

# Sistema de control para la autoestabilización de un vehículo aéreo trirotor no tripulado

Gabriel Alejandro Chaves

LEIS-Laboratorio de Electrónica, Investigación y Servicios.

UNSL-Universidad Nacional de San Luis

San Luis Capital-Argentina

gchaves@unsl.edu.ar

**Abstract**—El objetivo de este proyecto es presentar el diseño de un sistema de control de estabilización sencillo para un vehículo prototipo aéreo no tripulado. El modelo matemático que describe el comportamiento del prototipo es obtenido a través de las ecuaciones de Newton-Euler para aceleraciones lineales y angulares donde los ángulos de rolido, cabeceo y dirección son realimentados como una entrada para el correspondiente controlador SISO. El vehículo desarrollado tiene 6 grados de libertad que son controlados por 3 motores trifásicos y un servo usado para inclinar el motor de cola a fin de compensar el torque total. La lectura de los 3 ángulos se lleva a cabo mediante la implementación de un acelerómetro tri-axial y un giróscopo tri-axial y han sido considerados independientes uno de otro, dando lugar a 3 sistemas de control de simple entrada y simple salida.

**Keywords:** UAV, Trirotor, ángulos de Euler, Sistemas Embebidos, Sistema de Control PID, Sistema SISO.

## I. INTRODUCCIÓN

Un tricóptero, también llamado trirotor, es un vehículo aéreo simple de tres motores donde uno de ellos, el motor de cola, puede inclinarse para anular el efecto producido por la reacción de los torques del sistema. Un trirotor tiene la ventaja de generar respuestas de movimiento rápido dado por la inclinación del motor de cola el cual puede ser también un desafío para este sistema ya que requiere cierta exactitud en la inclinación del motor para la estabilización del vehículo.

Para llevar a cabo el presente trabajo, se ha desarrollado un prototipo trirotor que posee 6 grados de libertad pudiendo realizar desplazamiento longitudinal, desplazamiento lateral, desplazamiento vertical, movimiento de rolido, movimiento de cabeceo y movimiento de dirección a través de la acción de los 3 motores trifásicos brushless y el mini-servo de cola. Éste último cumple dos funciones fundamentales: la primera es realizar el movimiento de dirección y la segunda es compensar el torque del motor de cola con una pequeña inclinación opuesta al par generado. Los sensores utilizados para cerrar el lazo de control son acelerómetros tri-axiales y giróscopos tri-axiales combinados mediante algoritmos de estimación de variables (filtros de Kalman) a fin de reducir la incertidumbre en la medición dado por las vibraciones de los acelerómetros, las derivas de los giróscopos y el ruido de los motores trifásicos. El microcontrolador utilizado es un LPC1768 de la firma NXP

con arquitectura ARM Cortex-M3 de 32 bits corriendo a 100 MHz.

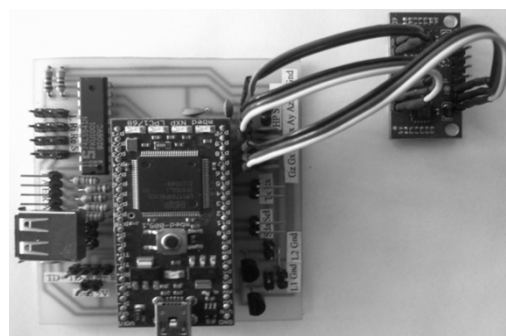


Figura 1. Hardware utilizado. En la parte derecha se encuentra la IMU de 6 grados de libertad.

El siguiente esquema ejemplifica el hardware utilizado en el prototipo donde cada motor cuenta con su respectivo variador de velocidad. La memoria Flash es utilizada para implementar un datalogger que almacena las variables de entrada y salida de cada controlador y las señales de los sensores son acondicionadas por filtros pasa-bajos para luego realizar la estimación de variables mediante la implementación de filtros de Kalman:

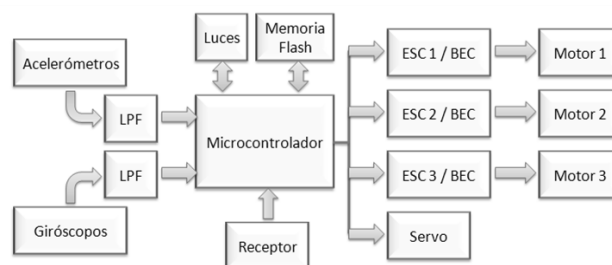


Figura 2. Diagrama de bloques del Hardware utilizado.

A continuación, la figura 2 muestra cómo se llevan a cabo los movimientos de altura, rolido, cabeceo y dirección en el trirotor para realizar los 6 grados de libertad permitidos:

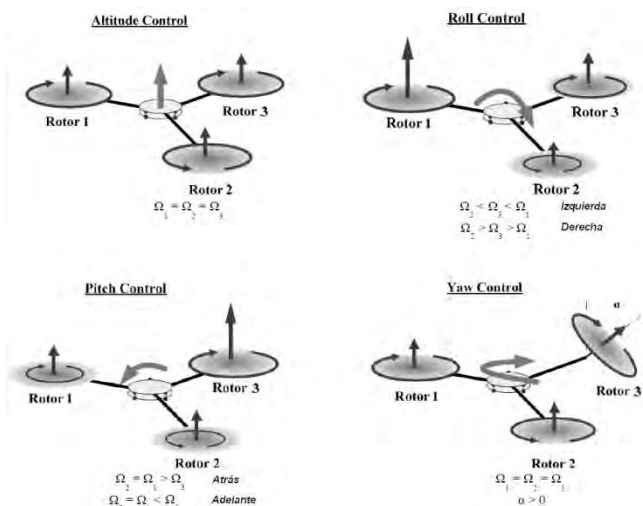


Figura 3. Movimientos permitidos en el trirotor mediante la interacción con los motores y servo de cola.

El principal obstáculo del prototipo a la hora de diseñar los controladores, es su comportamiento como un sistema MIMO (multiple input, multiple output), de modo que, mediante simplificaciones y consideraciones analíticas, el sistema puede ser convertido en varios sistemas SISO (simple input, simple output), donde trabajando sobre un eje de referencia, una única salida se ve afectada al producirse un cambio en una única entrada sin modificar los demás ejes cuyas variables relacionadas han sido consideradas constantes. Esto es válido para un sistema de auto-estabilización ya que las variaciones de las salidas son consideradas mínimas.

## II. ECUACIONES DE MOVIMIENTO

### A. Simplificación del modelo matemático

A fin de conseguir un análisis aproximado de la realidad como punto de partida para el diseño de los controladores, el modelo matemático contempla las siguientes simplificaciones:

- 1) En relación al efecto giroscópico producido por el cambio en la orientación del cuerpo rígido y cambio de orientación del plano de los rotores, se considera que las pequeñas correcciones de estabilización no generan inclinaciones por lo que dicho efecto no es considerable.
- 2) En relación al efecto tierra producido por la cercanía del vehículo respecto a la tierra generando una mejor eficiencia de los rotores debido a la reducción de la velocidad del flujo de aire inducido, se considera que la estabilización se realiza a una altura superior a 1.5 metros, donde dicho efecto es despreciable.
- 3) Se desprecia el flujo de aire y la variación del mismo considerando la fuerza de empuje de cada motor como un resultado que contempla todos los efectos aerodinámicos.
- 4) Se desprecia la dinámica de los motores ya que las respuestas son superiores en rapidez respecto a la respuesta del sistema.

- 5) Se desprecia el concepto de conservación de momento angular ya que el momento que se opone al movimiento es mínimo para pequeñas correcciones.

### B. Sistema de referencia

Los parámetros de entrada del modelo está determinado por las 3 fuerzas de empuje de los motores (F1, F2 y F3) y el ángulo de inclinación ( $\alpha$ ) del soporte del motor de cola medido en radianes. El modelo devuelve como resultado las aceleraciones lineales y angulares respecto a cada eje de referencia.

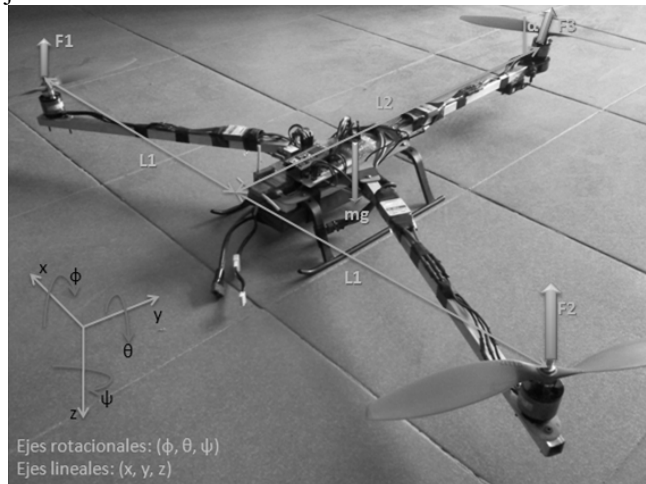


Figura 4. Sistema de referencia del prototipo trirotor HUARPE.

### C. Aceleraciones lineales

La ecuación utilizada [5] es la 2º Ley de Newton-Euler:

$$F = m * a + (W \times m) * V \quad \text{Ec. 1.}$$

Donde F es la fuerza, m la masa, a es la aceleración lineal, W la velocidad angular y V es la velocidad lineal. El término  $(W \times m) * V$  se desprecia para velocidades mínimas. El producto vectorial es representado con una "x" y el producto punto con un "\*".

Considerando la ecuación Ec.1, la acción de la gravedad y la matriz de rotación para ángulos pequeños (menores a 20 grados) bajo las simplificaciones de  $\sin(\beta) \approx \beta$  y  $\cos(\beta) \approx 1$ , la aceleración lineal del trirotor en sus 3 ejes, es:

$$M * \begin{pmatrix} ax \\ ay \\ az \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \psi & \theta \\ \psi & 1 & \phi \\ \theta & -\phi & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -F3 * \sin(\alpha) \\ 0 \\ -F1 - F2 - F3 * \cos(\alpha) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 2.}$$

### D. Aceleraciones angulares

Si un determinado cuerpo tiene un eje de giro y se desea cambiar su velocidad angular, la oposición al cambio está expresada por una magnitud que se denomina **momento de inercia** del cuerpo. Tal magnitud está ligada a la masa del cuerpo y a la distribución de esa masa respecto al eje de giro.

La expresión matemática de la ley Newton-Euler para momentos angulares [5] es:

$$\sum M = I * \alpha(t) + (W \times I) * W \quad \text{Ec. 3.}$$

Donde  $M$  representa el momento de la fuerza,  $I$  el momento de inercia,  $W$  la velocidad angular y  $a$  la aceleración angular. El término  $(W \times I) * W$  se desprecia para pequeñas inclinaciones. Su explicación está ligada al concepto físico de conservación del momento angular, siendo un momento que se opone al momento del vehículo al producirse un cambio de estado. Por lo tanto, las aceleraciones angulares que describen el comportamiento del trirotor son:

$$\begin{pmatrix} I\phi & 0 & 0 \\ 0 & I\theta & 0 \\ 0 & 0 & I\psi \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \alpha\phi \\ \alpha\theta \\ \alpha\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L2 * F3 * \cos(\alpha) + T3 * \sin(\alpha) \\ L1 * (F1 - F2) \\ -L2 * F3 * \sin(\alpha) + T3 * \cos(\alpha) + T2 - T1 \end{pmatrix}$$

Ec. 4.

Donde  $L1$  y  $L2$  son los lados en metros señalados en la Figura 2;  $F1$ ,  $F2$  y  $F3$  las fuerzas de empuje,  $\alpha$  el ángulo de inclinación en radianes del soporte del motor 3,  $T3$  es el torque del motor 3,  $I\phi$ ,  $I\theta$  y  $I\psi$  son las inercias respecto al eje de rotación de cabeceo, rolido y dirección respectivamente.

*E. Obtención de los parámetros del modelo*

El parámetro de torque de los motores del prototipo utilizado se obtuvo analítica y experimentalmente siendo éste último el valor utilizado para aproximar el modelo a la realidad. Sin embargo, el método analítico permite demostrar que el valor obtenido experimentalmente es consistente.

Las especificaciones de los motores utilizados son:

- Motor trifásico brushless KA20-20L Pulso
- $K_v = 1050 \text{ rpm} / \text{V}$
- Corriente de operación: 4A – 15A
- Máxima corriente= 19A
- Eficiencia= 90%
- Fuerza de empuje máxima: 1 kg (9.8 Newtons)
- Peso: 57 gramos
- Para hélices APC 10x4.7 o APC 10x3.8

El método analítico parte de la siguiente relación dado en cualquier motor eléctrico:

$$Kt = \frac{1352}{K_v} = \frac{1352}{1050} = 1.2876 [\text{in-oz}] = 9.14 * 10^{-3} [\text{Nm}] \quad \text{Ec.5.}$$

Donde  $Kt$  es el valor de torque por unidades de corriente y  $K_v$  son las rpm del motor por unidades de voltaje. La constante 1352 surge de hacer la conversión de  $[\text{Nm} * \text{rad}/\text{seg}]$  a  $[\text{in-oz} * \text{rpm}]$ .

El torque del motor es proporcional al consumo de la corriente, siendo aproximadamente 15.33A para vuelo estacionario. Entonces:

$$T [\text{Nm}] = Kt * I = 9.14 * 10^{-3} * 15.33 = 0.14 [\text{Nm}] \quad \text{Ec.6.}$$

El método experimental parte de la ecuación del modelo matemático para la aceleración angular en el eje  $\psi$  donde  $I\psi * \alpha\psi = 0$  para vuelo estacionario y  $T2 - T1 = 0$  para motores en contra-rotación:

$$\begin{aligned} -L2 * F3 * \sin(\alpha) + T3 * \cos(\alpha) + T2 - T1 &= 0 \\ -0.4 * 5.0225 * \sin(\alpha) + T3 * \cos(\alpha) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Ec.7.}$$

Para obtener el ángulo de inclinación del tercer motor, se realizó un vuelo estacionario en laboratorio con el sistema de control de cola anulado. Luego, mediante un offset de compensación manual aplicado al servo encargado de la inclinación del motor de cola, se logró inmovilizar la cola lo mejor posible y suavemente se aterrizó el vehículo. Finalmente, se midió el ángulo de inclinación como sigue:

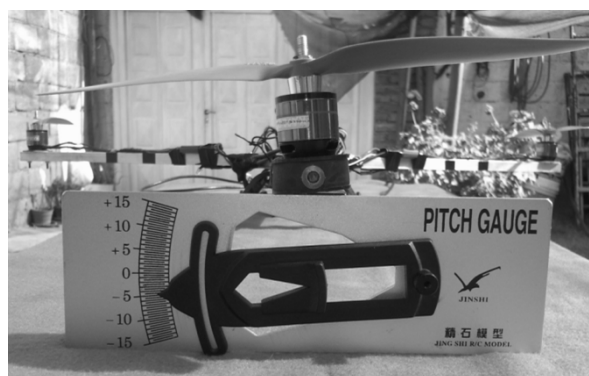


Figura 5. Medición del ángulo de inclinación (4.5°) del motor de cola

Se calcula el valor de torque del motor:

$$T3 = L2 * F3 * \text{tg} 5 = 0.4 * 5.0225 * 0.0787 = 0.1581 [\text{Nm}] \quad \text{Ec.8.}$$

El valor obtenido indirectamente a través de dicho experimento resulta ser muy similar al calculado analíticamente.

Los 3 parámetros de inercia se calcularon considerando la inercia total de cada eje como un conjunto de masas puntuales. La fórmula utilizada es la siguiente:

$$I = \sum m * r^2 [\text{Kg} * \text{m}^2] \quad \text{Ec.9.}$$

Donde  $I$  es el momento inercial,  $m$  es la masa y  $r$  es el radio de la masa puntual al eje de rotación.

Los resultados obtenidos aplicando la ecuación Ec.9 son visualizados en la siguiente tabla:

Inercia del eje de Rolido	<b>0.031 [Kg * m<sup>2</sup>]</b>
Inercia del eje de Cabeceo	<b>0.067 [Kg * m<sup>2</sup>]</b>
Inercia del eje de Dirección	<b>0.069 [Kg * m<sup>2</sup>]</b>

Tabla 1. Valores de las inercias respecto al eje de rotación.

Bajo consideraciones ideales tales como despreciar la resistencia de la hélice con el aire, suponer que el flujo de aire que ingresa a la hélice es constante, las rpm son constantes, hay suficiente distanciamiento del vehículo respecto al suelo y a las paredes a fin de despreciar las turbulencias, existe una expresión muy utilizada que relaciona el torque de un motor con la fuerza de empuje que genera:

$$T = K_{torque} * F$$

En vuelo estacionario (aproximadamente el 52% de la potencia total de los motores) se ha medido que la fuerza de empuje que genera un motor es de 512.5 gramos por lo que teniendo en cuenta el resultado del torque en la ecuación Ec.7, se llega a que  $K_{torque} = 0.0315 [m]$ .

Finalmente, con los parámetros calculados, se procede a rescribir la ecuación Ec.4 que rige el comportamiento del prototipo para aceleraciones angulares:

$$\begin{pmatrix} 0.067 & 0 & 0 \\ 0 & 0.031 & 0 \\ 0 & 0 & 0.069 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \alpha\phi \\ \alpha\theta \\ \alpha\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-0.4 * \cos(\alpha) + 0.0315 * \sin(\alpha)) * F3 \\ 0.3464 * (F1 - F2) \\ (-0.4 * \sin(\alpha) + 0.0315 * \cos(\alpha)) * F3 + 0.0315 * (F2 - F1) \end{pmatrix}$$

Ec.11.

### III. SISTEMA DE CONTROL

Los controladores utilizados para la estabilización del vehículo trirotor son los conocidos PID por su facilidad de sintonización configurando los parámetros  $k_p$ ,  $k_i$  y  $k_d$ .

Como la salida realimentada del sistema son los ángulos de Euler (pitch, roll, yaw), se considera que los mismos están desacoplados (sistema SISO). Por ende, se obtienen 3 plantas independientes las cuales cuentan cada una con un controlador PID distinto.

#### A. Frecuencia de muestreo

En la práctica, el sistema está sincronizado con respecto a un receptor digital que entrega una señal PWM de 22 ms de período por cada canal (5 canales en total) donde uno de estos canales es utilizado para conmutar, desde el transmisor, entre modalidad de vuelo estacionario y vuelo normal. En este trabajo solo se desarrolla la modalidad de vuelo estacionario.

Consecuentemente, la lectura de los sensores mediante una IMU (unidad de medición inercial),

controladores y actuadores se refrescan cada 22 ms, considerado el período de muestreo del sistema total que se tiene en cuenta durante el diseño de los sistemas de control.

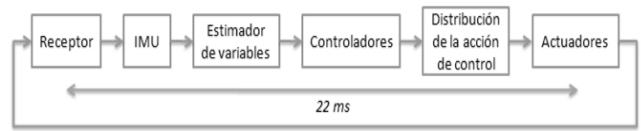


Figura 6. Ciclo de ejecución del firmware en el micro-controlador.

#### B. Diseño de los controladores de rolido y cabeceo

Los 2 sistemas SISO son obtenidos a partir de la ecuación Ec.11 para aceleraciones angulares de roll y pitch.

Se ha considerado un tiempo de crecimiento aceptable de 0.3 segundos sabiendo que transcurren aproximadamente 13 muestras para que la salida alcance la referencia. El valor de sobre-pico aceptable no debe ser superior a 0.1 radianes equivalente a 5.73 grados ya que el modelo funciona correctamente en un rango entre  $-20^\circ$  y  $+20^\circ$ .

Para el controlador de rolido, el diseño contempla que la acción de control no supere los 6 Newtons totales para no saturar los actuadores ( $+3$  Newtons de cada motor delantero sumados a los 5 Newtons necesarios para sustentar el vehículo). En cambio, para el controlador de cabeceo, la acción de control no supera los 9 Newtons ( $+3$  Newtons de cada motor sumados a los 5 Newtons de sustentación).

Los controladores PD han sido sintonizados mediante ensayos con la planta en Simulink permitiendo ajustar los parámetros  $k_p$  y  $k_d$  y observar la ubicación de los polos y ceros de la función de transferencia del sistema completo utilizando el lugar de las raíces a fin de cumplir las especificaciones planteadas anteriormente.

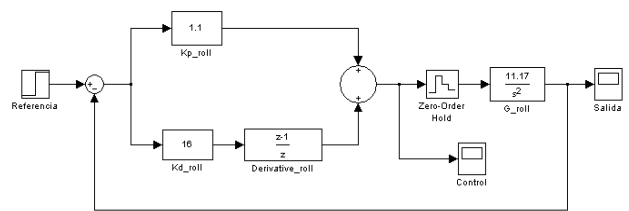


Figura 7. Sistema de control para el movimiento de rolido que implementa un controlador de tipo PD.  $K_p = 1.1$  y  $K_d = 16$ .

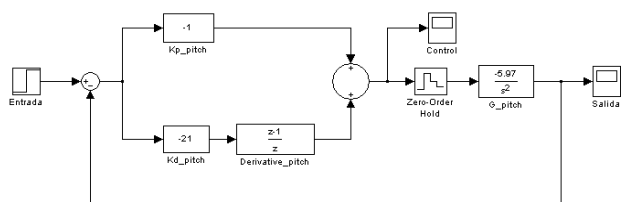


Figura 8. Sistema de control para el movimiento de cabeceo que implementa un controlador de tipo PD.  $K_p = -1$  y  $K_d = -21$ .

C. Diseño del controlador de dirección

Las especificaciones planteadas fueron que la respuesta del sistema no debe tener un sobre-pico superior a 0.18 rad/seg, lo cual equivale a 10.31 grados/seg y, el tiempo de establecimiento debe ser inferior a 1 segundo.

La simulación llevada a cabo en Simulink contempla la perturbación del sistema debido al torque generado por el motor de cola. En estado estable, la acción de control se mantiene constante en 4.5 grados que es la inclinación necesaria para originar un momento igual y opuesto al torque de cola.

Al igual que el caso anterior, el controlador de dirección ha sido sintonizado mediante ensayos con la planta a fin de cumplir las especificaciones propuestas.

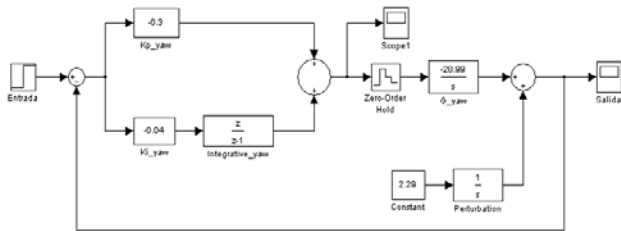


Figura 9. Sistema de control para el movimiento de dirección que implementa un controlador de tipo PI.  $K_p = -0.3$  y  $K_i = -0.04$ .

D. Gráficas de simulación

Las gráficas de respuesta de salida para el movimiento de rolido y cabeceo son exactamente iguales ya que se plantearon las mismas especificaciones. Por lo tanto, el lugar de las raíces es el mismo en ambos casos. Entonces, las figuras 10 y 11 son válidas en ambos sistemas.

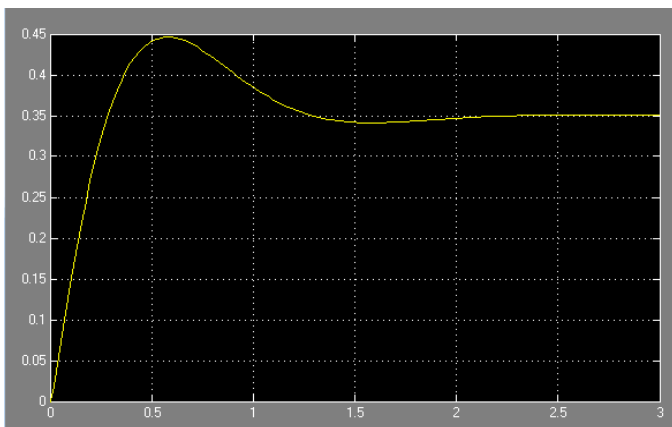


Figura 10. Respuesta de salida del movimiento de Rolido y Cabeceo para una entrada escalón que va de 0 radianes a 0.35 radianes (20°).

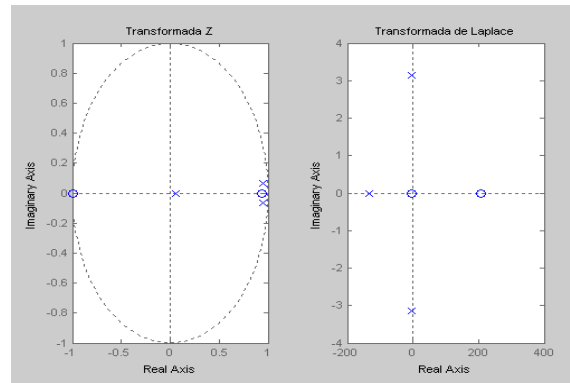


Figura 11. Ubicación de los polos y ceros de la función de transferencia de Rolido y Cabeceo en lazo cerrado. Izquierda: mapeo en el plano Z. Derecha: mapeo en el plano de Laplace.

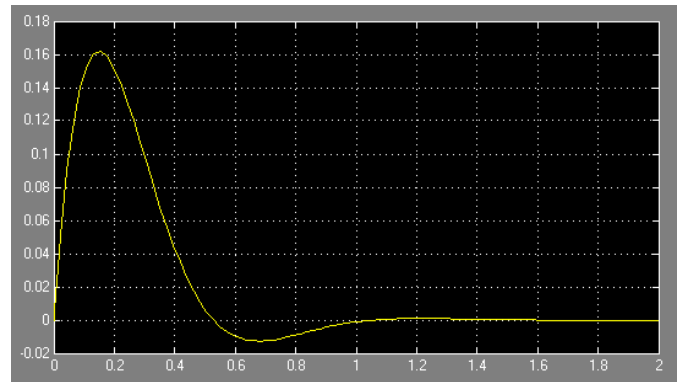


Figura 12. Respuesta de salida del movimiento de Dirección ante una entrada escalón con un valor inicial de -0.56 rad/seg y un valor final de 0rad/seg (variación de 0.44 rad/seg = 25.2 grados/seg).

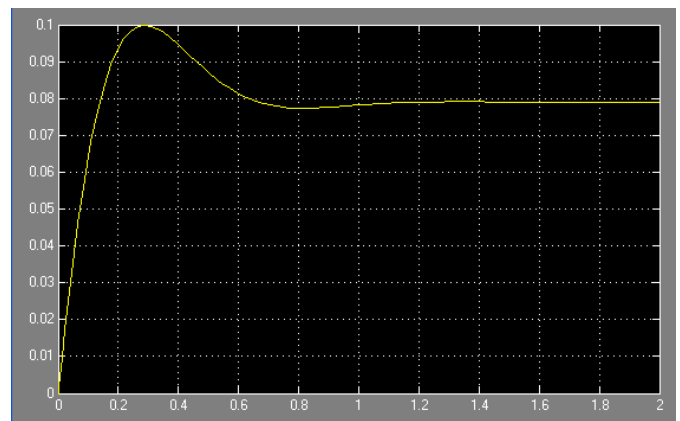


Figura 13. Acción de control para el movimiento de Dirección. La señal se estabiliza aproximadamente en 0.079 rad equivalentes a 4.5° necesarios para oponerse al torque producido por el motor de cola.

### E. Distribución de la acción de control a los motores

Cada controlador entrega un valor que corresponde a la variación de fuerza resultante ( $\Delta F$ ) necesaria para llevar a 0 grados la inclinación que el trirotor tiene en ese momento respecto a un eje en particular. Por lo tanto, los controladores de inclinación modifican la fuerza de empuje absoluta que sustenta al prototipo en estacionario y que puede ser modificada desde la radio control del piloto.

Entonces, la acción de control del rolido y cabeceo indican la fuerza resultante que debe aplicarse para corregir el ángulo que corresponda a fin de llevar la salida a la referencia. Para eso, el bloque de distribución tiene en cuenta la siguiente relación:

$$f1(t) = f1_{hover}(t) + \frac{\Delta f_{roll}(t)}{2}$$

$$f2(t) = f2_{hover}(t) - \frac{\Delta f_{roll}(t)}{2}$$

$$f3 = f3_{hover}(t) + \Delta f_{pitch}(t)$$

Las fuerzas  $f1_{hover}(t)$ ,  $f2_{hover}(t)$  y  $f3_{hover}(t)$  son las fuerzas necesarias para mantener en estacionario el trirotor que no están asociadas a ningún controlador y son modificadas desde el transmisor que manipula el piloto.

Para el caso del movimiento de dirección, el controlador actúa directamente sobre el servo que genera la inclinación del tercer motor.

## IV. CONCLUSIONES

El sistema de control desarrollado para la autoestabilización del tricóptero ha permitido tener un buen punto de partida para la implementación de los algoritmos ejecutados por el microcontrolador. Sin embargo, fueron necesarios pequeñas modificaciones en la sintonización de los parámetros de los controladores PID's debido a las simplificaciones y tolerancias de la electrónica utilizada.

El tiempo de muestreo, limitado por la frecuencia de trabajo que pueden ser sometidos los variadores de velocidad de cada motor, ha sido suficiente para desarrollar un control de auto-estabilización ya que las frecuencias del sistema son inferiores a 12Hz. En cambio, para un sistema de control agresivo, es necesario incrementar la frecuencia de muestreo a fin de lograr un sistema estable.

## V. TRABAJOS FUTUROS

Se ha pensado en la implementación de un controlador de altura mediante el uso del acelerómetro

utilizado y un sensor ultrasónico a fin de obtener una medición absoluta para alturas inferiores a 4 metros. También se considera la posibilidad de utilizar altímetros determinando la altura a partir de la medición de presión.

El modelo desarrollado permite expandirse a futuras implementaciones tales como navegación, sorteo de obstáculos y tareas programadas siempre y cuando los movimientos de rolido y cabeceo estén acotados entre -20 grados y +20 grados debido a la linealización aplicada en las aproximaciones. Tales expansiones pueden ser llevadas a cabo mediante un sistema de posicionamiento global (GPS) o sistemas de visión mediante la implementación de cámaras. Esta última técnica es apta para desarrollos en interiores logrando una mayor exactitud en la búsqueda de caminos para la navegación y el sorteo de obstáculos.

## REFERENCIAS

- [1] J. Escareño, A. Sanchez O. Garcia, R. Lozano, "Triple Tilting Rotor mini-UAV: Modeling and Embedded Control of the Attitude", in *2008 American Control Conference Westin Seattle Hotel, Seattle, Washington, USA, June 2008*.
- [2] S. Salazar-Cruz and R. Lozano, "Stabilization and nonlinear control for a novel trirotor mini-aircraft", in *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, April 2005*.
- [3] A. Baerveldt and R. Klang, "A low-cost and low-weight attitude estimation system for an autonomous helicopter," in *Intelligent Engineering Systems, 1997. INES'97. Proceedings., 1997 IEEE International*.
- [4] K. Miller, M. Kamgarpour, T. Claire, "Path tracking control for Quadrotor Helicopters", July 31, 2008.
- [5] G. Homann, S. Waslandery, "Quadrotor Helicopter trajectory tracking control", Stanford University, Stanford, California.