of the first classes of Mathematics A, first class of the curriculum. The test was taken by 250 students in both 2015 and 2016. This paper analyzes the results obtained in order to detect frequent failures, and in the future, be able to analyze the consequences that these errors cause in understanding more specific content and proposing actions that'll lead to minimize them.

### 1. Introducción

Como docentes de Matemática A y Matemática B, primeras asignaturas de matemática que cursan los alumnos que ingresan a la Facultad de Ingeniería de la UNLP, hemos observado, a lo largo de los años, errores de tipo algebraico que los estudiantes cometen a pesar de haber transitado por la escuela secundaria y, en la mayoría de los casos, haber aprobado el curso de nivelación<sup>16</sup>. La modalidad de aula-taller con la que trabajamos nos permite observar permanentemente el trabajo de los alumnos y detectar allí los errores mencionados, o bien al corregir actividades especiales o los exámenes parciales obligatorios que deben rendir los estudiantes para poder acreditar la asignatura. Sin

<sup>16</sup> Los contenidos del Curso de Nivelación son: conjuntos numéricos, ecuaciones polinómicas y fraccionarias, rectas, cónicas, sistemas de ecuaciones y trigonometría.

embargo, antes del año 2015 no habíamos realizado estas observaciones. La preocupación fue surgiendo naturalmente. Cada una de nosotras como así también otros docentes del área, vimos acentuarse en los últimos años las dificultades operatorias de nuestros alumnos, tanto por errores reiterados como por la poca destreza en el manejo algebraico. De acuerdo con Del Puerto, S. M., Minnaard, C., & Seminara, S. (2006, p.2), “la presencia de errores algebraicos obstaculiza con frecuencia la articulación exitosa, y resulta por ello imprescindible un adecuado diagnóstico que sustente una postura superadora”. Estas falencias generan serias dificultades al momento de incorporar conceptos y operatorias. Un ejemplo de esto es el estudio de límites, ya que aun entendiendo el concepto, no pueden resolver los ejercicios por las dificultades que tienen con la factorización y simplificación de expresiones algebraicas. Como considera López (2015), la comprensión de los nuevos conceptos a ser adquiridos, que demandan del estudiante una gran capacidad de abstracción, se dificulta si no se sustenta sobre una base muy sólida constituida por las ideas más elementales del álgebra y la geometría. Es necesario que los errores sean reconocidos por los alumnos como conflictos en el aprendizaje de los diferentes contenidos y comprendan, por ello, que es necesario superarlos con el fin de obtener logros de los mismos, como refieren García, J., Segovia, I., & Lupiáñez, J. L. (2011).

Esta persistencia de errores de tipo algebraico, que se observa en alumnos del nivel universitario, es lo que motivó, en las docentes que presentamos este trabajo, el interés por realizar un estudio de los mismos.

El objetivo de este trabajo, es tener un registro de los errores algebraicos más frecuentes que cometen los alumnos al inicio de la cursada de Matemática A a fin de contar con un sustento a nuestras percepciones acerca del incremento de las dificultades operatorias que presentan los estudiantes que cursan el primer semestre en la Facultad de Ingeniería. A partir de este registro se podrá hacer hincapié y ejercitar sobre esos errores para que dejen de constituir un obstáculo en el aprendizaje de los conceptos propios de las asignaturas de matemática o afines a ella.

## 2. Fundamentación y propuesta metodológica

Distintos investigadores en educación matemática consideran al error como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje y sugieren su diagnóstico, su tratamiento y discusión con los alumnos, para presentarles luego situaciones matemáticas que les permitan reajustar sus ideas (Del Puerto et. al. 2006). Los errores se pueden utilizar como punto de partida y motivación para la revisión de los conceptos estudiados y pueden proporcionar una comprensión más completa y profunda del contenido matemático, es decir, ser fuente de aprendizaje significativo para que los alumnos logren nuevos saberes y surjan en ellos nuevas ideas. Como menciona Socas, citado por Ortigoza, A. B. R., & Dueñas, W. M. L. (2013, p.3) y Del Puerto et. al. (2006, p.1), “el error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción”.

Como docentes del nivel universitario en asignaturas de matemática, hemos observado las diversas dificultades y conflictos que presentan los estudiantes en las operaciones algebraicas al momento de realizar una actividad donde las mismas sean parte de su resolución. Estos errores, tales como factorización, simplificación, aplicación de propiedades u otras, hacen que se obstaculice el aprendizaje de un concepto nuevo, específico de la asignatura que se está impartiendo.

Tanto en 2015 como en 2016 se realizó una prueba diagnóstica en cuatro comisiones con alumnos que cursaban por primera vez Matemática A. De esta manera contaríamos con información escrita sobre las falencias frecuentes que pasan más desapercibidas en las evaluaciones regulares de las materias del área. Los ejercicios seleccionados para la misma responden a aquellos errores que en nuestra práctica docente notamos más frecuentemente en los últimos años.

La población considerada en este trabajo, fue un conjunto de 250 alumnos tanto en 2015 como en 2016. En el año 2015 participaron estudiantes de Ing. Agrimensor, Ing. Hidráulica, Ing. Industrial, Ing. Civil e Ing. en Computación mientras que en 2016 los alumnos intervinientes fueron de las carreras de Ing. Agrimensor, Ing. Hidráulica, Ing. Industrial, Ing. Electrónica e Ing. Mecánica.

El diagnóstico consistió en una prueba escrita conformada por nueve ítems de tipo opción múltiple realizada en la tercera clase de la asignatura mencionada. En todos los ítems la última opción posible era “Ninguna de las anteriores”; en este caso debían escribir la respuesta que ellos consideraban correcta. Algunos de los puntos tenían más de una opción como respuesta correcta. Los alumnos disponían de 15 minutos para la resolución. Se decidió que la prueba contara con el nombre y apellido del alumno para que fuera posible hacerle la devolución correspondiente y poder utilizarla para compararla con su rendimiento a lo largo de la cursada.

La experiencia en la implementación de la prueba diagnóstica del año 2015 motivó la realización de algunos ajustes para el año siguiente. Por ejemplo, las respuestas que daban los alumnos cuando señalaban “Ninguna de las anteriores”, nos proporcionaron nuevas opciones posibles.

### 3. Resultados

Luego de realizar las correcciones de las pruebas diagnósticas, se realizaron dos tipos de análisis: por un lado se sacaron conclusiones de los resultados por ejercicio y, por el otro, se hicieron comparaciones generales del rendimiento de los alumnos por año y por carreras.

Del análisis de los ejercicios se pudo observar que al momento de señalar expresiones equivalentes a  $(a - b)^2$ , la mayoría identifican  $a^2 - 2ab + b^2$  pero no  $(a - b) \cdot (a - b)$ , dejando en evidencia que perdura más recordar la regla que entender el concepto.

En la expresión  $\sqrt{\frac{a^4+b^4}{b^4}}$  los alumnos optan mayoritariamente por seleccionar  $\frac{\sqrt{a^4+b^4}}{b^2}$  sin tener en cuenta  $\frac{1}{b^2}\sqrt{a^4+b^4}$ , mostrando falencias aritméticas subyacentes. Lo mismo se observa cuando en expresiones equivalentes a  $\frac{a}{\sqrt{4a}}$ , la mayoría identifica  $\frac{a}{2\sqrt{a}}$  y no  $\frac{a^{1/2}}{2}$ . Otro error aritmético significativo se detectó al preguntar sobre el resultado de  $-1^2$ ; en este caso, casi un 70% respondió incorrectamente debido a que no comprenden la importancia de la existencia o no de paréntesis.

Cuando la expresión original fue  $a(bc)$ , un gran número de alumnos señaló erróneamente a las expresiones  $ab \cdot ac$  o  $ab + ac$  como equivalentes, utilizando propiedades inexistentes. Situación similar se observó al momento de simplificar la expresión  $\frac{t^6}{t^2+t^4}$ . A pesar de que gran parte de ellos respondieron correctamente a este ítem, en el año 2016 se incorporó como respuesta posible el 1 (por haber sido mencionada por los alumnos en el año anterior); siendo esta opción señalada por más de la cuarta parte de los participantes.

Aun cuando la consigna de la prueba lo señalaba, muchos alumnos que elegían la opción “Ninguna de las anteriores”, no escribían la respuesta que consideraban correcta. Esto puede presuponer falta de lectura del enunciado o bien no arriesgarse a escribir algo incorrecto. Aun siendo una prueba de elección múltiple y no de elaboración, hubo alumnos que dejaron preguntas sin responder.

Los resultados de las pruebas diagnósticas del año 2015 fueron cotejados con la trayectoria de cada uno de esos alumnos en la asignatura Matemática A. Respecto de la del año en curso, en este momento contamos con el resultado de la prueba diagnóstica quedando la comparación pendiente para la finalización del mismo, por lo que no se incluye en el presente trabajo. En este sentido, se puede observar que aquellos estudiantes que obtuvieron mayor puntaje en la prueba diagnóstica del año 2015 fueron, en mayor medida, los que promocionaron o aprobaron los trabajos prácticos de la materia, mientras que los que obtuvieron menor puntaje terminaron desaprobando el curso o abandonando la cursada (ver Figura 1).

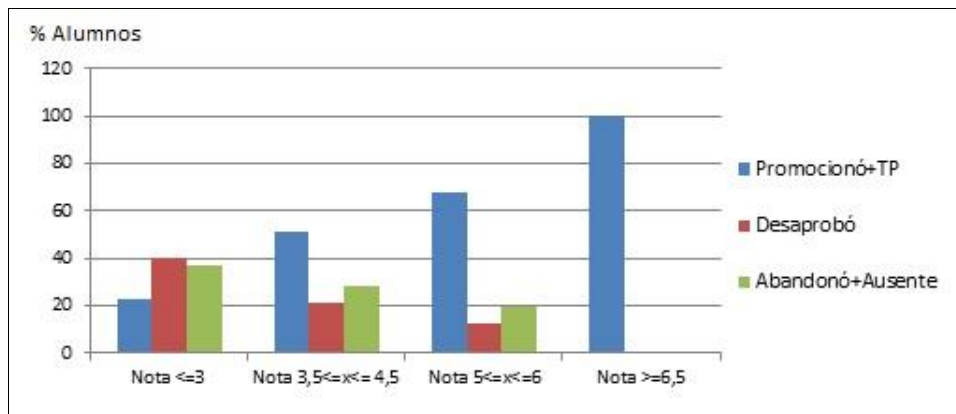


Figura 1: Relación entre el resultado de la prueba diagnóstica y el rendimiento en Matemática A

También hemos notado la diferencia en los resultados obtenidos por los alumnos según su especialidad, como se observa en la Figura 2. En el año 2015, imagen de la izquierda, se distingue un inferior rendimiento en el segundo grupo de alumnos que corresponde en su gran mayoría a alumnos de la carrera de Ingeniero Agrimensor. En el año 2016, imagen de la derecha, se observa un desempeño superior en el grupo correspondiente a alumnos de Ing. Electrónica.

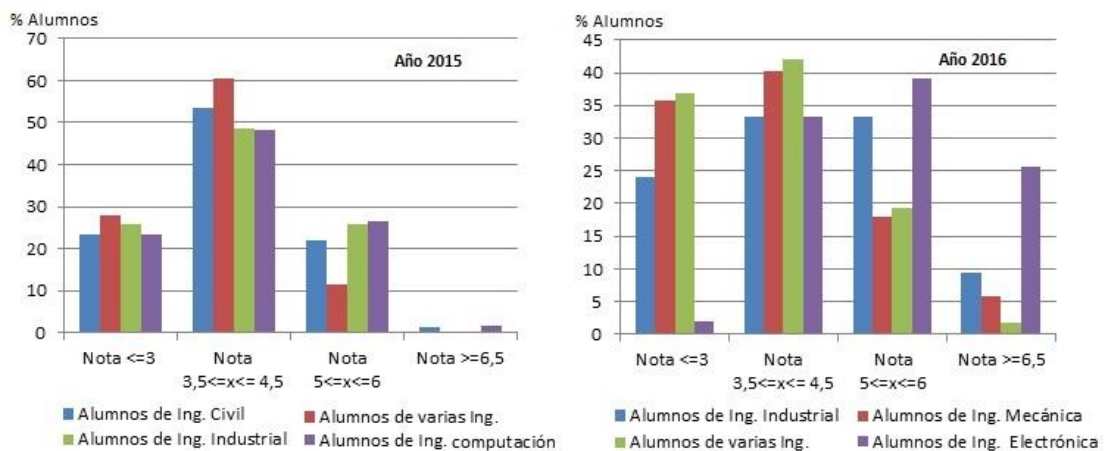


Figura 2: Relación del rendimiento por carreras

En la Figura 3 podemos ver una comparación entre los resultados del diagnóstico obtenido en los dos años. Como se puede observar, se obtuvo un rendimiento superior en el año 2016 pero el análisis por especialidad muestra que pudo incidir en ello el alto rendimiento del grupo de alumnos de Ing. Electrónica que no fue parte del grupo de estudio del año 2015.

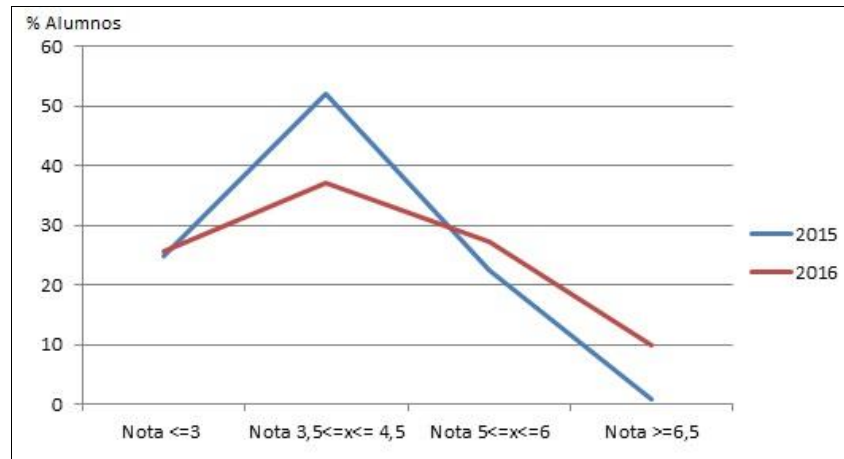


Figura 3: Comparación del rendimiento de la prueba diagnóstica por año.

#### 4. Conclusiones

Se puede considerar al error como una fuente valiosa de información, a la que puede dársele sentido positivo en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En una puesta en común, el error puede ser motivador para que el alumno argumente, revea, discuta acerca de sus conocimientos y, de esa forma, logre profundizar y así acrecentar la comprensión y el razonamiento matemático.

Las autoras de este trabajo consideramos que el tener un mayor conocimiento de los errores que nuestros alumnos cometen, nos permitirá desarrollar estrategias que ayuden a prevenirlos o bien a que los mismos estudiantes sean capaces de cuestionar su propia producción, detectar posibles errores y debatirlos con sus pares.

Es importante que el alumno entienda cuál fue el error cometido y revea los conceptos relacionados con ese error. Para ello deberá asumir un rol activo en su aprendizaje, ser crítico de sus producciones, formulándose preguntas, comparando resultados y procedimientos de su propio trabajo o el de sus compañeros y argumentando sobre esas resoluciones.

Realizar la prueba diagnóstica permitió que contáramos con un registro escrito de algunos de los errores algebraicos que los alumnos cometen más frecuentemente y que veníamos observando, en sus producciones, desde hace tiempo.

En relación al análisis de los resultados del diagnóstico, se pudo observar el escaso manejo de las operaciones algebraicas y aritméticas de los alumnos en general. Al comparar los resultados de la prueba con el rendimiento del estudiante al finalizar la cursada, se concluyó que aquellos alumnos que obtuvieron mayor puntaje en la prueba diagnóstica del año 2015 fueron, en mayor medida, los que promocionaron o aprobaron los trabajos prácticos de la materia, además, se observaron diferencias en el rendimiento del diagnóstico de los estudiantes en algunas especialidades de ingeniería en particular. Es por ello que, en trabajos futuros, estos primeros indicios serán estudiados a fin de contar con mayor información que permita confirmar estas observaciones.

La prueba diagnóstica, luego de haber sido realizada a dos cohortes, nos permite confirmar la persistencia de errores algebraicos y aritméticos en las resoluciones de

nuestros alumnos, como así también identificar aquellos errores más comunes. A partir de ello, nuestro propósito será generar modificaciones metodológicas conducentes a lograr respuestas satisfactorias al respecto, al menos en lo referido a algunos de ellos, con la finalidad de que dejen de constituir un obstáculo en el aprendizaje de los conceptos propios de las asignaturas de matemática, o afines a ella, en las carreras de Ingeniería.

## 5. Referencias

- Del Puerto, S. M., Minnaard, C., & Seminara, S. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de educación*, 38 (4), 7.
- García, J., Segovia, I. y Lupiáñez, J.L. (2011). Errores y dificultades de estudiantes mexicanos de primer curso universitario en la resolución de tareas algebraicas. En J. L. Lupiáñez, M.C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* (pp. 145-155). Granada: Universidad de Granada.
- López, W. O. F. (2015). Los problemas asociados a la comprensión del álgebra en estudiantes universitarios. *Revista Horizontes Pedagógicos*, 17 (1), 8-23.
- Ortigoza, A. B. R., & Dueñas, W. M. L. (2013, agosto). *Diagnóstico Sobre Errores Algebraicos en Estudiantes que Ingresan a la Universidad*. Trabajo presentado en el II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Colombia.