



Facultad de Ciencias
**Astronómicas
y Geofísicas**
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA



Tesis Doctoral en Geofísica

Formación de Planetas Terrestres: Diferenciación, Estructura y Composición

**Doctorando: Geof. Agustín Dugaro
Director: Dr. Gonzalo C. de Elía
Co-director: Dr. Adrián Brunini**

**Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
Universidad Nacional de La Plata**

La Plata, Febrero del 2020

A mis padres.

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

FORMACIÓN DE PLANETAS TERRESTRES:
DIFERENCIACIÓN, ESTRUCTURA Y COMPOSICIÓN
Geof. Agustín Dugaro

Dr. Gonzalo C. de Elía
Director

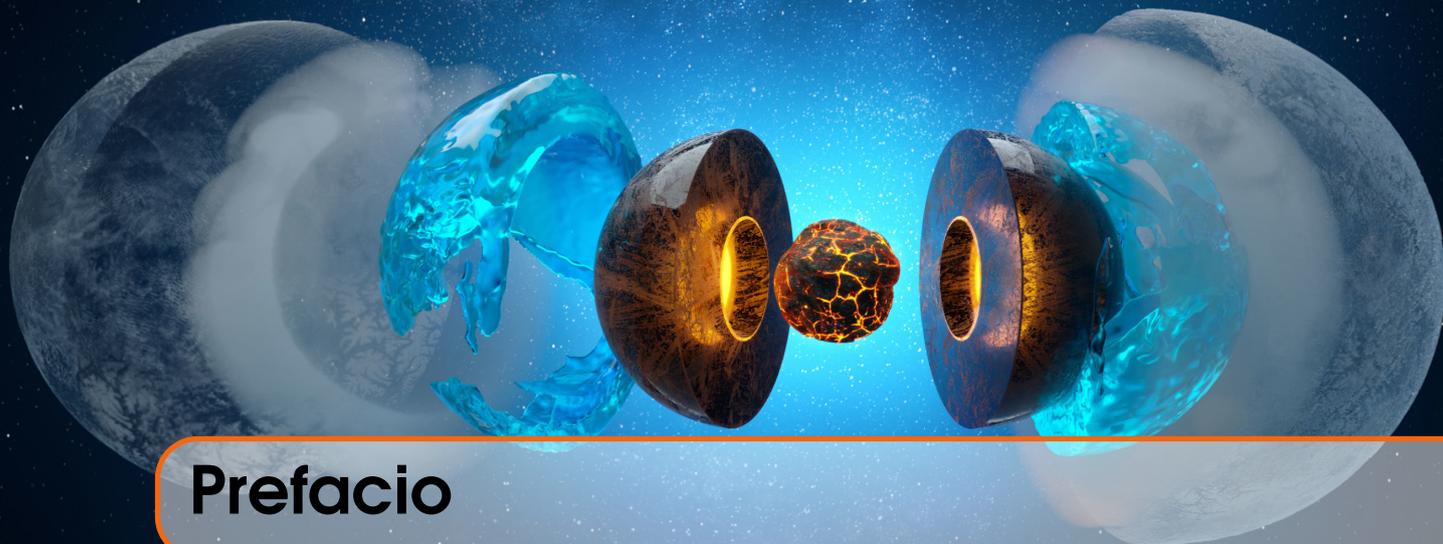
Dr. Adrián Brunini
co-Director



Dr. Gabriela Badi
Pdta. del Jurado

Dr. Cristian Beauge
Jurado

Lic. Mauro Spagnuolo
Jurado



Prefacio

Esta Tesis es presentada como parte de los requisitos para obtener el grado académico de Doctor en Geofísica de la Universidad Nacional de La Plata. La misma contiene los estudios desarrollados bajo la dirección del Dr. Gonzalo C. de Elía, la codirección del Dr. Adrián Brunini y en colaboración con investigadores del Grupo de Ciencias Planetarias de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata, entre los años 2015 y 2019.

Geof. Agustín Dugaro
adugaro@fcaglp.unlp.edu.ar
La Plata, Febrero de 2020



Originalidad

Las ideas, desarrollos, programas de computación y resultados obtenidos son exclusivos del autor y de los directores de la Tesis, salvo que se haga expresa mención al respecto. Los tópicos de estudio abarcados en la presente investigación me han permitido llevar a cabo tres publicaciones en revistas internacionales y una en un boletín nacional, en las cuales me ubico como primer autor. Las referencias concernientes a dichos trabajos se detallan a continuación:

- *Formando planetas habitables en estrellas M3*, Dugaro, A., de Elía, G. C., & Brunini, A. 2016, BAAA, 58, 322-324.
- *Terrestrial planets and water delivery around low-mass stars*, Dugaro, A., de Elía, G. C., Brunini, A., & Guilera, O. M. 2016, A&A, 596, A54.
- *Physical properties of terrestrial planets and water delivery in the habitable zone using N-body simulations with fragmentation*, Dugaro, A., de Elía, G. C., & Darriba L. A. 2019, A&A, 632, A14.
- *Water worlds in N-body simulations with fragmentation in systems without gaseous giants*, Dugaro, A., de Elía, G. C., & Darriba L. A. Bajo referato en A&A desde enero de 2020.

Por otra parte, los estudios desarrollados durante esta etapa me han llevado a realizar contribuciones en diferentes trabajos con investigadores locales y del extranjero. Las referencias de dichas publicaciones se detallan a continuación:

- *GJ 273: Formation, dynamical evolution and habitability of one of the most interesting planetary systems*, Pozuelos, F. J., Suárez, J. C., de Elía, G. C., & Dugaro, A. 2019, Highlights on Spanish Astrophysics X, Proceedings of the XIII Scientific Meeting of the Spanish Astronomical Society held on July 16-20, 2018, in Salamanca, Spain, ISBN 978-84-09-09331-1. B. Montesinos, A. Asensio Ramos, F. Buitrago, R. Schödel, E. Villaver, S. Pérez-Hoyos, I. Ordóñez-Etxeberria (eds.) p. 513-513.
- *Cratering and age of the small Saturnian satellites*, Rossignoli, N. L., Di Sisto, R. P., Zanardi, M., & Dugaro, A. 2019, A&A, 627, A12.
- *Inverse Lidov-Kozai resonance for an outer test particle due to an eccentric perturber*, de Elía, G. C., Zanardi, M., Dugaro, A., & Naoz, S. 2019, A&A, 627, A17.
- *GJ 273: On the formation, dynamical evolution and habitability of a planetary system hosted by an M-dwarf at 3.8 parsec*, Pozuelos, F. J., Suárez, J. C., de Elía, G. C., Berdiñas, Z. M., Bonfanti, A., Dugaro, A., Gillon, M., Jehin, E., Günther, M. N., Van Grootel, V., Delrez, L., & Rodón, J. R. Este trabajo será enviado para su evaluación a la revista A&A en marzo de 2020.



Resumen

Durante los últimos años, el número de exoplanetas descubiertos a partir de la aplicación de diferentes técnicas de detección ha superado los 4100. Estos descubrimientos han abierto la puerta a una nueva era de investigaciones, las cuales nos desafían de manera continua en pos de comprender la verdadera naturaleza de la gran diversidad de planetas que se encuentran orbitando alrededor de otras estrellas.

Desde un punto de vista teórico, los algoritmos numéricos más utilizados para analizar los procesos de formación y evolución planetaria son los denominados *códigos de N-cuerpos*. Estas herramientas numéricas resultan ser extremadamente eficientes para este tipo de tareas, ya que nos permiten computar las perturbaciones gravitacionales de una población de cuerpos masivos y describir su evolución. En particular, los códigos de N-cuerpos son principalmente utilizados para el desarrollo de simulaciones de acreción, las cuales nos conducen a la formación de un sistema planetario a partir de un conjunto de protoplanetas.

Por muchos años, la gran mayoría de los trabajos destinados a analizar las propiedades físicas y dinámicas de planetas de tipo terrestre formados en una amplia diversidad de sistemas se basaron en la utilización de códigos de N-cuerpos cuya hipótesis principal establece que todas las colisiones derivan en mezclas perfectas, las cuales conservan la masa y el contenido de agua de los cuerpos interactuantes. Sin embargo, resulta claro que dicha hipótesis de trabajo genera un modelo simplificado que podría conducirnos a derivar resultados espúrios concernientes a las propiedades de los planetas formados en un dado sistema.

Motivados por el hecho de contar con una herramienta de trabajo más precisa, el objetivo principal de la presente Tesis Doctoral fue llevar a cabo la construcción íntegra de un código numérico de N-cuerpos capaz de desarrollar un tratamiento realista de los procesos colisionales que tienen lugar durante la formación y evolución de un sistema planetario. El algoritmo colisional modelado estuvo basado en resultados de simulaciones hidrodinámicas, las cuales determinan diferentes regímenes dependiendo de la energía y

el ángulo de impacto asociados a cada colisión. El código de N-cuerpos construido fue escrito en FORTRAN 90 y ha sido llamado **D3**.

A partir del desarrollo del código de N-cuerpos D3, hemos llevado a cabo diversas aplicaciones con el objetivo central de analizar los procesos físicos y dinámicos asociados a la formación de planetas terrestres alrededor de estrellas de tipo solar en diferentes escenarios. En primera instancia, focalizamos la investigación en sistemas con gigantes gaseosos análogos a aquellos de nuestro Sistema Solar (Escenario I). Luego, centramos nuestro estudio en sistemas planetarios sin gigantes gaseosos debido a su elevada tasa de ocurrencia en el entorno solar (Escenario II). En particular, los análisis detallados estuvieron orientados fundamentalmente en pos de determinar las propiedades físicas de aquellos planetas de tipo terrestre formados en los diferentes escenarios de trabajo en la denominada zona de habitabilidad (ZH). Nuestro interés puso su foco en describir la estructura y composición de tales planetas, poniendo un énfasis particular en sus contenidos finales de agua.

Haciendo uso del código D3, desarrollamos un total de 72 simulaciones de N-cuerpos para cada uno de nuestros dos escenarios de trabajo. En particular, 48 simulaciones fueron realizadas adoptando un modelo colisional realista para el tratamiento de los eventos de impacto, mientras que las 24 restantes asumieron un algoritmo simple con la hipótesis de que todas las colisiones derivan en mezclas perfectas.

En términos generales, los sistemas planetarios producidos en nuestros dos escenarios de trabajo no muestran una fuerte dependencia con el modelo colisional adoptado para el desarrollo de las simulaciones de N-cuerpos en lo que respecta a la distribución de semiejes finales, al número total de planetas resultantes, y al número de planetas sobrevivientes en la ZH. Sin embargo, diferencias significativas son observadas en las propiedades físicas y orbitales de los planetas resultantes en ambos escenarios de estudio cuando se comparan simulaciones desarrolladas a partir de un modelo colisional realista y un modelo simple que sólo asume mezclas perfectas. En este sentido, nuestros análisis muestran que, por un lado, los planetas formados a partir de simulaciones de N-cuerpos que incluyen una prescripción colisional realista resultan ser menos masivos que aquellos producidos a partir de experimentos numéricos que sólo consideran mezclas perfectas. Por otra parte, las excentricidades orbitales de los planetas formados resultan ser menores cuando un modelo colisional realista es incluido en el desarrollo de las simulaciones.

En lo que respecta a los planetas que sobreviven en la ZH, los resultados obtenidos son muy variados y dependientes del escenario dinámico de trabajo. En efecto, en sistemas que albergan gigantes gaseosos análogos a aquellos de nuestro Sistema Solar, los planetas que finalizan en la ZH pueden ser de dos clases independientemente del modelo colisional adoptado para el desarrollo de las simulaciones. Por un lado, planetas cuyas zonas de alimentación están restringidas a un entorno de la ZH, los cuales son llamados Clase A. Por otra parte, planetas con zonas de alimentación más ampliadas que alcanzan regiones más allá de la línea de hielo, los cuales son denominados Clase B. Mientras que los planetas Clase A poseen muy bajos contenidos de agua en su composición final, los planetas Clase B son verdaderos mundos de agua, mostrando contenidos porcentuales que pueden llegar hasta un 50%. Nuestros resultados muestran que los contenidos finales de agua de los planetas Clase B no son sensibles al modelo colisional adoptado para el desarrollo de los experimentos de N-cuerpos. Sin embargo, la situación es más compleja para los planetas Clase A. En efecto, en este caso, los fragmentos colisionales generados

en simulaciones con modelos realistas juegan un rol primario en las propiedades físicas finales de tales planetas. Además, el contenido final de agua de los mismos depende fuertemente del modelo adoptado para describir el transporte de volátiles luego de cada evento de impacto. En sistemas que no albergan gigantes gaseosos, la gran mayoría de los planetas que sobreviven en la ZH son aquellos clasificados como Clase B. Al igual que en el escenario dinámico anterior, la supervivencia de estos mundos de agua en la ZH no depende del modelo colisional adoptado para el desarrollo de los experimentos de N-cuerpos. Además, los contenidos finales de agua de dichos planetas muestran valores similares entre experimentos de N-cuerpos que utilizan un modelo colisional realista y aquellos que sólo asumen mezclas perfectas. Un resultado importante derivado a partir de la presente investigación indica que la incorporación de un modelo colisional realista que incluye fragmentación e impactos del tipo hit & run NO resulta ser una barrera para la formación y supervivencia de mundos de agua en la ZH alrededor de estrellas de tipo solar en diferentes escenarios dinámicos.

Otro de los puntos importantes de nuestra investigación estuvo centrado en analizar la estructura y composición de los planetas terrestres que sobreviven en la ZH en nuestros dos escenarios de trabajo. En particular, analizamos la evolución temporal del núcleo y de un manto compuesto de roca y agua para cada uno de los modelos colisionales adoptados para el desarrollo de los experimentos de N-cuerpos. Cuando se asume que todos los eventos de impacto derivan en mezclas perfectas, las fracciones finales de núcleo y manto de los planetas resultantes en la ZH conservan su valor inicial asignado, aunque se observan cambios en las fracciones individuales finales de roca y agua respecto de sus contenidos primordiales. Cuando un modelo colisional realista es incluido en las simulaciones de N-cuerpos, las fracciones finales de núcleo y manto de los planetas que sobreviven en la ZH No conservan su valor inicial, pudiendo experimentar cambios drásticos a lo largo de la historia evolutiva. De acuerdo a nuestro análisis, la inclusión de un tratamiento realista de los procesos colisionales permite una mejora substancial en la descripción de las diferentes estructuras asociadas a los planetas de tipo terrestre formados en nuestros escenarios de trabajo. Finalmente, desarrollamos un estudio con el fin de evaluar la sensibilidad de nuestros resultados a la elección de la masa mínima M_{\min} asociada a los fragmentos generados en un evento de impacto en aquellos experimentos de N-cuerpos que incluyen fragmentación en nuestros dos escenarios de trabajo. Los análisis muestran que la frecuencia de colisiones, el número de planetas resultantes, la distribución de masas y excentricidades planetarias, así como también sus tiempos de formación no muestran una fuerte dependencia con el parámetro M_{\min} . Sin embargo, es posible observar variaciones a considerar en las fracciones finales de núcleo y manto de los planetas que sobreviven en la ZH en función del M_{\min} , mostrando incluso diferencias en las fracciones finales individuales de roca y agua que componen el manto. Esta investigación nos sugiere la necesidad de desarrollar una elección cuidadosa del parámetro M_{\min} , la cual podría ser realizada en conformidad con los objetivos a alcanzar en los experimentos numéricos.

La presente Tesis Doctoral representa el inicio de una nueva era de investigaciones en la cual nos centramos en describir de manera más realista las propiedades físicas de los planetas terrestres formados en una amplia diversidad de sistemas. Los objetivos generales que nos hemos propuesto nos conducirán a obtener una mejor comprensión sobre las características de los planetas que orbitan estrellas de diferentes tipos espectrales, derivando resultados concluyentes sobre la real naturaleza de los mismos.



Introducción

A partir del primer exoplaneta observado orbitando alrededor de una estrella de secuencia principal (Mayor y Queloz, 1995), una enorme explosión de nuevos descubrimientos se fueron sucediendo a partir de las continuas mejoras desarrolladas en las diferentes técnicas de detección. Hasta la fecha, 4116 exoplanetas han sido confirmados alrededor de estrellas de diferentes tipos espectrales, de los cuales el 31 % resultan ser gigantes gaseosos, el 34 % planetas análogos a Neptuno, y el 35 % restante planetas tipo terrestre y súper Tierras¹. De acuerdo con esto, resulta claro que el Universo parece albergar una amplia diversidad de planetas con propiedades físicas y orbitales extremadamente variadas, muchas de las cuales resultan ser muy diferentes de aquellas observadas en los planetas de nuestro Sistema Solar.

La enorme diversidad de exoplanetas descubiertos nos invita a cambiar paradigmas preexistentes y a ir en búsqueda de un entendimiento global sobre los procesos físicos y dinámicos que tuvieron lugar durante la formación y evolución de un sistema y que resultan ser responsables de la gran multiplicidad de arquitecturas planetarias observadas hoy en día.

Desde hace más de veinte años, estudios teóricos basados en simulaciones numéricas destinados a analizar los procesos de formación y evolución planetaria han alcanzado progresos más que relevantes como consecuencia de avances significativos de los recursos computacionales. En particular, los denominados *códigos de N-cuerpos* se erigieron como las herramientas numéricas más útiles y eficientes para el desarrollo de estudios concernientes a la formación y evolución de planetas de tipo terrestre en escenarios diversos.

En esta línea de trabajo, los códigos de N-cuerpos calculan las interacciones gravitatorias entre un conjunto de objetos masivos que componen un sistema dado. A partir de esto, dichos códigos numéricos resultan ser eficientes en computar la evolución de las órbitas de aquellos objetos, resolviendo encuentros cercanos, y permitiendo la ocurrencia

¹<https://exoplanets.nasa.gov/>

de colisiones físicas entre ellos. De acuerdo a su funcionamiento, los códigos de N-cuerpos resultan ser muy útiles y eficientes a la hora de estudiar la formación y evolución de un sistema planetario a partir de una población de protoplanetas en un escenario determinado, siendo capaces de describir en detalle los procesos físicos y dinámicos que se suceden a lo largo de sus historias evolutivas.

Durante las últimas dos décadas, la hipótesis más considerable sobre la cual se han desarrollado la vasta mayoría de las simulaciones de N-cuerpos destinadas a analizar la formación y evolución de planetas de tipo terrestre ha tenido como premisa principal que todas las colisiones que se suceden entre pares de objetos resultan ser *perfectamente inelásticas* (ej. Chambers, 2001; Raymond et al., 2006, 2009; O'Brien et al., 2006; Morishima et al., 2010; de Elía et al., 2013; Ronco y de Elía, 2014; Dugaro et al., 2016; Zain et al., 2018). De acuerdo con esto, cada evento de impacto modelado en dichas simulaciones siempre deriva en la mezcla perfecta de los cuerpos interactuantes, conservando la masa total de los dos objetos que participan de la colisión. Sin embargo, resulta lógico pensar que el hecho de considerar a la fusión perfecta como único resultado posible de una eventual colisión podría conducirnos a la construcción de un modelo demasiado simple sin la rigurosidad necesaria para afrontar un análisis detallado sobre las propiedades físicas y dinámicas de los planetas de un sistema.

En esta línea de investigación, las simulaciones numéricas basadas en códigos hidrodinámicos aportaron progresos significativos en pos de comprender la física de las colisiones. En particular, trabajos destacados desarrollados por Agnor y Asphaug (2004) y Asphaug et al. (2006) han mostrado que la mezcla perfecta no es el único resultado posible de un eventual impacto gigante entre cuerpos de masa planetaria. En efecto, estas investigaciones ofrecieron una importante contribución en pos de comprender la evolución de un sistema de cuerpos interactuantes posterior a una colisión, en función de las propiedades físicas y dinámicas que definen el evento de impacto. De acuerdo con Agnor y Asphaug (2004), la eficiencia de acreción luego de una colisión resulta ser alta a bajas velocidades de impacto, las cuales no resultan ser comunes durante las etapas finales de formación de planetas de tipo terrestre en un sistema. A partir de lo analizado por dichos autores, dichas etapas tardías deberían estar gobernadas por colisiones que derivan en la formación de un objeto remanente y la generación de múltiples fragmentos colisionales. Por otra parte, Asphaug et al. (2006) mostraron que las denominadas colisiones “hit & run”, en las cuales los objetos experimentan impactos razantes que no derivan en fusiones, también resultan ser comunes en la historia evolutiva de un sistema planetario.

Durante los últimos años, las investigaciones llevadas a cabo por Leinhardt y Stewart (2012) y Stewart y Leinhardt (2012) jugaron un rol clave en fortalecer nuestro entendimiento concerniente a las colisiones entre cuerpos de masa planetaria. Haciendo uso de simulaciones hidrodinámicas, estos autores mostraron que los resultados de una colisión entre dos cuerpos masivos pueden llegar a ser muy variados, abarcando regímenes tales como fusión perfecta, acreción parcial, erosión parcial, disrupción catastrófica, así como también impactos del tipo hit & run. La determinación de condiciones físicas y geométricas claras que definen cada uno de estos regímenes de colisión resulta ser un punto clave a destacar en dichas investigaciones. La especificación de tales criterios permite la construcción de bases sólidas sobre las cuales desarrollar un algoritmo colisional que defina de manera realista el resultado de un evento de impacto entre dos cuerpos masivos de un sistema determinado.

Los resultados obtenidos en los trabajos previamente citados nos enfrentan al enorme desafío de construir algoritmos numéricos más rigurosos que permitan modelar de manera más realista los procesos colisionales en códigos de N-cuerpos. Desde su concepción, una herramienta numérica de esta clase brindaría una descripción pormenorizada sobre la física de los planetas así como también sobre la estructura dinámica global del sistema en el cual están inmersos. La búsqueda de una mejora radical en la observación de las propiedades físicas y orbitales de los planetas de un sistema fue la principal motivación que tuvimos en el desarrollo de la presente Tesis Doctoral.

A partir de esto, la tarea más importante que afrontamos durante gran parte de este proceso fue llevar a cabo la construcción íntegra de un código de N-cuerpos capaz de desarrollar un tratamiento realista de los procesos colisionales. Nuestra herramienta numérica fue construida sobre las bases de los trabajos realizados por Chambers (1999) y Chambers (2013), con las prescripciones del modelo colisional propuestas por Leinhardt y Stewart (2012), Stewart y Leinhardt (2012), y Genda et al. (2012), y la incorporación de diversos puntos claves del mecanismo de integración descrito por Mustill et al. (2018). Nuestro código de N-cuerpos fue escrito en FORTRAN 90 y ha sido bautizado bajo la denominación de **D3**.

Contar con un código numérico de esta clase nos ha permitido definir objetivos claros y desarrollar diversas aplicaciones de gran interés en varios aspectos. En primera instancia, los objetivos de nuestra investigación estuvieron orientados hacia el desarrollo de un estudio pormenorizado concerniente a las propiedades físicas de los planetas de tipo terrestre formados en sistemas que incluyen a gigantes gaseosos análogos a Júpiter y Saturno (Escenario I). Este punto de la presente tesis adquiere una gran relevancia ya que busca fortalecer nuestra comprensión sobre la diferenciación, estructura, y composición de los planetas terrestres de nuestro Sistema Solar. En segundo lugar, el estudio abordado por la presente investigación puso su foco en describir las propiedades físicas de aquellos planetas de tipo terrestre formados en sistemas sin gigantes gaseosos (Escenario II). Comprender los procesos de formación y evolución de esta clase de sistemas resulta ser de interés significativo ya que diversos trabajos teóricos (ej. Mordasini et al., 2009; Ida et al., 2013; Ronco et al., 2017) y estudios observacionales (ej. Cumming et al., 2008; Howard, 2013) han sugerido que aquellos sistemas planetarios que no poseen gigantes gaseosos parecen ser los más comunes en el Universo. Finalmente, los análisis desarrollados en la presente Tesis Doctoral se centraron fundamentalmente en determinar las propiedades físicas de aquellos planetas de tipo terrestre formados en los diferentes escenarios de trabajo en la denominada zona de habitabilidad (ZH). En este sentido, nuestro interés puso su foco en describir la diferenciación, estructura, y composición de tales planetas, centrando nuestra atención en sus contenidos finales de agua. Este punto de nuestra investigación es sumamente importante ya que conduce a comprender la potencial habitabilidad de los planetas de tipo terrestre que resultan en los diferentes escenarios de formación.

Teniendo en cuenta la motivación, los objetivos delineados, y los resultados obtenidos, la presente Tesis Doctoral está organizada de acuerdo a los capítulos que se enumeran a continuación:

- En el **Capítulo 1** presentamos las consideraciones generales necesarias para la comprensión y desarrollo de todo el trabajo de tesis.
- El **Capítulo 2** desarrolla una breve reseña de los métodos numéricos utilizados para

la construcción de un código de N-cuerpos.

- El **Capítulo 3** describe de manera pormenorizada la construcción de nuestro código de N-cuerpos **D3**. En particular, explicamos los lineamientos seguidos para su desarrollo, los métodos de integración adoptados, el algoritmo colisional propuesto, así como también su implementación práctica.
- En el **Capítulo 4** presentamos el modelo de disco protoplanetario y especificamos las condiciones iniciales adoptadas para el desarrollo de nuestras simulaciones de N-cuerpos. Además, definimos los Escenarios I y II sobre los cuales aplicamos el código **D3**.
- En los **Capítulos 5 y 6** describimos los resultados obtenidos a partir de los conjuntos de simulaciones de N-cuerpos asociados con el Escenario I y II, respectivamente. En particular, realizamos un análisis detallado concerniente a las propiedades físicas de los planetas que sobreviven en la ZH, poniendo especial énfasis en su diferenciación, estructura y composición.
- Una discusión sobre las hipótesis utilizadas en la construcción y aplicaciones del código **D3** junto con las limitaciones que posee el modelo adoptado es realizada en el **Capítulo 7**
- Finalmente, las conclusiones de este trabajo de Tesis Doctoral son encontradas en el **Capítulo 8**.

Creemos firmemente que una mejora substancial en el modelo colisional incorporado en un código de N-cuerpos nos conducirá a una descripción más realista sobre la estructura y composición de los planetas de un sistema. Esta clase de investigaciones permitirá fortalecer nuestro entendimiento sobre la verdadera naturaleza física de la enorme diversidad de planetas extrasolares que se encuentran distribuidos en el Universo.



Índice general

Prefacio	5
Originalidad	7
Resumen	9
Introducción	13

I **Parte Uno**

1	Consideraciones generales	23
2	Métodos numéricos	33
2.1	Introducción	33
2.2	El Problema a resolver	33
2.3	Simulaciones de N-cuerpos: Métodos numéricos	35
2.3.1	Códigos de Árbol (Tree Codes)	35
2.3.2	Métodos Multipolares Rápidos (Fast Multipole Methods)	36
2.3.3	Códigos de Partícula-Malla (Particle-Mesh Codes)	36
2.3.4	Método Refinado de Malla Adaptativa (Adaptative Mesh Refinement Method)	36
2.3.5	Códigos Partícula-Malla-Árbol (PM-tree Codes)	36
2.3.6	Métodos Directos (Direct Methods)	37

2.4	Códigos de N-cuerpos: Integradores clásicos	37
-----	---	----

II

Parte dos

3	Construcción del Código D3	43
3.1	Problema de N-cuerpos: Formulación Hamiltoniana	43
3.2	Integradores numéricos simplécticos	46
3.3	Sistema de N-cuerpos: Resolución del problema	49
3.3.1	Construcción del hamiltoniano y esquema de integración general . . .	49
3.3.2	Tratamiento de encuentros cercanos: Modificación del esquema de integración	54
3.4	El modelo colisional: Esquema de integración definitivo	58
3.4.1	Presentación de los diferentes regímenes de colisión	58
3.4.2	El algoritmo colisional: Implementación numérica	59
3.4.3	Esquema de integración definitivo	64
3.5	Testeos	65
3.5.1	Testeo I: Dinámica del problema de dos cuerpos	65
3.5.2	Testeo II: Dinámica del Sistema Solar	66
3.6	Comentario final	68
4	Modelo y escenarios de trabajo	69
4.1	Modelo de disco protoplanetario	69
4.2	Simulaciones de N-cuerpos: parámetros físicos y orbitales	74

III

Parte tres

5	Resultados: Escenario I	83
5.1	Análisis general	83
5.2	Planetas de la zona habitable	90
5.2.1	Análisis general	90
5.2.2	Contenido final de agua de los planetas de la ZH	97
5.2.3	Estructura y composición de los planetas de la ZH	101
6	Resultados: Escenario II	113
6.1	Análisis general	113
6.2	Planetas sobrevivientes en la ZH	119
6.2.1	Propiedades generales	119
6.2.2	Contenido final de agua de los planetas clase B	123
6.2.3	Estructura y composición de los planetas clase B	126

7	Discusiones	135
8	Conclusiones	139
9	Bibliografía	141



Parte Uno

1	Consideraciones generales 23
2	Métodos numéricos 33
2.1	Introducción	
2.2	El Problema a resolver	
2.3	Simulaciones de N-cuerpos: Métodos numéricos	
2.4	Códigos de N-cuerpos: Integradores clásicos	



1. Consideraciones generales

¿Qué es un exoplaneta? La definición más sencilla encontrada en la literatura indica que es todo aquel planeta que orbita una estrella diferente al Sol. Ahora bien, ¿Hay muchos o hay pocos?, ¿son todos iguales?, ¿son fáciles de detectar?, ¿por qué nos interesan tanto?, ¿los podremos predecir?

En este capítulo vamos a tratar de responder varias de estas preguntas explicando lo mucho que se sabe hasta ahora de los exoplanetas. Además, el simple hecho de describir brevemente el estado del conocimiento actual sobre esta temática nos va a permitir exponer de manera natural la motivación de esta Tesis Doctoral.

El primer exoplaneta confirmado fue uno de los mayores descubrimientos astronómicos del siglo XX. En efecto, Mayor y Queloz (1995) publicaron la existencia de un planeta con una masa análoga a la de Júpiter alrededor de una estrella tipo solar. En la figura 1.1 podemos observar un extracto del trabajo publicado hace casi 25 años.

Desde ese momento hasta el presente, el número de exoplanetas observados ha aumentado en grandes proporciones. Al día de la fecha (09-02-2020) existen 4116 exoplanetas confirmados alrededor de estrellas de diferentes tipos espectrales y casi 5000 por confirmar. De los planetas confirmados, el 31 % resultan ser gigantes gaseosos, el 34 % planetas análogos a Neptuno, el 35 % restante planetas tipo terretre y súper-Tierras¹. En la figura 1.2 podemos observar el número de cuerpos confirmados y sus diferentes clases. Asimismo, la figura 1.3 muestra cómo fue incrementándose la cantidad de planetas descubiertos en función del tiempo.

Ahora bien, estos cuerpos no se descubren si no es por la mejora constante de la tecnología utilizada en los instrumentos y en el avance de las diferentes técnicas de detección. En efecto, el mayor porcentaje de exoplanetas descubiertos fue gracias al

¹<https://exoplanets.nasa.gov/>

A Jupiter-mass companion to a solar-type star

Michel Mayor & Didier Queloz

Geneva Observatory, 51, Chemin des Maillettes, CH-1290 Sauverny, Switzerland

The presence of a Jupiter-mass companion to the star 51 Pegasi is inferred from observations of periodic variations in the star's radial velocity. The companion lies only about eight million kilometres from the star, which would be well inside the orbit of Mercury in our Solar System. This object might be a gas-giant planet that has migrated to this location through orbital evolution, or from the radiative stripping of a brown dwarf.

For more than ten years, several groups have been examining the radial velocities of dozens of stars, in an attempt to identify orbital motions induced by the presence of heavy planetary companions¹⁻⁵. The precision of spectrographs optimized for Doppler studies and currently in use is limited to about 15 m s^{-1} . As the reflex motion of the Sun due to Jupiter is 13 m s^{-1} , all current searches are limited to the detection of objects with at least the mass of Jupiter (M_J). So far, all precise Doppler surveys have failed to detect any jovian planets or brown dwarfs.

Since April 1994 we have monitored the radial velocity of 142 G and K dwarf stars with a precision of 13 m s^{-1} . The stars in our survey are selected for their apparent constant radial velocity (at lower precision) from a larger sample of stars monitored for 15 years⁶. After 18 months of measurements, a small number of stars show significant velocity variations. Although most candidates require additional measurements, we report here the discovery of a companion with a minimum mass of $0.5 M_J$, orbiting at 0.05 AU around the solar-type star 51 Peg. Constraints originating from the observed rotational velocity of 51 Peg and from its low chromospheric emission give an upper limit of $2 M_J$ for

NATURE · VOL 378 · 23 NOVEMBER 1995

the mass of the companion. Alternative explanations to the observed radial velocity variation (pulsation or spot rotation) are unlikely.

The very small distance between the companion and 51 Peg is certainly not predicted by current models of giant planet formation⁷. As the temperature of the companion is above 1,300 K, this object seems to be dangerously close to the Jeans thermal evaporation limit. Moreover, non-thermal evaporation effects are known to be dominant⁸ over thermal ones. This jovian-mass companion may therefore be the result of the stripping of a very-low-mass brown dwarf.

The short-period orbital motion of 51 Peg also displays a long-period perturbation, which may be the signature of a second low-mass companion orbiting at larger distance.

Discovery of Jupiter-mass companion(s)

Our measurements are made with the new fibre-fed echelle spectrograph ELODIE of the Haute-Provence Observatory, France⁹. This instrument permits measurements of radial velocity with an accuracy of about 13 m s^{-1} of stars up to 9 mag in an exposure time of <30 min. The radial velocity is computed

355

© 1995 Nature Publishing Group

Figura 1.1: Extracto del trabajo donde se presenta el primer exoplaneta confirmado (Mayor y Queloz, 1995).

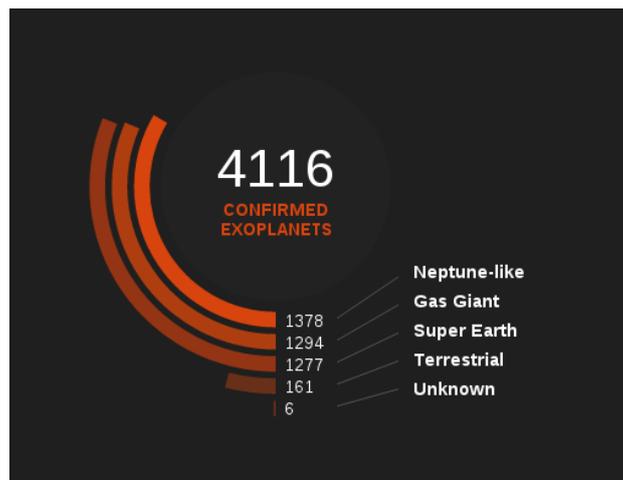


Figura 1.2: Cantidad y tipo de exoplanetas descubiertos hasta la fecha (09-02-2020). El total asciende a 4116 de los cuales 1378 son análogos a Neptuno, 1294 son gigantes gaseosos, 1277 son súper-Tierras, 161 son tipo terrestres y 6 aún no han sido clasificados. Gráfico extraído de <https://exoplanets.nasa.gov/>.

método de tránsito planetario que cuenta con el 76% de los descubrimientos. En mucha menor medida lo sigue la técnica de velocidad radial con un porcentaje de 19%, el método de microlente gravitacional con un 2%, y por último la técnica de imagen directa que sólo ha captado un poco más del 1% de los exoplanetas descubiertos. En la figura 1.4, están resumidos los porcentajes de los planetas descubiertos asociados a las diferentes técnicas de detección utilizadas.

Como anticipamos en el párrafo anterior el método más eficiente para la detección de exoplanetas es aquel basado en tránsitos planetarios. En la figura 1.5, podemos observar de forma esquemática tres instantes de tiempo de la órbita de un exoplaneta alrededor de un

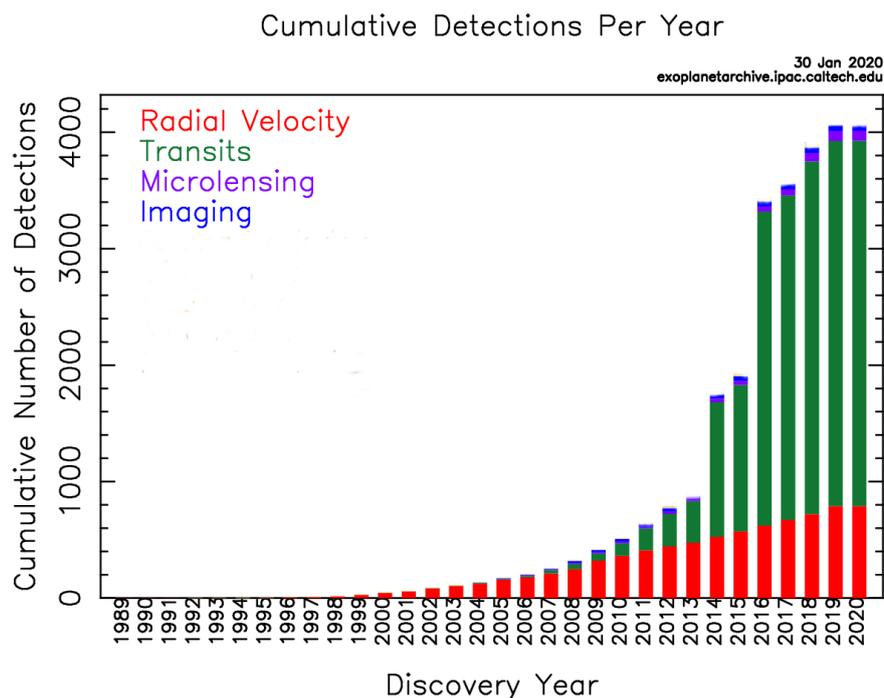


Figura 1.3: Distribución acumulada de los exoplanetas descubiertos en función del año de descubrimiento. Los diferentes colores indican las diferentes técnicas de detección. Gráfico extraído de <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/exoplanetplots>

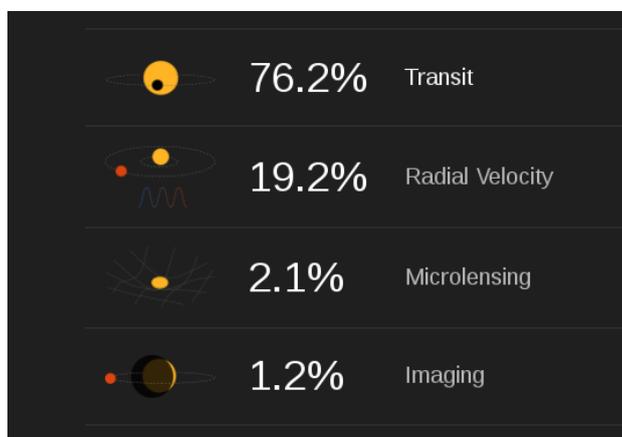


Figura 1.4: Porcentajes de los exoplanetas descubiertos hasta la fecha (09-02-2020) asociados a las diferentes técnicas empleadas (imagen extraída de <https://exoplanets.nasa.gov/>).

estrella. En el margen izquierdo de dicha figura se pone en evidencia como disminuye la curva de luz de la estrella a medida que el exoplaneta bloquea parte de la misma. Cuanto más grande sea el planeta, mayor será la modificación en la curva de luz de la estrella, por lo que esta técnica es especial para inferir los tamaños de los exoplanetas.

Como describimos anteriormente, el segundo método que más exoplanetas ha descubierto hasta la fecha es aquel basado en el análisis de velocidades radiales estelares o método Doppler. Un planeta orbitando alrededor de una estrella hace que ésta se mueva alrededor del centro de masas del sistema provocando que al observar dicha estrella desde

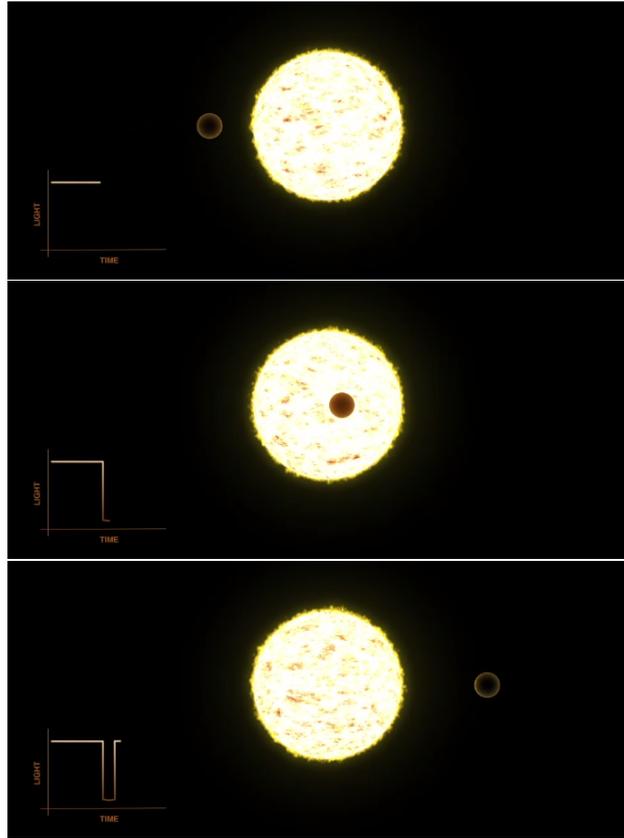


Figura 1.5: Imágenes sobre un tránsito planetario. En el margen izquierdo vemos la progresión de la curva de luz a medida que el exoplaneta eclipsa a la estrella. Crédito: <https://exoplanets.nasa.gov>.

la Tierra, sus líneas espectrales cambian a medida que se aleja o acerca respecto de la línea del observador. De esta forma, la estrella produce corrimientos al rojo o al azul de las líneas espectrales, a medida que se aleja o acerca. En la figura 1.6 ilustramos de forma esquemática este método.

El método de microlente gravitacional consiste en observar una fuente lejana de luz. A medida que una estrella cruza la línea del observador entre la Tierra y dicha fuente lejana, los campos de gravedad del planeta y la estrella actúan a modo de lente incrementando la intensidad de la luz emitida de la mencionada fuente. Para que el método funcione, los objetos deben estar perfectamente alineados. Uno de los principales defectos de esta técnica es que las posibles detecciones no son repetibles en el tiempo, por lo que el exoplaneta descubierto por este método deberá ser complementado con las anteriores técnicas mencionadas. En la figura 1.7 podemos ver una evolución del pasaje de una estrella entre la Tierra (representada con un punto azul en el borde inferior) y una fuente lejana de luz. A medida que la estrella se desplaza, las curvas de luz de la fuente lejana, debido a efectos relativistas, se ven modificadas. En el margen inferior derecho vemos como se modifica la curva de luz de la fuente lejana en función del tiempo. En el segundo panel podemos ver la alineación requerida para que este método funcione y la perturbación máxima en la curva de luz, lo que da como resultado la detección del exoplaneta.

Finalmente vemos la técnica de imagen directa. Este método es el más difícil para la

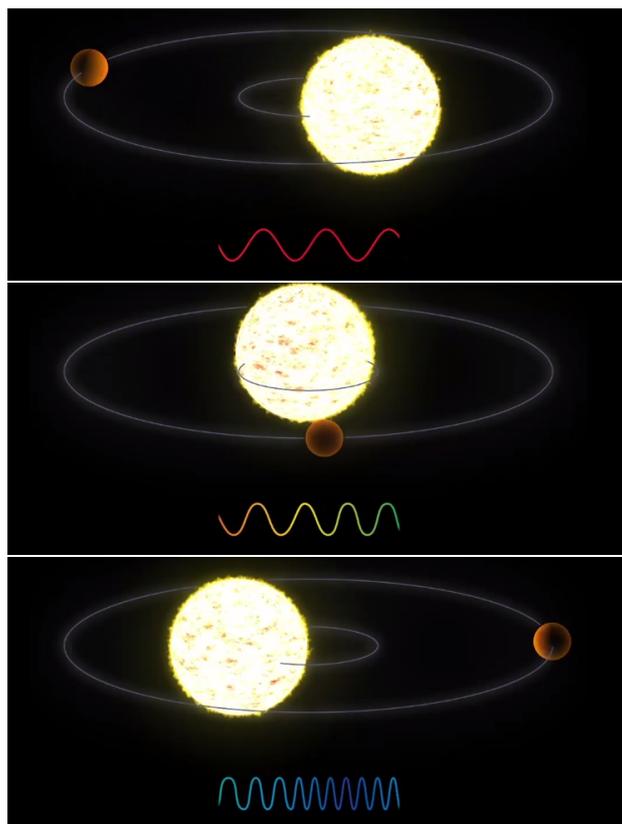


Figura 1.6: Imágenes sobre el método de velocidades radiales. A medida que la estrella se mueve, sus líneas espectrales sufren corrimientos al rojo o al azul dependiendo si la misma se aleja o acerca a la línea del observador. Crédito: <https://exoplanets.nasa.gov>.

detección de exoplanetas. Esto se debe al enorme contraste entre la radiación emitida por la estrella y la débil luz del planeta. Para obtener una imagen de este último, la luz de la estrella debe enmascarse de alguna forma para que los observadores puedan detectar si existe o no un cuerpo planetario alrededor. Generalmente se utiliza la radiación infrarroja donde los contrastes son menores entre la estrella observada y el planeta a detectar. Otro método es bloquear físicamente la luz de la estrella usando un coronógrafo que tape el brillo central de la misma, dejando visible sólo la corona, permitiendo con esto ver la luz de los planetas. Esto es especialmente válido cuando el planeta es todavía muy joven y aún está en fase de contracción, emitiendo calor. En la figura 1.8, podemos observar una representación esquemática del descubrimiento de un exoplaneta a través de la técnica por imagen directa. En el panel superior de dicha figura, podemos observar la estrella sin ningún tipo de filtro mientras que en el panel inferior, al ocultar la luz de la misma, podemos observar en el margen izquierdo la detección de un cuerpo que debido al gran contraste de luz entre la estrella y su planeta no era posible ser detectado.

Si bien en la figura 1.2 adelantamos un poco el tipo de exoplanetas descubiertos, es posible ver con más detalle ciertas propiedades físicas y orbitales de los mismos, las cuales nos motivaron en parte a desarrollar el presente trabajo de investigación.

Con el fin de enfatizar cuán importante es y cuán rápido avanza esta rama de la física, representamos en la figura 1.9 las poblaciones de los exoplanetas descubiertos al año 2015 (panel superior) y al año 2020 (panel inferior). La elección del año 2015 no fue al azar, sino

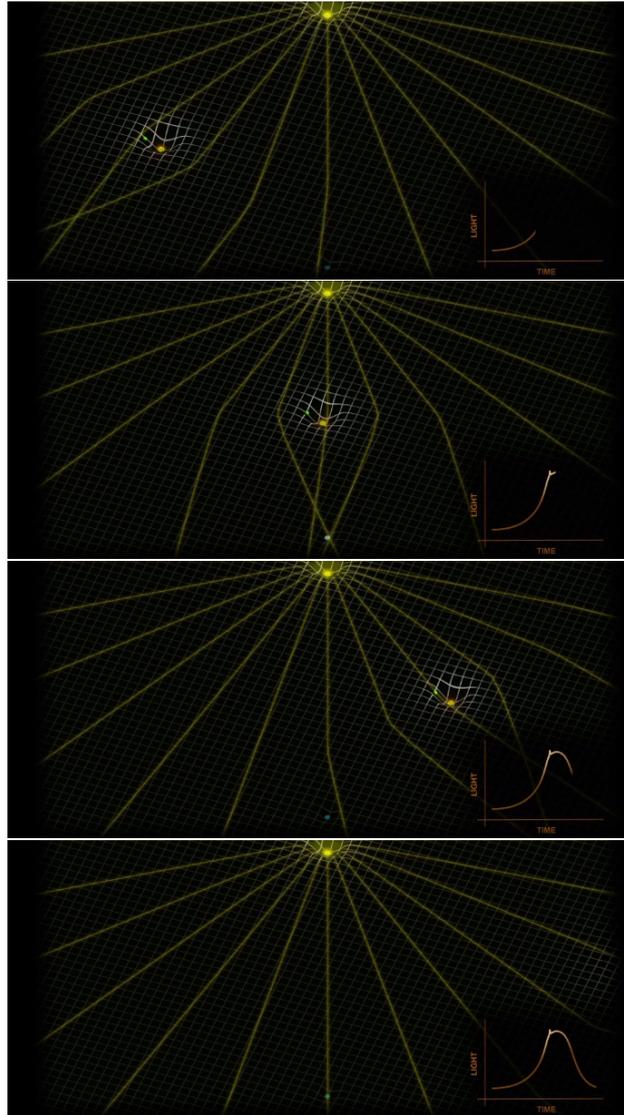


Figura 1.7: Imágenes sobre la técnica de microlente gravitacional. Crédito: <https://exoplanets.nasa.gov>.

que fue el año en el cual presentamos la Tesis de Grado donde precisamente este tema fue abordado. En enero de ese año, la cantidad de exoplanetas descubiertos era de 1889 y 3003 candidatos quedaban por confirmar. En un lapso de 5 años los exoplanetas descubiertos y a confirmar se vieron incrementados en un 218 % y en un 167 %, respectivamente. No sabemos como van a ser estos números 5 años más en el tiempo. De lo que estamos seguros es que esta disciplina está en constante evolución y crecimiento, invitándonos a afrontar temas de vanguardia por demás interesantes. Adicionalmente, en la figura inferior de la figura 1.9 graficamos, de forma superpuesta, los planetas del Sistema Solar representados por sus respectivos símbolos, además los puntos negros representan los planetas enanos Ceres, Plutón, Makemake y Eris.

La región donde se posicionan los cuerpos del Sistema Solar en el gráfico no está densamente poblada por los exoplanetas descubiertos. Se espera que con las mejoras de las técnicas observacionales y diferentes misiones espaciales se descubran objetos que

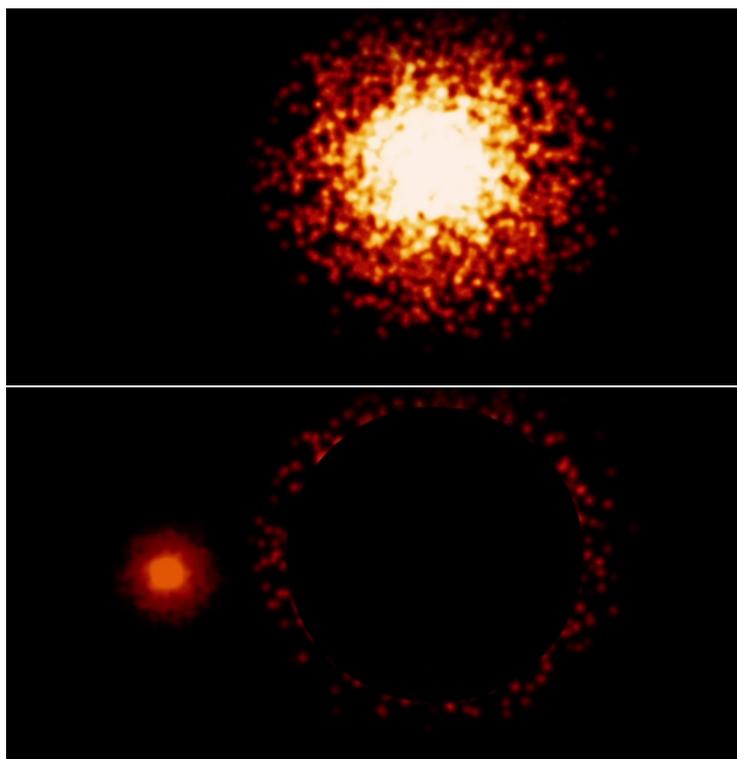


Figura 1.8: Imágenes sobre como se observa un exoplaneta por imagen directa. En el panel superior vemos a la estrella sin ningún cuerpo planetario que la acompañe. Una vez que se oculta la luz de la misma, detectamos el planeta como se vé en el panel inferior. Crédito: <https://exoplanets.nasa.gov>.

cumplan con las características físicas y orbitales presentadas por los cuerpos de nuestro Sistema Solar.

En el panel inferior de la figura 1.9 podemos observar la gran diversidad de exoplanetas descubiertos. En particular, los rangos de masas sugieren la existencia de planetas más pequeños que Mercurio ($1.73 \times 10^{-4} M_J$, donde M_J indica masas de Júpiter) hasta incluso objetos con masas mayores a $20 M_J$. El rango de semiejes en el cual se ubican la mayor parte de la muestra también es amplio, el cual oscila entre 0.01 ua y 5.0 ua. Esta información derivada a partir de la muestra observacional nos empieza a indicar que podemos tener una amplia diversidad de combinaciones en lo que respecta a la masa de los exoplanetas y su ubicación con respecto a la estrella central.

Otra pregunta interesante que podemos plantear está asociada a las órbitas de estos objetos. Para responder eso, nos referimos a la figura 1.10 que ilustra la excentricidad orbital de los exoplanetas en función de sus semiejes. La escala de colores indica las diferentes masas en M_J . Dicha figura muestra un resultado muy importante. Podemos encontrar exoplanetas con órbitas cuasi-circulares hasta planetas con muy altas excentricidades para un rango de semiejes que oscila entre 0.01 ua y 5.0 ua. Esto nos indica que las propiedades orbitales de los exoplanetas observados presentan diferencias muy significativas con las observadas en nuestro Sistema Solar, el cual alberga planetas en órbitas de muy baja excentricidad sobre un amplio rango de semiejes.

Finalmente, en la figura 1.11 mostramos la distribución de masas de los exoplanetas

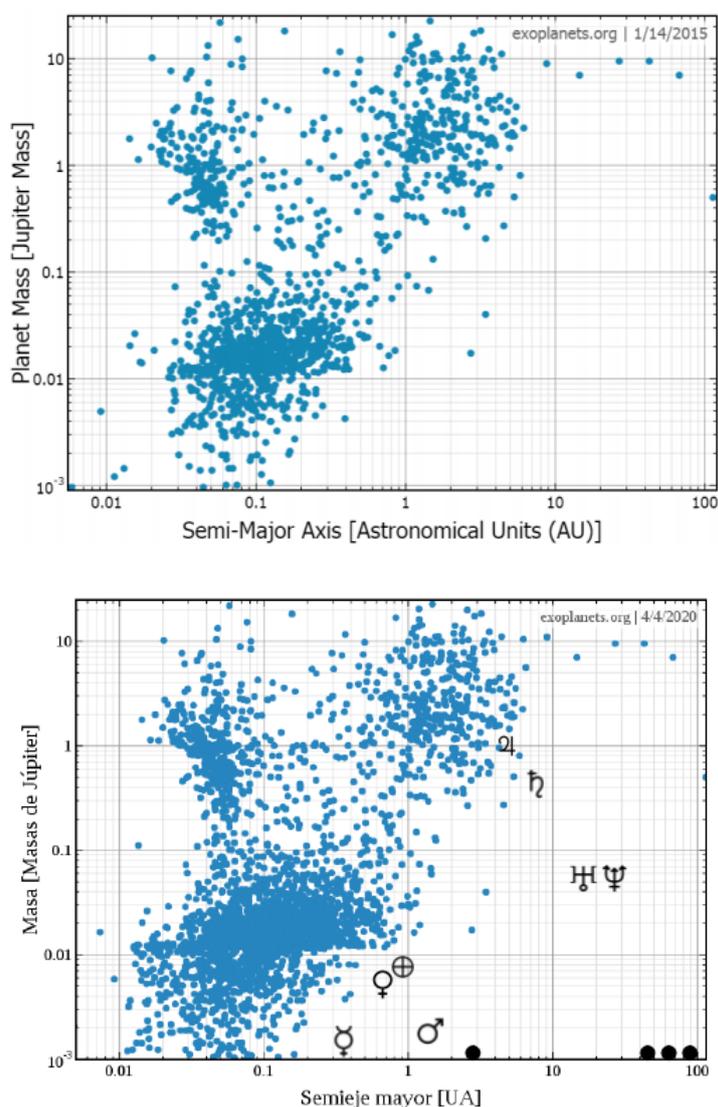


Figura 1.9: Panel superior: Masa de los exoplanetas descubiertos en función del semieje mayor, para el año 2015 (figura extraída de la Tesis de Grado del Geofísico Agustín Dugaro). Panel inferior: Masa de los exoplanetas descubiertos a la fecha en función del semieje mayor donde los colores celeste, verde, violeta y naranja representan los métodos de tránsito, velocidad radial, microlente e imagen directa, respectivamente. Imagen extraída de <https://exoplanets.org>. Los diferentes símbolos corresponden a los planetas del Sistema Solar, mientras que los puntos negros representan a los planetas enanos Ceres, Plutón, Makemake y Eris.

en función de la excentricidad orbital. Dicha figura muestra que los exoplanetas pueden tener un amplio rango de excentricidades con una alta variación de la masa. Por un lado, los planetas terrestres y súper-Tierras presentan una amplia variación de excentricidades. Sin embargo, lo más destacable es la existencia de gigantes gaseosos con excentricidades orbitales extremadamente elevadas lo cual se opone al paradigma natural que se desprende de nuestro propio Sistema Solar. Este resultado nos indica que pueden existir diferentes

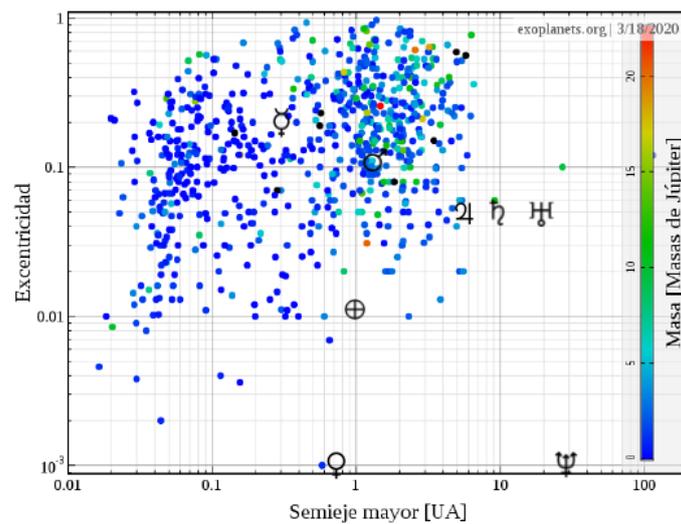


Figura 1.10: Excentricidad de los exoplanetas en función de sus semiejes. La escala de colores indica las diferentes masas de los mismos en M_J . Imagen extraída de <https://exoplanets.org>. Los diferentes símbolos corresponden a los planetas del Sistema Solar.

mecanismos dinámicos por los cuales dichos objetos se hayan formado. Por ejemplo, un sistema que albergue gigantes gaseosos excéntricos pudo haber experimentado fuertes eventos de dispersión en sus etapas primitivas, los cuales son responsables de configurar esas arquitecturas peculiares observadas hoy en día.

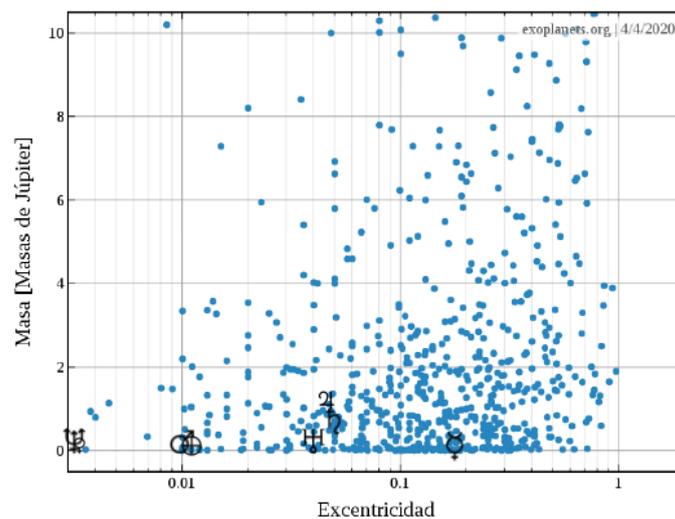


Figura 1.11: Masa de los exoplanetas en función de sus excentricidades orbitales. Imagen extraída de <https://exoplanets.org>. Los diferentes símbolos corresponden a los planetas del Sistema Solar.

De acuerdo con todo lo enunciado anteriormente, resulta evidente que en el Universo existe lugar para albergar una amplia diversidad de planetas con propiedades físicas y orbitales extremadamente variadas, muchas de las cuales resultan ser muy diferentes de aquellas observadas en los planetas de nuestro Sistema Solar.

Para lograr una correcta comprensión concerniente a las propiedades físicas y orbitales de planetas de tipo terrestre formados en una amplia diversidad de escenarios dinámicos, debemos contar con herramientas adecuadas que nos permitan desarrollar estudios serios que deriven en resultados confiables. En la presente Tesis Doctoral, nosotros abordamos el enorme desafío de construir una herramienta numérica capaz de modelar de manera realista los procesos de formación y evolución planetaria. En particular, centramos nuestro esfuerzo en la construcción de un modelo realista para el tratamiento de las colisiones planetarias lo cual nos conducirá a obtener resultados refinados sobre las masas, contenidos de agua, composición y estructura interna de planetas terrestres en una amplia diversidad de sistemas. Creemos firmemente que un continuo avance en la construcción de estas técnicas numéricas nos llevará a una mejor comprensión sobre la naturaleza física real de los planetas de tipo terrestres que están distribuidos en el Universo.



2. Métodos numéricos

2.1 Introducción

Las simulaciones de N-cuerpos, es decir, soluciones numéricas de las ecuaciones de movimiento para N partículas que interactúan gravitacionalmente, son herramientas ampliamente utilizadas en astrofísica, con aplicaciones tanto a sistemas planetarios como hasta sistemas de escalas galácticas y cosmológicas. Por ejemplo, una simulación de N-cuerpos de un cúmulo estelar podría tener una partícula por estrella, por lo que cada partícula tiene algún significado físico. Por otro lado, una simulación de una nube de gas no puede permitirse tener una partícula para cada átomo o molécula, ya que esto requeriría del orden de 10^{23} partículas para cada mol de material. En este caso, una ‘partícula’ representaría una cantidad mucho mayor de gas, sin tener ningún significado físico claro. La definición cualitativa y cuantitativa de las partículas en un código de N-cuerpos debe elegirse como un compromiso entre la precisión y los requisitos informáticos manejables.

En esta sección presentamos una revisión resumida del campo que destaca los principales métodos para las simulaciones de N-cuerpos y el contexto astrofísico en el que se aplican habitualmente. Vale la pena destacar que las ‘partículas’ tratadas por la simulación pueden corresponder o no a objetos físicos que son de naturaleza puntual.

2.2 El Problema a resolver

La dinámica subyacente relevante en el contexto astrofísico de un sistema de N-partículas que interactúan gravitacionalmente es típicamente descrita a partir de la ley de Newton. La fuerza \vec{F}_i actuando sobre una partícula i de masa m_i es:

$$\vec{F}_i = - \sum_{j \neq i}^N G \frac{m_i m_j (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} \quad (2.1)$$

donde G es la constante gravitacional universal y \vec{r} representa el vector posición. El problema es, por lo tanto, un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden no lineales donde se relaciona la aceleración $d^2\vec{r}_i/dt^2 = \vec{F}_i/m_i$ con la posición de todas las partículas del sistema.

Una vez que está definido el conjunto de condiciones iniciales (por ejemplo las posiciones y velocidades para todos los cuerpos) existe una única solución. Para dos cuerpos esta solución es analítica mientras que para un número de cuerpos mayor es necesario realizar integraciones numéricas. Sin embargo, hay que prestar especial cuidado para asegurar eficiencia y exactitud. En efecto, la fuerza gravitacional expresada en la ecuación (2.1) presenta una singularidad cuando la distancia entre dos cuerpos se acerca a cero, la cual puede llevar a velocidades arbitrariamente grandes. Además, dada la naturaleza no lineal de las ecuaciones diferenciales, las singularidades son móviles, lo que quiere decir que la ubicación de las mismas depende de la elección específica de las condiciones iniciales. Al contrario, todas las singularidades en las ecuaciones diferenciales lineales son independientes de las condiciones iniciales y por ello más sencillas de tratar. Esto quiere decir que los métodos que utilicen paso de tiempo fijo son incapaces de asegurar una dada exactitud y pueden resultar (para el caso de dinámica gravitacional) en aceleraciones irreales durante encuentros cercanos entre los cuerpos. Esto se soluciona si usamos métodos con un paso de tiempo adaptativo. La desventaja en este caso es la pérdida en la eficiencia computacional, lo que puede llevar en ciertos casos a tener simulaciones inviables.

Una forma de salvar la singularidad es agregar un factor de suavizado en la ecuación (2.1) (Aarseth, 1963). En este caso el precio a pagar va a residir en cambiar las interacciones gravitacionales en escalas pequeñas. Por ejemplo:

$$\vec{F}_i = - \sum_{j \neq i}^N G \frac{m_i m_j (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \quad (2.2)$$

donde $\epsilon > 0$ es el factor de suavizado. Esta estrategia elimina las interacciones gravitacionales fuertes a cambio de alterar la dinámica del sistema (Dehnen, 2001).

La complejidad computacional de las soluciones numéricas de un sistema de N-cuerpos para un número fijo de pasos de tiempo se escala con N^2 , ya que la evaluación de la fuerza sobre cada partícula requiere tener en cuenta la contribución de todas las demás partículas presentes en el sistema. Esta evaluación computacional costosa de la fuerza gravitacional ha llevado al desarrollo de un gran número de técnicas con el objetivo de obtener una solución numérica confiable con el mínimo costo de cómputo posible.

Dependiendo del tratamiento colisional y las escalas de tiempo del problema astrofísico a resolver, los mismos pueden ser clasificados en cuatro grupos principales:

- Mecánica celeste
- Sistemas estelares densos
- Esfera de influencia de un agujero negro masivo
- Dinámica galáctica y cosmología

Naturalmente y dentro del marco de esta Tesis Doctoral, estamos interesados en el ítem concerniente a Mecánica celeste. En este caso, un cuerpo sólo domina el campo gravitacional y los otros demás cuerpos se mueven sujetos a perturbaciones recíprocas. En este marco de trabajo es necesario contar con alta precisión en los cálculos para no tener errores ya sea por la discretización del tiempo, de redondeo o directamente ruido numérico.

En la próxima sección expondremos varias técnicas que se encuentran en la literatura para resolver problemas de mecánica newtoniana.

2.3 Simulaciones de N-cuerpos: Métodos numéricos

La historia de las simulaciones de N-cuerpos empieza con Holmberg (1941), quien siguió la evolución de un sistema de 37 partículas donde la fuerza fue calculada usando lámparas de luz y galvanómetros (justamente tomando ventaja de la dependencia r^{-2} de la fuerza electromagnética al igual que la gravitacional). Las simulaciones por computadora empezaron a surgir a principios de la década del '60 usando hasta 100 partículas (por ejemplo von Hoerner, 1960; Aarseth, 1963) y a principios de los '80 con el desarrollo de algoritmos más eficientes basados en códigos de partícula-malla (Hockney y Eastwood, 1988, y referencias dentro) y el método de árbol jerárquico (Barnes y Hut, 1986). Por otra parte, se desarrollaron técnicas de regularización para resolver encuentros cercanos y dinámica de sistemas binarios en el caso de métodos directos en sistemas colisionales. Surgieron una serie de códigos llamados NBODY-X donde la X indica las diferentes versiones del código (Aarseth, 2003, y referencias dentro). La mejora en los métodos fue de la mano con los avances en el hardware de las computadoras lo que incrementó de manera significativa el número de cuerpos a simular llegando incluso al uso de $N = 10^{10}$ partículas (ver *Millennium Run* Springel, 2005).

En la próxima sección enumeraremos diferentes métodos numéricos con sus ventajas y desventajas. Dichos métodos son ampliamente usados para realizar simulaciones de N-cuerpos afrontando distintos problemas que existen en mecánica celeste.

2.3.1 Códigos de Árbol (Tree Codes)

El método del código de árbol (Barnes y Hut, 1986) proporciona un integrador general y rápido para sistemas donde no haya colisiones, en donde los encuentros cercanos no sean importantes y cuando no es necesario calcular las contribuciones de partículas lejanas con muy alta precisión. Este algoritmo explota el hecho de que el potencial gravitatorio decae como $1/r$, con lo cual las partículas interactúan fuertemente con sus vecinos más próximos, pero menos información resulta necesaria para describir sus interacciones con partículas más distantes. Asimismo la interacción de una partícula con otras lejanas puede considerarse como la interacción entre la partícula y dicho conjunto representado como una sola partícula cuya masa es la total del grupo colocada en el centro de masa del mismo. Esto conduce a una pérdida de información acerca de la distribución espacial de masa dentro

del grupo local, lo cual, a su vez, introduce un error en el cómputo de la interacción. Sin embargo, si se incluyen los momentos multipolares del grupo lejano, se puede recuperar en parte esta información. El resultado neto del método es reducir efectivamente el número total de operaciones en el cómputo de las interacciones con una complejidad de orden $O(N \log(N))$.

2.3.2 Métodos Multipolares Rápidos (Fast Multipole Methods)

Una implementación de código de árbol estándar no aprovecha el hecho de que partículas próximas entre sí estarán sujetas a una aceleración similar debido a grupos distantes de partículas. El método Fast Multipole (Greengard y Rokhlin, 1987) explota esta idea y utiliza una expansión multipolar para calcular la fuerza en las celdas. Esta aproximación adicional afirma que la interacción reduce la complejidad de $O(N \log(N))$ a $O(N)$, aunque en la literatura hay ciertos debates de esto dependiendo de su implementación (por ejemplo Dehnen, 2000, y referencias dentro). Implementaciones exitosas de este tipo de métodos pueden encontrarse en el código GyrfalcON (Dehnen, 2000) y el conocido PKDGRAV (Stadel, 2001).

2.3.3 Códigos de Partícula-Malla (Particle-Mesh Codes)

El método de partícula-malla representa otra ruta para acelerar el cómputo de la evaluación de la fuerza en forma directa para sistemas sin colisión. Este método determina el potencial gravitatorio, generado por la distribución de N partículas, sobre los nodos de una malla regular que cubre la región a considerar. El cómputo es efectuado resolviendo numéricamente, sobre tal malla, la ecuación de Poisson. La fuerza sobre una determinada partícula es entonces computada interpolando el potencial en la malla a la posición de la misma. Utilizando los procedimientos apropiados, el número total de operaciones para el cómputo total con este método es del orden $O(N + M \log M)$ donde M es el número de nodos en la malla. Puesto que en la práctica, debido a limitaciones de memoria en las computadoras disponibles, $M \ll N$, el costo computacional del método resulta entonces proporcional a N .

2.3.4 Método Refinado de Malla Adaptativa (Adaptative Mesh Refinement Method)

El rango dinámico de los códigos de partícula-malla se puede aumentar utilizando una cuadrícula adaptativa en lugar de una estática para resolver la ecuación de Poisson. En el método refinado de malla adaptativa (AMR), los elementos de la cuadrícula se concentran donde se necesita una mayor resolución, por ejemplo, alrededor de las regiones de mayor densidad de partículas. Una posibilidad de obtener una resolución adaptativa es construir primero una solución de la ecuación de Poisson de baja resolución y luego se refina progresivamente las regiones donde el error de truncamiento local es mayor haciendo uso de la extrapolación de Richardson (ver el código ENZO de Bryan y Norman, 1998).

2.3.5 Códigos Partícula-Malla-Árbol (PM-tree Codes)

El uso de una malla con un número de nodos pequeño respecto al número de partículas provee una limitada resolución de la distribución de masa en la determinación del potencial gravitatorio, y, por consiguiente un error en el cómputo de las interacciones. Para aumen-

tar la precisión, el algoritmo partícula-partícula-partícula-malla también llamado P3M (Hockney y Eastwood, 1988), corrige el valor obtenido con la malla incluyendo el cálculo directo de la interacción que ejercen sobre una dada partícula los vecinos más próximos. La distinción entre interacciones cercanas y lejanas y la búsqueda de vecinos más próximos constituyen dos aspectos fundamentales en la implementación de este algoritmo. Finalmente, podemos agregar que se recurre a un código de árbol para la evaluación de fuerza de corto alcance que conduce a un esquema híbrido PM-Árbol. Estos métodos generalmente son muy adecuados para simulaciones cosmológicas (ver por ejemplo Gadget-2, Springel, 2005). Los métodos de malla han probado ser satisfactorios en tanto las partículas se encuentren distribuidas en forma aproximadamente uniforme sobre una región rectangular del espacio, pero resultan imprecisos cuando la distribución de partículas es altamente no uniforme y la geometría del sistema es compleja sin un borde impuesto.

2.3.6 Métodos Directos (Direct Methods)

Los métodos directos consisten simplemente en computar en forma directa todas las interacciones entre las partículas. Si la interacción de cada par de partículas es tomada en cuenta, el cómputo directo requiere un total de $O(N^2)$ operaciones, dado que para N partículas hay $N(N - 1)$ interacciones. Este tipo de cómputo es razonable para sistemas que involucran unos pocos cientos de partículas, pero como el tiempo de cómputo se incrementa tan rápidamente con el número de partículas, las simulaciones numéricas con miles de partículas resultan computacionalmente muy costosas. Si bien esto presenta una desventaja, no hay que dejar de lado que este tipo de métodos no introducen aproximaciones en la solución de las ecuaciones de movimiento y por lo tanto ofrecen la mayor precisión al precio de más largo tiempo de cálculo.

2.4 Códigos de N-cuerpos: Integradores clásicos

Los integradores de N-cuerpos son conocidos por estudiar las diferentes etapas de la formación planetaria. En particular, existe una gran variedad de este tipo de integradores en la comunidad científica para resolver diversos problemas físicos.

Diferentes algoritmos fueron presentados para abordar una amplia variedad de problemas en dinámica del Sistema Solar, acreción planetaria y satelital, y sistemas planetarios extrasolares (por ejemplo Wisdom y Holman, 1991; Kinoshita et al., 1991; Levison y Duncan, 1994; Chambers y Wetherill, 1998; Canup et al., 1999; Rivera y Lissauer, 2000). En particular, Wisdom y Holman (1991) usaron coordenadas de Jacobi para poder separar el término kepleriano de las interacciones entre las partículas. Levison y Duncan (1994) tomaron el método de Wisdom-Holman y lo modificaron para tratar los encuentros cercanos entre los cuerpos. Este programa fue distribuido y recibió el nombre de RMVS3, el cual está incluido en el paquete SWIFT, cuenta con más de 600 citas en el ADS y es ampliamente usado por la comunidad científica. Por otro lado, Duncan et al. (1998) usaron variables heliocéntricas canónicas con una división diferente. Ellos introdujeron el nombre *método democrático heliocéntrico*. Los autores manejaban los encuentros cercanos subdividiendo recursivamente el paso de tiempo. El programa fue distribuido y cuenta con más de 300 citas en el ADS. El mismo se conoce como SYMBA.

Siguiendo la misma línea, Chambers (1999) introdujo otro método basado en coor-

denadas heliocéntricas democráticas con una transición suave a un integrador numérico ordinario como el método Bulirsch-Stoër para tratar los encuentros cercanos. Este programa es de acceso libre y cuenta con más de 1000 citas en el ADS. El mismo es conocido como MERCURY. Este código fue utilizado por varios autores que realizaron simulaciones de N-cuerpos para analizar la etapa tardía de acreción del Sistema Solar (Chambers, 2001; O'Brien et al., 2006; Raymond et al., 2009) y para sistemas exo-planetarios con diferentes tipos estelares, y con o sin gigantes gaseosos (de Elía et al., 2013; Dugaro et al., 2016; Moriarty y Ballard, 2016; Darriba et al., 2017; Izidoro et al., 2017; Zain et al., 2018; Sánchez et al., 2018). En estos estudios, aunque la evolución dinámica estuvo bien representada, el tratamiento de las posibles colisiones está simplificado. Una de las razones de esta simplificación es que el tiempo de cómputo en este tipo de simulaciones se escala con N^2 , donde N es el número de partículas en el sistema. De esta manera, los embriones planetarios cuando colisionan se mezclan perfectamente en un nuevo cuerpo conservando de esta forma la masa y el contenido de agua. Es imperativo establecer un compromiso entre la cantidad de cuerpos a representar y el rendimiento computacional. Sin permitir la fragmentación entre embriones planetarios, la cantidad de cuerpos en el sistema no aumentará. A medida que se producen las colisiones, el número de cuerpos disminuye, lo cual conduce a un decrecimiento continuo en el tiempo de cómputo requerido.

Leinhardt y Stewart (2012) (LS12) presentaron un modelo analítico completo para las colisiones entre cuerpos planetarios bajo el régimen gravitatorio. El rango de posibles resultados que propone LS12 incluye mezclas perfectas, acreciones parciales, erosiones parciales, colisiones catastróficas y encuentros hit & run (razantes). Estos resultados para cada colisión van a depender del tamaño del blanco, el tamaño del proyectil, la velocidad de colisión y el ángulo de impacto. En particular, LS12 describen la transición entre los regímenes de colisión y la distribución de velocidades y tamaños de los cuerpos después de la colisión. El modelo analítico desarrollado por LS12 es una poderosa herramienta que tiene dos ventajas principales: mejora de forma significativa la física de las colisiones en simulaciones numéricas de formación planetaria, y es fácil de adaptar a un código de N-cuerpos.

Por otro lado, Genda et al. (2012) estudiaron los criterios de acreción para colisiones entre embriones rocosos. Los autores utilizaron simulaciones hidrodinámicas (SPH simulations: smoothed particles hydrodynamics simulations) para los impactos gigantes e investigaron la velocidad de colisión crítica (v_{cr}), para la cual tiene lugar la transición entre un encuentro hit & run y acreción perfecta. Los autores derivaron una simple fórmula para la velocidad de colisión crítica normalizada a la velocidad de escape de dos cuerpos v'_{esc} la cual depende de la relación de masa de los protoplanetas y del ángulo de impacto. Dicho esto, una colisión hit & run con una velocidad de impacto inferior al valor crítico puede resultar en una segunda colisión que conduce a una acreción perfecta.

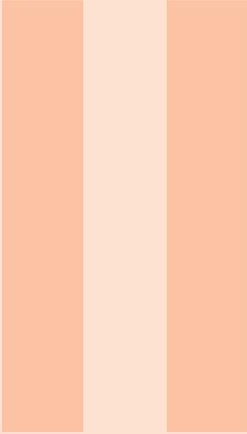
Esta mejora fue adoptada por varios autores para estudiar nuestro Sistema Solar y sistemas extrasolares. Chambers (2013) estudió la etapa final de la formación de planetas terrestres con simulaciones de N-cuerpos, concluyendo que los encuentros hit & run son un resultado común entre las colisiones de dos cuerpos. El autor llegó a esta conclusión comparando la evolución dinámica de dos conjuntos idénticos de condiciones iniciales, con y sin fragmentación, encontrando dos diferencias importantes entre estos modelos. Por un lado, las masas finales de los planetas formados son más bajas cuando se incluye la fragmentación que aquellas resultantes en corridas sin fragmentación. Por otro lado, la

excitación de la excentricidad de los planetas resultantes en simulaciones con un tratamiento colisional realista también es menor que aquella obtenida con el modelo que considera sólo acreciones perfectas.

Quintana et al. (2016) realizaron simulaciones de N-cuerpos para estudiar la formación de los planetas terrestres alrededor de una estrella de tipo solar. Los autores compararon el modelo de acreción estándar (Chambers, 1999) con la versión modificada de MERCURY (Chambers, 2013), que permite la fragmentación en las colisiones entre cuerpos masivos. Los autores encontraron que los sistemas formados con ambos modelos poseen características similares en lo que respecta a la distribución y número de planetas resultantes. Sin embargo, ellos evidenciaron diferencias significativas en la historia colisional de los planetas que sobreviven al final de la integración entre aquellas simulaciones que asumen mezclas perfectas y aquellos experimentos de N-cuerpos que incluyen fragmentación.

Por otra parte, Wallace et al. (2017) estudiaron la formación de planetas terrestres utilizando simulaciones de N-cuerpos con fragmentación a distancias cercanas de la estrella central. Los autores concluyeron que la fragmentación planetaria no representa una barrera para la formación de dicha población de planetas calientes. Más recientemente, Mustill et al. (2018) implementaron un algoritmo colisional en el software libre MERCURY (Chambers, 1999) basado en el trabajo desarrollado por LS12. En particular, estos autores estudiaron cómo esta mejora en el tratamiento de las colisiones afecta a los resultados concernientes a la formación de planetas en sistemas compactos con y sin planetas externos capaces de desestabilizarlos. Vale la pena señalar que, a diferencia de los trabajos realizados por Chambers (2013), Quintana et al. (2016) y Wallace et al. (2017), Mustill et al. (2018) introdujeron un factor de remoción de masa en el algoritmo de colisión para representar el material que se pulveriza y luego es eliminado del sistema por las fuerzas de radiación. Mustill et al. (2018) concluyeron que la multiplicidad de los sistemas no difiere en forma significativa cuando se usa un modelo más refinado para los colisiones en comparación con el modelo clásico de acreción.

Con esto en mente, es evidente la necesidad de tener una herramienta numérica propia que nos permita estudiar de manera más detallada la historia colisional de los cuerpos que conforman un sistema planetario, así como su evolución dinámica. Los avances en la física de las colisiones nos condujo entonces a alejarnos del modelo clásico de acreción perfecta y a construir nuestro propio código de N-cuerpos con el objetivo de incluir un tratamiento refinado aplicado a los eventos de impacto. Este código de N-cuerpos fue construido desde cero y representa el eje central de esta Tesis Doctoral. Dicho algoritmo está basado en el código MERCURY presentado en Chambers (1999), Además incluimos las prescripciones del algoritmo colisional dado por Leinhardt y Stewart (2012), Stewart y Leinhardt (2012), y Genda et al. (2012). El modelado de este algoritmo está basado en Chambers (2013) con modificaciones en el mecanismo de integración brindadas por Mustill et al. (2018). Este código fue bautizado bajo la denominación de **D3**, y fue formalmente presentado en el trabajo titulado *Physical properties of terrestrial planets and water delivery in the habitable zone using N-body simulations with fragmentation* en la revista *Astronomy & Astrophysics* en 2019.



Parte dos

3 Construcción del Código D3 ... 43

- 3.1 Problema de N-cuerpos: Formulación Hamiltoniana
- 3.2 Integradores numéricos simplécticos
- 3.3 Sistema de N-cuerpos: Resolución del problema
- 3.4 El modelo colisional: Esquema de integración definitivo
- 3.5 Testeos
- 3.6 Comentario final

4 Modelo y escenarios de trabajo 69

- 4.1 Modelo de disco protoplanetario
- 4.2 Simulaciones de N-cuerpos: parámetros físicos y orbitales



3. Construcción del Código D3

Este capítulo tiene como principal objetivo presentar los pasos necesarios para la construcción de nuestro código de N-cuerpos **D3** desarrollado en el marco de la Tesis Doctoral. La construcción de dicha herramienta numérica representa el eje central de este trabajo de investigación. A lo largo del capítulo vamos a desarrollar la formulación analítica necesaria que representará las bases para la construcción de nuestro integrador. Además presentaremos el esquema de integración y detallaremos el algoritmo colisional implementado. Finalmente mostraremos diferentes aplicaciones concernientes a tests para analizar la eficiencia de dicho código.

3.1 Problema de N-cuerpos: Formulación Hamiltoniana

El objetivo de esta sección es plantear la formulación hamiltoniana, la cual va a representar la base de la construcción de nuestro integrador en el código de N-cuerpos **D3**.

Ecuaciones de movimiento de Hamilton

Las ecuaciones de movimiento de un sistema físico de n grados de libertad, pueden describirse por un conjunto de $2n$ ecuaciones diferenciales de primer orden para un conjunto de $2n$ variables independientes. Esto es, n coordenadas generalizadas q_i y los impulsos canónicos conjugados p_i , están relacionadas a través de una función de las coordenadas e impulsos llamada el hamiltoniano del sistema,

$$H = H(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \quad (3.1)$$

A partir de esto definimos un conjunto de ecuaciones diferenciales que son llamadas ecuaciones canónicas de Hamilton y están dadas por:

$$\begin{aligned}\dot{q}_i &= \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \\ \dot{p}_i &= \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}.\end{aligned}\tag{3.2}$$

El conjunto de $2n$ variables independientes que constituyen los q_i y p_i nos permite definir un espacio cartesiano $2n$ -dimensional, denominado *espacio de las fases* asociando a cada coordenada generalizada q_i e impulso p_i un eje cartesiano. Cuando para un dado instante se conocen las coordenadas generalizadas e impulsos del sistema, éste queda representado por un punto en el espacio de las fases, y su evolución futura, dada por las ecuaciones de movimiento, traza una curva en dicho espacio.

Transformaciones canónicas

Para los objetivos de este trabajo es importante entender que vamos a trabajar con sistemas conservativos, en este caso, el hamiltoniano del sistema no depende explícitamente del tiempo y puede relacionarse con la energía total del sistema. En el mismo, podemos considerar una transformación simultánea de las coordenadas e impulsos q_i y p_i , a un nuevo sistema Q_i y P_i a partir de ciertas ecuaciones (invertibles)

$$\begin{aligned}Q_i &= Q_i(q, p), \\ P_i &= P_i(q, p).\end{aligned}\tag{3.3}$$

Estas ecuaciones definen una transformación de espacio de las fases del sistema y se dice que es una transformación canónica si para todo hamiltoniano $H(q, p)$ se preserva la estructura de movimiento. Esto es si existe otra función $K(Q, P)$ tal que

$$\begin{aligned}\dot{Q}_i &= \frac{dQ_i}{dt} = \frac{\partial K}{\partial P_i}, \\ \dot{P}_i &= \frac{dP_i}{dt} = -\frac{\partial K}{\partial Q_i}.\end{aligned}\tag{3.4}$$

Vale la pena destacar que las transformaciones canónicas tienen las cuatro propiedades siguientes:

- La transformación identidad es canónica.
- La inversa de una transformación canónica es también canónica.
- La aplicación sucesiva de dos transformaciones canónicas es una transformación canónica.
- La operación producto es asociativa.

La resolución de las ecuaciones (3.2) determina los valores de q y p en un instante de tiempo cualquiera a partir de sus valores en un instante inicial $t_0 = 0$. Debe existir, por lo tanto una transformación canónica que lleve los valores iniciales constantes de las coordenadas e impulsos a sus respectivos valores en un instante de tiempo posterior t dado:

$$(q(0), p(0)) \rightarrow (q(t), p(t)) \quad (3.5)$$

Obtener la transformación es equivalente a resolver las ecuaciones de movimiento. La transformación canónica mueve el punto figurativo del sistema de una posición de coordenadas $(q(0), p(0))$ a otro punto $(Q, P) = (q(t), p(t))$ del espacio de las fases.

Consideremos la evolución en el espacio de las fases de una cierta función de las variables canónicas $u = u(q, p)$. Usando las ecuaciones 3.2, su derivada total respecto al tiempo puede ser expresada como

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial u}{\partial p_i} \dot{p}_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial u}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right), \end{aligned}$$

que es lo mismo decir

$$\frac{du}{dt} = [u, H], \quad (3.6)$$

donde el corchete indica el corchete de Poisson entre u y el hamiltoniano H . La ecuación (3.6) puede considerarse como la ecuación de movimiento generalizada para una función arbitraria u de la configuración del sistema y, en particular, contiene las propias ecuaciones de Hamilton cuando tomamos por u una de las variables canónicas. Si esta ecuación puede ser integrada para obtener $u(t)$ obtendremos la acción de la transformación canónica buscada.

Una solución formal se puede obtener desarrollando $u(t)$ en serie de Taylor en torno al valor inicial $u(t_0 = 0)$:

$$u(t) = u(0) + t \left. \frac{du}{dt} \right|_0 + \frac{t^2}{2!} \left. \frac{d^2u}{dt^2} \right|_0 + \frac{t^3}{3!} \left. \frac{d^3u}{dt^3} \right|_0 + \dots \quad (3.7)$$

Por la ecuación (3.6) tenemos

$$\left. \frac{du}{dt} \right|_0 = [u, H]_0 \quad (3.8)$$

donde el subíndice cero significa que hay que tomar el valor del corchete de Poisson en el instante inicial.

La aplicación reiterada de la ecuación (3.6), tomando al propio $[u, H]$ como función de la configuración del sistema, da

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = [[u, H], H] \quad (3.9)$$

Este proceso se puede volver a realizar y obtener la tercera derivada y así sucesivamente. Entonces la serie de Taylor para $u(t)$ podrá representarse de la siguiente forma:

$$u(t) = u(0) + t[u, H]_0 + \frac{t^2}{2!} [[u, H], H]_0 + \frac{t^3}{3!} [[[u, H], H], H]_0 + \dots \quad (3.10)$$

A partir de esto podemos definir el operador diferencia lineal \hat{H} como:

$$\hat{H} \equiv [\quad , H] \equiv \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right) \quad (3.11)$$

De esta forma la ecuación (3.10) adopta la forma

$$u(t) = e^{t\hat{H}} u(0) \quad (3.12)$$

donde la exponencial a partir del desarrollo en serie define, el operador evolución temporal $e^{t\hat{H}}$. Esta ecuación nos dice que la dependencia temporal de u viene dada por la aplicación del operador evolución temporal sobre su valor inicial.

El desarrollo descripto (y simplificado) que fue presentado nos va a permitir construir el integrador en el cual basamos esta Tesis Doctoral. La formulación anteriormente mencionada nos va a permitir construir una clase de algoritmos llamados integradores numéricos simplécticos y van a ser descriptos en la próxima sección.

3.2 Integradores numéricos simplécticos

En esta sección, describiremos los operadores numéricos adecuados para poder afrontar el problema que nosotros queremos resolver.

El conjunto de ecuaciones de movimiento de Hamilton (3.2) para un sistema físico dado, constituye un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden

$$\dot{\eta} = \mathbf{f}(\eta, t), \quad (3.13)$$

el cual, sujeto a las condiciones iniciales

$$\eta(t_0) = \eta_0, \quad (3.14)$$

define un problema de valor inicial para un sistema de ecuaciones diferenciales. Usualmente la solución numérica a este tipo de problema no se obtiene como una aproximación continua de la solución exacta, sino como un conjunto de aproximaciones de los valores exactos sobre ciertos valores de la variable independiente, en este caso el tiempo, t .

Existen numerosos métodos numéricos para resolver un problema de valor inicial. Por ejemplo el método de Taylor, los métodos de Runge-Kutta, el método de extrapolación de Bulirsch-Stöer, métodos multipaso como los de Adams-Bashforth o Adams-Moulton, entre otros. Estos métodos preservan la precisión y son apropiados en muchas circunstancias. La desventaja de ellos es que no respetan la naturaleza física del sistema que originó el conjunto de ecuaciones diferenciales. Esto significa que introducen una componente espuria al momento de computar la energía del sistema, de manera que la misma no se conserva si no que por el contrario su magnitud aumenta con el tiempo. Si queremos estudiar entonces el comportamiento dinámico de un sistema físico sobre un amplio rango temporal, es necesario que los integradores numéricos respeten la física del problema.

Un método de integración de las ecuaciones de movimiento de Hamilton (3.2) de un sistema dado se dice que es simpléctico si las aproximaciones obtenidas de las variables canónicas en un instante de tiempo y las correspondientes a un instante posterior están relacionadas por una transformación canónica. De este modo, la transformación canónica que es solución exacta del problema es aproximada por otra transformación canónica.

La teoría básica de los integradores simplécticos puede ser desarrollada en términos de la formulación hamiltoniana de la mecánica clásica en términos de los corchetes de Poisson. Según la ecuación (3.12), la evolución temporal en el espacio de las fases de una función $u = u(q, p)$ de las variables canónicas, sobre un intervalo temporal τ a partir de su valor inicial está dado por:

$$u(\tau) = e^{\tau\hat{H}}u(0), \quad (3.15)$$

donde \hat{H} está dado por la ecuación (3.4).

Supongamos que dividimos el hamiltoniano H en dos partes:

$$H = H_0 + H_1 \quad (3.16)$$

Entonces, la evolución temporal de u es

$$u(\tau) = e^{\tau(\hat{H}_0 + \hat{H}_1)}u(0). \quad (3.17)$$

El desarrollo de la función exponencial puede expresarse como

$$\begin{aligned} e^{\tau(\hat{H}_0 + \hat{H}_1)} &= 1 + \tau(\hat{H}_0 + \hat{H}_1) + \frac{\tau^2}{2}(\hat{H}_0 + \hat{H}_1)^2 + \dots \\ &= 1 + \tau(\hat{H}_0 + \hat{H}_1) + \frac{\tau^2}{2}(\hat{H}_0^2 + \hat{H}_0\hat{H}_1 + \hat{H}_1\hat{H}_0 + \hat{H}_1^2) + \dots \end{aligned} \quad (3.18)$$

Si desarrollamos la composición de los operadores evolución temporal de \hat{H}_0 y \hat{H}_1 , aplicados uno después del otro, la ecuación anterior puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
e^{\tau\hat{H}_0}e^{\tau\hat{H}_1} &= \left(1 + \tau\hat{H}_0 + \frac{\tau^2}{2}\hat{H}_0^2 + \dots\right) \left(1 + \tau\hat{H}_1 + \frac{\tau^2}{2}\hat{H}_1^2 + \dots\right) \\
&= 1 + \tau(\hat{H}_0 + \hat{H}_1) + \frac{\tau^2}{2}(\hat{H}_0^2 + \hat{H}_0\hat{H}_1 + \hat{H}_1\hat{H}_0 + \hat{H}_1^2) + \dots
\end{aligned} \tag{3.19}$$

De esta forma, para un hamiltoniano H dividido según la ecuación 3.16, un integrador simpléctico de primer orden está dado por

$$u(\tau) = e^{\tau\hat{H}_0}e^{\tau\hat{H}_1}u(0). \tag{3.20}$$

Que tal integrador sea realmente simpléctico se desprende del hecho de que

$$\tilde{u}(\tau) = e^{\tau\hat{H}_1}u(0), \quad u(\tau) = e^{\tau\hat{H}_0}\tilde{u}(\tau), \tag{3.21}$$

son obtenidos por transformaciones canónicas y debido a que la composición de transformaciones canónicas es una transformación canónica. Aplicar cada operador evolución temporal por separado es equivalente a resolver las ecuaciones de movimiento con sólo la correspondiente parte del hamiltoniano, ignorando la otra. De esta forma, si τ es el tamaño del paso temporal de integración, cada paso del integrador consiste de dos subpasos:

- avanzar el sistema sujeto bajo la influencia de H_1 sobre un intervalo temporal τ .
- avanzar el sistema sujeto bajo la influencia de H_0 sobre un intervalo temporal τ .

Puede demostrarse que este integrador de primer orden resuelve de forma exacta las ecuaciones de movimiento de un sistema con un hamiltoniano $\tilde{H} = H + H_{\text{err}}$ próximo al original, donde H_{err} para un paso τ suficientemente pequeño está dado por:

$$H_{\text{err}} = \frac{\tau}{2}[H_0, H_1] + O(\tau^2), \tag{3.22}$$

(Saha y Tremaine, 1992). \hat{H} es conservado exactamente salvo errores de redondeo. Así, si τ se mantiene pequeño y es mantenido constante durante la integración, H diferirá poco de \tilde{H} , y el error en la energía estará acotado.

En forma análoga a lo anterior, un integrador simpléctico de segundo orden puede ser construido considerando la composición de los operadores $e^{\tau\hat{H}_1/2}$, $e^{\tau\hat{H}_0}$, $e^{\tau\hat{H}_1/2}$ en ese orden:

$$u(\tau) = e^{\tau\hat{H}_1/2}e^{\tau\hat{H}_0}e^{\tau\hat{H}_1/2}u(0), \tag{3.23}$$

Como anticipamos al principio de la sección que un integrador sea realmente simpléctico está basado en este esquema de resolución, en el cual se puede observar que una sucesión de transformaciones canónicas nos da la solución del problema.

Cada paso del integrador consiste en tres subpasos:

- el sistema avanza sujeto sólo a la acción de H_1 sobre la mitad del paso de integración
- se avanza el sistema sobre el intervalo temporal completo bajo la acción de H_0
- el sistema avanza la mitad del paso temporal bajo la acción de H_1

En este caso, el integrador resuelve de forma exacta un hamiltoniano $\tilde{H} = H + H_{\text{err}}$ donde para τ suficientemente pequeño

$$H_{\text{err}} = \frac{\tau^2}{12} \left[[H_1, H_0], H_0 + \frac{1}{2}H_1 \right] + O(\tau^4), \quad (3.24)$$

Dos grandes características que surgen del hecho de que las soluciones numéricas estén relacionadas por transformaciones canónicas en los integradores simplécticos son:

- un integrador simpléctico preserva la estructura del espacio de fases del sistema,
- la acumulación de errores de truncamiento no introduce una componente secular cuando se calcula la energía del sistema, sino que los errores se mantienen acotados.

Vale la pena destacar que los errores se mantienen acotados. En particular, esto repercute en el cómputo de la conservación de la energía. Dicha propiedad de conservación de energía es mantenida en los integradores simplécticos mientras el paso de integración se mantenga constante. Si el paso de integración es variado durante la simulación, no es posible asegurar que el error en la energía se mantenga acotado. Los integradores simplécticos tienen dos ventajas clave sobre otros integradores de N-cuerpos: no exhiben acumulación de error de energía a largo plazo, y son sustancialmente más rápidos para problemas en los que la mayoría de la masa está contenido en un solo cuerpo. Esto los hace muy adecuados para estudiar una amplia variedad de problemas en astronomía dinámica, especialmente aquellos que involucran sistemas planetarios o satelitales.

Todo esto nos ayudó a tener el esquema de integración para afrontar el problema a resolver, el cual será presentado en la próxima sección como también el hamiltoniano asociado y sus ecuaciones de movimiento derivadas.

3.3 Sistema de N-cuerpos: Resolución del problema

El objetivo de esta sección es presentar una correcta formulación hamiltoniana y el algoritmo numérico necesario para la construcción de nuestro código **D3** y afrontar el problema particular de la resolución de un sistema de N-cuerpos, lo cual tendrá múltiples aplicaciones a sistemas planetarios.

3.3.1 Construcción del hamiltoniano y esquema de integración general

La solución al problema de N-cuerpos es obtenida a través de la resolución de las ecuaciones de movimiento que son derivadas del hamiltoniano del sistema. En efecto, el hamiltoniano de un sistema de $N + 1$ partículas de masas m_i ($i = 0, \dots, N$), sujeto solamente a la acción de sus atracciones gravitacionales mutuas está dado por

$$H(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \sum_{i=0}^N \frac{|\mathbf{p}_i|^2}{2m_i} - G \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{m_i m_j}{|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j|}, \quad (3.25)$$

donde $\mathbf{q}_i = (x_i, y_i, z_i)$ y $\mathbf{p}_i = (p_{x_i}, p_{y_i}, p_{z_i})$ son los vectores posición y el momento del i -ésimo cuerpo de masa m_i con respecto a un marco de referencia inercial, y G es la constante de gravitación universal.

Dependiendo de las coordenadas elegidas, el hamiltoniano puede cambiar de forma y es posible dividirlo en diferentes partes. Wisdom y Holman (1991), por ejemplo, usaron coordenadas jacobianas. Este sistema constituye un marco de referencia donde la posición y momento de cada cuerpo son considerados con respecto al centro de masa de todos los cuerpos con índices menor a un cierto valor definido previamente. Los integradores simplécticos basados en esta división del hamiltoniano son conocidos como integradores simplécticos de variables mixtas (*mixed variable symplectic*) (Saha y Tremaine, 1992).

Un procedimiento alternativo propuesto por Duncan et al. (1998) es definir la posición con respecto al cuerpo principal y el impulso con respecto al baricentro del sistema. Este conjunto de variables se define como variables democráticas heliocéntricas (*democratic heliocentric variables*). Por medio de una transformación canónica, es posible transformar el conjunto original de coordenadas y momentos (\mathbf{q}, \mathbf{p}) en un nuevo conjunto de coordenadas heliocéntricas (\mathbf{Q}) y momentos baricéntricos (\mathbf{P}) .

Implementando esta transformación, y adoptando este nuevo juego de variables, el hamiltoniano de la ecuación (3.25) se puede reescribir de la siguiente forma

$$H(\mathbf{Q}, \mathbf{P}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{|\mathbf{P}_i|^2}{2m_i} - \frac{Gm_i m_0}{|\mathbf{Q}_i|} \right) - G \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{m_i m_j}{|\mathbf{Q}_i - \mathbf{Q}_j|} + \frac{1}{2m_0} \left| \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_i \right|^2 + \frac{|\mathbf{P}_0|^2}{2M},$$

donde $M = \sum_{j=0}^N m_j$ es la masa total del sistema.

Como en la ecuación anterior las coordenadas \mathbf{Q}_i son heliocéntricas, las que corresponden al cuerpo central desaparecen, es decir: $\mathbf{Q}_0 = 0$. En consecuencia, el hamiltoniano es independiente de la coordenada \mathbf{Q}_0 , por lo tanto, el impulso \mathbf{P}_0 es una constante de movimiento, y su contribución al hamiltoniano no se considera. Vale la pena señalar que N indica el número de partículas que excluyen la estrella y m_0 indica la masa de la misma, donde $m_0 \gg m_i$. Por lo tanto, podemos agrupar los términos de la siguiente manera:

$$H(\mathbf{Q}, \mathbf{P}) = H_{\text{Kep}} + H_{\text{int}} + H_{\odot}, \quad (3.26)$$

donde

$$H_{\text{Kep}} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{|\mathbf{P}_i|^2}{2m_i} - \frac{Gm_i m_0}{|\mathbf{Q}_i|} \right), \quad (3.27)$$

$$H_{\text{int}} = -G \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{m_i m_j}{|\mathbf{Q}_i - \mathbf{Q}_j|}, \quad (3.28)$$

$$H_{\odot} = \frac{1}{2m_0} \left| \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_i \right|^2. \quad (3.29)$$

Cada uno de estos términos describen lo siguiente:

- ★ H_{Kep} : el movimiento kepleriano de las partículas alrededor del cuerpo central,
- ★ H_{int} : la interacción entre cada par de partículas (excepto con el cuerpo principal),
- ★ H_{\odot} : el momento baricéntrico del cuerpo principal, aparece debido al juego de variables elegido.

Los esquemas de integración mencionados anteriormente pueden ser extendidos para contemplar esta división del hamiltoniano en tres partes. Así la solución proporcionada por el integrador simpléctico de segundo orden, ecuación (3.23) toma la forma:

$$u(\tau) = e^{\tau \hat{H}_{\text{int}}/2} e^{\tau \hat{H}_{\odot}/2} e^{\tau \hat{H}_{\text{Kep}}} e^{\tau \hat{H}_{\odot}/2} e^{\tau \hat{H}_{\text{int}}/2} u(0). \quad (3.30)$$

Para poder definir un esquema de integración tenemos que ver cómo actúa cada hamiltoniano por separado sobre las variables canónicas. Siguiendo el orden de aplicación en la (3.30), veamos primero el término (3.28)

$$H_{\text{int}} = -G \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{m_i m_j}{|\mathbf{Q}_i - \mathbf{Q}_j|},$$

cuyas ecuaciones de movimiento correspondientes al cuerpo k-ésimo son:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Q}}_k &= \frac{\partial H_{\text{int}}}{\partial \mathbf{P}_k} = \mathbf{0}, \\ \dot{\mathbf{P}}_k &= -\frac{\partial H_{\text{int}}}{\partial \mathbf{Q}_k} = -Gm_k \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N m_j \frac{(\mathbf{Q}_k - \mathbf{Q}_j)}{|\mathbf{Q}_k - \mathbf{Q}_j|^3}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

De esta forma, sobre un intervalo temporal $\tau/2$, las posiciones no son alteradas, mientras que cada partícula recibe una aceleración proveniente de las otras (pero no del cuerpo principal) que modifica su impulso. De este modo:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}_k(0), \mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k(0) - \frac{\tau}{2} G m_k \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N m_j \frac{(\mathbf{Q}_k(0) - \mathbf{Q}_j(0))}{|\mathbf{Q}_k(0) - \mathbf{Q}_j(0)|^3}. \quad (3.32)$$

Si consideramos ahora el término (3.29)

$$H_{\odot} = \frac{1}{2m_0} \left| \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_i \right|^2,$$

las ecuaciones de movimiento correspondientes al cuerpo k-ésimo son:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Q}}_k &= \frac{\partial H_{\odot}}{\partial \mathbf{P}_k} = \frac{1}{m_0} \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{P}_i \right), \\ \dot{\mathbf{P}}_k &= -\frac{\partial H_{\odot}}{\partial \mathbf{Q}_k} = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

A partir de esto, sobre un intervalo temporal $\tau/2$, el impulso baricéntrico de cada cuerpo no es alterado, mientras que sus posiciones heliocéntricas son desplazadas en la misma magnitud y dirección. De este modo:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_k &= \mathbf{Q}_k(0) + \frac{\tau}{2m_0} \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{P}_i(0) \right), \\ \mathbf{P}_k &= \mathbf{P}_k(0). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Veamos por último el término (3.27)

$$H_{\text{Kep}} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{|\mathbf{P}_i|^2}{2m_i} - \frac{Gm_i m_0}{|\mathbf{Q}_i|} \right),$$

el cual conduce a las siguientes ecuaciones de movimiento

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Q}}_k &= \frac{\partial H_{\text{Kep}}}{\partial \mathbf{P}_k} = \frac{\mathbf{P}_k}{m_k}, \\ \dot{\mathbf{P}}_k &= -\frac{\partial H_{\text{Kep}}}{\partial \mathbf{Q}_k} = -Gm_0 m_k \frac{\mathbf{Q}_k}{|\mathbf{Q}_k|^3}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

de manera que

$$\ddot{\mathbf{Q}}_k = -Gm_0 \frac{\mathbf{Q}_k}{|\mathbf{Q}_k|^3}. \quad (3.36)$$

Esta ecuación se corresponde al movimiento kepleriano del cuerpo k -ésimo en torno a un centro de fuerzas de magnitud Gm_0 fijo en la posición del cuerpo principal (la estrella). Vale la pena destacar que la posición es heliocéntrica y la velocidad baricéntrica y que todos los cuerpos revolucionan en torno al cuerpo principal con la misma magnitud del centro de fuerzas. El movimiento kepleriano es resuelto de forma analítica haciendo uso de las funciones f y g de la siguiente manera.

Consideremos los vectores posición \mathbf{Q}_0 y velocidad \mathbf{V}_0 al tiempo t_0 de la partícula dada en torno a un centro de fuerzas de magnitud Gm_0 cuya ecuación de movimiento está dada por (3.36). Asumiendo que los vectores \mathbf{Q}_0 y \mathbf{V}_0 no son paralelos, el momento angular es no nulo y la órbita de dicha partícula yace en un plano. En consecuencia, si $\mathbf{Q}(t)$ es el vector posición al tiempo t , existen, y son únicas dos magnitudes escalares f y g tales que

$$\mathbf{Q}(t) = f\mathbf{Q}_0 + g\mathbf{V}_0. \quad (3.37)$$

Diferenciando la ecuación (3.37) obtenemos el vector velocidad al tiempo t , $\mathbf{V}(t)$, expresado de la siguiente forma:

$$\mathbf{V}(t) = \dot{f}\mathbf{Q}_0 + \dot{g}\mathbf{V}_0. \quad (3.38)$$

Las expresiones de f , g , \dot{f} y \dot{g} para una órbita elíptica están dadas por:

$$\begin{aligned} f &= \frac{a}{|\mathbf{Q}_0|} [\cos(E - E_0) - 1] + 1, \\ g &= \frac{1}{n} [\sin(E - E_0) - e \sin E + e \sin E_0], \\ \dot{f} &= -\frac{a}{|\mathbf{Q}|} \frac{a}{|\mathbf{Q}_0|} \sin(E - E_0) \\ \dot{g} &= \frac{a}{|\mathbf{Q}|} [\cos(E - E_0) - 1] + 1, \end{aligned} \quad (3.39)$$

donde a es el semieje de la partícula, e su excentricidad, n es el movimiento medio, y por último E y E_0 representan la anomalía excéntrica a tiempo t y t_0 , respectivamente.

En el caso de tener una órbita circular ($e = 0$) el conjunto de expresiones para f , g , \dot{f} y \dot{g} están dadas por:

$$\begin{aligned} f &= \cos(n\Delta t), \\ g &= \frac{1}{n} - n \sin(n\Delta t), \\ \dot{f} &= -n \sin(n\Delta t) \\ \dot{g} &= \cos(n\Delta t). \end{aligned} \quad (3.40)$$

donde $\Delta t = t - t_0$.

Podemos resumir en una serie de pasos cómo determinar $\mathbf{Q}(t)$ y $\mathbf{V}(t)$ como funciones de f , g , \dot{f} y \dot{g} en una órbita elíptica a partir de los valores iniciales \mathbf{Q}_0 y \mathbf{V}_0

Paso 1: Computar $u = \mathbf{Q}_0 \cdot \mathbf{V}_0$.

Paso 2: Computar $a = \left(\frac{2}{|\mathbf{Q}_0|} - \frac{(\mathbf{V}_0)^2}{Gm_0} \right)^{-1}$.

Paso 3: Computar $n = \sqrt{Gm_0/a^3}$

Paso 4: Computar $CE = 1 - |\mathbf{Q}_0|/a$ y $SE = u/na^2$

Paso 5: Calcular $e = \sqrt{(CE)^2 + (SE)^2}$

Paso 6: Si $e \neq 0$ seguir con el paso 7a de lo contrario seguir con el paso 7b.

Paso 7a: Calcular $E_0 = \arctan(SE/CE)$ y $M = n\Delta t + E_0 - SE$.

Obtener E resolviendo numéricamente la ecuación de Kepler $M = E - e\text{sen}(E)$.

Computar $|\mathbf{Q}| = a(1 - e\cos(E))$.

Calcular f, g, \dot{f} y \dot{g} con las ecuaciones presentadas en (3.39).

Paso 7b: Calcular f, g, \dot{f} y \dot{g} con las ecuaciones presentadas en (3.40).

Paso 8: Calcular $\mathbf{Q}(t) = f\mathbf{Q}_0 + g\mathbf{V}_0$ y $\mathbf{V}(t) = \dot{f}\mathbf{Q}_0 + \dot{g}\mathbf{V}_0$

Del operador definido en la ecuación (3.30), podemos construir un esquema de integración de cinco pasos como sigue:

- i) las coordenadas se mantienen fijas y cada cuerpo recibe una aceleración de los otros cuerpos (pero no del cuerpo central) que modifican su momento sobre un intervalo de tiempo $\tau/2$;
- ii) el momento permanece fijo, y cada cuerpo es desplazado de su posición en una cantidad $(\tau/2m_0) \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_i$;
- iii) cada cuerpo evoluciona en una órbita kepleriana sobre un intervalo temporal τ ;
- iv) como en el paso ii;
- v) como en el paso i.

Suponiendo que todos los cuerpos permanecen alejados unos de otros se cumple que:

$$|H_{\text{Kep}}| \gg |H_{\text{int}}|, \quad |H_{\text{Kep}}| \gg |H_{\odot}|.$$

Sin embargo, si dos cuerpos están próximos uno con otro, el término correspondiente a H_{int} se vuelve lo suficientemente grande y H_{Kep} deja de ser el término dominante y como vimos en la (3.24) el error aumenta considerablemente. Por esta razón, el esquema previo de integración falla para resolver encuentros cercanos. En la próxima sección vamos a describir un procedimiento para poder resolver este inconveniente y así seguir manteniendo el mismo nivel de precisión.

3.3.2 Tratamiento de encuentros cercanos: Modificación del esquema de integración

A menudo los integradores convencionales, reducen el tamaño del paso de integración durante un encuentro cercano en orden de mantener el mismo nivel de exactitud. Sin

embargo, cada vez que el tamaño del paso τ cambia en un integrador simpléctico, el hamiltoniano también lo hace. Esto produce un desplazamiento en la energía del sistema real. Si ocurren demasiados encuentros cercanos, estos errores se acumulan y eventualmente destruyen la propiedad simpléctica del integrador.

Una de las soluciones propuestas para resolver este problema consiste en dividir el término perturbador de H_{int} y asignarle diferente paso de integración, para que las perturbaciones más fuertes tengan los pasos de integración más pequeños. El integrador resultante es puramente simpléctico, pero complicado de llevar a cabo y además no retiene la velocidad del método básico simpléctico (Duncan et al., 1998).

Una solución alternativa es propuesta por Chambers (1999), quien construye un algoritmo híbrido que mezcla componentes tanto simplécticas como no simplécticas en orden de mantener propiedades de las dos partes. Como mencionamos antes, tenemos que hacer el término H_{int} pequeño de vuelta con el objetivo de que H_{Kep} se mantenga dominante. Una forma de hacerlo es transferir el término del encuentro cercano en H_{int} a H_{Kep} por la duración del encuentro. Por ejemplo, si los cuerpos α y β tienen un encuentro cercano, los términos de la ecuación (3.27) y (3.28) resultan en

$$H_{\text{Kep}} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{|\mathbf{P}_i|^2}{2m_i} - \frac{Gm_i m_0}{|Q_i|} \right) - \frac{Gm_\alpha m_\beta}{|Q_\alpha - Q_\beta|}, \quad (3.41)$$

$$H_{\text{int}} = -G \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{\substack{j=i+1 \\ j \neq \beta}}^N \frac{m_i m_j}{|Q_i - Q_j|} - \sum_{\substack{j=\alpha+1 \\ j \neq \beta}}^{N-1} \frac{Gm_\alpha m_j}{|Q_\alpha - Q_j|}. \quad (3.42)$$

Con este esquema, las ecuaciones diferenciales asociadas a H_{Kep} no pueden ser más resueltas de forma analítica. Sin embargo, lo podemos resolver de forma numérica usando un integrador convencional, y los demás cuerpos que no tienen un encuentro cercano pueden ser integrados analíticamente. Tenemos que tener en cuenta que haciendo esto estamos modificando el hamiltoniano original y que el integrador deja de ser puramente simpléctico. En orden de lograr que el término H_{Kep} se mantenga dominante, tenemos que asegurarnos de que ningún término es transferido entre las diferentes partes del hamiltoniano. Siguiendo a Chambers (1999), nosotros podemos hacer esto dividiendo cada término de interacción entre H_{Kep} y H_{int} para que la correspondiente parte de H_{int} siempre se mantenga pequeña, mientras que la parte en H_{Kep} sea evaluada sólo durante el encuentro cercano. Para lograr esto, introducimos una función de transferencia K que va a modificar la forma de H_{Kep} y H_{int} de la siguiente forma:

$$H_{\text{Kep}} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{|P_i|^2}{2m_i} - \frac{Gm_i m_0}{|Q_i|} \right) - G \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{m_i m_j}{|Q_i - Q_j|} (1 - K(|Q_i - Q_j|)), \quad (3.43)$$

$$H_{\text{int}} = -G \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{m_i m_j}{|Q_i - Q_j|} K(|Q_i - Q_j|). \quad (3.44)$$

La forma de la función K debe ser tal, que cuando la separación $|Q_i - Q_j|$ entre los cuerpos i y j es grande, K tiene que tender a uno, mientras que tenderá a cero cuando dicha separación sea pequeña. En ausencia de un encuentro cercano, los términos en H_{Kep} se avanzan analíticamente como antes.

Esta función tiene que cumplir ciertos requisitos:

- $K \rightarrow 1$ cuando $|Q_i - Q_j|$ es grande y $K \rightarrow 0$ cuando $|Q_i - Q_j|$ es pequeño;
- K debe ser lo suficientemente suave para que el algoritmo pueda computarlo con facilidad;
- K tiene que poder ser evaluada rápidamente.

Esto asegura que $|H_{\text{int}}| \leq |H_{\text{Kep}}|$, aún durante un encuentro cercano. Entonces, el integrador híbrido simpléctico se describe como sigue:

- i) las coordenadas permanecen fijas y cada cuerpo recibe una aceleración proveniente de los otros cuerpos (pero no del cuerpo principal) pesada en las situaciones de encuentros por un factor K , que modifica su impulso sobre un intervalo temporal $\tau/2$;
- ii) los impulsos permanecen fijos, y cada cuerpo sufre un desplazamiento en su posición en la cantidad $(\tau/2m_0) \sum_{i=1}^N P_i$;
- iii) los cuerpos que no están en encuentro se mueven en una órbita kepleriana en torno al cuerpo principal sobre un intervalo temporal τ . Los mismos serán integrados analíticamente de acuerdo a lo propuesto en la sección 3.3.1. Para los cuerpos que están en encuentro, los términos keplerianos y los términos de encuentro, pesados por $(1 - K)$, son integrados numéricamente un paso τ^a ;
- iv) como en el paso ii;
- v) como en el paso i.

^aVale la pena señalar que los problemas de acreción en los que nos centramos en este trabajo tienen lugar en este paso, donde se dan las condiciones de colisión como resultado de la integración numérica.

Siguiendo a Chambers (1999), la función K toma la forma:

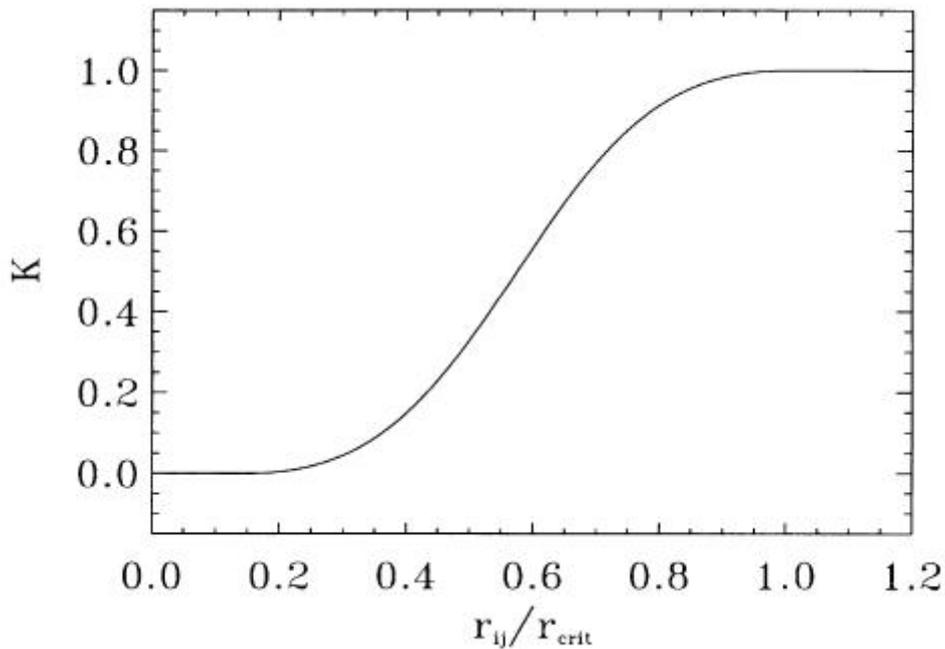


Figura 3.1: Una forma de la función de transferencia K en función de la separación $r_{ij} = |Q_i - Q_j|$ entre dos cuerpos. Figura extraída de Chambers (1999).

$$K = \begin{cases} 0 & \text{para } y < 0, \\ y^2 / (2y^2 - 2y + 1) & \text{para } 0 < y < 1, \\ 1 & \text{para } y > 1, \end{cases} \quad (3.45)$$

donde

$$y = \left(\frac{r_{ij} - 0.1r_{crit}}{0.9r_{crit}} \right). \quad (3.46)$$

y el parámetro r_{crit} se denomina distancia crítica y es un parámetro libre. En la figura 3.1 podemos observar la representación de dicha función.

Ciertamente la elección de la función K delineada en la ecuación (3.45) y usada en la construcción de nuestro código es importante. Diferentes autores como Hernandez (2019) y Rein et al. (2019) realizaron un estudio exhaustivo sobre la elección de dicha función con las diferentes implicancias que puede tener un cambio de la misma. Una discusión más detallada sobre este tópico se puede encontrar en el capítulo 7.

La elección del valor de la distancia crítica a la cual el algoritmo empieza a integrar un encuentro cercano tiene que ser un compromiso entre dos partes. Si r_{crit} es demasiado pequeño, el encuentro no va a calcularse apropiadamente. Por el contrario, si r_{crit} es demasiado grande, va a haber una sobre-estimación de los encuentros y el tiempo de cómputo aumentará haciendo disminuir la precisión de la integración. Duncan et al. (1998)

recomiendan un valor de 3 radios de Hill mutuos¹ para encuentros entre dos cuerpos masivos. Sin embargo, cuando las masas son pequeñas el número de radios de Hill mutuos deja de ser importante y tiene protagonismo el número de pasos de tiempo que se necesita para muestrear la función K . Por ejemplo, dos objetos del tamaño de la Luna pueden viajar fácilmente 3 radios de Hill mutuos en un sólo paso de tiempo. En este caso, el cambio de la función desde el régimen simpléctico al régimen híbrido sería instantáneo llevando a grandes errores de cómputo durante el encuentro.

En base a nuestros objetivos tenemos la necesidad de afrontar la resolución de este problema numérico. Para cumplir con esto seguimos los lineamientos propuestos por Chambers (1999) y Grimm y Stadel (2015). En base a esto, para cada objeto i , $r_{\text{crit},i}$ debe tomar el valor más grande entre $n_1 R_H$ y $n_2 \tau v_i$ de modo que $r_{\text{crit},i} = \max(n_1 R_H, n_2 \tau v_i)$, donde n_1 y n_2 son parámetros que oscilan entre [3-10] y [0.3-2.0], respectivamente y v_i es la velocidad heliocéntrica del cuerpo i en ese paso de tiempo. Durante un encuentro, el valor de r_{crit} utilizado debe ser el más grande de los dos cuerpos involucrados. El lector puede referirse al capítulo 7 para una discusión sobre el cálculo de r_{crit} y a ciertas consideraciones que se tienen que tener en cuenta.

Siguiendo a Chambers (1999) el integrador numérico utilizado para resolver los encuentros cercanos utilizado en este trabajo está basado en el método de Bulirsch-Stoer (Bulirsch, R. y Stoer, J., 1980). Dicho integrador hace uso de la extrapolación de Richardson y el método de punto medio modificado. Es un método de paso variable que nos permite tener en detalle la evolución de los cuerpos durante un encuentro cercano. Este integrador es considerado un método robusto y adecuado para problemas de N-cuerpos, tanto desde el punto de vista de su performance como de su precisión.

Hasta acá hemos descrito en forma general los lineamientos del código de N-cuerpos **D3**. En la siguiente sección, describiremos los diferentes regímenes de colisión y como es el algoritmo colisional implementado en dicho código.

3.4 El modelo colisional: Esquema de integración definitivo

En esta sección describimos los regímenes derivados por Leinhardt y Stewart (2012) y que fueron implementados en nuestro código **D3**. Seguidamente de esta descripción, presentamos el algoritmo colisional para identificar y calcular los diferentes impactos gigantes. Por último, presentamos el esquema de integración final, el cual constituye la parte central de nuestro código y es esencial en esta Tesis Doctoral.

3.4.1 Presentación de los diferentes regímenes de colisión

El resultado de una colisión entre dos cuerpos masivos puede ser descrito en términos de la energía de impacto por unidad de masa Q y un valor crítico Q_{RD} , donde Q_{RD} es definido como la energía específica de impacto por unidad de masa requerida para dispersar la mitad de la masa total involucrada en la colisión. Dependiendo del impacto, los cuerpos pueden tener diferentes destinos. Los mismos pueden fusionarse entre sí, permanecer inalterados o pueden resultar en un cuerpo remanente y múltiples fragmentos alrededor. En este caso, vamos a llamar M_{r} a la masa del remanente más grande posterior a la colisión.

¹Dado dos cuerpos con masas m_1 y m_2 a una distancia r_1 y r_2 de la estrella central, se define un radio de Hill mutuo como $R_H = 0.5(r_1 + r_2)((m_1 + m_2)/(3M_*)^{1/3}$

Consideremos una colisión entre dos cuerpos planetarios como se muestra en la figura 3.2. Un blanco de masa M_t con un radio R_t y un proyectil de masa m_p con un radio r_p , donde $M_t > m_p$, colisiona con una velocidad de impacto relativa de magnitud v_{imp} y un ángulo de impacto θ . De acuerdo con este planteo, θ es el ángulo formado entre la línea que conecta los centros de los dos cuerpos y el vector velocidad del proyectil relativo al blanco. La densidad volumétrica para los cuerpos blanco y proyectil son, ρ_t y ρ_p , respectivamente.

Podemos describir los diferentes tipos de colisión como sigue:

- **Acreción perfecta** Este tipo de colisión es la más usada comúnmente por los integradores clásicos hasta el momento. No se generan fragmentos y el cuerpo resultante contiene la masa total de los cuerpos interactuantes.
- **Acreción parcial** Cuando M_{lr} es calculado y es mayor que la masa del blanco pero menor a la masa total de los cuerpos interactuantes (i.e: $M_t \leq M_{lr} \leq M_t + m_p$), el resultado es considerado una acreción parcial. La masa restante es distribuida en fragmentos.
- **Colisión erosiva** En este caso, M_{lr} es menor que la masa del blanco, y el proyectil es completamente destruido. De acuerdo con esto, parte del blanco y todo el proyectil se reparten en fragmentos.
- **Colisión super-catastrófica** Cuando el M_{lr} es menor al 10% de la masa total de los cuerpos involucrados en la colisión, el resultado es considerado una colisión super-catastrófica, y la masa sobrante es repartida en fragmentos.
- **Encuentro hit & run** Este resultado ocurre cuando ambos cuerpos (blanco y proyectil) permanecen intactos. No hay generación de fragmentos.
- **Colisión graze & merge** Dependiendo de la velocidad de impacto, un encuentro hit & run puede resultar en una segunda colisión llevando a cabo una acreción perfecta. En este caso no se generan fragmentos.
- **Encuentro hit & run erosivo** Llamado de esta forma debido a que, en un encuentro hit & run, el proyectil puede ser parcialmente o totalmente destruido mientras que la masa del blanco se mantiene inalterada. La masa removida del proyectil es distribuida en fragmentos.

Como anticipamos anteriormente, en la siguiente subsección presentaremos el algoritmo colisional implementado en nuestro código de N-cuerpos **D3** donde se lleva a cabo esta clasificación.

3.4.2 El algoritmo colisional: Implementación numérica

Como dijimos anteriormente, el algoritmo colisional implementado en esta Tesis Doctoral está basado en el trabajo de Leinhardt y Stewart (2012), Stewart y Leinhardt (2012), y Genda et al. (2012). Es imperativo tener en este caso información detallada de cada colisión que suceda en la simulación. Más precisamente, necesitamos la posición de los cuerpos, la velocidad de impacto y el ángulo de impacto en el momento que ocurre la colisión.

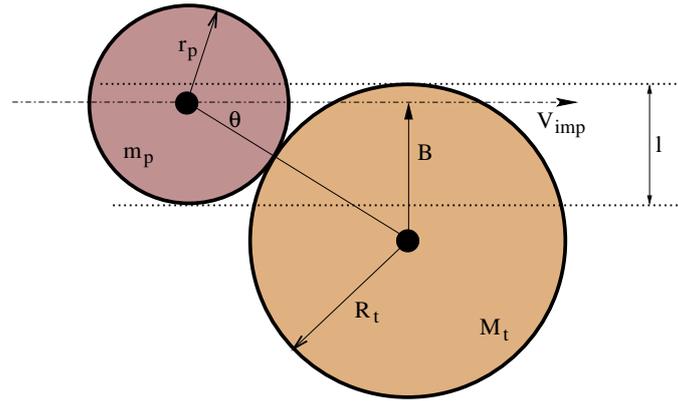


Figura 3.2: Representación esquemática de una colisión entre dos cuerpos de masa planetaria. El blanco, con una masa M_t y un radio R_t colisiona con un proyectil de masa m_p y radio r_p con una velocidad de impacto relativa v_{imp} . El parámetro θ representa el ángulo formado entre v_{imp} y la línea que conecta los dos centros

Vale la pena destacar que cada vez que una colisión derive en la generación de fragmentos, la cantidad de los mismos va a estar directamente relacionada con un parámetro que indica la masa mínima permitida que los fragmentos pueden tener M_{min} . Por un lado, este valor tiene que ser lo suficientemente grande para que el número de fragmentos generados no ralentice las simulaciones de manera que se vuelva inviable el tiempo de cómputo. Por otra parte, si el valor es demasiado grande, la representación dejará de ser realista y se sobre-estimarían las acreciones perfectas. Por lo tanto, el valor del parámetro M_{min} deberá ser considerado como un compromiso entre la cantidad de fragmentos generados, rendimiento y realismo del modelo.

El flujo del algoritmo lo podemos resumir en una serie de pasos, como se detalla a continuación:

1. Cuando se detecta una colisión, el código primero pregunta qué tipo de cuerpo es el proyectil (necesariamente el blanco siempre en este trabajo es un embrión planetario). Si el proyectil es un planetesimal (o un fragmento), el código asume una **acrección perfecta**, y la masa del cuerpo resultante es la suma de las masas individuales de los cuerpo interactuantes. Luego, se procede a analizar la próxima colisión, comenzando nuevamente en el paso 1. Si el proyectil es un embrión, continúa con el siguiente paso.
2. En efecto, si la colisión ocurre entre dos embriones, siguiendo a Mustill et al. (2018), se calcula la velocidad de escape mutua de la siguiente forma:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2(M_t + m_p)}{R_e}}, \quad (3.47)$$

donde $R_e = 3(M_t/\rho_t + m_p/\rho_p)/(4\pi)^{1/3}$.

3. Se hace la comparación entre la magnitud de la velocidad relativa de impacto v_{imp} y la velocidad de escape v_{esc} . Si la $v_{\text{imp}} \leq v_{\text{esc}}$, entonces la colisión es asumida como una acreción perfecta, conservando la masa total y el momento, como en el paso 1. En el caso de que $v_{\text{imp}} > v_{\text{esc}}$, procedemos al paso siguiente.
4. Calculamos el parámetro de impacto $b = \text{sen}\theta$ y el valor crítico $b_{\text{crit}} = R_t/(R_t + r_p)$. Dependiendo de la relación entre b y b_{crit} la colisión puede resultar en un impacto **grazing** (razante) o **non-grazing** (no-razante). Si $b < b_{\text{crit}}$ tenemos un impacto **non-grazing** y procedemos al paso 5. Caso contrario, si ocurre un impacto **grazing**, vamos al paso 8.
5. **Impacto non-grazing** ($b < b_{\text{crit}}$): Se calcula la energía de impacto por unidad de masa, Q , y el criterio de disrupción catastrófico Q_{RD} . El valor de Q está dado por:

$$Q = \frac{1}{2} \mu \frac{v_{\text{imp}}^2}{M_t + m_p}, \quad (3.48)$$

donde $\mu = M_t m_p / (M_t + m_p)$.

Luego, Q_{RD} es calculado como sigue:

$$Q_{\text{RD}} = \left(\frac{\mu}{\mu_\alpha} \right)^{2-3\bar{\mu}/2} \left(\frac{c^* \pi \rho_1 G}{5} \right) [R_{c1} (1 + \gamma)]^2, \quad (3.49)$$

donde

$$\mu_\alpha = \frac{\alpha M_t m_p}{M_t + \alpha m_p}, \quad (3.50)$$

siendo α la fracción del proyectil que intersecta el blanco en un impacto oblicuo, $\bar{\mu}$ es una medida de cómo la energía y el momento del proyectil se acoplan al blanco, c^* un factor de disipación de energía dentro del blanco, $\gamma = m_p/M_t$, y R_{c1} es el radio de un cuerpo esférico de masa $M_{\text{tot}} = M_t + m_p$ con densidad $\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3$ (Stewart y Leinhardt, 2009). De acuerdo a este trabajo, $\bar{\mu}$ y c^* adoptan valores de 1/3 y 1.8, respectivamente.

6. Con los valores de Q y Q_{RD} podemos chequear, por una simple comparación aritmética, si la colisión está en el régimen super-catastrófico. Esto sucede cuando $Q > 1.8 Q_{\text{RD}}$. Este resultado afecta en cómo se computa la masa del remanente más grande. Siguiendo a Chambers (2013), si la colisión está en tal régimen, calculamos M_{Ir} como:

$$M_{\text{Ir}} = 0.1 M_{\text{tot}} \left(\frac{Q}{1.8 Q_{\text{RD}}} \right)^{-3/2}, \quad (3.51)$$

y la masa a distribuir en fragmentos es $m_{\text{frag}} = M_{\text{tot}} - M_{\text{Ir}}$.

7. En el caso de que $Q < 1.8 Q_{\text{RD}}$, la colisión no está en el régimen super-catastrófico, entonces la masa del remanente más grande se calcula como:

$$M_{\text{lr}} = M_{\text{tot}} \left(1 - \frac{Q}{2Q_{\text{RD}}} \right). \quad (3.52)$$

Comparando la masa del remanente más grande M_{lr} y la masa del blanco M_{t} , la colisión puede resultar en:

- a) si $M_{\text{lr}} \leq M_{\text{t}}$, una **erosión parcial**
- b) si $M_{\text{lr}} > M_{\text{t}}$, puede resultar en una **acreción parcial**, si el número de fragmentos es mayor que cero, o en una **acreción perfecta**, si $m_{\text{frag}} < M_{\text{min}}$, para lo cual no se genera ningún fragmento.

8. Impacto Grazing:

La colisión es chequeada para clasificarla como un posible hit & run. Si no se clasifica como tal, en orden de poder clasificarla como una colisión super-catastrófica, erosión parcial, acreción parcial o acreción perfecta, seguimos el mismo criterio usado para impactos non-grazing, descritos en los pasos del 5 al 7.

9. En el caso que se clasifique como un encuentro **hit & run**, Genda et al. (2012) investigaron la velocidad de impacto crítica v_{cr} , que establece los límites entre impactos hit & run y acreción. La velocidad que define este límite está dada por:

$$v_{\text{cr}} = v'_{\text{esc}} [c_1 \Gamma \Theta^{c_5} + c_2 \Gamma + c_3 \Gamma \Theta^{c_5} + c_4], \quad (3.53)$$

donde $\Gamma = (1 - \gamma)/(1 + \gamma)$ y $\Theta = 1 - \sin\theta$. Los parámetros de ajuste son $c_1 = 2.43$, $c_2 = -0.0408$, $c_3 = 1.86$, $c_4 = 1.08$, y $c_5 = 2.5$. Genda et al. (2012) encontraron que el cociente $v_{\text{cr}}/v'_{\text{esc}}$ no depende de la masa del blanco M_{t} sino que depende de γ y el ángulo de impacto θ , donde v'_{esc} es la velocidad de escape mutua dada por $v'_{\text{esc}} = \sqrt{G(M_{\text{t}} + m_{\text{p}})/(R_{\text{t}} + r_{\text{p}})}$. Aplicamos la formula derivada por Genda et al. (2012) y clasificamos los encuentros hit & run a bajas velocidades como acreciones perfectas. Genda et al. (2012) acuñó el nombre *graze & merge* para este tipo de impactos, ya que una colisión razante a baja velocidad deriva en un segundo impacto donde los dos cuerpos se acretan perfectamente.

Por lo tanto, si un impacto satisface que $v_{\text{imp}} < v_{\text{cr}}$, clasificamos a la colisión como un **graze & merge**.

10. Si la colisión grazing efectivamente deriva en un encuentro hit & run (i.e. $v_{\text{imp}} > v_{\text{cr}}$), la masa del blanco es modificada en una cantidad insignificante, por lo cual consideramos que $M_{\text{lr}} = M_{\text{t}}$ (Asphaug et al., 2006; Genda et al., 2012). Cuando esto ocurre, tenemos que calcular la energía crítica de disrupción para lo que se llama 'impacto reverso' sobre el proyectil (Ver sección 4.2 de Leinhardt y Stewart, 2012). Básicamente en este caso, los roles del blanco y el proyectil son intercambiados de forma que :

$$M_{\text{t}}^{\dagger} = m_{\text{p}} \quad (3.54)$$

$$m_{\text{p}}^{\dagger} = \eta M_{\text{t}} \quad (3.55)$$

donde η es la fracción del blanco que intersecta con el proyectil.

La energía de impacto se calcula como

$$Q^\dagger = \frac{1}{2} \mu^\dagger \frac{v_{\text{rel}}}{M_t^\dagger + m_p^\dagger}, \quad (3.56)$$

mientras que el criterio de disrupción catastrófico Q_{RD}^\dagger se calcula como

$$Q_{\text{RD}}^\dagger = \left(\frac{\mu^\dagger}{\mu_\alpha^\dagger} \right)^{2-3\bar{\mu}/2} \left(\frac{c^* \pi \rho_1 G}{5} \right) \left[R_{\text{cl}} (1 + \gamma^\dagger) \right]^2, \quad (3.57)$$

donde

$$\mu^\dagger = \frac{M_t^\dagger m_p^\dagger}{M_t^\dagger + m_p^\dagger}, \quad (3.58)$$

$$\gamma^\dagger = \frac{m_p^\dagger}{M_t^\dagger}, \quad (3.59)$$

y R_{cl} está dado por

$$M_t^\dagger + m_p^\dagger = \frac{4\pi\rho_1}{3} R_{\text{cl}}^3. \quad (3.60)$$

Seguendo a Chambers (2013), la masa del remanente más grande para el proyectil se calcula como sigue:

$$M_{\text{lr}}^\dagger = \begin{cases} (M_t^\dagger + m_p^\dagger) \left(1 - \frac{Q^\dagger}{2Q_{\text{RD}}^\dagger} \right) & Q^\dagger < 1,8Q_{\text{RD}}^\dagger \\ 0,1(M_t^\dagger + m_p^\dagger) \left(\frac{Q^\dagger}{1,8Q_{\text{RD}}^\dagger} \right)^{-3/2} & Q^\dagger > 1,8Q_{\text{RD}}^\dagger. \end{cases} \quad (3.61)$$

Luego, tenemos que calcular $m_{\text{frag}} = M_t^\dagger - M_{\text{lr}}^\dagger$, y distribuirla en fragmentos.

Cada vez que una colisión genere fragmentos, la forma de resolver dicha colisión es la siguiente. El M_{lr} se coloca en el centro de masas de los dos cuerpos originales al momento de la colisión, las posiciones de los fragmentos son distribuídas de manera aleatoria sobre una esfera de Hill alrededor del M_{lr} en conformidad con la ecuación del centro de masas del sistema. En lo que respecta a las velocidades, las direcciones son aleatorias con una magnitud de un 5 % mayor que la velocidad de escape de los cuerpos originales de modo que se conserve el momento lineal. Por último hacemos una consideración especial, en el caso de que $m_{\text{frag}} < M_{\text{min}}$, consideramos que la colisión es un hit & run, y de este modo las masas del blanco y del

proyector se mantienen inalteradas.

Este algoritmo descrito en los pasos anteriores se utiliza cada vez que se detecta una colisión. Sin embargo, el tiempo de cómputo requerido para volver a ejecutar la colisión y clasificarla es insignificante en comparación con el tiempo de integración general.

3.4.3 Esquema de integración definitivo

En esta sección presentaremos el esquema de integración definitivo que se va a ejecutar en cada paso de integración de nuestro código de N-cuerpos **D3**.

Para poder llevar a cabo una simulación tenemos que integrar N cuerpos. En cada paso de tiempo, existe la posibilidad de que varios de ellos no sufran encuentros, mientras que otras estarán en situaciones de encuentros cercanos y algunas incluso tendrán colisiones físicas entre sí. En particular, siguiendo a Chambers (1999), las colisiones son detectadas con un esquema basado en una interpolación cúbica de Hermite.

Cuando esto ocurre, siguiendo a Mustill et al. (2018), rehacemos la integración utilizando el integrador numérico a partir del método de Bulirsch-Stoer por la duración de ese paso temporal dividiendo el paso original a la mitad. Esto se hace en forma iterativa hasta que el paso sea 10^{-5} días (~ 1 seg). Cuando se cumple esta condición, tenemos información suficientemente precisa sobre la velocidad de colisión v_{imp} y del parámetro de impacto b para resolver la colisión y clasificarla con el esquema de regímenes de Leinhardt y Stewart (2012).

El esquema de integración final se puede detallar entonces en una serie de pasos

- 1) las coordenadas permanecen fijas y cada cuerpo recibe una aceleración proveniente de los otros cuerpos (pero no del cuerpo principal) pesada en las situaciones de encuentros por un factor K , que modifica su impulso sobre un intervalo temporal $\tau/2$;
- 2) los impulsos permanecen fijos, y cada cuerpo sufre un desplazamiento en su posición en la cantidad $(\tau/2m_0) \sum_{i=1}^N P_i$;
- 3)
 - a) **Cuerpos sin encuentros**
Para aquellos cuerpos que no estén en encuentro, se resuelve de forma analítica la evolución de cada uno en una órbita kepleriana sobre un intervalo temporal τ de acuerdo a lo visto en la sección 3.3.1;
 - b) **Cuerpos con encuentros**
 - i) **Cuerpos sin colisiones**
Los términos keplerianos y de encuentro pesados por $(1 - K)$, son integrados numéricamente un paso τ como vimos en la sección 3.3.2;
 - ii) **Cuerpos con colisiones**
Clasificamos la colisión y se integra numéricamente el M_{I} y

- los eventuales fragmentos generados hasta completar el paso de tiempo τ ;
- 4) como en el paso 2);
 - 5) como en el paso 1).

3.5 Testeos

Con el fin de testear el desempeño de nuestro código **D3** realizamos una serie de pruebas comparativas de modelos simples y contrastamos nuestros resultados con aquellos obtenidos con el integrador clásico MERCURY.

3.5.1 Testeo I: Dinámica del problema de dos cuerpos

Inicialmente tomamos el problema más simple a estudiar. Realizamos una integración del problema de dos cuerpos gravitatorio con nuestro código **D3** y luego desarrollamos la misma integración con el integrador clásico MERCURY. Para poder llevar a cabo esta tarea integramos un cuerpo de la masa de Júpiter alrededor de una estrella tipo solar. Los parámetros físicos y orbitales del planeta se pueden observar en la tabla 3.1.

Nombre del cuerpo	JÚPITER
Componente del vector posición x (ua)	4.8414
Componente del vector posición y (ua)	-1.1603
Componente del vector posición z (ua)	-1.0362
Componente del vector velocidad u (ua/día)	1.66007×10^{-3}
Componente del vector velocidad v (ua/día)	7.69901×10^{-3}
Componente del vector velocidad w (ua/día)	-6.90460×10^{-5}
Masa del cuerpo (M_{\odot})	9.54791×10^{-4}
Densidad del cuerpo (g/cm^3)	1.33

Cuadro 3.1: Descripción de los parámetros físicos y orbitales del cuerpo a integrar.

La integración fue realizada durante 10 Ma y el paso de tiempo empleado fue de 6 días. Los principales resultados se muestran a continuación. En el panel izquierdo de la figura 3.3 podemos observar la evolución de la trayectoria del planeta Júpiter en el plano XY mientras que en el panel derecho se encuentra graficada en el plano XZ. Para lograr una comparación eficiente, graficamos las trayectorias obtenidas con el código **D3** (círculos naranjas) y con el MERCURY (puntos verdes) de manera superpuesta logrando ver que cumplimos el objetivo de poder reproducir la órbita en ambos planos con sendas herramientas numéricas.

En la figura 3.4 podemos observar la evolución de la conservación de la energía del sistema para ambos integradores. El panel izquierdo de dicha figura muestra la evolución obtenida con el código MERCURY mientras que en el panel derecho está graficado el resultado obtenido con nuestro código **D3**. Ambos integradores conservan la energía relativa del sistema respecto del valor inicial con un error menor a 1.1×10^{-9} . Podemos

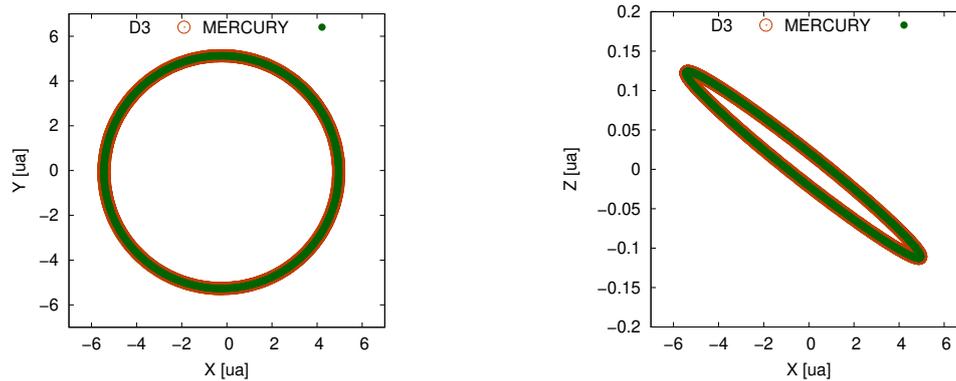


Figura 3.3: Problema de dos cuerpos. Evolución temporal del cuerpo integrado en el plano XY (panel izquierdo) y en el plano XZ (panel derecho). Los círculos naranjas y los puntos verdes representan las órbitas obtenidas con el código **D3** y con el MERCURY, respectivamente.

apreciar en dicha figura que, para este caso, el código **D3** cumple de manera satisfactoria los requisitos de la conservación de la energía. En la figura 3.5 podemos observar el error relativo tanto para el semieje (con un máximo de 1.0×10^{-9}) como para la excentricidad (con un máximo de 2.25×10^{-7}) en el problema de dos cuerpos.

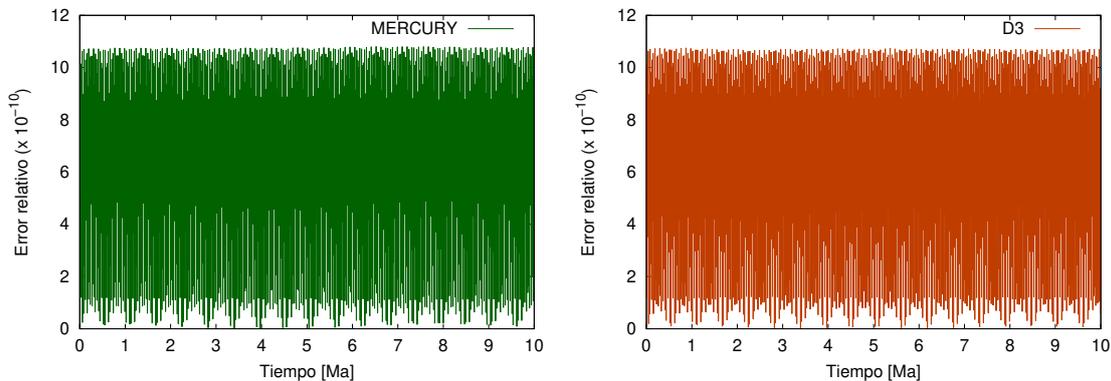


Figura 3.4: Error relativo en la energía para un problema de dos cuerpos durante 10 Ma de evolución. En el panel izquierdo podemos observar la evolución obtenida con el código MERCURY mientras que en el panel derecho está graficado el resultado obtenido con nuestro código **D3**.

3.5.2 Testeo II: Dinámica del Sistema Solar

Con el fin de complejizar nuestros testeos, decidimos integrar los planetas que componen el Sistema Solar por un período de 10 Ma con un paso de tiempo de 1 día. En la tabla 3.2 se encuentran detallados los parámetros físicos y orbitales de los ocho planetas integrados tanto con el código **D3** como con el código MERCURY.

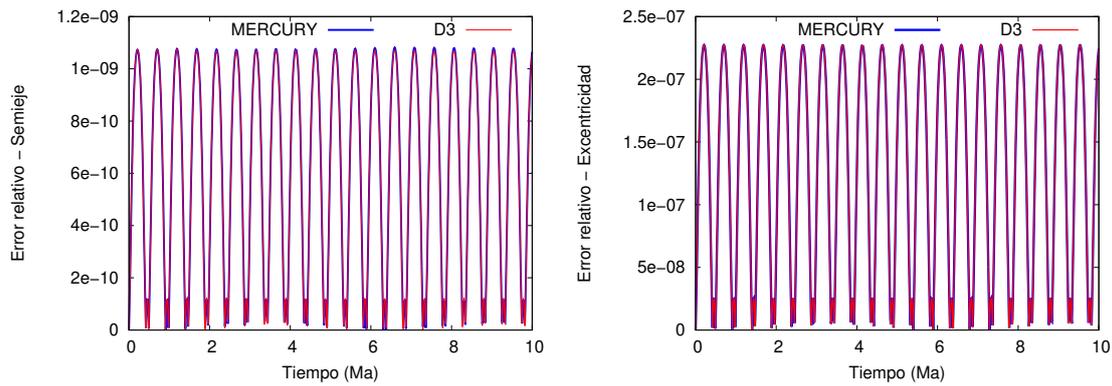


Figura 3.5: Problema de dos cuerpos. En el panel derecho se observa el error relativo en semieje mientras que en el izquierdo se encuentra el error relativo para la excentricidad.

Nombre	x (ua) $\times 10^{-1}$	y (ua) $\times 10^{-1}$	z (ua) $\times 10^{-1}$	u (ua/día) $\times 10^{-3}$	v (ua/día) $\times 10^{-3}$	w (ua/día) $\times 10^{-5}$	m (M_{\odot}) $\times 10^{-6}$	ρ (g/cm^3)
Mercurio	-3.83	-1.76	0.207	5.96	-24.3	-253.46	0.16	5.43
Venus	6.33	3.49	-0.317	-9.84	17.61	-80.88	2.44	5.24
Tierra	2.42	-9.87	0.000045	16.4	4.03	0.0011	3.04	5.52
Marte	2.51	15.2	0.25	-13.27	3.46	39.89	0.32	3.94
Júpiter	48.4	-11.6	-1.03	1.66	7.69	-6.9	954	1.33
Saturno	83.4	41.24	-4.03	-2.76	4.99	2.3	285	0.70
Urano	128.9	-151.11	-2.23	2.96	2.37	-2.96	43.6	1.3
Neptuno	153.79	-259.1	-1.79	2.68	1.62	-9.51	51.5	1.76

Cuadro 3.2: Descripción de los parámetros físicos y orbitales de los cuerpos a integrar para representar el Sistema Solar.

De manera análoga al Testeo I, graficamos de forma superpuesta las trayectorias de los planetas con ambos códigos. Por razones de escala, los hemos separado en dos gráficos. Por un lado, el panel izquierdo de la figura 3.6 muestra las trayectorias de los planetas internos del Sistema Solar mientras que el panel derecho de la misma figura muestra los planetas externos. Como podemos apreciar en ambos paneles, el código **D3** (círculos naranjas) reproduce en forma satisfactoria la evolución temporal de las órbitas en el plano XY de todos los planetas que componen el Sistema Solar, derivando resultados equivalentes a aquellos obtenidos con el MERCURY (puntos verdes). En la figura 3.7 están graficadas las evoluciones del error en la energía del sistema en función del tiempo para ambos códigos. El panel izquierdo de dicha figura, ilustra la evolución obtenida con el código MERCURY mientras que en el panel derecho está graficado el resultado obtenido con nuestro código **D3**. Ambos integradores conservan la energía relativa del sistema respecto del valor inicial con un error menor a 1.0×10^{-7} . Podemos apreciar en dicha figura que, para este caso, el código **D3** cumple de manera satisfactoria los requisitos de la conservación de la energía.

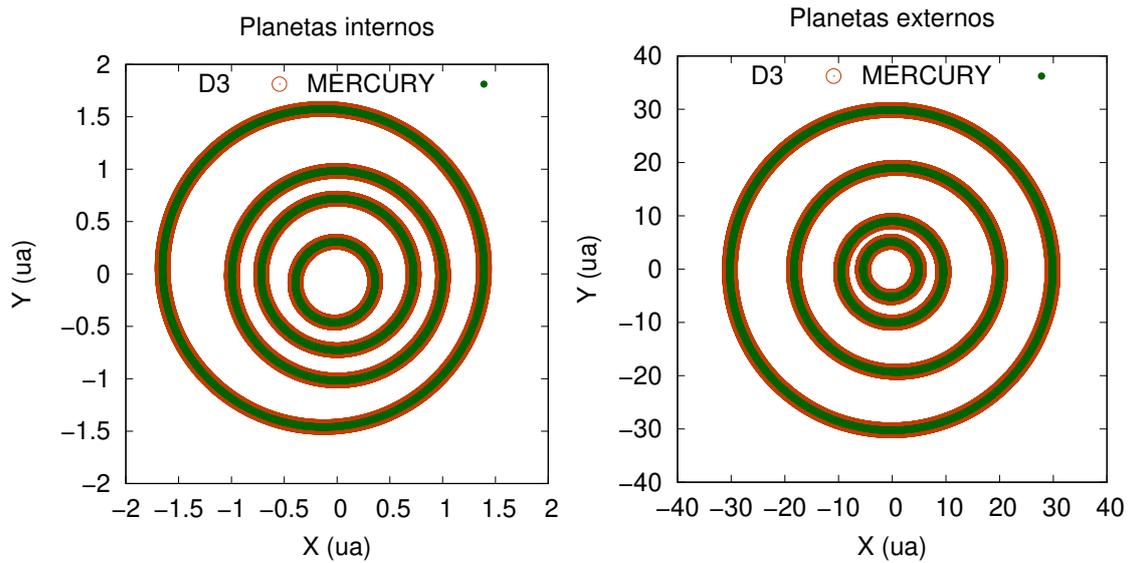


Figura 3.6: Evolución temporal en el plano XY de los planetas que componen el Sistema Solar. En el panel izquierdo podemos observar las órbitas de los planetas internos mientras que en el panel derecho se pueden apreciar las órbitas de los planetas externos. Los círculos naranjas y puntos verdes representan las órbitas obtenidas con el código **D3** y con el MERCURY, respectivamente.

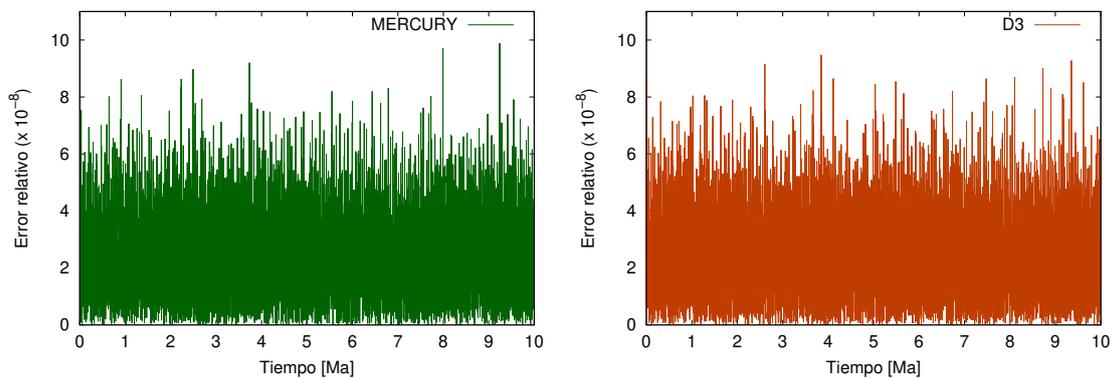


Figura 3.7: Error relativo en la energía para 10 Ma de evolución del sistema solar. En el panel izquierdo podemos observar la evolución obtenida con el código MERCURY mientras que en el panel derecho está graficada el resultado obtenido con nuestro código **D3**.

3.6 Comentario final

La construcción del código **D3** representa el eje central de esta Tesis Doctoral. La inclusión de un modelo colisional realista en dicha herramienta numérica nos conducirá a realizar estudios detallados sobre la formación y evolución de sistemas planetarios. En particular, este código será clave en pos de comprender la estructura interna y composición de los planetas de tipo terrestre en escenarios diversos.



4. Modelo y escenarios de trabajo

Una vez construido y testado el código de N-cuerpos **D3**, decidimos centrar nuestra investigación en el desarrollo de diversas aplicaciones destinadas a analizar los procesos de formación y evolución de planetas de tipo terrestre en una amplia diversidad de escenarios. En particular, dichas aplicaciones requirieron la realización de un enorme conjunto de experimentos de N-cuerpos, los cuales estuvieron destinados a cumplir con dos objetivos. En primer lugar, testar la sensibilidad de nuestros resultados concernientes al modelo colisional adoptado para el desarrollo de las simulaciones. En segundo lugar, describir las propiedades físicas y orbitales de los planetas de tipo terrestre formados en diferentes escenarios haciendo uso de un modelo colisional realista.

Para el desarrollo de las simulaciones de N-cuerpos, resulta necesario definir el escenario de trabajo y especificar las condiciones iniciales físicas y orbitales de los protoplanetas que componen el sistema bajo estudio. En este capítulo, definimos el modelo de disco protoplanetario utilizado para el desarrollo de los experimentos de N-cuerpos. Luego, describimos el procedimiento adoptado para la generación de las condiciones iniciales requeridas. Finalmente, especificamos los diferentes escenarios de trabajo estudiados en la presente Tesis Doctoral.

4.1 Modelo de disco protoplanetario

Un parámetro clave que determina la distribución de masa en un disco protoplanetario es la densidad superficial de material. Siguiendo a Lynden-Bell y Pringle (1974) y Hartmann (1998), adoptamos un modelo de disco protoplanetario basado en la evolución viscosa de un disco fino kepleriano sujeto a la influencia gravitacional de la estrella central. El perfil de densidad superficial de gas $\Sigma_g(R)$ está dado por

$$\Sigma_g(R) = \Sigma_g^0 \left(\frac{R}{R_c} \right)^{-\gamma} \exp \left[- \left(\frac{R}{R_c} \right)^{2-\gamma} \right], \quad (4.1)$$

donde R es la coordenada radial en el plano medio del disco, γ el exponente que representa el gradiente de densidad superficial, R_c el radio característico, y Σ_g^0 una constante de normalización. Si integramos la ecuación (4.1) sobre el área total del disco y asumiendo simetría axial, Σ_g^0 puede ser escrita como una función de R_c , γ , y la masa del disco M_d como:

$$\Sigma_g^0 = (2 - \gamma) \frac{M_d}{2\pi R_c^2}, \quad (4.2)$$

donde

$$M_d = \int_0^\infty 2\pi \Sigma_g(R) dR. \quad (4.3)$$

De la misma forma, se define el perfil de densidad superficial de sólidos $\Sigma_s(R)$ dado por

$$\Sigma_s(R) = \Sigma_s^0 \eta_{\text{hielo}} \left(\frac{R}{R_c} \right)^{-\gamma} \exp \left[- \left(\frac{R}{R_c} \right)^{2-\gamma} \right], \quad (4.4)$$

donde Σ_s^0 es una constante de normalización, y η_{hielo} un parámetro que representa un incremento en la cantidad de material sólido debido a la condensación del agua más allá de la línea de hielo.

La línea de hielo en un disco protoplanetario está ubicada a una distancia particular medida desde la estrella central donde la temperatura es tal que los compuestos volátiles como el agua, el amoníaco, el metano, el monóxido de carbono, y el dióxido de carbono, entre otros, se condensan en granos de hielo sólidos. Estas especies volátiles tienen diferentes temperaturas de condensación a distintas presiones parciales, por lo que sus respectivas líneas de hielo no se ubican a iguales distancias en el disco. En particular, nosotros estamos interesados en la condensación del agua, para lo cual conocer la temperatura y la distancia de dicha línea depende de los modelos físicos utilizados para describir la estructura de un disco. En efecto, el agua condensa en el disco protoplanetario cuando su presión parcial excede la presión de saturación (Ciesla et al., 2015), es decir cuando

$$P_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{disco}} > P_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{sat}}. \quad (4.5)$$

Ya que la temperatura exacta donde esto ocurre depende de la estructura física del disco y la abundancia relativa de los elementos, las temperaturas esperadas oscilan entre 140 K - 170 K para condiciones de disco típicas como las usadas en este trabajo (Ciesla et al., 2015). En particular, nosotros asumimos un valor de la temperatura de condensación $T_{\text{cond}} = 170\text{K}$

como aquel que determinará la posición de la línea de hielo en los sistemas de trabajo de la presente Tesis Doctoral (Ida y Lin, 2004; Ciesla et al., 2015).

En la práctica, la temperatura dentro el disco protoplanetario y por ende la ubicación de la línea de hielo es determinada por el calor de la irradiación de la estrella central, el campo de radiación y la disipación viscosa dentro del disco conjuntamente con la energía perdida sobre la superficie del mismo. En particular, en este trabajo no asumimos la evolución estelar, por lo que la posición de la línea de hielo adoptada va a depender solamente del perfil de temperatura. Siguiendo a Ida y Lin (2004), la relación entre la temperatura T de la estrella con su luminosidad L_* puede ser expresada por

$$T = 280 \left(\frac{R}{1\text{ua}} \right)^{-1/2} \left(\frac{L_*}{L_\odot} \right)^{1/4} \text{ K.} \quad (4.6)$$

Para estrellas de tipo solar, la luminosidad L_* es proporcional a M_*^4 (ver por ejemplo; Demircan y Kahraman, 1991; Malkov, 2007; Eker et al., 2015). De acuerdo con esto, la ecuación (4.6) se escribe como

$$T = 280 \left(\frac{R}{1\text{ua}} \right)^{-1/2} \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right) \text{ K.} \quad (4.7)$$

Despejando R de la ecuación (4.7), obtenemos:

$$R = \left(\frac{280\text{K}}{T} \right)^2 \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^2 \text{ ua.} \quad (4.8)$$

De acuerdo con esto, si asumimos una estrella central con una masa $M_* = 1 M_\odot$ y consideramos un valor para la temperatura de condensación del agua de $T_{\text{cond}} = 170\text{K}$, la posición de la línea de hielo se ubica a una distancia $R_{\text{hielo}} = 2.71 \text{ ua}$.

Pasamos a determinar ahora los parámetros Σ_s^0 y Σ_g^0 . Por un lado, Σ_g^0 es calculado a partir de la ecuación (4.2), la cual está dada por

$$\Sigma_g^0 = (2 - \gamma) \frac{M_d}{2\pi R_c^2}.$$

Por otro lado, Σ_s^0 se relaciona con Σ_g^0 de la siguiente forma

$$\Sigma_s^0 = z_0 \Sigma_g^0 10^{[\text{Fe}/\text{H}]}, \quad (4.9)$$

donde $[\text{Fe}/\text{H}]$ es la metalicidad estelar y z_0 la abundancia primordial de elementos pesados en el Sol y tiene un valor de 0.0153 (Lodders et al., 2009). En particular, nosotros asumimos una estrella de masa $M_* = 1 M_\odot$ y metalicidad solar, por lo cual $[\text{Fe}/\text{H}] = 0$.

Por otra parte, es necesario especificar los valores adoptados para la masa del disco protoplanetario M_d , el exponente γ que define los perfiles de densidad superficial de material, y el radio característico R_c . Los valores para M_d , γ y R_c adoptados son de

0.01 M_{\odot} , 0.9, 25 ua, respectivamente, los cuales son consistentes con diversos estudios observacionales de discos protoplanetarios en diferentes regiones de formación estelar (por ejemplo, Andrews et al., 2010; Tazzari et al., 2017; Cieza et al., 2019) y con análisis de discos basados en modelos de síntesis poblacional (Bate, 2018).

Por último definimos el parámetro η_{hielo} de acuerdo a los trabajos de Lodders (2003) y Lodders et al. (2009). Dicho parámetro adopta valores de 1 y 2 dentro y fuera de la línea de hielo, respectivamente. Los valores propuestos para el parámetro η_{hielo} en la ecuación (4.4) están asociados a un gradiente composicional radial en el disco protoplanetario debido a la condensación de volátiles más allá de la línea de hielo. En particular, nosotros consideramos que el contenido de agua en masa varía con la coordenada radial, R , en el plano medio del disco. De este modo, asignamos diferentes fracciones de agua a los cuerpos dependiendo de su posición inicial respecto a la ubicación de la línea de hielo de la siguiente manera:

$$\text{Fracción de agua} = \begin{cases} 10^{-4} & R < 2.7 \text{ ua,} \\ 0.50 & R > 2.7 \text{ ua.} \end{cases}$$

Vale la pena destacar que esta distribución considera que la región interna del sistema fue poblada con material rico en agua proveniente de la región exterior durante la etapa gaseosa asociada a la evolución del disco, lo cual es consistente con lo propuesto por Raymond e Izidoro (2017).

Finalmente, es necesario definir la zona habitable (ZH) del sistema en la cual centraremos nuestra investigación a lo largo de la presente Tesis Doctoral. La ZH es definida como la región circumestelar dentro de la cual las condiciones de presión y temperatura de un planeta que orbita dentro de la misma podrían permitir la presencia de agua líquida en su superficie (Kasting et al., 1993). Siguiendo a Kopparapu et al. (2013a,b, 2014) podemos definir cuantitativamente los límites internos y externos de la ZH. Los autores usaron un modelo 1-D radiativo-convectivo sin nubes donde estimaron los límites de la ZH alrededor de estrellas tipo solar. Los autores hicieron uso de los coeficientes de absorción tanto del agua como del dióxido de carbono. En los modelos propuestos, supusieron que dentro del límite interior de la ZH las atmósferas de los planetas están dominadas por agua, mientras que en la parte exterior de la ZH están dominadas por dióxido de carbono. Además, considerando este tipo de atmósferas y el radio del planeta, los autores encontraron una dependencia entre la masa del planeta y el ancho de la ZH. Además los autores encontraron una dependencia entre el flujo estelar en la ZH (S_{eff}) y la temperatura estelar efectiva (T_{eff}) de la siguiente forma:

$$S_{\text{eff}} = S_{\text{eff}\odot} + aT_{\star} + bT_{\star}^2 + cT_{\star}^3 + dT_{\star}^4 \quad (4.10)$$

donde $T_{\star} = T_{\text{eff}} - 5780 \text{ K}$, $S_{\text{eff}\odot}$ es el flujo estelar actual a la distancia de la Tierra y los coeficientes ajustan diferentes límites de habitabilidad. En particular, Kopparapu et al. (2013a) y Kopparapu et al. (2013b) proponen dos tipos de límites para la ZH, conservadores y optimistas. El límite interno optimista llamado como *recent Venus* está basado en evidencia empírica relacionada a la pérdida de agua en el planeta Venus y a que no existe evidencia de la presencia de agua desde hace 1000 Ma. Análogamente,

el límite externo optimista llamado *early Mars* está basado en la observación de que el planeta Marte tuvo agua líquida en su superficie hace 3800 Ma. Además, el planeta Marte fue lo suficientemente cálido como para mantener agua líquida en su superficie (Pollack et al., 1987; Hayworth et al., 2020). Asimismo, los límites conservadores están fundamentados en diferentes modelos climáticos basados en la pérdida de agua de un planeta y cómo afectan las diferentes composiciones de agua y dióxido de carbono al efecto invernadero. En este caso los límites internos y externos son conocidos como *Runaway Greenhouse* y *Maximum Greenhouse*, respectivamente. El lector puede referirse al trabajo de investigación de Kopparapu et al. (2013a,b) para ver con más detalle los parámetros utilizados y los diferentes modelos empleados para realizar dichas estimaciones. Con esto en mente, los límites internos y externos de la ZH pueden ser calculados con la siguiente expresión:

$$d = \left(\frac{L/L_{\odot}}{S_{\text{eff}}} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ua.} \quad (4.11)$$

donde L/L_{\odot} es la luminosidad de la estrella relativa al Sol y S_{eff} el cual debe ser computado a partir de la ecuación 4.10 y haciendo uso los coeficientes de la tabla 4.1. En particular, reemplazando los coeficientes correspondientes a los límites optimistas expuestos en dicha tabla en la ecuación (4.10), obtendremos los valores de los flujos estelares necesarios para poder calcular con la ecuación (4.11) los límites interno y externo de la ZH en 0.75 ua y 1.7 ua, respectivamente. Estos serán los límites de la ZH adoptados de aquí en más en la presente Tesis Doctoral.

Límites				
Cte	Optimista		Conservador	
	Interno Recent Venus	Externo Early Mars	Interno Run. Greenhouse	Externo Max. Greenhouse
$S_{\text{eff}\odot}$	1.7763	0.3207	1.0385	0.3507
a	1.4335×10^{-4}	5.4471×10^{-5}	1.2456×10^{-4}	5.9578×10^{-5}
b	3.3540×10^{-9}	1.5275×10^{-5}	1.4612×10^{-8}	1.6707×10^{-9}
c	-7.6364×10^{-12}	-2.1709×10^{-12}	-7.6345×10^{-12}	-3.0058×10^{-12}
d	-1.1950×10^{-15}	-3.8282×10^{-16}	-1.7511×10^{-15}	-5.1925×10^{-16}

Cuadro 4.1: Coeficientes para ser usados en la ecuación (4.10) para calcular los flujos estelares y su correspondiente ZH de la ecuación (4.11) Kopparapu et al. (2013a,b). El valor de S_{eff} está normalizado al flujo solar actual a la distancia de la Tierra.

Hasta acá hemos modelado el disco protoplanetario con el que vamos a trabajar. Como mencionamos anteriormente, nuestra herramienta de trabajo va a ser nuestro código **D3** con el que vamos a realizar simulaciones de N-cuerpos. En la próxima sección veremos de qué manera podemos representar los parámetros que nuestro código requiere para la realización de dichos experimentos numéricos.

4.2 Simulaciones de N-cuerpos: parámetros físicos y orbitales

En un disco típico podemos encontrar embriones planetarios y un remanente de planetesimales que aún no han sido acretaados. Sin embargo, en la investigación actual, nuestra idea no es obtener sistemas reales sino analizar la formación y evolución de un sistema planetario con el fin de testear la sensibilidad de un tratamiento más realista de los procesos colisionales en los resultados finales. De este modo, nuestro disco va a estar constituido solamente por embriones planetarios. Con esto, buscamos reducir el tiempo de CPU requerido por los experimentos numéricos y a partir de esto obtener una mejor estadística en lo que respecta al número de simulaciones realizadas.

El punto de partida para poder realizar nuestras simulaciones será entonces especificar parámetros físicos y orbitales de los embriones planetarios. Para ello, comenzamos calculando la distribución inicial de masa de los mismos.

A partir de la ecuación (4.4), podemos determinar la distribución de masa una vez que el gas se ha disipado completamente. La extensión de la región de estudio está ubicada entre $0.5 \text{ ua} < R < 5.0 \text{ ua}$. Con esto nos garantizamos que nuestra región de interés contenga la ZH, la línea de hielo y un disco externo de material rico en agua.

Siguiendo a Kokubo e Ida (2000), podemos determinar la masa de un embrión que crece en el régimen oligárquico ubicado a una distancia R de la estrella central como:

$$M = 2\pi p R \delta R_H \Sigma_s(R), \quad (4.12)$$

donde el factor p representa el cociente de la masa de los embriones sobre la masa total del sistema, δR_H es la separación orbital de dos embriones planetarios consecutivos de masa M en términos de sus radios de Hill mutuos dado por:

$$R_H = R \left(\frac{2M}{3M_\star} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (4.13)$$

y δ es un parámetro tomado (cada vez que posicionamos un cuerpo) aleatoriamente entre 5 y 10 en consistencia con trabajos previos acordes a esta temática (por ejemplo, O'Brien et al., 2006; Raymond et al., 2009; Morishima et al., 2010).

Combinando las ecuaciones (4.4) y (4.13) en la ecuación (4.12), podemos derivar una función que relaciona la masa de cada embrión con la distancia R como sigue:

$$M = \left(2\pi R^2 \delta \Sigma_s^0 \eta_{\text{hielo}} p \left(\frac{2}{3M_\star} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{R}{R_c} \right)^{-\gamma} \exp \left[- \left(\frac{R}{R_c} \right)^{2-\gamma} \right] \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (4.14)$$

Nuestros escenarios de trabajo sólo consideran embriones planetarios, por lo tanto fijamos el valor del parámetro $p = 1.0$.

La ecuación (4.14) nos permite calcular la masa de un embrión planetario a una distancia R de la estrella central en el plano medio del disco. Los embriones que van a componer nuestro sistemas de trabajo tendrán inicialmente órbitas cuasi-circulares y coplanares por lo que la variable R podrá ser adoptada como una estimación del semieje inicial de los

mismos. De acuerdo con esto, la ecuación (4.14) permite elaborar un procedimiento a partir del cual se define la masa y el semieje inicial para cada embrión planetario que participa de nuestros experimentos de N-cuerpos. Para lograr esto, nosotros asignamos al primer embrión un semieje inicial de $a_1 = 0.5$ ua y una masa de $M_1 = 0,036M_{\oplus}$ de acuerdo a la ecuación (4.14). Luego, calculamos los semiejes mayores a y las masas M para los embriones planetarios restantes de acuerdo al siguiente esquema:

$$a_{i+1} = a_i + \delta a_i \left(\frac{2M_i}{3M_{\star}} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (4.15)$$

$$M_{i+1} = \left(2\pi a_{i+1}^2 \delta \Sigma_s^0 \eta_{\text{hielo}P} \left(\frac{2}{3M_{\star}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{a_{i+1}}{R_c} \right)^{-\gamma} \exp \left[- \left(\frac{a_{i+1}}{R_c} \right)^{2-\gamma} \right] \right)^{\frac{3}{2}},$$

para $i = 1, 2, 3, \dots$. Este procedimiento se repite hasta que el límite exterior de la región (5.0 ua) sea alcanzado. A partir de esto, ~ 50 embriones planetarios son distribuidos en la región de estudio con una masa total de $\sim 12.8 M_{\oplus}$. La figura 4.1 ilustra la distribución inicial de masa de los embriones en función del semieje mayor inicial (a). El resto de los parámetros orbitales iniciales son definidos de manera muy simple. Por un lado, la excentricidad e inclinación inicial de los embriones son generados de forma aleatoria siguiendo una distribución uniforme con valores máximos de 0.02 y 0.5° , respectivamente. Por otro lado, los valores iniciales para el argumento del pericentro ω , y la longitud del nodo ascendente Ω , y la anomalía media M , son tomados de forma aleatoria entre 0° y 360° . Para terminar con la descripción física de los embriones adoptamos valores de densidad de 3 g/cm^3 y 1.5 g/cm^3 para aquellos que empiecen la simulación dentro o fuera de la línea de hielo, respectivamente. Estas distribuciones iniciales asociadas a los parámetros físicos y orbitales de la población de embriones planetarios serán las utilizadas en los diferentes cálculos realizados en la presente Tesis Doctoral.

Como mencionamos al principio de este trabajo, nuestro objetivo principal es analizar cómo la incorporación de un algoritmo colisional realista altera los resultados frente a modelos que sólo consideran acreciones perfectas. Ahora bien, como mencionamos en la sección 3.4, nuestro código de N-cuerpos **D3** permite la fragmentación planetaria utilizando un algoritmo refinado para las colisiones. Vimos también que una colisión entre dos cuerpos puede derivar en la producción de múltiples fragmentos y para generarlos tenemos que especificar el valor de la masa mínima M_{min} permitida para los mismos. Con esto en mente y con el objetivo de testear la sensibilidad al parámetro M_{min} , en las simulaciones de N-cuerpos que incluyen fragmentación, variamos el mismo adoptando los valores de $0.0018 M_{\oplus}$ y $0.018 M_{\oplus}$, los cuales representan el 25% y 50% de la masa inicial del embrión más pequeño de la distribución observada en la figura 4.1, respectivamente. Por otro lado, la amplia diversidad de sistemas planetarios encontrados en el Universo nos motiva a probar esta aplicación en diferentes escenarios dinámicos. En particular, proponemos dos escenarios a estudiar.

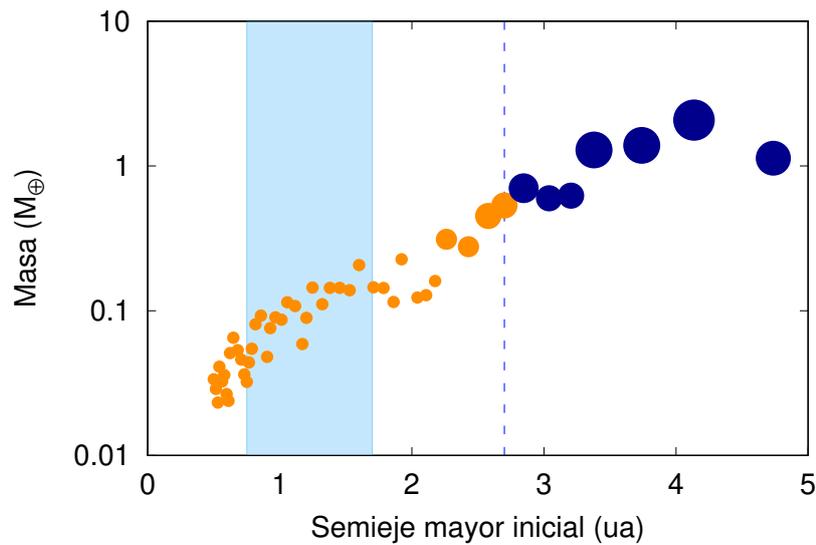


Figura 4.1: Distribución de la masa de los embriones planetarios en función del semieje mayor inicial al final de la etapa gaseosa. El tamaño de los puntos están escalados con la masa de cada embrión. Además, los diferentes colores ilustran la fracción inicial de agua para los embriones. En efecto, el color naranja (azul) indica una fracción de 10^{-4} (0.5) de agua en masa. La región sombreada de color celeste representa la zona habitable para una estrella de tipo solar, mientras que la línea punteada de color azul muestra la posición de la línea de hielo asumida en nuestro trabajo.

Escenario I: Por un lado, sistemas que alberguen gigantes gaseosos externos ya que ellos son análogos al Sistema Solar y presentan naturalezas dinámicas complejas. Por este motivo, este escenario va a estar compuesto por la distribución de embriones descrita anteriormente con la incorporación de dos planetas gigantes externos con las masas y las densidades físicas análogas a las de Júpiter y Saturno. Estos planetas gigantes estarán ubicados en sus órbitas actuales, esto es, con semiejes mayores de 5.2 ua y 9.5 ua, y excentricidades de 0.0489 y 0.0565 para Júpiter y Saturno, respectivamente.

Para que la lectura sea más ordenada y con el objetivo de organizar nuestros resultados numéricos decidimos adoptar una convención de nombres. Para el Escenario I, llamaremos conjunto **G1** a aquellas simulaciones que incluyan fragmentación y utilicen un valor de $M_{\min} = 0.018 M_{\oplus}$. Llevará la etiqueta **G2** el conjunto de simulaciones numéricas que incluyan fragmentación y adopten el valor de $M_{\min} = 0.0018 M_{\oplus}$. Finalmente, las corridas sin fragmentación llevarán el nombre **NoF**. Vale la pena destacar que para el escenario bajo estudio se han realizado 72 simulaciones numéricas, 24 por cada conjunto. En la tabla 4.2 se puede encontrar un resumen de la convención de nombres utilizada para este escenario y el número de simulaciones realizadas.

Prefijo	Descripción	N° de simulaciones
G1	Análogo al Sistema Solar - $M_{\min} = 0.018 M_{\oplus}$	24
G2	Análogo al Sistema Solar - $M_{\min} = 0.0018 M_{\oplus}$	24
NoF	Análogo al sistema solar - Sin fragmentación	24

Cuadro 4.2: Convención de nombres utilizada para el Escenario I.

Escenario II: En este caso, proponemos un escenario que albergue sólo embriones planetarios. Estos sistemas son por demás interesantes ya que trabajos teóricos (Mordasini et al., 2009; Ida et al., 2013; Ronco et al., 2017) y estudios observacionales (Cumming et al., 2008; Howard, 2013) sugieren una elevada tasa de ocurrencia de los mismo en el entorno solar.

Análogamente que para el caso anterior, para el Escenario II, también se realizaron 72 simulaciones numéricas. En este caso, llamaremos conjunto **F1** a aquellas simulaciones que incluyan fragmentación y utilicen un valor de $M_{\min} = 0.018 M_{\oplus}$. El conjunto de simulaciones numéricas que incluyan fragmentación y adopten el valor de $M_{\min} = 0.0018 M_{\oplus}$ llevará la etiqueta **F2**. Finalmente, las corridas sin fragmentación llevarán el nombre **NoF**. Un resumen de la convención de nombres utilizada para este escenario se encuentra en la tabla 4.3.

Prefijo	Descripción	N° de simulaciones
F1	Embriones planetarios - $M_{\min} = 0.018 M_{\oplus}$	24
F2	Embriones planetarios - $M_{\min} = 0.0018 M_{\oplus}$	24
NoF	Embriones planetarios - Sin fragmentación	24

Cuadro 4.3: Convención de nombres utilizada en para el Escenario II.

Por último, especificamos los parámetros que necesitan ser ingresados en nuestro código de N-cuerpos **D3**. El paso de integración utilizado en este trabajo es de 2 días, que es menor que 1/40 del período orbital del embrión planetario más interno en nuestras simulaciones el cual se ubica en 0.5 ua. Por otra parte, para evitar la integración de órbitas de bajo pericentro asumimos un radio no realista para la estrella central de 0.1 ua. En efecto, embriones planetarios que alcancen distancias menores a dicho valor serán removidos de la simulación asumiendo una colisión con el objeto central. Además, un cuerpo se considera expulsado del sistema si la distancia heliocéntrica es mayor que 1000 ua. Finalmente, el tiempo de integración para las simulaciones correspondientes al Escenario I es de 200 Ma mientras que para el Escenario II es de 400 Ma. Como se mencionó anteriormente, realizamos un total de 144 simulaciones de N-cuerpos cada una de las cuales requirió entre 1 y 2 meses de tiempo de CPU.

Para poder realizar una simulación usando el código de N-cuerpos **D3** es necesario elaborar dos archivos de entrada, uno de los cuales contiene los parámetros de integración y el otro los parámetros físicos y orbitales de los cuerpos involucrados.

En la figura 4.2 podemos observar un ejemplo del archivo de parámetros de entrada necesario para realizar una simulación con el código **D3**. Las unidades temporales donde se incluyen el tiempo inicial, tiempo final, paso de integración y paso de escritura de los datos están expresadas en días. El valor del parámetro M_{\min} está expresado en masas solares al igual que la masa de la estrella central. Por otro lado, el radio de la estrella central y la distancia de eyección tienen que estar expresadas en unidades astronómicas. Por último, el archivo de parámetros necesita los nombres de los archivos donde se encuentran las propiedades físicas y orbitales iniciales de los cuerpos que van a formar parte de la simulación.

```
# TIEMPOS
=====
Tiempo inicial de la simulacion [Dias]
0.0
Tiempo final de la simulacion [Dias]
1461E8
Paso de integracion [Dias]
2.0
Tiempo inicial para la escritura de datos [Dias]
0.0
Paso de tiempo para la escritura [Dias]
365.25E4
=====

# FRAGMENTOS
=====
Masa minima para los fragmentos [Msol]
5.4E-8
=====

# PARAMETROS DE LA ESTRELLA
=====
Masa de la estrella central [Msol]
1.0
Radio de la estrella central [UA]
0.1
Distancia maxima de eyeccion [UA]
1000.0
=====

NOMBRE DE LOS ARCHIVOS
=====
Nombre archivo de condiciones iniciales
"big_d3.in"
Nombre archivo de condiciones iniciales
"small.en"
=====
```

Figura 4.2: Ejemplo de un archivo de parámetros necesarios para realizar integraciones con el código **D3**. Las unidades temporales están en días, las unidades concerniente a la masa se encuentran en masas solares y las unidades que representen distancia, en unidades astronómicas.

En la figura 4.3 podemos observar un ejemplo de un archivo de condiciones iniciales de los parámetros orbitales y físicos necesarios para cada embrión planetario. La información sobre cada parámetro y su unidad correspondiente se encuentra resumida en la tabla 4.4.

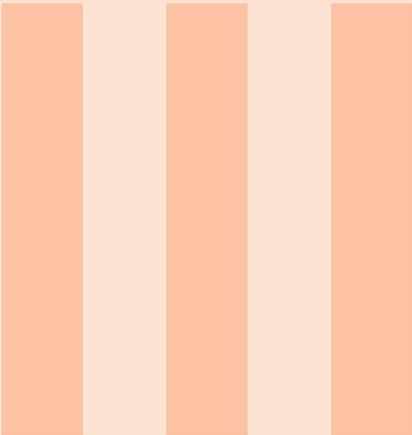
1	0.4841	1.1560	-0.103E-003	1.668E-003	7.694E-003	-6.945E-005	1.524E-007	3.00
2	0.8343	0.4120	-0.403E-003	-2.738E-003	4.998E-003	2.304E-005	1.858E-007	3.00
3	0.3603	0.3477	-2.239E-003	-1.680E-002	1.750E-002	-1.500E-004	1.014E-007	3.00
4	0.9753	0.5084	2.405E-003	-2.348E-002	4.342E-003	-3.209E-005	8.600E-008	3.00
5	0.5070	0.1580	3.237E-004	7.054E-003	2.251E-002	1.822E-004	6.965E-008	3.00
6	0.2721	0.4769	1.915E-003	2.001E-002	-1.149E-002	3.278E-005	1.232E-007	3.00
7	0.4403	0.3529	2.157E-006	1.454E-002	-1.768E-002	9.452E-006	9.754E-008	3.00
8	0.2578	0.5146	-1.612E-003	-2.033E-002	-1.020E-002	1.632E-004	1.079E-007	3.00
9	0.1524	0.5779	3.116E-003	2.151E-002	5.695E-003	1.358E-005	7.976E-008	3.00
10	0.0294	0.6002	6.037E-004	2.162E-002	3.526E-003	2.344E-005	7.154E-008	3.00
11	0.5709	0.2301	2.457E-003	-8.456E-003	2.026E-002	-1.444E-005	1.531E-007	3.00
12	0.4749	0.4598	-4.964E-003	-1.458E-002	1.511E-002	-6.711E-005	1.953E-007	3.00
13	0.3360	0.5902	-2.810E-004	1.799E-002	-1.020E-002	-1.445E-004	1.603E-007	3.00

Figura 4.3: Ejemplo de un archivo de parámetros físicos y orbitales de todos los cuerpos planetarios que van a ser integrados por nuestro código **D3**. El resumen de las unidades se encuentra detallado en la tabla 4.4.

Columna	Descripción
1	Nombre del cuerpo
2	Componente del vector posición heliocéntrica x (ua)
3	Componente del vector posición heliocéntrica y (ua)
4	Componente del vector posición heliocéntrica z (ua)
5	Componente del vector velocidad heliocéntrica u (ua/día)
6	Componente del vector velocidad heliocéntrica v (ua/día)
7	Componente del vector velocidad heliocéntrica w (ua/día)
8	Masa del cuerpo (M_{\odot})
9	Densidad del cuerpo (g/cm^3)

Cuadro 4.4: Descripción del archivo de entrada del código **D3** concerniente a los parámetros orbitales y físicos de cada cuerpo.

En la parte III de esta Tesis Doctoral se encuentran los principales resultados de las simulaciones de N-cuerpos para los Escenarios I y II utilizando el código numérico **D3**. Además de los resultados, el lector encontrará una discusión sobre las limitaciones del modelo numérico así como también de las principales conclusiones obtenidas en la presente investigación.



Parte tres

5	Resultados: Escenario I	83
5.1	Análisis general	
5.2	Planetas de la zona habitable	
6	Resultados: Escenario II	113
6.1	Análisis general	
6.2	Planetas sobrevivientes en la ZH	
7	Discusiones	135
8	Conclusiones	139
9	Bibliografía	141



5. Resultados: Escenario I

En este capítulo, mostraremos un estudio detallado sobre los resultados generales obtenidos de las simulaciones numéricas que modelan la evolución dinámica de sistemas análogos al Sistema Solar. En particular, realizaremos un análisis comparativo entre las simulaciones de N-cuerpos que incorporan fragmentación y colisiones hit & run con aquellas que suponen que todos los impactos conducen a acreciones perfectas. Centramos nuestro estudio en las propiedades físicas y dinámicas de los planetas similares a los terrestres producidos en la ZH de los sistemas de estudio, analizando el rol de los fragmentos en sus historias evolutivas. Para facilitar la lectura, en la tabla 5.1 se deja un resumen de las etiquetas usadas para identificar los diferentes tipos de simulaciones cuyos resultados son presentados a continuación.

Prefijo	Descripción
G1	Análogo al Sistema Solar - $M_{\min} = 0.018 M_{\oplus}$
G2	Análogo al Sistema Solar - $M_{\min} = 0.0018 M_{\oplus}$
NoF	Análogo al Sistema Solar - Sin fragmentación

Cuadro 5.1: Convención de nombres utilizada en las simulaciones del Escenario I.

5.1 Análisis general

Este escenario fue construido con el objetivo de estudiar la evolución dinámica de un sistema planetario en formación, sujeto a las perturbaciones de dos planetas gigantes externos análogos a Júpiter y Saturno. Como mencionamos en el capítulo 3, este estudio fue llevado a cabo por medio de la utilización del código **D3**, el cual nos permite optar por

un modelo clásico de acreción basado en mezclas perfectas y un modelo colisional más realista que tiene en cuenta diferentes regímenes y generación de fragmentos.

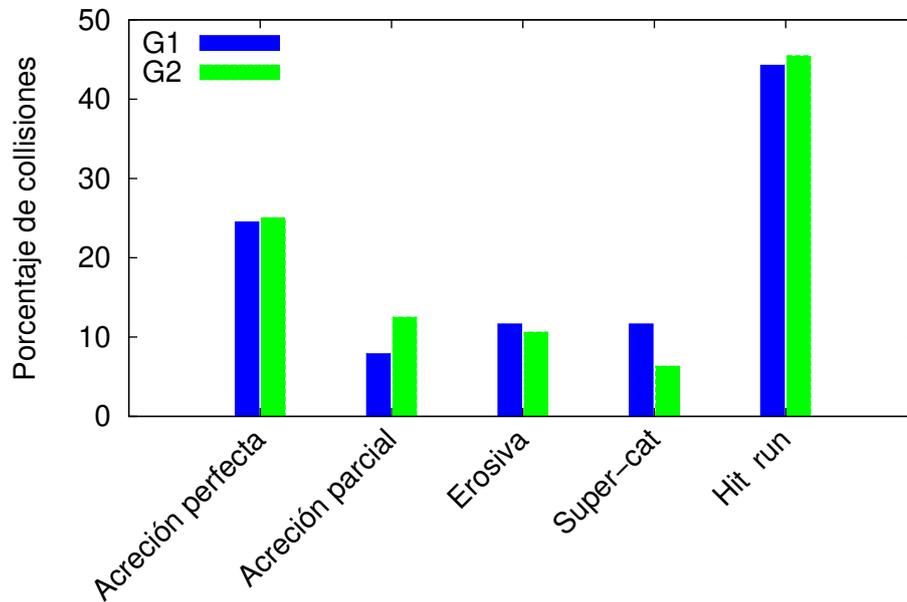


Figura 5.1: Histograma que muestra el porcentaje de colisiones para diferentes regímenes implementados en el código de N-cuerpos **D3** obtenido del conjunto de simulaciones G1 (azul) y G2 (verde).

En primera instancia nos centramos en analizar aquellos conjuntos de simulaciones que incluyen el tratamiento realista de los procesos colisionales. En la figura 5.1, mostramos el porcentaje de ocurrencia de cada régimen de colisión para los conjuntos de simulaciones G1 y G2, los cuales están representados por barras azules y verdes, respectivamente. En dicha figura, sólo se tuvieron en cuenta las colisiones entre embriones planetarios, ignorando las colisiones con fragmentos, ya que éstas se consideran siempre acreciones perfectas. Esta figura muestra dos resultados por demás interesantes. Por un lado, la frecuencia de ocurrencia de los diferentes tipos de colisión parece no depender del valor de la masa mínima permitida para los fragmentos ya que los distintos porcentajes en los dos conjuntos de simulaciones son similares. Por otro lado, podemos observar que la mayoría de las colisiones están agrupadas en dos grandes conjuntos: acreciones perfectas ($\sim 25\%$) y encuentros hit & run ($\sim 46\%$). Vale la pena aclarar que en el cálculo del porcentaje asociado a colisiones hit & run también se tiene en cuenta aquellos impactos definidos como hit & run erosivos. Este resultado es consistente con los trabajos de Kokubo y Genda (2010) y Chambers (2013) quienes encontraron que $42\% - 49\%$ de las colisiones entre embriones planetarios en un escenario dinámico similar son encuentros hit & run. Además de esto, obtuvimos un porcentaje considerable de colisiones que no pertenecen a ninguno de estos dos grupos. Más específicamente, un $\sim 30\%$ de los eventos de impacto producidos en los conjuntos de simulaciones G1 y G2, resultan ser acreciones y erosiones parciales así como también colisiones super-catastróficas. Estos diferentes regímenes conducen a la generación de fragmentos, que pueden derivar en aumentos substanciales del número

de cuerpos en una dada simulación numérica. Debido a esto, consideramos que es muy interesante estudiar la evolución temporal del número de cuerpos de un sistema para los diferentes conjuntos de experimentos numéricos propuestos en el presente escenario.

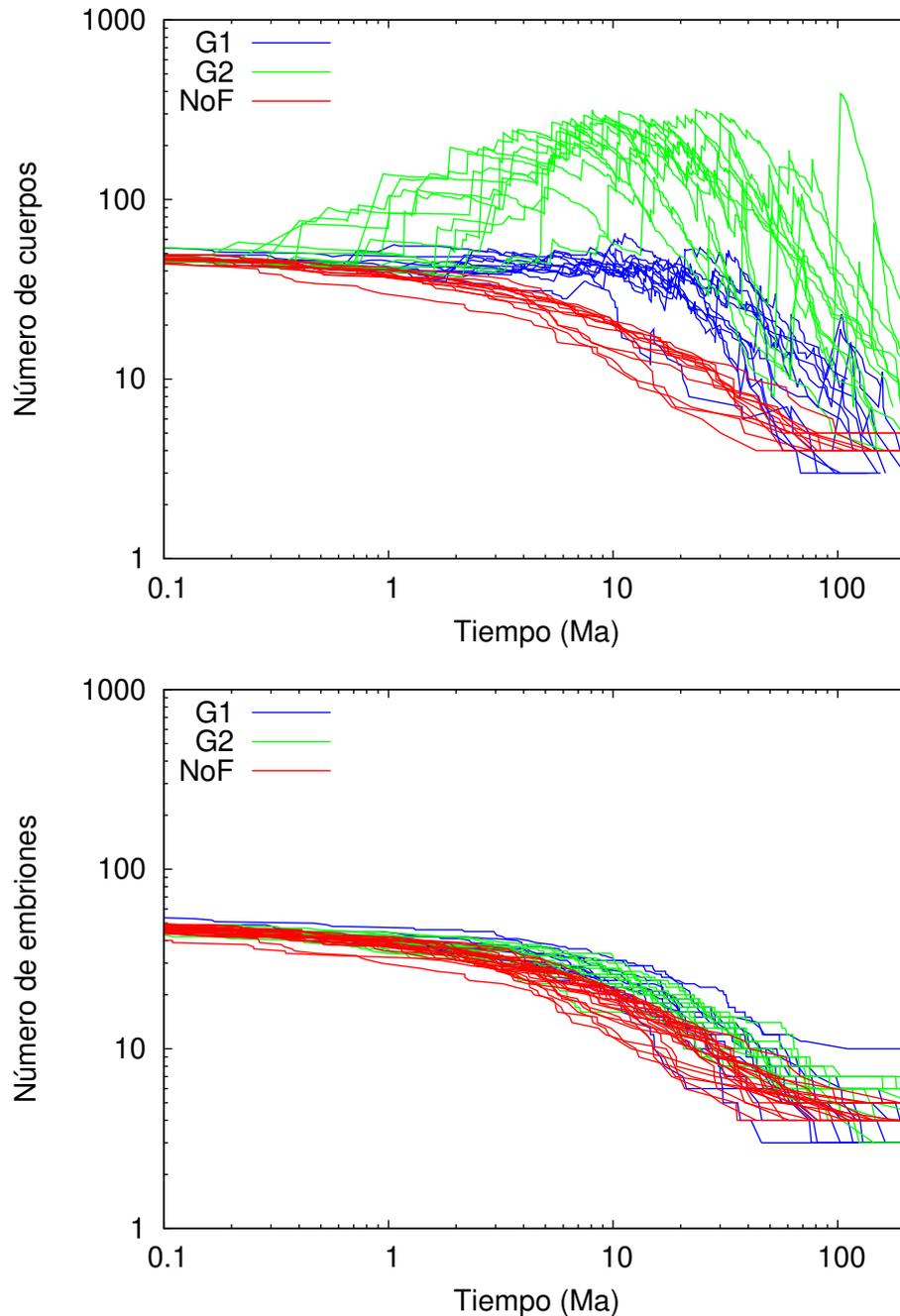


Figura 5.2: Panel superior: Evolución temporal del número de cuerpos (embriones y fragmentos) en el sistema para el conjunto de simulaciones G1 (curvas azules), G2 (curvas verdes) y NoF (curvas rojas). Panel inferior: Al igual que en el panel superior pero sólo considerando la evolución temporal de los embriones en el sistema.

En este sentido, la figura 5.2 muestra la evolución en el tiempo del número de cuerpos derivados a partir de los conjuntos de simulaciones G1 (azul), G2 (verde) y NoF (rojo).

En particular, el panel superior ilustra la evolución temporal del número total de cuerpos, la cual incluye los fragmentos generados en aquellos experimentos que incorporan un tratamiento colisional realista. Como era de esperarse, el conjunto de simulaciones NoF muestra un decaimiento monotónico del número de cuerpos ya que, como cada colisión es considerada una acreción perfecta, el número de objetos en este conjunto no puede aumentar. En términos generales, el número de objetos en simulaciones NoF decae a la mitad de su número inicial en 5 Ma, lo cual es consistente con los resultados obtenidos por Chambers (2013), en lo que respecta al decaimiento del número de cuerpos en corridas sin fragmentación en sistemas que incluyen gigantes externos. La situación es más compleja para los escenarios G1 y G2. Por un lado, las curvas azules asociadas con el conjunto G1 también muestran una tendencia decreciente, que se interrumpe cuando se producen colisiones generadoras de fragmentos. Estos eventos producen ‘saltos’ abruptos e instantáneos en la evolución temporal del número de cuerpos de dicho conjunto de simulaciones numéricas. Estos incrementos instantáneos en la evolución en el tiempo del número de cuerpos resultan ser más significativos en las simulaciones G2. En efecto, cuanto menor sea el valor de M_{\min} , mayor será el número de fragmentos generados en los diferentes eventos de impacto.

Por otra parte, el panel inferior de la figura 5.2 muestra solamente la evolución temporal del número de embriones para los mismos conjuntos de simulaciones. Podemos apreciar que el número de embriones en simulaciones con fragmentación evoluciona de manera algo más lenta que en simulaciones numéricas sin fragmentación. Esto es una consecuencia directa de la existencia de encuentros hit & run que hace que los embriones tomen más tiempo para colisionar en comparación con el modelo clásico donde este tipo de eventos no son posibles.

La figura 5.3 representa los sistemas planetarios resultantes de las simulaciones G1 (panel izquierdo), G2 (panel central) y NoF (panel derecho) después de 200 Ma de evolución. Los planetas formados en los diferentes conjuntos de simulaciones son ilustrados mediante círculos negros cuyos tamaños se escalan con su masa. En términos generales, las simulaciones que incluyen un tratamiento realista de los procesos colisionales dieron lugar a planetas menos masivos que los obtenidos en experimentos numéricos sin fragmentación. En particular, las masas planetarias más pequeñas parecen estar asociadas con el conjunto G2, lo cual se observa fundamentalmente en la región más interna de los sistemas de trabajo. De acuerdo con esto, la distribución de arquitecturas planetarias observadas en los distintos paneles de la figura 5.3 nos conducen a analizar las propiedades físicas y orbitales de los planetas formados en los diferentes conjuntos de simulaciones de N-cuerpos, buscando posibles correlaciones con el modelo colisional adoptado.

Los paneles izquierdo, medio y derecho de la figura 5.5 ilustran la distribución acumulada del semieje mayor, la excentricidad y la masa de todos los planetas que sobreviven al final de la simulación para los conjuntos G1 (azul), G2 (verde) y NoF (rojo), respectivamente. En particular, existen ciertas diferencias claras entre las distintas curvas, las cuales deben ser mencionadas y discutidas.

Por un lado, en lo que respecta a la distribución de excentricidad, el panel central de la figura 5.5 muestra que la fracción de planetas con excentricidades orbitales bajas producidas en simulaciones de N-cuerpos que usaron un tratamiento realista para las colisiones es mayor que aquellas asociadas con simulaciones sin fragmentación. En efecto, el 55% (12%) de los planetas que sobrevivieron en cada uno de los conjuntos G1 y

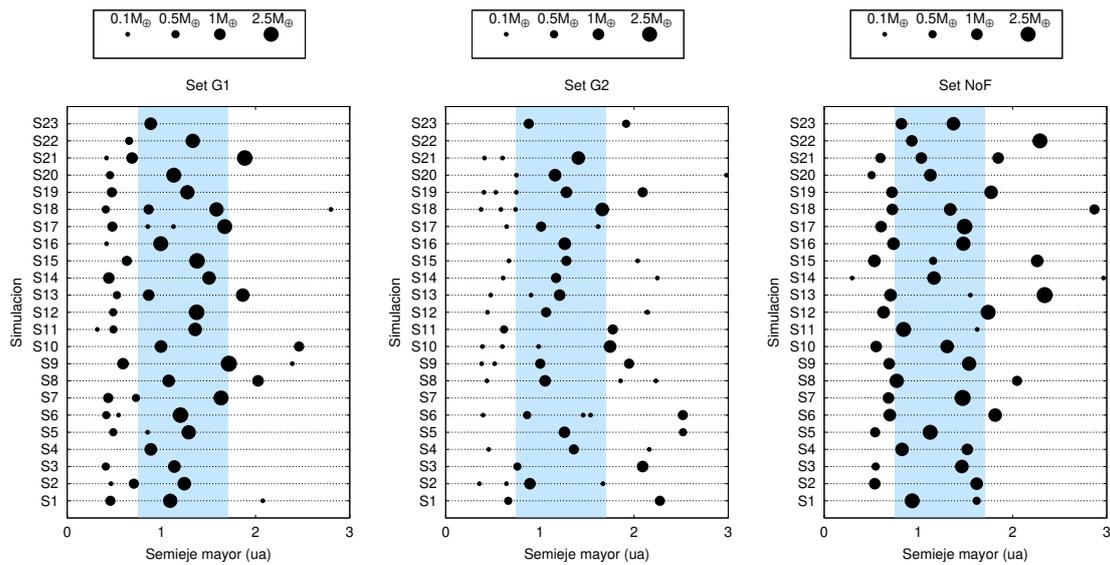


Figura 5.3: Sistemas planetarios producidos en el conjunto de simulaciones de N-cuerpos G1 (panel izquierdo), G2 (panel medio), y NoF (panel derecho) después de 200 Ma de evolución. Los círculos negros representan los planetas formados en las diferentes simulaciones numéricas. El tamaño de los puntos se escala con la masa del planeta de acuerdo a lo indicado en el margen superior de la figura. La zona sombreada celeste ilustra en los diferentes paneles la región de la ZH derivada por Kopparapu et al. (2013b).

G2 (NoF) muestran una excentricidad orbital menor que 0.1. La existencia de un mayor número de planetas sobre órbitas de baja excentricidad en simulaciones que incluyen un tratamiento colisional realista es una clara consecuencia de los efectos de la fricción dinámica generada por los fragmentos producidos en los diferentes eventos de impacto.

Por otro lado, la distribución de masa de los planetas finales observada en el panel derecho de la figura 5.5 nos indica que, en términos generales, las simulaciones con fragmentación formaron planetas con masas inferiores a las obtenidas en corridas sin fragmentación. De hecho, el 55 % (22 %) de los planetas en cada uno de los conjuntos G1 y G2 (NoF) presentan masas menores a $1 M_{\oplus}$. En particular, este panel pone en evidencia que el mayor porcentaje de planetas menos masivos que $\sim 0.5 M_{\oplus}$ es formado en las simulaciones numéricas del conjunto G2. Este resultado se puede observar en la figura 5.4 donde las alturas de las diferentes barras indican los porcentajes de planetas finales como función de la masa de los mismos. Siguiendo el mismo esquema de colores propuesto, las barras azules, verdes y rojas corresponden a los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF.

Por último, el panel izquierdo de la figura 5.5 muestra la distribución acumulada de semiejes de los planetas resultantes en los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF. Dichas curvas no muestran diferencias tan relevantes como aquellas observadas en las distribuciones de excentricidad y masa planetaria. Sin embargo, los resultados obtenidos a partir del conjunto de simulaciones G1 sugieren que los planetas formados en corridas con fragmentación parecen distribuirse en regiones más internas del sistema aunque esta tendencia no es claramente visible para el conjunto G2. Nosotros consideramos que se requiere de una mejor estadística para obtener resultados más confiables y concluyentes en lo que respecta a la distribución de semiejes de los planetas formados.

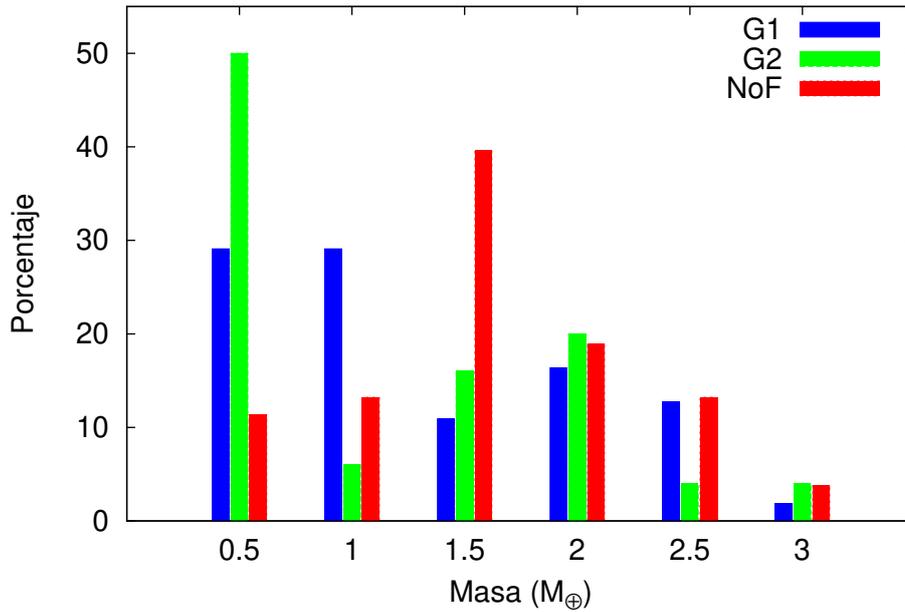


Figura 5.4: Porcentaje de planetas finales como función de sus masas finales. Las barras azules, verdes y rojas corresponden a los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF.

Estos resultados son consistentes con aquellos derivados por Chambers (2013), quién muestra que los planetas finales tienen masas y excentricidades orbitales algo más pequeñas cuando se incluye un tratamiento más realista de los procesos colisionales en sistemas que evolucionan bajo los efectos de gigantes gaseosos externos.

La figura 5.6 muestra la velocidad de impacto relativa escalada a la velocidad de escape mutua $v_{\text{imp}}/v_{\text{esc}}$ en función del cociente de masas entre el proyectil y blanco m_p/M_t para el conjunto de simulaciones G1 (círculos azules) y G2 (círculos verdes). Este cociente corresponde a impactos gigantes en planetas análogos a la Tierra, los cuales se definen como aquellos que tienen una masa final mayor a $0.5 M_{\oplus}$ y un semieje mayor final entre 0.75 ua y 1.5 ua (Quintana et al., 2016). Nuestro estudio muestra que la mayoría de las colisiones se producen a velocidades de impacto $v_{\text{imp}} \lesssim 2.5v_{\text{esc}}$ para valores de m_p/M_t entre 0.01 y 1. En relación a esto, dos características importantes merecen ser mencionadas. Por un lado, las colisiones a tales velocidades para valores de m_p/M_t entre 0.01 y 1 son consistentes con las obtenidas por Quintana et al. (2016), quienes demostraron que los eventos de impacto que involucran cuerpos de masa comparable tienen velocidades de impacto v_{imp} que son 1-2 veces la velocidad de escape mutua v_{esc} . Por otro lado, las colisiones con $v_{\text{imp}} \lesssim 2.0v_{\text{esc}}$ para valores de m_p/M_t entre 0.0005 y 0.01 no se observaron en las simulaciones numéricas realizadas por Quintana et al. (2016). De hecho, tales autores sugirieron que los impactores más pequeños en embriones más masivos alcanzan velocidades de impacto v_{imp} entre 2-5 veces la velocidad de escape mutua v_{esc} . En efecto, a diferencia de Quintana et al. (2016), nosotros encontramos acreciones perfectas para todo el rango de cocientes m_p/M_t representados en la figura 5.6. Creemos que esta discrepancia entre nuestro estudio y aquel presentado por Quintana et al. (2016) puede deberse a diferencias en la distribución de masa inicial asociada con los embriones planetarios. En efecto, la región interna de los

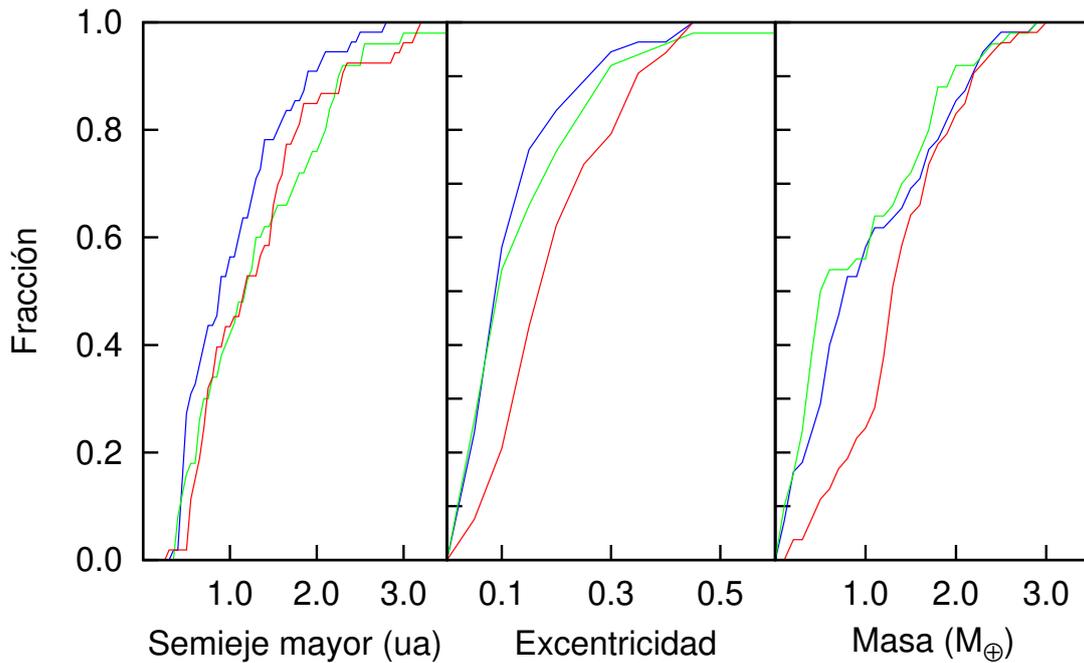


Figura 5.5: Distribución acumulada del semieje mayor (panel izquierdo), excentricidad (panel medio), y masa (panel derecho) para todos los planetas que sobreviven en el conjunto de simulaciones G1 (azul), G2 (verde) y NoF (rojo).

sistemas simulados en la presente Tesis Doctoral contiene cuerpos con masas iniciales que son hasta un 36% menores que aquellas utilizadas por Quintana et al. (2016) para modelar la distribución inicial de embriones en sus experimentos de N-cuerpos. Consideramos que un gráfico de esta clase será fuertemente dependiente no sólo del escenario dinámico propuesto si no también del modelo adoptado para representar las propiedades físicas y orbitales iniciales de los cuerpos que participan de la simulaciones numéricas. Finalmente, remarcamos que la figura 5.6 muestra que no hay una clara distinción entre los conjuntos de simulaciones G1 y G2 en lo que respecta al cociente $v_{\text{imp}}/v_{\text{esc}}$ para todo el rango de valores asociados con la razón de masas m_p/M_t .

Por último, analizamos las propiedades de los planetas producidos en los diferentes conjuntos de simulaciones de N-cuerpos de nuestro escenario. De acuerdo con esto, la figura 5.7 muestra la masa final de los planetas formados en función del semieje mayor final después de 200 Ma de evolución para los conjuntos de simulaciones G1 (círculos azules), G2 (círculos verdes) y NoF (círculos rojos). Como mencionamos previamente en el análisis de la figura 5.5, en términos generales, las simulaciones NoF producen planetas más masivos que aquellos derivados a partir de los conjuntos G1 y G2.

En este sentido, podemos distinguir diferentes resultados a lo largo de la región de estudio. Por un lado, las diferencias entre los valores máximos de las masas de los planetas formados en el conjunto NoF y aquellos producidos en los conjuntos G1 y G2 son más notorias entre 0.5 ua y el borde interno de la ZH. En regiones más externas, los valores máximos de las masas planetarias derivadas a partir de los diferentes modelos resultan ser más comparables entre sí. Finalmente, destacamos que los valores mínimos de las masas de los planetas formados en simulaciones con fragmentación son significativamente menores que aquellos obtenidos en corridas sin fragmentación en toda la región de estudio. Estos

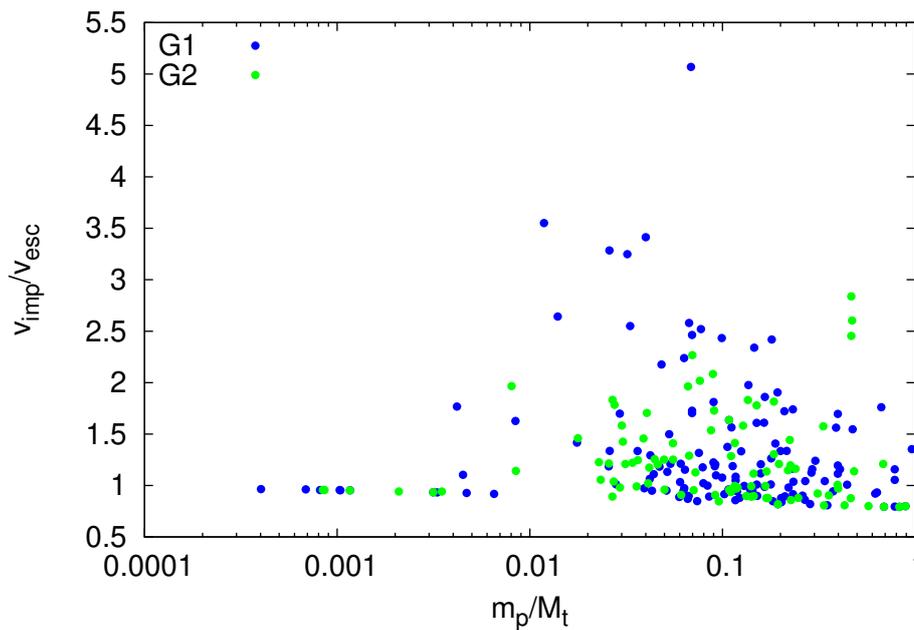


Figura 5.6: Velocidad de impacto escalada a la velocidad de escape mutua en función de la relación entre masas proyectil-blanco en simulaciones con fragmentación. Sólo se consideran impactos en objetos análogos a la Tierra.

resultados son consistentes con los obtenidos por Chambers (2013) en lo concerniente a la distribución de masa planetaria como función del modelo colisional en diferentes regiones del disco.

Finalmente, la figura 5.7 muestra que los tres conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF producen una gran cantidad de planetas que sobreviven en la ZH, la cual está representada por la región sombreada celeste y que se corresponde a la estimación optimista derivada por Kopparapu et al. (2013b). Vale la pena destacar que dichos planetas poseen un gran interés debido a su potencial habitabilidad. En la siguiente sección se realiza un análisis detallado sobre sus propiedades físicas y orbitales con el fin de derivar resultados específicos sobre sus masas, contenidos de agua y estructura interna.

5.2 Planetas de la zona habitable

En la presente sección, estudiamos la formación, evolución y propiedades físicas de los planetas que sobrevivieron en la ZH del sistema en los conjuntos de simulaciones de N-cuerpos, G1, G2 y NoF.

5.2.1 Análisis general

Antes de empezar a analizar estos resultados tenemos que remarcar que nuestras simulaciones producen dos clases de planetas en la ZH dependiendo de la posición inicial de su semilla de acreción. En simulaciones sin fragmentación, la semilla de acreción de un dado planeta se define como el cuerpo más grande involucrado en toda su historia colisional (Raymond et al., 2009). En simulaciones con fragmentación la semilla de acreción se

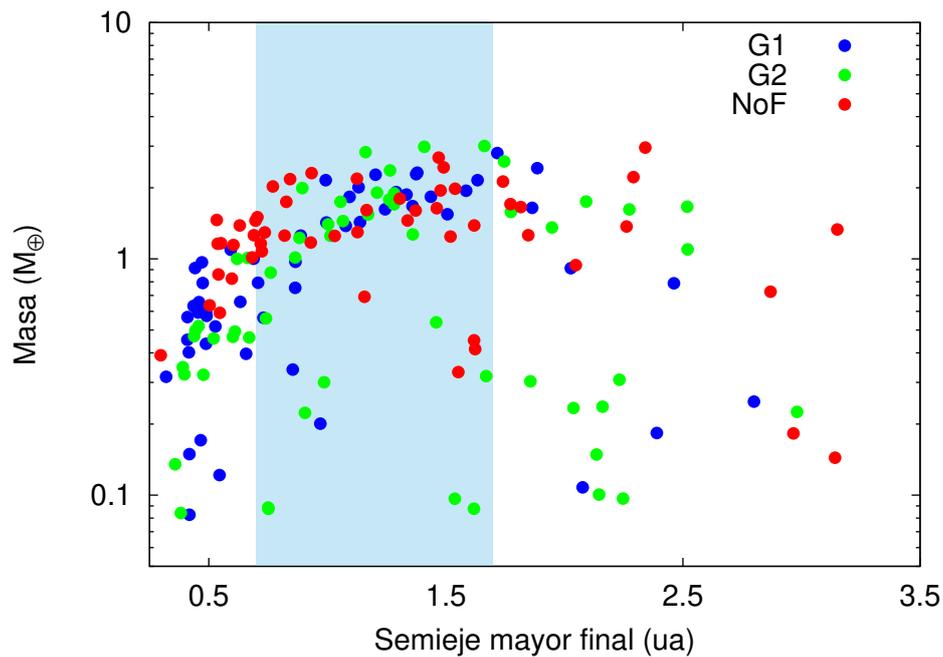


Figura 5.7: Masa final en función del semieje mayor de los planetas formados en simulaciones con fragmentación G1 (círculos azules) y G2 (círculos verdes) y sin fragmentación (círculos rojos) después de 200 Ma de evolución. La región sombreada celeste representa la estimación optimista de la ZH derivada por Kopparapu et al. (2013b).

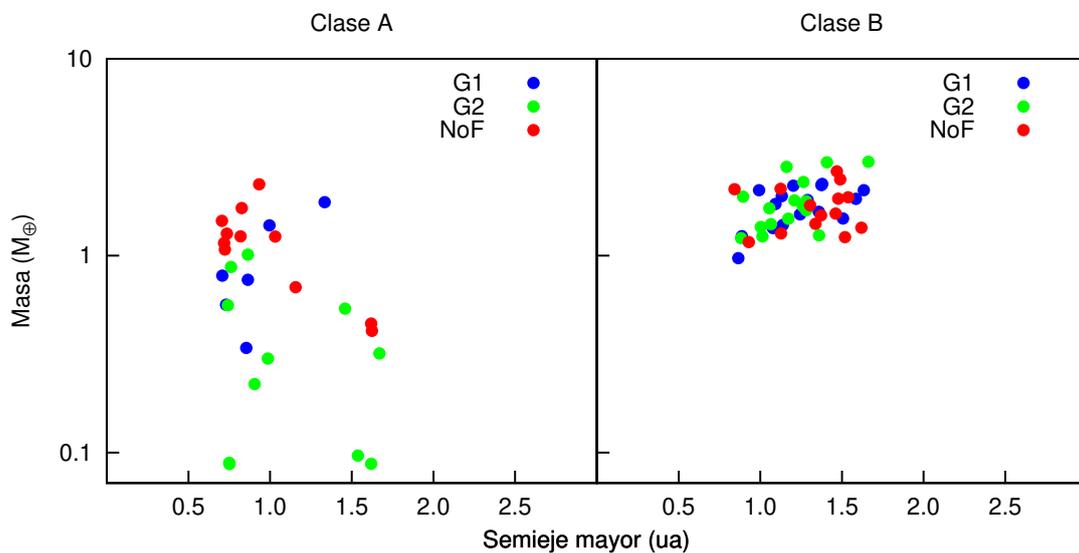


Figura 5.8: Masa final como función del semieje mayor de los planetas clase A (panel izquierdo) y clase B (panel derecho) para los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF, representados con puntos azules, verdes, y rojos, respectivamente.

define como el cuerpo más grande en cada colisión donde sólo un embrión sobrevive. En el caso de que dos embriones sobrevivan (hit & run), ambos mantienen su semilla original. De acuerdo con esto, nos referiremos como planetas de la ZH clase A (clase B) a aquellos

cuya semilla de acreción empieza la simulación dentro (fuera) de la línea de hielo.

La figura 5.8 muestra la masa final en función del semieje mayor de todos los planetas que sobreviven en la ZH del sistema bajo estudio, para los conjuntos de simulaciones G1 (azul), G2 (verde) y NoF (rojo). En particular, el panel izquierdo ilustra los planetas clase A mientras que el panel derecho representa los planetas resultantes clase B. Por un lado, el número total de planetas clase A formados en simulaciones G1, G2 y NoF es de 6, 11 y 11, respectivamente. Por otro lado, 17, 16 y 14 planetas clase B resultan de los conjuntos G1, G2 y NoF, respectivamente, luego de 200 Ma de evolución.

Podemos observar una gran diferencia entre la distribución de masa de los planetas clase A y clase B para todos los conjuntos de simulaciones. En efecto, los planetas clase A cubren un mayor rango de masas que los planetas clase B. En particular, las masas de los planetas clase A formados en las simulaciones G1, G2 y NoF toman valores entre $0.4 M_{\oplus}$ - $1.9 M_{\oplus}$, $0.09 M_{\oplus}$ - $1.0 M_{\oplus}$ y $0.4 M_{\oplus}$ - $2.3 M_{\oplus}$, respectivamente. Resultados de esta clase ofrecen una importante contribución en pos de resolver una problemática ampliamente aceptada en los modelos actuales concerniente a la formación de nuestro sistema planetario. Finalmente y a diferencia de los clase A, las masas de los planetas clase B ilustrados en el panel derecho de la figura 5.8 se distribuyen en un rango comparable independiente del modelo colisional adoptado.

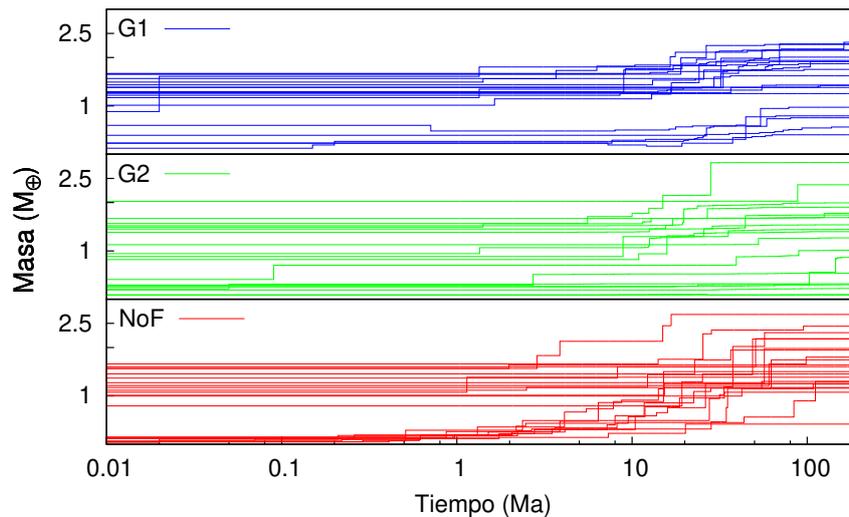


Figura 5.9: Evolución en el tiempo de la masa de todos los planetas que sobreviven en la ZH después de 200 Ma de evolución. Las curvas, azules, verdes y rojas representan los planetas de los conjuntos de simulaciones G1, G2, y NoF, respectivamente.

La figura 5.9 ilustra la evolución en el tiempo de la masa de los planetas clase A y clase B formados en los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF. Por un lado, el panel inferior, que está asociado con las corridas NoF, muestra curvas estrictamente crecientes con el tiempo ya que todas las colisiones de este conjunto se trataron como acreciones perfectas. Por otro lado, los paneles superior y medio representan nuestros resultados con respecto a la evolución temporal de la masa de los planetas formados en simulaciones G1 y G2, respectivamente, las cuales incluyeron colisiones con fragmentación. Si bien no todos los eventos de impacto experimentados por los planetas resultantes de estas simulaciones fueron acreciones perfectas, vale la pena notar que las curvas ilustradas en el panel superior

y medio de la figura 5.9 se ven como funciones crecientes a lo largo del tiempo. Esto es producto de que los planetas sobrevivientes en las simulaciones sufrieron muy pocos impactos erosivos y los mismos no son apreciables debido a la escala de la figura.

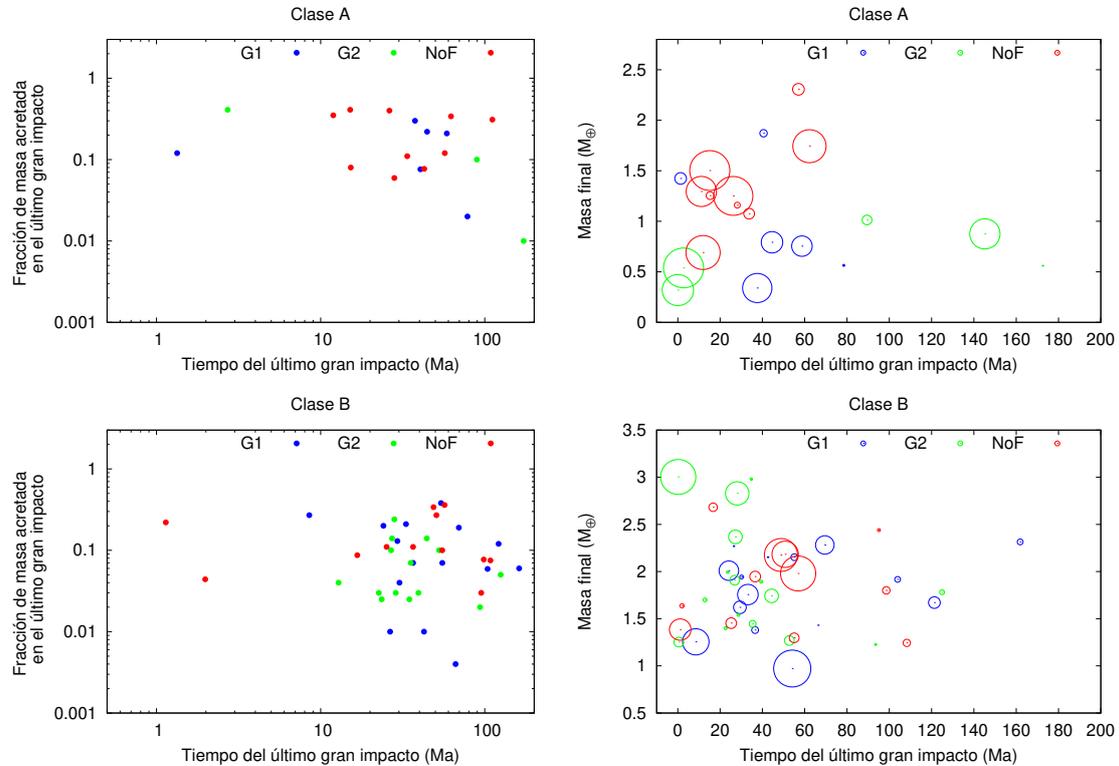


Figura 5.10: Fracción de masa acreetada durante el último impacto gigante para planetas clase A (panel superior) y planetas clase B (panel inferior). Los puntos azules, verdes y rojos corresponden a los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF, respectivamente.

Los paneles superior e inferior de la figura 5.10 muestran la fracción de masa acreetada en el último impacto gigante en función del tiempo para los planetas clase A y clase B, respectivamente. Los círculos azules, verdes y rojos representan los planetas producidos en los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF, respectivamente.

Analizando el panel inferior asociado con planetas clase B, es posible mencionar algunas cuestiones importantes. En primer lugar, en términos generales, el valor máximo asociado con el tiempo del último impacto gigante es ligeramente mayor en las simulaciones numéricas que incluyen fragmentación que en aquellas que sólo incluyen mezclas perfectas. Este resultado es consistente con el panel inferior de la figura 5.2 que muestra que la evolución temporal del número de embriones es algo más lenta en las simulaciones que incluyen fragmentación. Por otro lado, el rango de valores asociado con las fracciones de masa acreetada en el último impacto gigante en los tres conjuntos de simulaciones es comparable, aunque existen diferencias en los valores máximos y mínimos alcanzados. En efecto, tales fracciones de masa acreetadas en el último gran impacto por los planetas clase B de las simulaciones G1, G2 y NoF toman valores entre 0.004 y 0.38, 0.025 y 0.24, y 0.03 y 0.36, respectivamente.

El panel superior asociado con los planetas clase A muestra una tendencia similar a aquella descrita para el panel inferior. Sin embargo, el carácter estocástico inherente al

tiempo y a la fracción de masa acrezada en el último gran impacto requiere la incorporación de una mejor estadística en lo que respecta al número de planetas formados en pos de derivar resultados más concluyentes.

Un resultado importante ya mencionado en la figura 5.8 indica que las principales discrepancias observadas entre las masas planetarias derivadas en los conjuntos G1, G2 y NoF se ponen en evidencia en los denominados planetas clase A. Para entender tales diferencias, realizamos un análisis de las colisiones involucradas en la historia evolutiva de dichos planetas formados en los distintos experimentos de N-cuerpos. En simulaciones sin fragmentación, los 11 planetas clase A sufrieron un total de 70 acreciones perfectas. Mientras que uno de ellos no experimentó ninguna colisión durante 200 Ma, y otros 2 de tales planetas experimentaron entre 1 y 2 acreciones perfectas, los otros 8 planetas clase A sufrieron más de 7 colisiones perfectamente inelásticas, lo que conduce a valores significativos en el crecimiento relativo de sus masas respecto de sus valores iniciales.

En corridas con fragmentación, los resultados son diferentes. En el conjunto de simulaciones G1, los 6 planetas clase A producidos experimentan un total de 57 colisiones, de las cuales 9 son acreciones perfectas con embriones planetarios, 27 acreciones perfectas con fragmentos, 6 acreciones parciales, 2 impactos erosivos, 9 hit & run, y 4 hit & run erosivos. De acuerdo con esto, el número de acreciones parciales y acreciones perfectas con embriones planetarios es relativamente bajo en la historia evolutiva de los planetas clase A en comparación con el número de acreciones perfectas con los fragmentos generados. De hecho, las acreciones parciales y las acreciones perfectas con embriones (fragmentos) representan aproximadamente el 10% y el 16% (47%) del número total de colisiones experimentadas por esos planetas, respectivamente. En el conjunto de simulaciones G2, los 11 planetas clase A sufren un total de 142 colisiones, de las cuales 123 son acreciones perfectas con fragmentos, 6 acreciones perfectas con embriones, 4 acreciones parciales, 1 colisión erosiva, 2 hit & run y 6 hit & run erosivos. En este caso, el número de acreciones perfectas y parciales es mucho más bajo que las acreciones con fragmentos para dicho escenario. Del número total de colisiones, el 87% de las mismas son acreciones con fragmentos mientras que el 4% representa acreciones perfectas con embriones y el 3% son acreciones parciales.

Las diferentes historias evolutivas experimentadas por los planetas clase A en los distintos conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF nos invitan a estudiar la manera en la que los mismos alcanzaron sus masas finales. Los paneles izquierdos de la figura 5.11 ilustran la contribución de la masa inicial y la masa acrezada debido a colisiones con embriones y fragmentos a la masa final de los planetas clase A formados en los conjuntos de simulaciones G1 (superior), G2 (medio) y NoF (inferior). En efecto, las barras de color violeta representan la fracción de masa inicial de los planetas, mientras que las barras de color verde y celeste representan la fracción de masa contribuida por acreciones con embriones y fragmentos, respectivamente.

En simulaciones sin fragmentación ilustradas en el panel inferior izquierdo de la figura 5.11, la contribución de la masa primordial a la masa final de los planetas clase A es importante sólo en aquellos 3 menos masivos que $1 M_{\oplus}$. A diferencia de esto, los 8 planetas clase A con masas mayores a $1 M_{\oplus}$ alcanzan más del 90% de sus masas finales a partir de colisiones perfectamente inelásticas con embriones planetarios.

En lo que respecta a simulaciones con fragmentación y tal como se puede observar en el panel superior izquierdo y panel medio izquierdo de la figura 5.11, las contribuciones a

la masa final de los planetas clase A son más variadas. Por un lado, en términos generales, la masa inicial de los planetas clase A representa hasta un 90 % de la masa final de los mismos, jugando un rol clave en sus historias evolutivas. Por otra parte, la fracción de masa aportada por los fragmentos a la masa final representa menos del 30 % para el caso del conjunto G1 y menos del 25 % para el conjunto G2. Uno esperaría que la contribución a la masa final de los planetas resultantes debido a las colisiones con fragmentos sea mayor para el conjunto G2 que en el caso del conjunto G1 ya que dichas colisiones representan el 87 % del total. No tenemos que dejar de lado el hecho de que los fragmentos para el conjunto G2 son un orden de magnitud menos masivos que para el conjunto G1, logrando así que sus contribuciones individuales sean mucho menores. Finalmente, la contribución debida a colisiones con embriones planetarios parece jugar un rol importante sólo en unos pocos planetas clase A, marcando una diferencia relevante con aquello obtenido en simulaciones sin fragmentación.

De acuerdo con el análisis desarrollado en los párrafos previos, los planetas clase A formados en simulaciones sin fragmentación están caracterizados por grandes crecimientos relativos de sus masas, mientras que aquellos producidos en corridas con fragmentación muestran crecimientos significativamente menores.

El mismo análisis lo podemos hacer para los planetas clase B formados en los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF, los cuales son ilustrados en los paneles superior, medio e inferior de la figura 5.11, respectivamente. El rango de masas finales para los planetas clase B que resultan de las corridas G1, G2 y NoF van desde $0.97 M_{\oplus}$ a $2.31 M_{\oplus}$, $1.23 M_{\oplus}$ a $3.00 M_{\oplus}$ y de $1.17 M_{\oplus}$ a $2.68 M_{\oplus}$, respectivamente. En este caso, los valores mínimos y máximos de las masas finales de los planetas clase B producidos a partir de las simulaciones de N-cuerpos G1 (G2) son aproximadamente 15 % (10 %) menores (mayores) en comparación con el conjunto NoF. Para poder entender esto, vamos a llevar a cabo nuevamente un análisis de las colisiones sufridas por los planetas clase B de nuestros experimentos numéricos.

En corridas sin fragmentación, los 14 planetas clase B experimentaron un total de 27 acreciones perfectas entre embriones. Mientras que 2 de ellos no tuvieron ninguna colisión en 200 Ma de evolución, los otros 12 planetas experimentaron entre 1 y 4 colisiones perfectamente inelásticas. De acuerdo con lo observado en el panel inferior derecho de la figura 5.11 correspondiente al conjunto NoF, las fracciones de masa inicial de los planetas clase B representan más del 50 % de sus masas finales. A partir de esto, el crecimiento relativo de tales planetas es menos significativo que los experimentados por los planetas clase A formados en dicho conjunto de simulaciones.

En las simulaciones con fragmentación, en particular aquellas asociadas al conjunto G1, 16 planetas clase B experimentan un total de 93 colisiones, de las cuales 33 son acreciones perfectas con embriones planetarios, 34 acreciones perfectas con fragmentos, 9 acreciones parciales, 1 impacto erosivo, 6 hit & run, y 10 hit & run erosivos. En este caso, las acreciones parciales y las acreciones perfectas con embriones (fragmentos) representan aproximadamente el 10 % y el 35 % (37 %) del número total de colisiones, respectivamente. Destacamos que un único planeta no sufre colisiones a lo largo de 200 Ma de evolución. Para el conjunto G2, los 16 planetas clase B sufrieron un total de 275 colisiones, de las cuales 17 fueron acreciones perfectas con embriones, 229 acreciones con fragmentos, 13 acreciones parciales, 5 hit & run, y 11 hit & run erosivo. En este caso, las acreciones perfectas con embriones y acreciones parciales representan el 11 % del total, mientras que

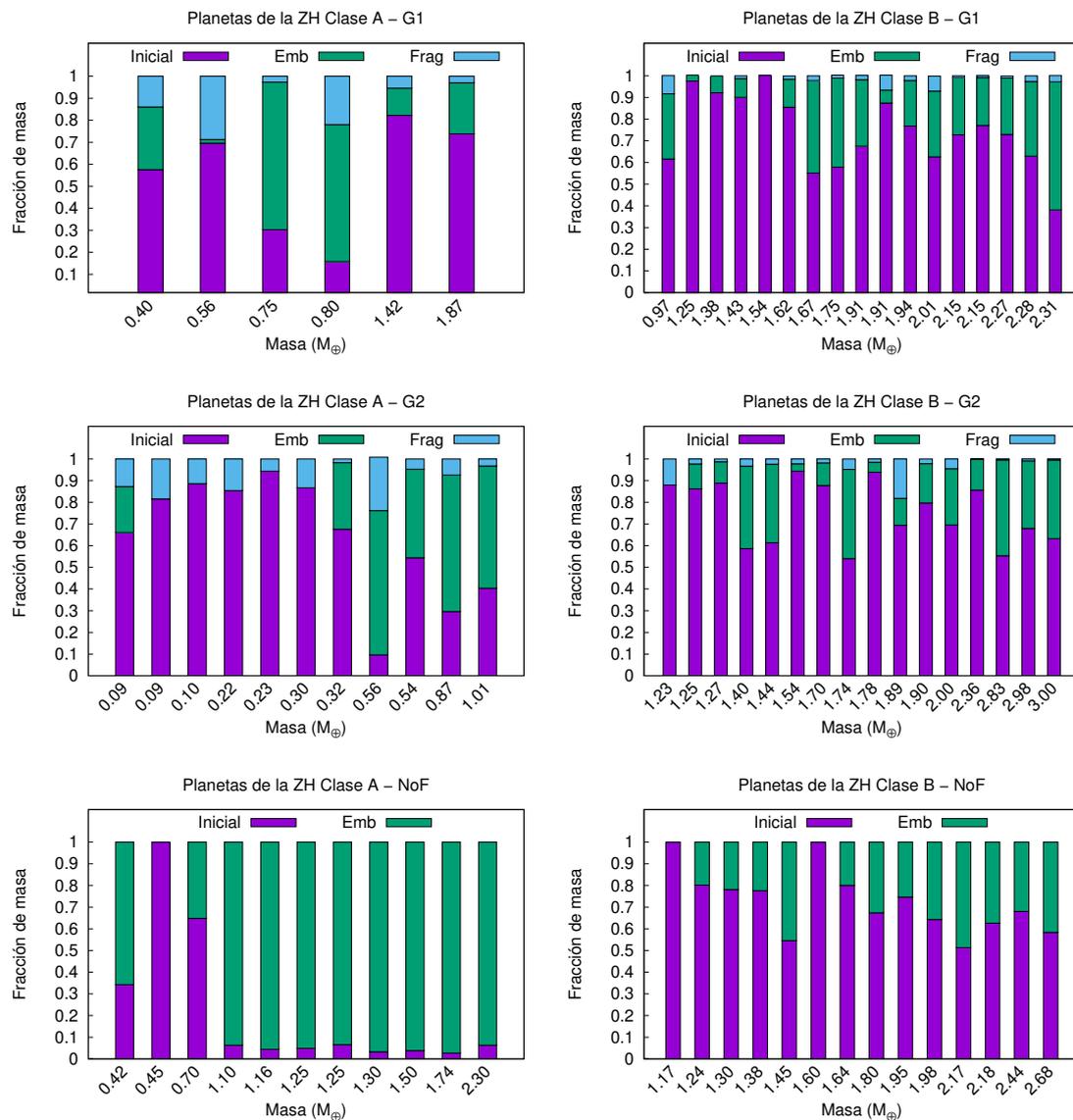


Figura 5.11: Distribución de la masa final de los planetas clase A y clase B. Las barras color violeta representan la fracción de masa correspondiente a la masa inicial de cada cuerpo. Las barras verdes y celestes representan la fracción de la masa final debido a acreciones parciales (o totales) de embriones y fragmentos, respectivamente. Los paneles izquierdos superior, medio e inferior muestran los resultados para los planetas clase A para los conjuntos G1, G2 y NoF, respectivamente. Los paneles derechos son análogos a los paneles izquierdos pero para los planetas clase B. La altura de cada barra está normalizada a la masa final de cada planeta resultante.

las colisiones con fragmentos representan el 83%. Al igual que en las simulaciones sin fragmentación, la masa primordial representa una fracción significativa de la masa final de los planetas clase B, lo cual puede ser observado en los paneles superior y medio derecho de la figura 5.11. En estos casos, las acreciones de embriones terminan moldeando la masa final ya que la contribución de los fragmentos no resulta ser relevante para la gran mayoría de los planetas formados.

5.2.2 Contenido final de agua de los planetas de la ZH

El contenido final de agua de los planetas clase A y clase B desempeña un papel fundamental para comprender el posible interés astrobiológico que éstos pueden presentar. Para cuantificar la fracción final de agua en masa de tales planetas, seguimos sus historias colisionales a lo largo de toda la evolución. Para simulaciones de N-cuerpos sin fragmentación, el tratamiento es muy simple, ya que como se supone que todas las colisiones dan como resultado acreciones perfectas, la masa y el contenido de agua de los cuerpos que interactúan se conservan.

Para el caso de las simulaciones que incluyen un tratamiento realista de las colisiones, esta tarea es más compleja ya que debemos especificar la cantidad de agua adquirida por el remanente más grande y los fragmentos generados en cada evento de impacto. En este sentido, Marcus et al. (2010) describieron dos modelos empíricos para la pérdida de material del manto en embriones planetarios diferenciados después de una colisión. Los autores utilizaron una estructura diferenciada simple para los embriones terrestres, asumiendo un núcleo de hierro y un manto de hielo/silicato, y realizaron una serie de simulaciones SPH con el código GADGET (Springel, 2005). En particular, Marcus et al. (2010) estudiaron la relación entre el cociente de masas proyectil/blanco, el ángulo de impacto y el número de partículas de cada cuerpo para investigar cómo los impactos gigantes afectan la abundancia final de agua en dichos cuerpos. En base a esto y con el objetivo de tener un estudio detallado sobre la pérdida y evolución del contenido de agua de los planetas resultantes, decidimos incorporar a nuestro estudio los modelos propuestos por Marcus et al. (2010).

Dichos modelos se enuncian a continuación:

- Modelo 1: Asumimos que toda la masa que se escapa inicialmente corresponde al material más liviano (en este caso, el agua) del proyectil y luego del blanco. Finalmente, el material rocoso de tales cuerpos escapa en el mismo orden.
- Modelo 2: Asumimos que la masa que escapa inicialmente corresponde al proyectil. En efecto, consideramos que el agua es lo primero en escapar seguido del material rocoso. Finalmente el agua y la roca del blanco se escapan en el mismo orden.

Los modelos propuestos por Marcus et al. (2010) de alguna manera representan casos extremos en lo que respecta a la retención de agua de un planeta dependiendo del tipo de colisión que éste pueda sufrir. Los modelos 1 y 2 representan una sobre- y sub-estimación de la pérdida de agua respectivamente, la que en realidad yacerá entre estos dos modelos. Una discusión sobre este tema se encuentra en el capítulo 7.

Es importante remarcar que como el Modelo 1 conduce a un remanente más grande con una menor fracción de agua en masa que el derivado del Modelo 2, el Modelo 1 produce una distribución de fragmentos con una mayor cantidad de agua. De este modo, si bien el planeta bajo estudio pierde agua, esta se conserva en el sistema, repartiéndose en los fragmentos generados. Vale la pena recordar que nosotros no usamos ningún factor de remoción de masa luego de una colisión, por lo tanto, luego de la misma, la masa es repartida en un remanente más grande y fragmentos de acuerdo lo visto en la sección 3.4.2 del capítulo 3. Por lo tanto, el contenido final de agua de los planetas de la ZH dependerá en gran medida de la clase de impactos que sufran a lo largo de toda la evolución.

El panel izquierdo de la figura 5.12 ilustra la fracción final de agua en masa en función de la masa final de los planetas clase A formados en el conjunto de simulaciones de

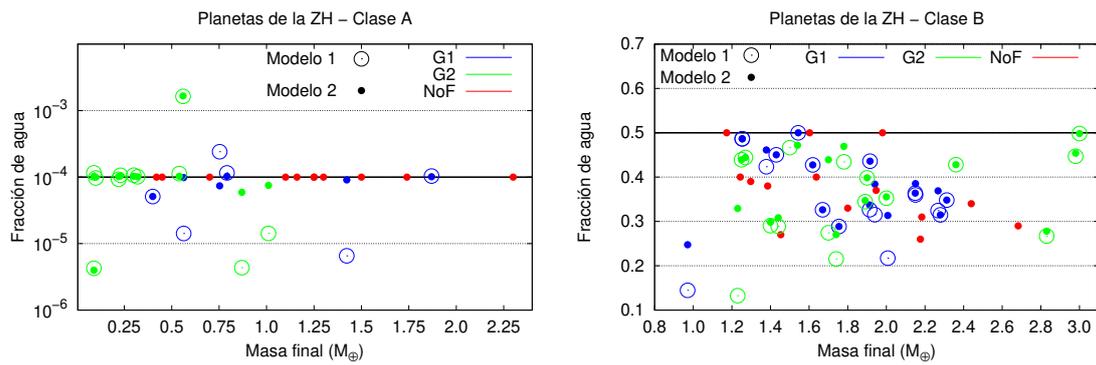


Figura 5.12: Fracción final de agua en masa en función de la masa final para los planetas clase A y clase B. Los círculos rojos llenos ilustran los valores asociados con aquellos planetas formados en simulaciones sin fragmentación, mientras que los círculos azules (verdes) llenos y abiertos representan los valores obtenidos a partir de los Modelos 1 y 2 en el conjunto de simulaciones G1 (G2), respectivamente.

N-cuerpos G1, G2 y NoF, representados con círculos, azules, verdes y rojos, respectivamente. En particular, para los conjuntos de simulaciones G1 y G2, los círculos abiertos y llenos muestran los resultados obtenidos utilizando los Modelos 1 y 2 para determinar la transferencia de agua.

Como se puede observar en el panel izquierdo de tal figura, todos los planetas clase A producidos en las simulaciones de N-cuerpos sin fragmentación conservan el valor inicial de la fracción de agua en masa de 10^{-4} después de 200 Ma de evolución, ya que se supone que todas las colisiones dan como resultado acreciones perfectas y sus zonas de alimentación solo están asociadas con la región del sistema dentro de la línea de hielo. Además, es importante señalar que el contenido de agua primordial de 8 de los 11 planetas clase A formados en el conjunto NoF representa menos del 10 % de su contenido de agua final. Esto se puede inferir desde el panel inferior izquierdo de la figura 5.11. De hecho, como las zonas de alimentación de dichos planetas están restringidas a la región interna a la línea de hielo, las contribuciones a la fracción de masa normalizada a la masa final son equivalentes a las contribuciones a la fracción de agua normalizada al contenido final de agua. Por lo tanto, en términos generales, los embriones planetarios son la principal fuente de agua de los planetas clase A del conjunto NoF.

El análisis es más complejo para los planetas clase A que resultan de simulaciones con fragmentación. En tal caso, las fracciones finales de agua de dichos planetas dependen en gran medida del modelo adoptado para la pérdida de agua. De hecho, es importante señalar que las acreciones perfectas con fragmentos generados representan aproximadamente el 47 % (87 %) del número total de colisiones experimentadas por los planetas clase A para el conjunto G1 (G2). Por lo tanto, si bien los fragmentos desempeñan un papel secundario en las masas finales de dichos planetas, pueden ser importantes para determinar la fracción final del agua de los mismos. Como ya hemos mencionado anteriormente, el panel izquierdo de la figura 5.12 ilustra la fracción final de agua en masa en función de la masa final de los planetas clase A formados en simulaciones con fragmentación. De acuerdo con esto, las fracciones finales de agua en masa derivadas del Modelo 1 (círculos abiertos) muestran diferencias significativas con respecto a las obtenidas usando el Modelo

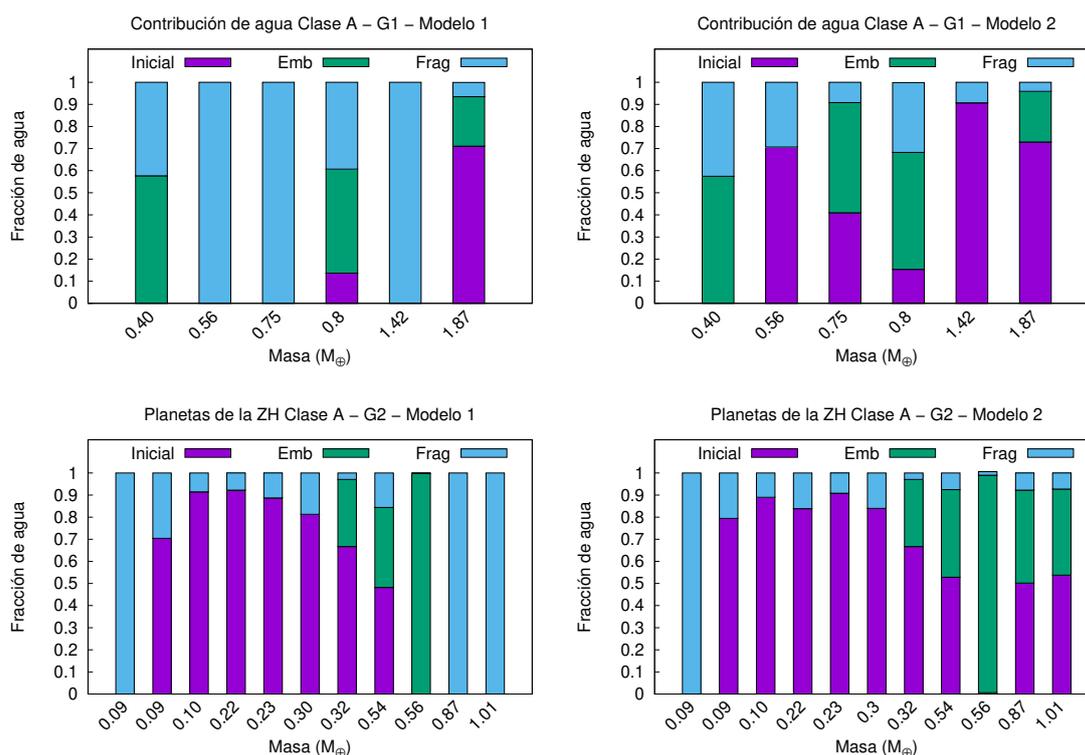


Figura 5.13: Los paneles representan la contribución al contenido final de agua de los planetas clase A para los conjuntos de simulaciones G1 (paneles superiores) y G2 (paneles inferiores) usando los Modelos 1 y 2 propuestos por Marcus et al. (2010). El Modelo 1 está representado en los paneles izquierdos mientras que los resultados obtenidos con el Modelo 2 se muestra en los paneles derechos. Las barras de color violeta, verde y celeste representan las contribuciones al contenido final de agua debido al agua primordial, acreciones con embriones y colisiones con fragmentos, respectivamente.

2 (círculos llenos). De hecho, en ambos conjuntos de simulaciones G1 y G2, el Modelo 1 ofrece un amplio espectro de resultados. De hecho, este tipo de modelo puede provocar aumentos leves de $\sim 2.4 \times 10^{-4}$ y disminuciones significativas de $\sim 4.5 \times 10^{-6}$ en la fracción final de agua en masa de los planetas clase A respecto a su fracción inicial de agua de 10^{-4} . Además, el Modelo 1 también puede mantener la fracción final de agua en masa de algunos de estos planetas cerca del valor inicial de 10^{-4} . Por el contrario, el Modelo 2 muestra resultados más conservadores con respecto a la fracción final de agua. De tal modelo, 4 de 6 planetas clase A del conjunto G1 muestran una fracción final de agua en masa muy cercana al valor inicial de 10^{-4} . Los otros 2 planetas experimentan una ligera disminución de la fracción de agua en masa con respecto a la fracción inicial. Los mismos llegan a alcanzar un valor final de $\sim 5 \times 10^{-5}$, que es asociado con el planeta clase A menos masivo. Por otro lado, 5 de 8 planetas clase A del conjunto G2 muestran una fracción final de agua en masa muy cercana al valor inicial de 10^{-4} mientras que los 3 restantes experimentan disminuciones llegando a un valor mínimo de $\sim 4.5 \times 10^{-6}$.

De acuerdo con esto, en términos generales, la distribución de agua entre el remanente más grande y los fragmentos generados en una colisión dada propuesta por el Modelo 2 ofrece resultados comparables a los obtenidos en simulaciones sin fragmentación con

respecto a la fracción final de agua en masa de los planetas clase A. En este sentido, el Modelo 1 muestra resultados más diversos sobre la fracción final de agua en masa de dichos planetas, lo que lleva a aumentos ligeros, disminuciones significativas e incluso fracciones similares con respecto a las derivadas en corridas sin fragmentación. Es muy interesante determinar la fuente principal del contenido de agua de los planetas clase A formados en simulaciones con fragmentación para cada uno de los dos modelos propuestos para rastrear la evolución del agua.

Para analizar esto, podemos observar los paneles de la figura 5.13 que ilustran la contribución del contenido de agua primordial (violeta), y la proporcionada por colisiones con embriones planetarios (verde) y fragmentos generados (celeste) a la fracción final de agua en masa de los planetas clase A para ambos conjuntos de simulaciones G1 (paneles superiores) y G2 (paneles inferiores). Los paneles izquierdos corresponden al Modelo 1 mientras que los paneles derechos corresponden al Modelo 2. A partir de esto, es posible observar que, en términos generales, el papel de los fragmentos generados es muy importante en la fracción final de agua en masa de los planetas clase A cuando se usa el Modelo 1. De hecho, los fragmentos representan la principal fuente de agua en 3 de 6 planetas para el conjunto G1 y en 3 de 11 planetas para el conjunto G2, proporcionando la totalidad de su contenido final. En 2 de 6 planetas del conjunto G1, aproximadamente el 40% de su contenido final de agua se adquiere mediante acreciones perfectas con fragmentos. Estos ejemplos son muy importantes, ya que amplían la importancia de los fragmentos en los casos en que los planetas reciben una contribución relevante de agua a partir de colisiones con embriones planetarios. Finalmente, vale la pena señalar que los fragmentos simplemente desempeñan un papel secundario en el contenido final de agua del planeta clase A más masivo del conjunto G1, en cual el contenido primordial de agua representa aproximadamente el 70% de su contenido final. Por el contrario, la contribución al contenido final de agua del planeta más masivo clase A del conjunto G2 es principalmente lograda por fragmentos, logrando que en este caso jueguen un rol protagónico. Es necesario señalar que, en términos generales, el contenido de agua primordial juega un rol primario o secundario en el contenido final de agua dependiendo del conjunto de simulaciones elegido. Por un lado, la contribución primordial no desempeña un papel relevante en el contenido de agua final de los planetas clase A formados en el conjunto G1, mientras que juega un rol significativo en 5 de 11 planetas del conjunto G2, llegando incluso a representar hasta el 90% de sus contenidos de agua finales. Estos resultados muestran que, cuando se aplica el Modelo 1 al conjunto G1, los fragmentos juegan un rol primario en el contenido final de agua de los planetas clase A, mientras que el agua primordial da una contribución menor llegando incluso a ser nula en muchos casos. En el caso del conjunto G2, encontramos más diversidad en este sentido, ya que tanto los fragmentos como el agua primordial puede llegar a ser relevantes en el contenido de agua final de los planetas.

La conclusión concerniente sobre las contribuciones del agua primordial, los embriones planetarios y los fragmentos generados al contenido final de agua de los planetas clase A producidos en los conjuntos G1 y G2 es muy diferente cuando se usa el Modelo 2. En este caso particular, el resultado general muestra que los fragmentos generados desempeñan un papel menor en la fracción final de agua en masa de dichos planetas en comparación con el descrito con el Modelo 1. De hecho, esto se observa claramente si nos enfocamos en el análisis de los 3 planetas clase A que adquieren la totalidad de

su contenido final de agua mediante acreciones con fragmentos utilizando el Modelo 1 para el conjunto de simulaciones G1. Si se adopta el Modelo 2, los fragmentos sólo proporcionan aproximadamente el 10% (30%) del contenido final de agua de 2 (1) de esos 3 planetas. En términos generales, es importante remarcar que el contenido de agua primordial tiene una contribución relevante al contenido de agua final en 4 de 6 planetas, lo que representa otra diferencia importante con la derivada del Modelo 1. En el caso del conjunto de simulaciones G2, de los 3 planetas que usando el Modelo 1 adquieren la totalidad de su contenido final de agua por acreciones con fragmentos, usando el Modelo 2 sólo uno se mantiene, mientras que en los otros 2 planetas sus contenidos primordiales representan el $\sim 50\%$ de sus porcentajes finales de agua.

Nuestros resultados muestran que la fuente principal de agua y la fracción final de agua en masa de los planetas clase A producidos en simulaciones con fragmentación son muy sensibles al modelo adoptado para determinar la distribución de agua entre el remanente más grande y los fragmentos generados en una colisión. De acuerdo con esto, es muy necesario especificar un modelo realista de transporte de volátiles para determinar en detalle la abundancia de agua de los planetas terrestres formados a partir de simulaciones de N-cuerpos.

La situación es muy diferente cuando se analiza el contenido final de agua de los planetas clase B. En el panel derecho de la figura 5.12, se ilustran las fracciones finales de agua en masa para los planetas clase B para los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF, representados por los colores azules, verdes, y rojos, respectivamente. Al igual que para los planetas clase A de los conjuntos de simulaciones G1 y G2, los círculos abiertos (llenos) representan la fracción de agua final usando el Modelo 1 (2). Un resultado relevante es que las fracciones finales de agua en masa de los planetas clase B formados en corridas con y sin fragmentación muestran valores similares. Por un lado las fracciones finales de agua de los planetas clase B asociadas al conjunto NoF varían entre 0.28 y 0.5. Por otra parte las fracciones finales de agua en masa de los planetas clase B producidos en el conjunto de simulaciones G1 van desde 0.15 (0.25) a 0.50 (0.5) cuando se usa el Modelo 1 (2). Finalmente, para el conjunto de simulaciones G2 las fracciones finales de agua van desde 0.14 a 0.46 usando el Modelo 1 y de 0.27 a 0.475 cuando se usa el Modelo 2. De acuerdo con esto, derivamos dos conclusiones importantes. Por un lado, en términos generales, la fracción final de agua en masa de los planetas clase B no depende en gran medida del modelo adoptado para determinar la distribución de agua en una colisión determinada. De hecho, 12 de los 17 planetas de este tipo para el conjunto de simulaciones G1 alcanzan casi la misma fracción final de agua en masa con ambos modelos. De forma análoga 8 de 11 planetas clase B del conjunto G2 terminan con la misma fracción de agua independientemente del modelo usado. Por otro lado, nuestros resultados muestran que la fragmentación colisional no es una barrera para la formación y la supervivencia de los mundos de agua en la ZH en sistemas que poseen gigantes externos. Finalmente, mencionamos que las elevadas fracciones finales de agua de los planetas clase B están asociadas principalmente al gran contenido primordial de los mismos así como también al aporte de los embriones ricos en agua provenientes de regiones externas a la línea de hielo.

5.2.3 Estructura y composición de los planetas de la ZH

Gracias a la incorporación de un modelo refinado de las colisiones podemos hacer un estudio detallado sobre la composición y estructura final de los planetas formados en la ZH

a partir de simulaciones de N-cuerpos.

En este trabajo de investigación, asumimos que los cuerpos comienzan las simulaciones diferenciados ya que durante los últimos estadios de la formación planetaria, los protoplanetas son probables a estar diferenciados debido al calor liberado por los sucesivos impactos (Tonks y Melosh, 1992). Con esto en mente, utilizamos un modelado simple de dos estructuras: un manto (silicatos/agua) y un núcleo (metálico). Todos los cuerpos que componen un sistema en una dada simulación de N-cuerpos tendrán asignada una fracción inicial de manto (núcleo) de 0.7 (0.3). A su vez, el manto va a estar modelado por dos capas de diferente material, una parte de roca y otra de agua. Las fracciones iniciales de estos dos últimos reservorios dependerán de la posición inicial de los cuerpos respecto de la línea de hielo. De acuerdo con esto, podemos asumir que cada embrión planetario comienza la simulación compuesto de tres diferentes capas, cuyas fracciones iniciales son detalladas a continuación:

$$\text{Embriones internos a la línea de hielo} = \begin{cases} \text{Agua} & 0.01\% \\ \text{Roca} & 69.99\% \\ \text{Núcleo} & 30\% \end{cases}$$

$$\text{Embriones externos a la línea de hielo} = \begin{cases} \text{Agua} & 50\% \\ \text{Roca} & 20\% \\ \text{Núcleo} & 30\% \end{cases}$$

En la figura 6.11 podemos observar una representación esquemática sobre las diferentes estructuras iniciales propuestas para los embriones planetarios que comienzan la simulación dentro y fuera de la línea de hielo.

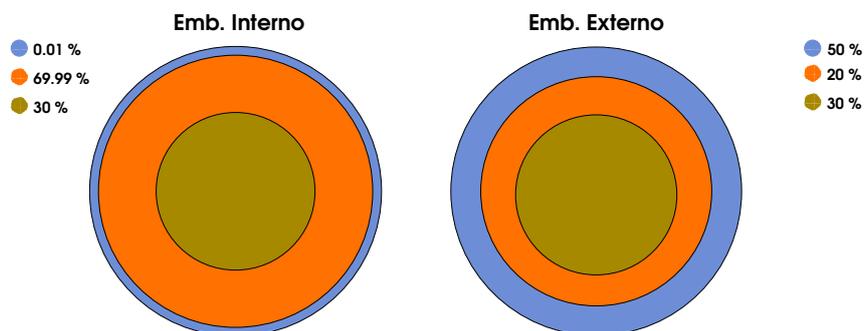


Figura 5.14: Modelos de estructuras para los embriones internos (izquierda) y externos (derecha) a la línea de hielo. Los diferentes colores marrón, naranja, y azul indican la fracción inicial de núcleo, roca y agua en masa, respectivamente.

Dichas estructuras internas podrán verse modificadas en cada evento de impacto que un cuerpo pueda recibir a lo largo de su evolución. Recordemos que, uno de los objetivos de

esta Tesis Doctoral es estudiar de forma comparativa dos modelos colisionales diferentes. En efecto, un modelo que sólo asume mezclas perfectas y otro que utiliza un tratamiento colisional realista. Independientemente del modelo colisional usado, y luego de cada colisión, debemos ensamblar el cuerpo resultante a partir de los reservorios individuales de cada objeto involucrado en dicho evento de impacto siguiendo un cierto orden hasta alcanzar su masa final.

En aquellas simulaciones que asumen sólo mezclas perfectas, el procedimiento es bastante simple: las masas de agua, roca y núcleo de cada cuerpo se suman entre sí y forman, de este modo, el objeto resultante. En las simulaciones con fragmentación, el tratamiento es más complejo ya que debemos definir un modelo de ensamblado. Para el desarrollo de esta Tesis Doctoral, el procedimiento adoptado para llevar a cabo esta tarea está basado en una versión modificada del Modelo 1 propuesto por Marcus et al. (2010), el cual fue adaptado para el caso de tres estructuras. Ya que lo que se busca es maximizar la pérdida de material liviano en una colisión y ver realmente detalles en la evolución colisional con el nuevo tratamiento realista para las colisiones, no se analizó el Modelo 2, el cual representa una sub-estimación de la pérdida del material volátil. El orden del esquema de ensamblado se detalla a continuación:

- I Núcleo del blanco
- II Núcleo del proyectil
- III Manto de roca del blanco
- IV Manto de roca del proyectil
- V Manto de agua del blanco
- VI Manto de agua del proyectil

Es importante destacar que en aquellas colisiones donde exista la generación de fragmentos, la masa sobrante de cada reservorio que no sea acretaada por el remanente más grande es repartida en forma equitativa entre los fragmentos generados.

Como mencionamos anteriormente en secciones anteriores, en aquellas simulaciones sin fragmentación donde todas las colisiones conducen a acreciones perfectas no se registran pérdidas de material, lo que implica que el cuerpo final resultante de una colisión conserva la masa total de los cuerpos interactuantes. De este modo, para el caso de cuerpos diferenciados, las estructuras se suman pudiendo modificarse las fracciones asociadas a cada una debido a colisiones existentes entre embriones dentro y fuera de la línea de hielo. Sin embargo, destacamos que los valores asociados con las fracciones de manto y núcleo iniciales se mantienen constantes durante toda la historia evolutiva de cada planeta resultante modificándose en cada colisión las fracciones de los reservorios correspondientes al agua y roca de dicho objeto. En efecto, cuando un par de embriones que comienzan la simulación fuera de la línea de hielo sufren una colisión entre sí, las fracciones asociadas de agua, roca y núcleo no se verán modificadas. Lo mismo ocurre si dos embriones localizados inicialmente dentro de la línea de hielo sufren entre ellos un evento de impacto. Sin embargo, si el evento de impacto ocurre entre un embrión que comienza la simulación fuera de la línea de hielo con otro localizado inicialmente dentro de la misma, las fracciones originales asociadas a las estructuras de agua y roca se verán modificadas.

En aquellas simulaciones con fragmentación, la situación es más compleja. En efecto, los diferentes regímenes de colisión y la generación de fragmentos nos conducirán a posi-

bles modificaciones significativas en las fracciones asociadas a los diferentes reservorios que componen los cuerpos que participan en la simulación.

La figura 5.15 muestra la evolución temporal de la fracción de agua (paneles superiores), roca (paneles medios) y núcleo (paneles inferiores) para cada planeta clase A para los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF.

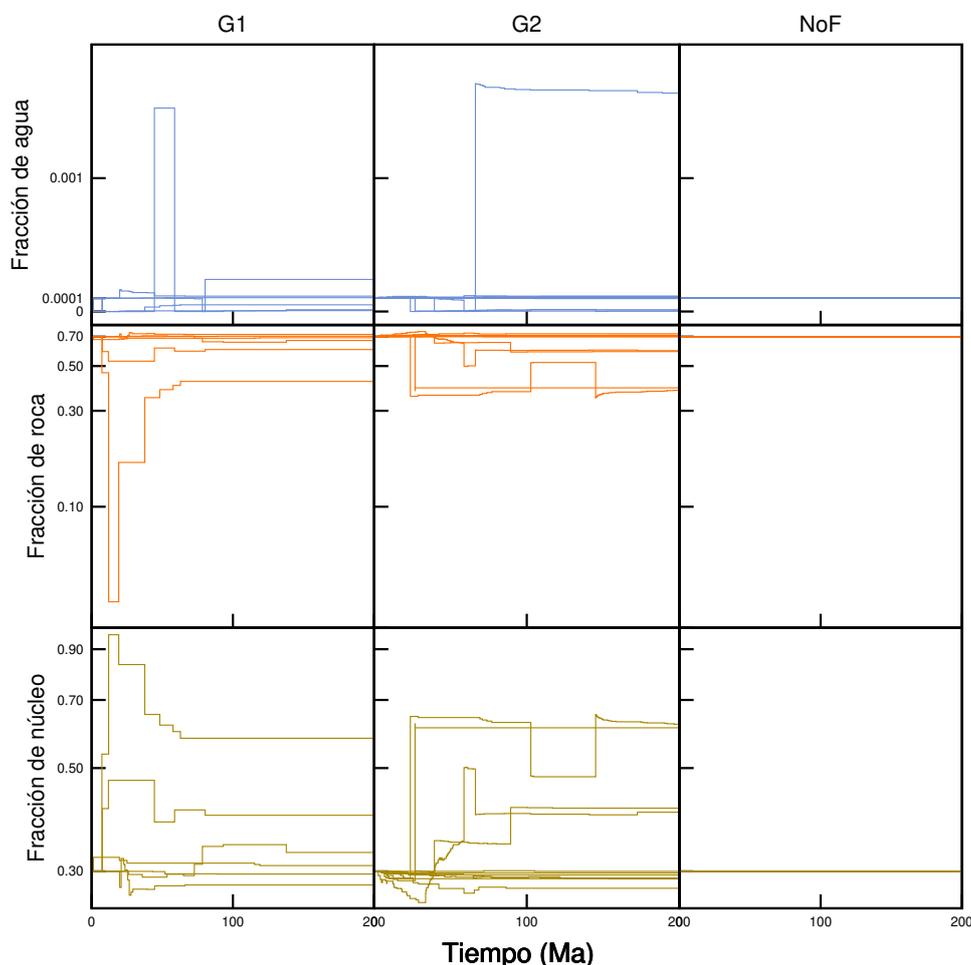


Figura 5.15: Evolución temporal de las diferentes fracciones de los reservorios propuestos para cada planeta clase A utilizando una adaptación del Modelo 1 propuesto por Marcus et al. (2010) para los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF. La evolución de la fracción de agua, roca y núcleo se pueden observar en los paneles, superiores, medios e inferiores, respectivamente.

Como era de esperar, en términos generales, la evolución de la fracción de agua en el tiempo no muestra cambios significativos. Esto se debe a que las zonas de alimentación de los planetas clase A para los tres conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF están restringidas a la zona interna de la línea de hielo y, como se presentó anteriormente, los porcentajes de agua de los planetas en dicha zona son mucho menores que en otras partes del disco. Destacamos que, en este caso, al usar el código **D3** con un tratamiento realista para las colisiones nos permite tener el detalle de la evolución de la fracción de agua en el tiempo para los planetas de los conjuntos G1 y G2 mientras que esto no es posible para los planetas que resultan en corridas sin fragmentación donde sus fracciones iniciales y finales

de agua son iguales.

Como mencionamos anteriormente, los paneles medios de la figura 5.15 muestran la evolución temporal de la fracción de roca para los planetas clase A de los conjuntos G1, G2 y NoF. En este caso, para los planetas resultantes en corridas con fragmentación podemos observar que el rango de la fracción final de roca es similar para ambos conjuntos G1 y G2, tomando valores entre 0.4 y 0.69, en contraste con los planetas del conjunto NoF donde el valor de la fracción inicial de roca para cada planeta se mantiene inalterado durante 200 Ma de evolución.

Finalmente analizamos la evolución en el tiempo de la fracción de núcleo para los planetas clase A de los conjuntos G1, G2 y NoF, ilustrados en los paneles inferiores de la figura 5.15. Los rangos finales para ambos conjuntos de simulaciones que incluyen fragmentación oscilan entre 0.3 y 0.6, mientras que para los planetas finales del conjunto NoF no se presentaron cambios luego de 200 Ma de evolución. Con el objetivo de entender las altas fracciones de núcleo alcanzadas de los planetas resultantes, observamos con más detalle la historia colisional de dichos planetas. Esto arrojó dos conclusiones importantes. Por un lado, el planeta que finaliza la simulación con una fracción de núcleo de ~ 0.6 en el conjunto G1 tuvo dos colisiones erosivas con un alto parámetro de impacto lo que provocó una disminución significativa de su manto logrando que dicho objeto alcance una fracción de núcleo de ~ 0.9 . Luego de esto, dicho objeto tuvo una acreción parcial, una acreción perfecta y varias colisiones con fragmentos, contribuyendo material al manto del mismo disminuyendo la fracción de núcleo hasta llegar al valor 0.6. Destacamos que para este planeta las colisiones erosivas jugaron un rol importante en la remoción del manto primordial. Por otro lado, los dos planetas clase A del conjunto G2 que terminaron con una fracción final de núcleo de ~ 0.6 , no presentaron colisiones erosivas. Ambos planetas tuvieron acreciones parciales y perfectas tanto con embriones como con fragmentos. Estas fracciones finales de núcleo tan elevadas dan lugar a una clase de planetas de interés. Estudios detallados sobre la formación y evolución de esta clase de objetos podrían ser útiles en pos de comprender un poco mejor las propiedades físicas de Mercurio en nuestro Sistema Solar, el cual tiene una fracción de núcleo metálico de ~ 0.7 (Dwyer et al., 2015).

En orden de lograr un mejor análisis comparativo de los resultados descriptos, la figura 5.16 muestra las fracciones finales para los diferentes reservorios de agua, roca y núcleo en función de la masa final de los planetas clase A para los conjuntos de simulaciones G1 (panel izquierdo), G2 (panel medio) y NoF (panel derecho). En dicha figura obtenemos una mejor representación sobre dos aspectos característicos de estos planetas. Por un lado, observamos una gran cantidad de planetas menos masivos obtenidos en los conjuntos con fragmentación en comparación con los resultantes del conjunto NoF. Por otra parte, observamos con mejor detalle la dispersión de puntos asociados a las fracciones de agua para ambos conjuntos de simulaciones G1 y G2, aunque dichos valores finales no se aparten de forma significativa de su valor inicial. Vale la pena notar como los planetas resultantes del conjunto NoF no cambian su composición para todo el rango de masas finales obtenidas, luego de 200 Ma de evolución.

Vale la pena destacar que, usando un código de N-cuerpos con un tratamiento realista para las colisiones, nos permite obtener en este caso, fracciones finales de los distintos reservorios cuantitativamente similares a partir de historias colisionales muy distintas. Esto plantea la cuestión de si este resultado es una consecuencia del modelo adoptado o de la elección del escenario dinámico.

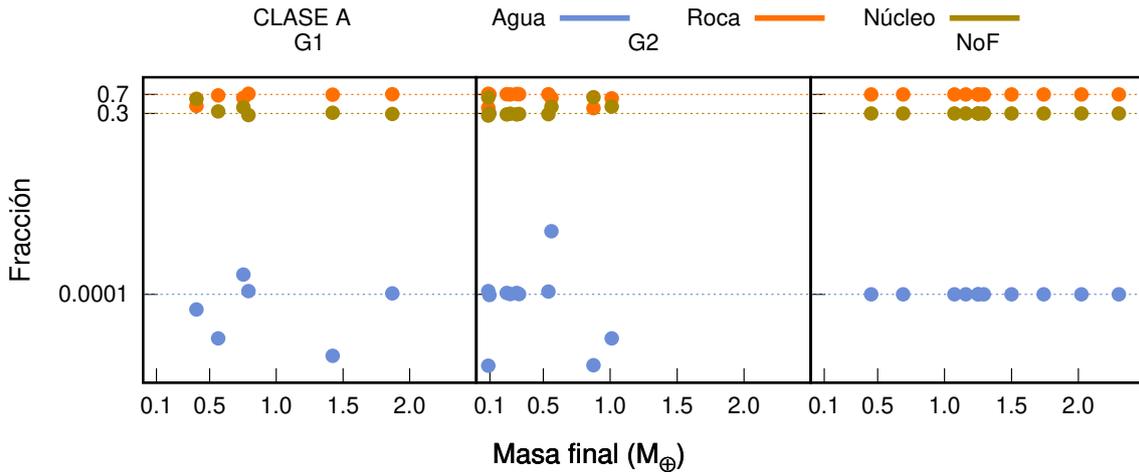


Figura 5.16: Fracciones finales de los reservorios núcleo, roca y agua en función de la masa final para los planetas clase A de los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF utilizando una adaptación del Modelo 1 propuesto por Marcus et al. (2010). Las líneas punteadas de color celeste, marrón y naranja indican las fracciones iniciales de cada reservorio en dichos planetas.

Los resultados son muy distintos cuando hacemos el mismo análisis para los planetas clase B. En efecto, la figura 5.17 muestra la evolución en el tiempo de la fracción de agua (paneles superiores), fracción de roca (paneles medios) y fracción de núcleo (paneles inferiores) de cada planeta clase B para los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF. En dicha figura podemos observar que los rangos finales de las fracciones de agua de los planetas resultantes obtenidos en simulaciones con fragmentación son levemente diferentes que aquellos obtenidos en corridas sin fragmentación. Por un lado, para los conjuntos de experimentos de N-cuerpos G1 y G2 este rango se encuentra entre 0.15 y 0.5. Por otro lado, las fracciones de agua finales obtenidas en el conjunto NoF oscilan entre 0.27 y 0.5.

En lo que respecta a las fracciones de manto, los paneles medios de la figura 5.17 ilustran la evolución en el tiempo de estas cantidades para los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF. En este caso, no observamos diferencias apreciables en los rangos finales de roca ya que para los tres conjuntos dicho rango oscila entre 0.2 y 0.48. Por el contrario, cuando analizamos los paneles inferiores de la misma figura observamos comportamientos substancialmente distintos en las fracciones finales de núcleo para todos los planetas resultantes entre los conjuntos G1, G2 y NoF. Esta diferencia se hace más evidente cuando comparamos los conjuntos de simulaciones que incluyen fragmentación con aquellas donde usamos el modelo clásico de acreción.

Como anticipamos al principio de la sección, las fracciones de núcleo de los planetas del conjunto NoF no pueden modificarse, perdiéndose completamente el detalle de la evolución individual de este reservorio para cada planeta, el cual mantendrá su fracción inicial de 0.3 durante el tiempo de integración. Contrariamente, al usar un tratamiento realista para las colisiones, accedemos a tener la historia evolutiva de los planetas de forma más detallada. En efecto, nuestras simulaciones que incluyen fragmentación arrojan valores para la fracción final de núcleo que oscilan entre 0.27 y 0.45 para el conjunto G1 y valores con el rango entre 0.3 y 0.47 para el conjunto G2.

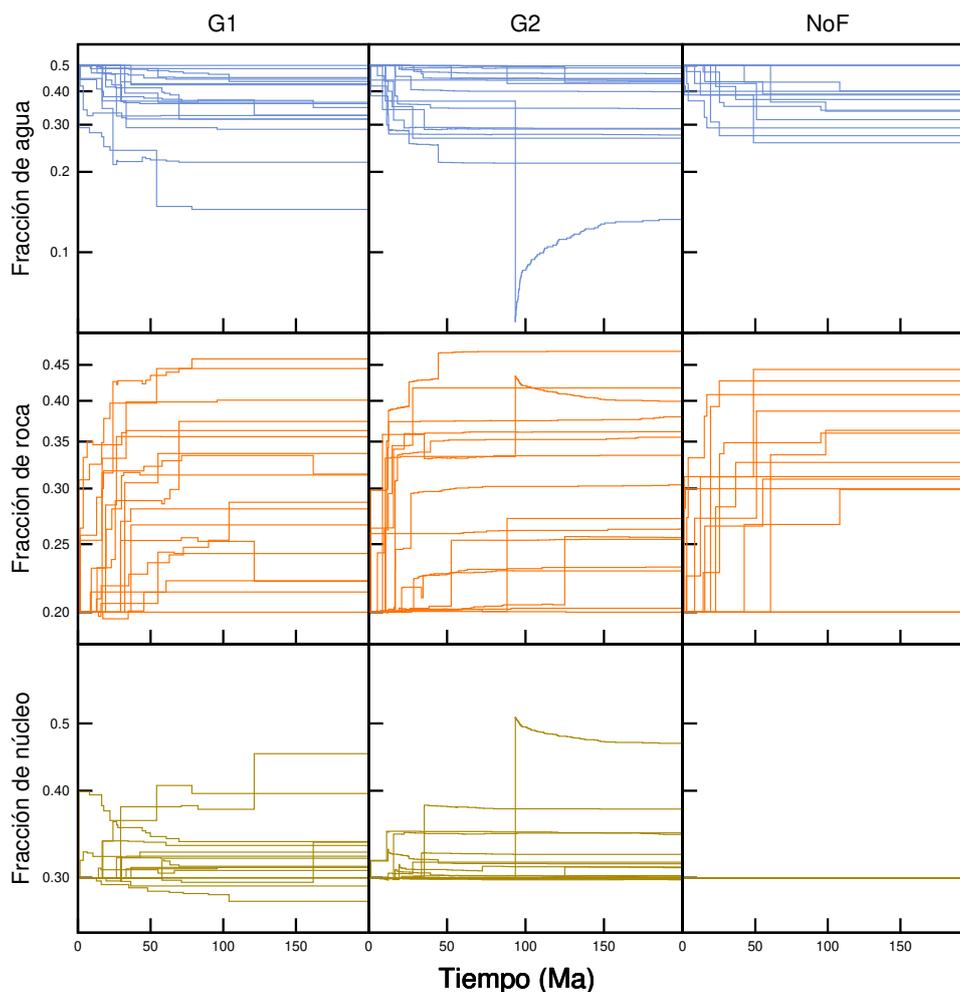


Figura 5.17: Evolución temporal de las diferentes fracciones de los reservorios propuestos para cada planeta clase B para los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF. La evolución de la fracción de agua, roca y núcleo se pueden observar en los paneles, superiores, medios e inferiores, respectivamente.

A la luz de estos resultados, concluimos que es imperativo contar con una herramienta numérica que trate de manera realista las colisiones planetarias. En efecto, para ambas clases de planetas formados, cuando se utiliza el modelo clásico de acreción se pierde el detalle de la historia evolutiva de los diferentes reservorios propuestos. Esto se vió acentuado en los planetas clase A donde las fracciones finales de los diferentes materiales presentaron discrepancias significativas entre ambos modelos colisionales. Esta diferencia sólo se vió evidenciada en la evolución del reservorio asociado al núcleo de los planetas clase B, sin mostrar variaciones substanciales en las fracciones finales de roca y agua.

Las figuras 5.18, 5.19 y 5.20 resumen las diferentes estructuras finales de los planetas clase B formados en los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF, respectivamente. Por un lado, en la parte superior de cada una de estas figuras se muestran los planetas ordenados según sus masas y sus respectivas fracciones finales de núcleo, roca y agua. Por otro lado, en la parte inferior de las figuras mencionadas representamos las fracciones finales correspondientes a los diferentes reservorios de los planetas resultantes como una función de su masas.

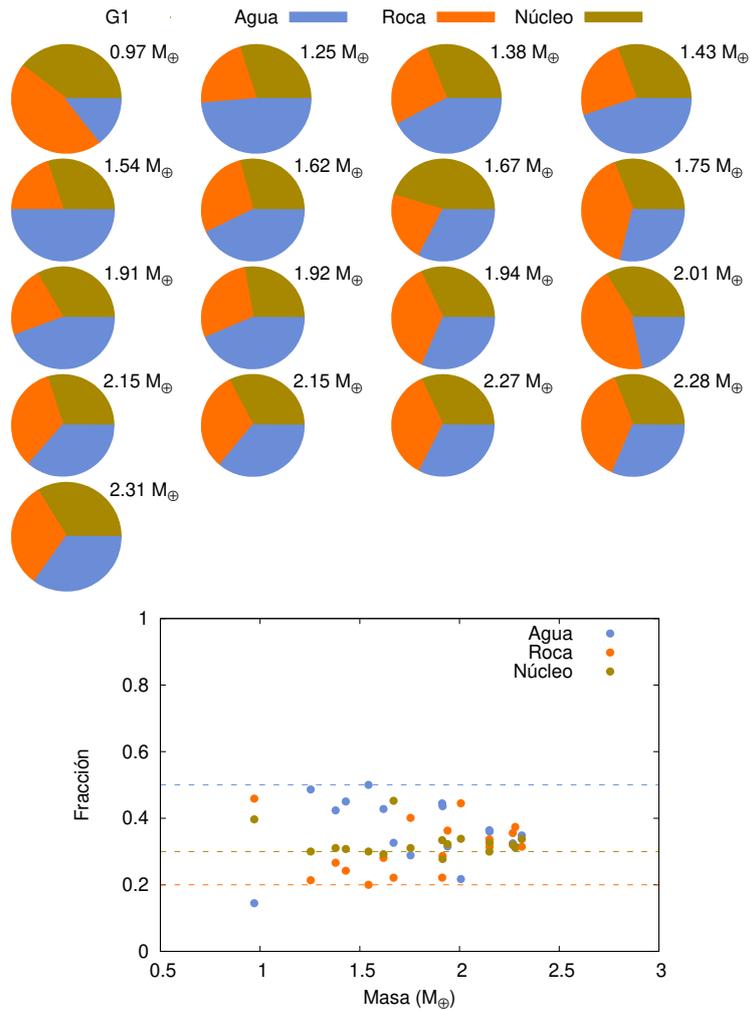


Figura 5.18: Planetas clase B para el conjunto de simulaciones G1. En la parte superior de la figura podemos encontrar los distintos planetas formados ordenados de acuerdo al valor de su masa final. El código de colores indican las diferentes fracciones de agua, roca y núcleo. En la parte inferior, para cada planeta, graficamos las fracciones de los reservorios previamente mencionadas en función de la masa final. Las líneas punteadas de color celeste, naranja y marrón indican las fracciones iniciales de agua, roca y núcleo, respectivamente.

La figura 5.21 nos permite llevar a cabo un análisis comparativo entre los planetas clase B de los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF dado que reúne la información obtenida en los paneles inferiores de las figuras 5.20, 5.18 y 5.19.

En términos generales las fracciones finales de agua y roca para los planetas más masivos que $2 M_{\oplus}$ formados en simulaciones G1 y NoF muestran grandes apartamientos respecto de sus valores iniciales. Esta tendencia no es observada en el conjunto de simulaciones G2 donde las fracciones finales de agua y roca para los planetas más masivos adquieren leves apartamientos de sus valores primordiales.

Resultados de esta clase dejan en evidencia que el parámetro M_{\min} asociado a la masa mínima de los fragmentos puede jugar un rol clave en pos de determinar las propiedades

físicas de los planetas resultantes. Un mayor número de simulaciones de N-cuerpos y una amplia exploración del rango de valores asociados a M_{\min} nos permitirá obtener resultados más concluyentes en lo que respecta a la naturaleza física de los planetas.

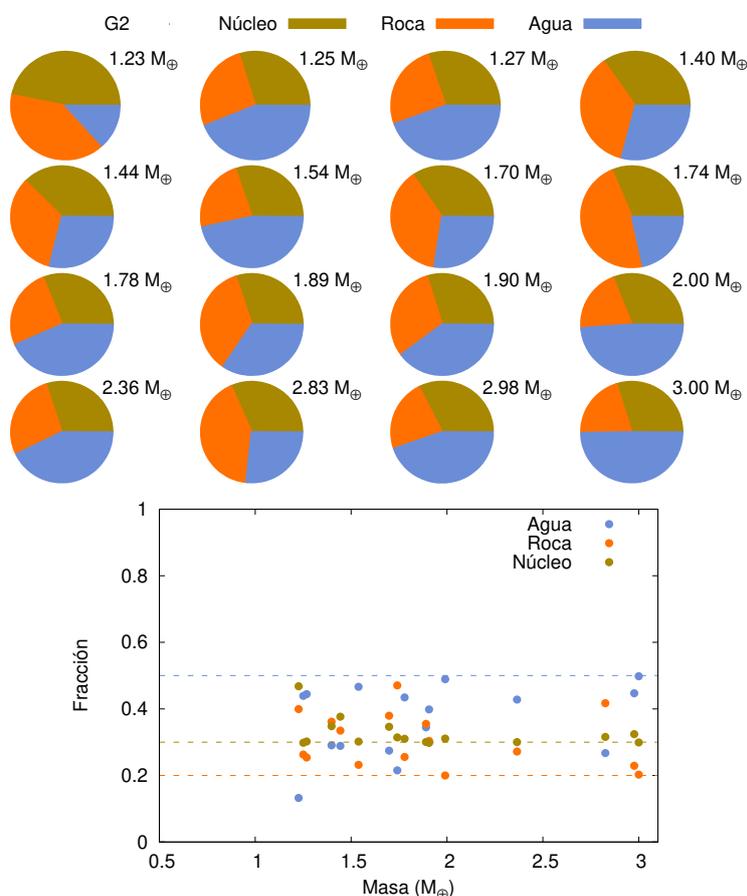


Figura 5.19: Al igual que en la figura anterior. Representamos los planetas clase B para el conjunto de simulaciones G2. En la parte superior de la figura se encuentran las masas finales ordenadas en orden creciente donde el código de colores indica las fracciones finales de los diferentes reservorios agua, roca y núcleo. En la parte inferior, para cada planeta graficamos las fracciones de los reservorios previamente mencionadas en función de la masa final. Las líneas punteadas de color celeste, naranja y marrón indican las fracciones iniciales de agua, roca y núcleo, respectivamente.

Los resultados obtenidos en este capítulo exponen fuertemente la necesidad de contar con un modelo colisional realista para el desarrollo de simulaciones numéricas destinadas a describir los procesos de formación y evolución de planetas de tipo terrestre en sistemas con gigantes gaseosos externos.

La sensibilidad de las propiedades físicas de los planetas formados al modelo colisional adoptado en el presente escenario nos deja un claro mensaje sobre la importancia de utilizar prescripciones realistas para el tratamiento de las colisiones si buscamos construir un modelo detallado para entender la formación y evolución de los planetas terrestres de nuestro Sistema Solar.

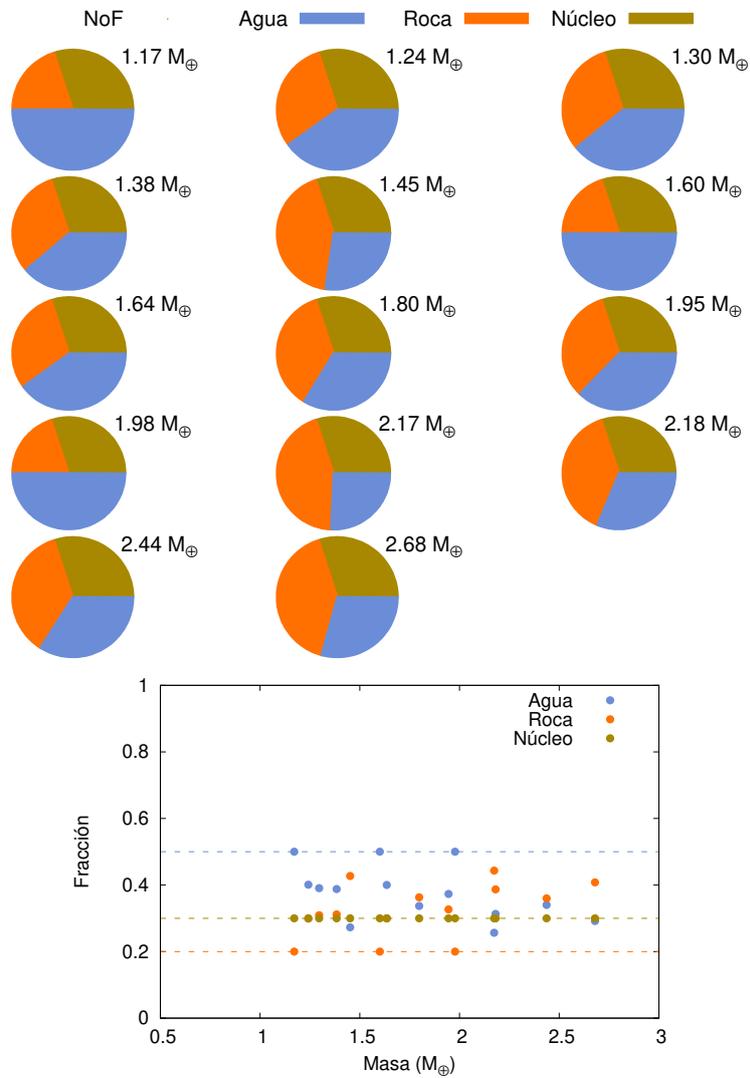


Figura 5.20: Planetas clase B para el conjunto de simulaciones NoF. En la parte superior de la figura podemos encontrar los distintos planetas formados ordenados por el valor de su masa final. El código de colores indican las diferentes fracciones de agua, roca y núcleo. En la parte inferior, para cada planeta graficamos las fracciones de los reservorios previamente mencionadas en función de la masa final. Las líneas punteadas de color celeste, naranja y marrón indican las fracciones iniciales de agua, roca y núcleo, respectivamente.

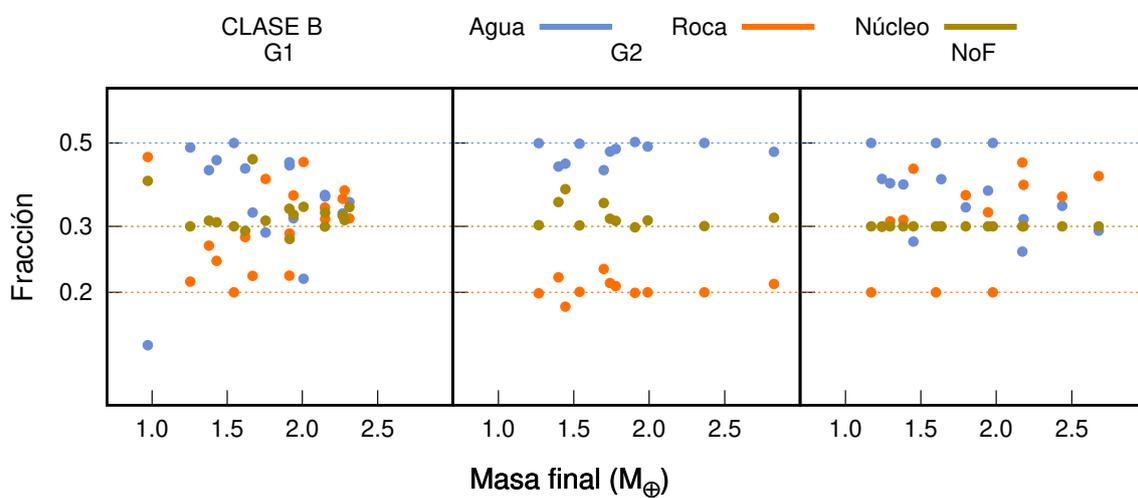


Figura 5.21: Fracciones finales de los reservorios núcleo, roca y agua en función de la masa final para los planetas clase B de los conjuntos de simulaciones G1, G2 y NoF. Las líneas punteadas de color celeste, marrón y naranja indican las fracciones iniciales de dichos planetas.



6. Resultados: Escenario II

Análogamente al Escenario I, en este capítulo, mostraremos un estudio detallado sobre los resultados generales obtenidos de las simulaciones numéricas para el Escenario II que modelan la evolución dinámica de sistemas compuestos solamente por embriones terrestres en ausencia de gigantes gaseosos tal como fueron presentados en la sección 4.2 del capítulo 4. En particular, realizaremos un análisis comparativo entre las simulaciones de N-cuerpos que incorporan fragmentación y colisiones hit & run con aquellas que suponen que todos los impactos conducen a acreciones perfectas. Centramos nuestro estudio en las propiedades físicas y dinámicas de los planetas similares a los terrestres producidos en la ZH de los sistemas de estudio, analizando el rol de los fragmentos en sus historias evolutivas. Para facilitar la lectura, en la tabla 6.1 se deja un resumen de las etiquetas usadas para identificar los diferentes tipos de simulaciones cuyos resultados son presentados a continuación.

Prefijo	Descripción	N° de simulaciones
F1	Embriones planetarios - $M_{\min} = 0.018 M_{\oplus}$	24
F2	Embriones planetarios - $M_{\min} = 0.0018 M_{\oplus}$	24
NoF	Embriones planetarios - Sin fragmentación	24

Cuadro 6.1: Convención de nombres utilizada en para el Escenario II.

6.1 Análisis general

Como punto de partida, y análogamente al capítulo 5, empezamos analizando la frecuencia de ocurrencia de los diferentes tipos de colisión presentados en el capítulo 3

en todas las simulaciones de N-cuerpos que incluyen fragmentación. En efecto, la figura 6.1 muestra los porcentajes de los diferentes tipos de colisión que experimentaron los embriones planetarios en los conjuntos F1 y F2, los cuales son ilustrados con barras azules y verdes, respectivamente. Tal figura nos permite observar dos importantes resultados. Por un lado, la frecuencia de colisión no parece ser sensible a la masa mínima individual de los fragmentos M_{\min} , ya que no existen diferencias substanciales con respecto al porcentaje de tipos de colisión entre los conjuntos de simulaciones F1 y F2. Por otro lado, las colisiones muestran una distribución bimodal en ambos escenarios, donde la mayoría de ellas se agrupan en acreción perfecta ($\sim 48\%$) y hit & run ($\sim 30\%$). Vale la pena aclarar que este porcentaje también tiene en cuenta las colisiones hit & run erosivas.

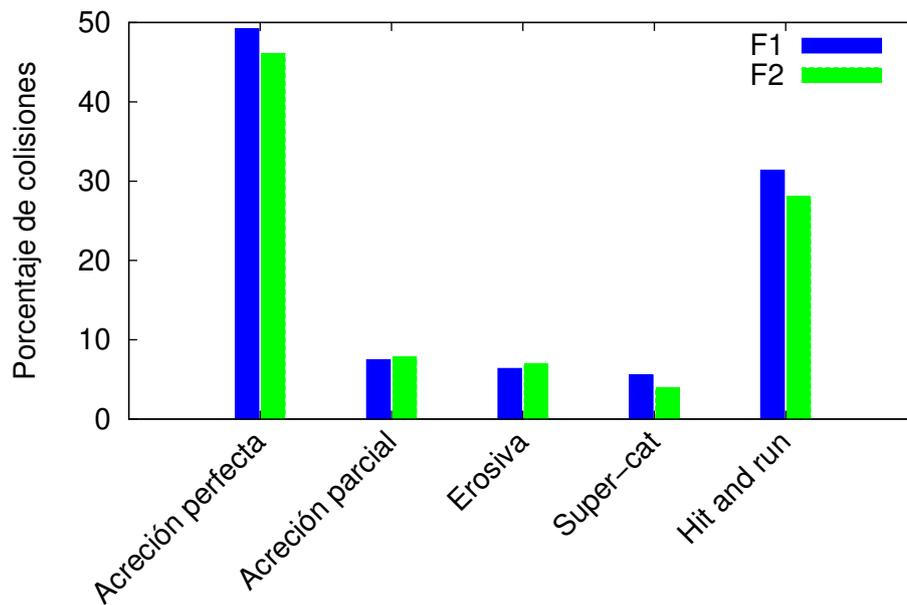


Figura 6.1: Histograma comparativo para los diferentes regímenes de colisión y sus respectivos porcentajes de ocurrencia para los escenarios F1 (barras azules) y F2 (barras verdes). Es importante señalar que las colisiones consideradas para construir estos histogramas incluyen sólo impactos gigantes entre los embriones planetarios, es decir, las colisiones entre embriones y fragmentos no se tuvieron en cuenta. Por otra parte, destacamos que el porcentaje asociado a las colisiones hit & run incluye los denominados hit & run erosivos.

Los porcentajes de encuentros hit & run derivados de los conjuntos F1 y F2 son significativamente más bajos que los presentados en el capítulo anterior y en los trabajos desarrollados por Genda et al. (2012) y Chambers (2013), quienes obtuvieron un valor de $\sim 45\%$. Consideramos que esta diferencia podría atribuirse a que en estos tres diferentes estudios se cuentan con la presencia de planetas gigantes externos análogos a Júpiter y Saturno, lo que favorece la excitación dinámica de los embriones planetarios, aumentando el ángulo de impacto.

Finalmente, el $\sim 20\%$ restante de las colisiones experimentadas por los embriones en los conjuntos F1 y F2 resultan en acreciones parciales, impactos erosivos y colisiones súper

catastróficas. Una consecuencia lógica de estos últimos tipo de colisiones es la generación de fragmentos, que pueden conducir a aumentos substanciales en el número de cuerpos en una dada simulación numérica. Debido a esto, consideramos que es muy interesante estudiar la evolución temporal del número de cuerpos de un sistema en función de la masa mínima individual de los fragmentos M_{\min} .

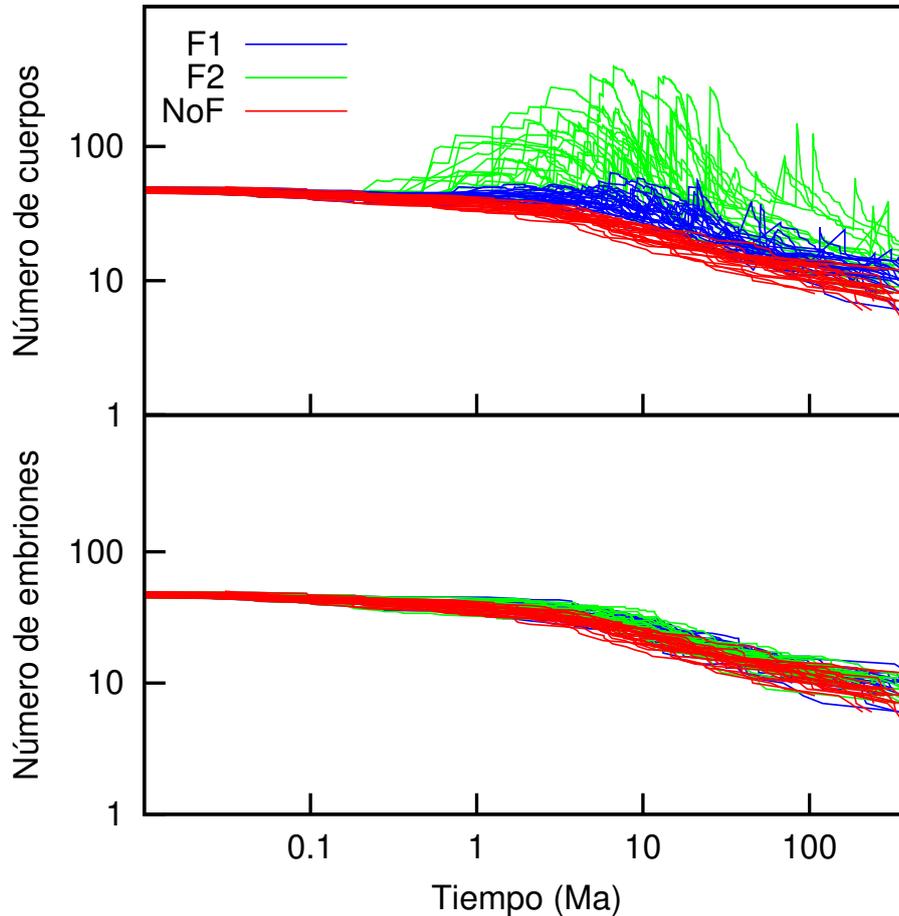


Figura 6.2: Panel superior: Evolución temporal del número de cuerpos (embriones y fragmentos) en el sistema para el conjunto de simulaciones F1 (curvas azules), F2 (curvas verdes) y NoF (curvas rojas). Panel inferior: Al igual que en el panel superior pero sólo considerando la evolución temporal de los embriones en el sistema.

En este sentido, el panel superior de la figura 6.2 muestra la evolución temporal del número total de cuerpos de las simulaciones numéricas para los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF, que se ilustran como curvas de color azul, verde y roja, respectivamente. Como era de esperarse las curvas asociadas con las simulaciones NoF exhiben una tendencia estrictamente descendente ya que todas las colisiones se trataron como acreciones perfectas. En términos generales, el número total de cuerpos en las simulaciones numéricas de dicho conjunto alcanzó la mitad de su valor inicial en aproximadamente 10 Ma. La situación es más compleja para los escenarios F1 y F2. Por un lado, las curvas azules asociadas con el conjunto F1 también muestran una tendencia decreciente, que se interrumpe cuando se producen colisiones generadoras de fragmentos. Estos eventos producen

‘saltos’ instantáneos en la evolución temporal del número de cuerpos de las simulaciones numéricas. Tales incrementos resultan ser más significativos en las simulaciones F2 ya que cuanto menor es el valor de M_{\min} , mayor es el número de fragmentos generados en los diferentes eventos de impacto.

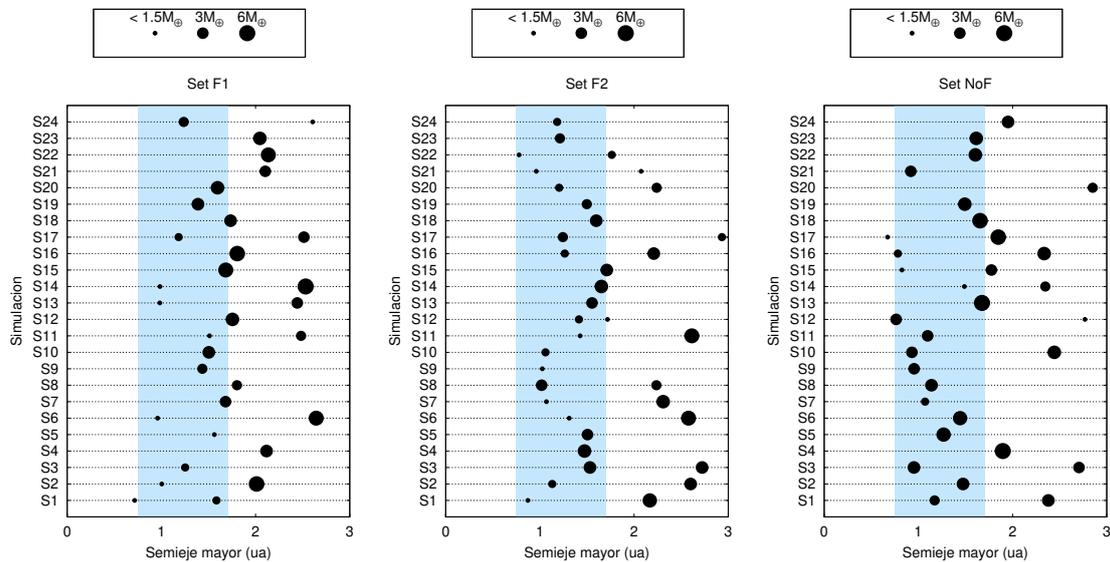


Figura 6.3: Sistemas planetarios producidos en el conjunto de simulaciones de N-cuerpos F1 (panel izquierdo), F2 (panel medio), y NoF (panel derecho) después de 400 Ma de evolución. Los círculos negros representan los planetas formados en las diferentes simulaciones numéricas. El tamaño de los puntos se escala con la masa del planeta de acuerdo a lo indicado en el margen superior de la figura. La zona sombreada celeste ilustra en los diferentes paneles la región de la ZH derivada por Kopparapu et al. (2013b).

El número de fragmentos por simulación generados en las corridas F1 oscila entre 15-77. Del número total de fragmentos generados, las erosiones y las acreciones parciales producen entre 1-77 fragmentos, mientras que las colisiones súper catastróficas producen entre 1-50 fragmentos. Para el conjunto de simulaciones F2, el número de fragmentos generados oscila entre 148-791. En este caso, las erosiones y las acreciones parciales producen entre 1-242 fragmentos, mientras que las colisiones súper catastróficas producen entre 30-231 fragmentos. Es importante señalar que la cantidad de fragmentos generados en una colisión depende en gran medida de la masa total involucrada en la misma. Por lo tanto, es posible tener más fragmentos generados a partir de una acreción parcial que a partir de una colisión súper catastrófica. Varias colisiones que involucran cuerpos de gran masa terminan en colisiones de tipo acreción parcial que conducen a una generación de fragmentos considerablemente más numerosa.

El panel inferior de la figura 6.2 muestra que la evolución temporal del número de embriones en simulaciones con fragmentación es algo más lenta que la obtenida en simulaciones numéricas sin fragmentación. Sin embargo, en términos generales, el proceso de fragmentación no parece jugar un rol importante en la evolución en el tiempo del número de embriones en el sistema.

La figura 6.3 ilustra los sistemas planetarios resultantes de las simulaciones F1 (panel izquierdo), F2 (panel central) y NoF (panel derecho) después de 400 Ma de evolución.

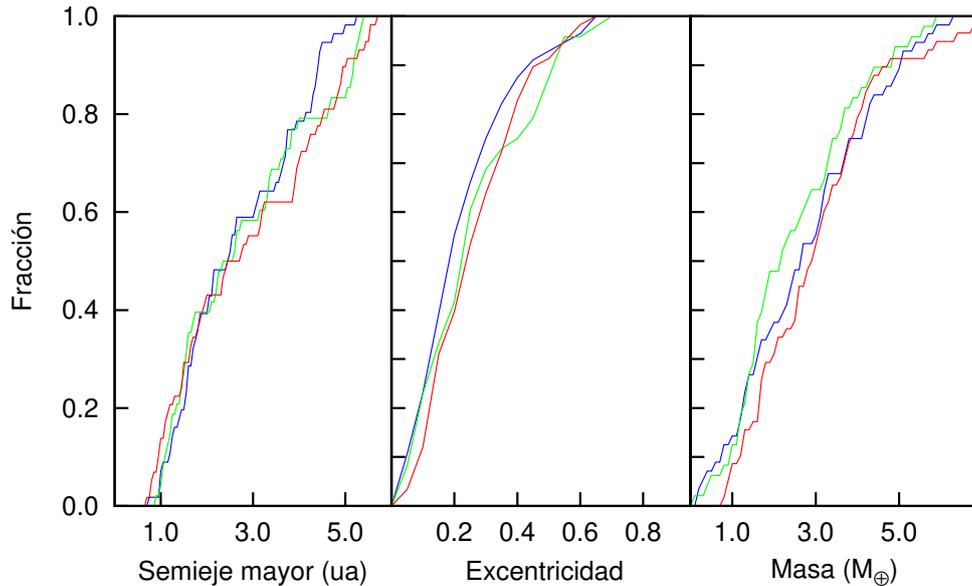


Figura 6.4: Distribución acumulada del semieje mayor (panel izquierdo), excentricidad (panel medio), y masa (panel derecho) para todos los planetas que sobreviven en el conjunto de simulaciones F1 (azul), F2 (verde) y NoF (rojo).

Los planetas formados en los diferentes conjuntos de simulaciones se muestran mediante círculos negros cuyos tamaños se escalan con su masa. En términos generales, las simulaciones numéricas de los conjuntos F1 y F2 produjeron planetas menos masivos que los obtenidos en simulaciones sin fragmentación. Este resultado es más evidente sobre la ZH del sistema. Estas diferencias observadas en los planetas formados en las diferentes regiones del sistema nos invitan a estudiar en detalle sus propiedades físicas y orbitales en los tres diferentes conjuntos de simulaciones numéricas.

Los paneles izquierdo, medio y derecho de la figura 6.4 ilustran la distribución acumulada del semieje mayor, la excentricidad y la masa de todos los planetas que sobreviven en las simulaciones asociadas con los conjuntos de simulaciones F1 (azul), F2 (verde) y NoF (rojo), respectivamente. En términos generales, las curvas representadas en los tres paneles muestran tendencias similares, pero ciertas características distintivas se pueden observar a partir de una mirada más detallada. Por un lado, el panel izquierdo muestra que la fracción de planetas que sobreviven con un semieje mayor $a \lesssim 3$ ua es comparable en los conjuntos F1, F2 y NoF. Sin embargo, la fracción de planetas con un semieje mayor $a \lesssim 1$ ua es ligeramente mayor en el conjunto de simulaciones sin fragmentación. En cuanto a la distribución de excentricidad, el panel central de la figura 6.4 muestra que la fracción de planetas con excentricidades orbitales bajas producidas en simulaciones de N-cuerpos con fragmentación es mayor que aquellas asociadas con simulaciones que sólo consideran acreciones perfectas. De hecho, el 20% (10%) de los planetas que sobrevivieron en cada uno de los conjuntos F1 y F2 (NoF) muestran una excentricidad orbital menor que 0.1. La distribución de la masa de los planetas también ofrece resultados interesantes. De hecho, el panel derecho de la figura 6.4 muestra que, en términos generales, las simulaciones con fragmentación formaron planetas con masas inferiores a las obtenidas en corridas sin fragmentación.

Estos resultados son consistentes con los obtenidos en el capítulo anterior y con aquellos

derivados por Chambers (2013), los cuales muestran que los planetas finales tienen masas y excentricidades algo más pequeñas cuando se incluye un tratamiento más realista en los procesos de colisión. Sin embargo, es importante mencionar que el estudio presentado por nosotros en el Escenario I así como también las investigaciones realizadas por Chambers (2013) tuvieron en cuenta los efectos de planetas gigantes externos en la evolución de un sistema. De acuerdo con esto, los resultados concernientes a las distribuciones de masa y excentricidad de los planetas formados en simulaciones con y sin fragmentación pueden extenderse a sistemas con diferentes escenarios dinámicos.

La figura 6.5 muestra la velocidad de impacto relativa escalada a la velocidad de escape mutua $v_{\text{imp}}/v_{\text{esc}}$ en función del cociente de masas entre el proyectil y blanco m_p/M_t para el conjunto de simulaciones F1 (círculos azules) y F2 (círculos verdes). Este cociente corresponde a impactos gigantes en planetas análogos a la Tierra. Vale la pena recordar que los planetas análogos a la Tierra se definen como aquellos cuerpos que tienen una masa final mayor de $0.5 M_{\oplus}$ y un semieje mayor final entre 0.75 ua y 1.5 ua (Quintana et al., 2016). Nuestro estudio muestra que la mayoría de las colisiones se producen a velocidades de impacto $v_{\text{imp}} \lesssim 2.0v_{\text{esc}}$ para valores de m_p/M_t entre 0.009 y 1. De acuerdo con esto, observamos dos consideraciones importantes. Por un lado, las colisiones a tales velocidades para valores de m_p/M_t entre 0.05 y 1 son consistentes con las obtenidas por Quintana et al. (2016), quienes demostraron que los eventos de impacto que involucran cuerpos de masa comparable tienen velocidades de impacto v_{imp} que son 1-2 veces la velocidad de escape mutua v_{esc} . Por otro lado, las colisiones con $v_{\text{imp}} \lesssim 2.0v_{\text{esc}}$ para valores de m_p/M_t entre 0.009 y 0.05 no se observaron en las simulaciones numéricas realizadas por Quintana et al. (2016). De hecho, tales autores sugirieron que los impactores más pequeños sobre embriones más masivos alcanzan velocidades de impacto v_{imp} entre 2-5 veces la velocidad de escape mutua v_{esc} . Nosotros atribuimos esta discrepancia a las diferencias entre el escenario de estudio propuesto en nuestra investigación y el asociado con el trabajo de Quintana et al. (2016). De hecho, mientras nosotros analizamos la formación y evolución de planetas terrestres en ausencia de planetas gigantes alrededor de estrellas similares al Sol, los sistemas estudiados por Quintana et al. (2016) incluyeron los efectos de planetas exteriores análogos a Júpiter y Saturno. Finalmente, la figura 6.5 muestra que no hay una clara distinción entre los conjuntos de simulaciones F1 y F2 en lo que respecta al cociente $v_{\text{imp}}/v_{\text{esc}}$ para todo el rango de valores asociados con la razón de masas m_p/M_t .

Finalmente, analizamos las propiedades físicas de los planetas producidos en los diferentes conjuntos de simulaciones de N-cuerpos de nuestro escenario de trabajo. En este sentido, la figura 6.6 muestra la masas finales de los planetas formados en las simulaciones F1 (círculos azules), F2 (círculos verdes) y NoF (círculos rojos) en función del semieje mayor final después de 400 Ma de evolución. Como ya hemos mencionado en nuestro análisis de la figura 6.4, la masa de los planetas resultantes de las simulaciones NoF es algo mayor que la obtenida para los conjuntos de simulaciones F1 y F2. Este es un resultado natural ya que no hay pérdida de masa en las colisiones de las simulaciones NoF, todas las cuales fueron tratadas como acreciones perfectas. De hecho, por un lado, el planeta más masivo resultante de nuestros experimentos numéricos tiene $6.6 M_{\oplus}$ y se produce a partir de una simulación NoF. Por otro lado, los planetas menos masivos de nuestro estudio se forman a partir de experimentos de N-cuerpos que incluyen fragmentación. De hecho, el conjunto de simulaciones F1 (F2) produce un planeta con una masa final de $0.18 M_{\oplus}$ ($0.4 M_{\oplus}$). Una característica distintiva observada en la figura 6.6 está relacionada con la

existencia de una gran cantidad de planetas con masas superiores a $1 M_{\oplus}$ en todas nuestras simulaciones de N-cuerpos, independientemente del tratamiento colisional. En este sentido, es importante señalar que tales planetas, que se produjeron en ausencia de gigantes, son significativamente más masivos que los obtenidos en el Escenario I presentado en el capítulo anterior donde se incluyó la presencia de planetas gigantes externos.

La zona celeste sombreada de la figura 6.6 representa la ZH adoptada en la presente investigación, que corresponde a la estimación optimista derivada de Kopparapu et al. (2013b). De acuerdo con esto, una gran cantidad de planetas sobrevivieron en la ZH del sistema en las simulaciones F1, F2 y NoF después de 400 Ma de evolución. Dichos planetas son de gran interés debido a su potencial habitabilidad, por lo cual se realiza un análisis detallado sobre sus propiedades físicas y orbitales en la siguiente sección.

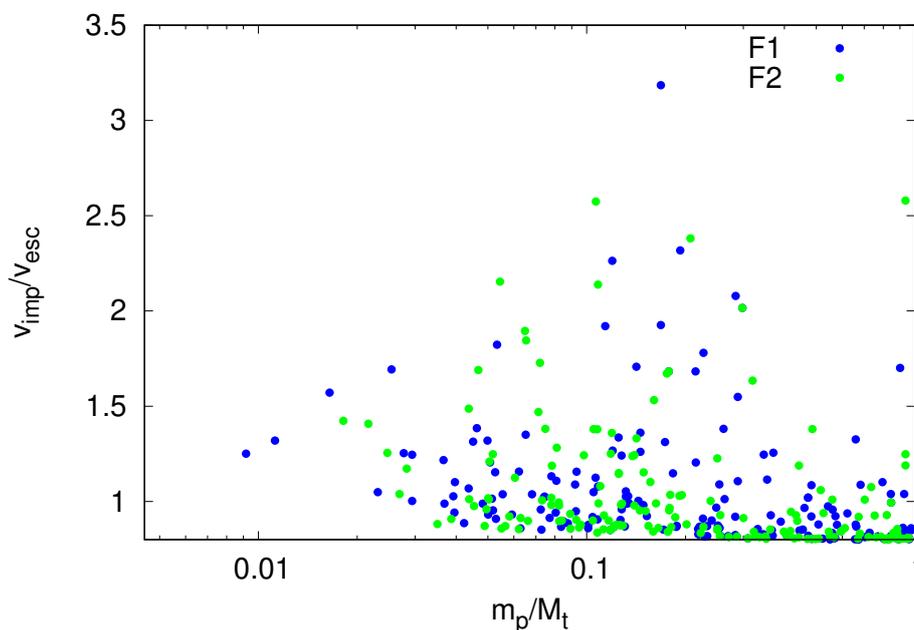


Figura 6.5: Velocidad de impacto escalada a la velocidad de escape mutua en función del cociente de masas entre proyectil y blanco en simulaciones con fragmentación. Sólo se consideran impactos en objetos análogos a la Tierra.

6.2 Planetas sobrevivientes en la ZH

En la presente sección, estudiamos la formación, evolución y propiedades físicas de los planetas que sobrevivieron en la ZH del sistema en los conjuntos de simulaciones de N-cuerpos, F1, F2 y NoF.

6.2.1 Propiedades generales

En primer lugar, es imprescindible analizar la región de formación de un planeta que sobrevivió en la ZH para comprender sus propiedades físicas finales. De hecho, nosotros debemos distinguir dos tipos diferentes de planetas que sobreviven en la ZH en el conjunto de simulaciones F1, F2 y NoF. Dicha clasificación se basó en la ubicación inicial de esos

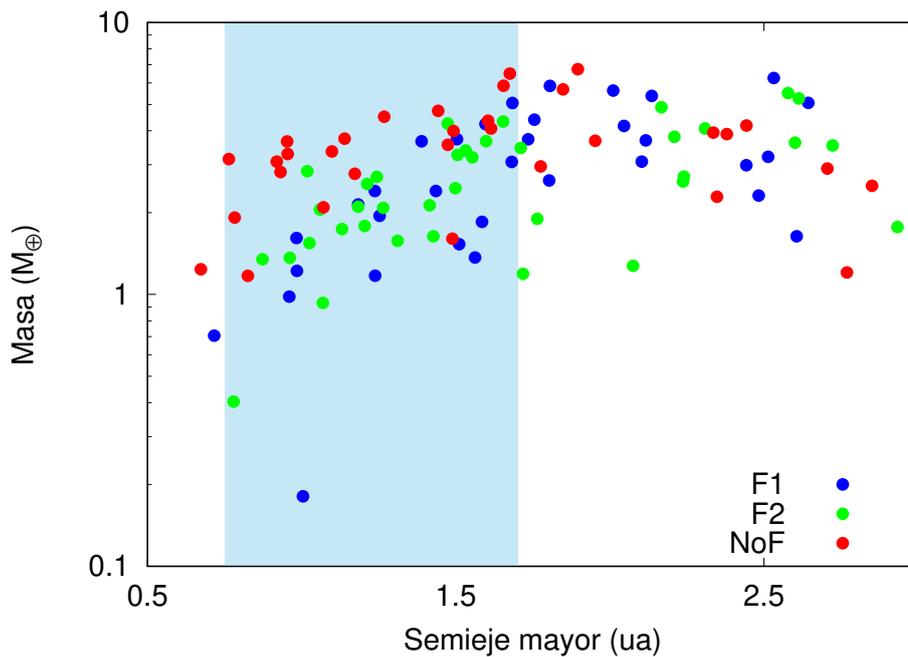


Figura 6.6: Masa final de los planetas después de 400 Ma de evolución en función del semieje mayor para los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF. Los planetas formados en los experimentos F1 (F2) están representados por círculos de color azul (verde), mientras que los producidos en el conjunto NoF están ilustrados por círculos de color rojo. La zona sombreada color celeste representa la ZH para una estrella de tipo solar, la cual corresponde con la estimación optimista derivada por Kopparapu et al. (2013b).

planetas en el disco. Al igual que en el capítulo anterior, llamamos planetas clase A (clase B) a aquellos cuya semilla de acreción comenzó la simulación dentro (más allá) de la línea de hielo. Tal como se describió en el capítulo 4, los planetas clase A presentan muy bajos contenidos primordiales de agua mientras que los planetas clase B poseen muy altos porcentajes de agua en masa. Esta propiedad será crucial en la determinación de las propiedades físicas finales de la amplia diversidad de planetas que pueden formarse en la ZH.

La figura 6.7 muestra el número de planetas clase A y clase B normalizados al número total de planetas que sobreviven en la ZH para los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF. Por un lado, las fracciones de los planetas clase A y clase B formados en los tres conjuntos diferentes de simulaciones numéricas son similares. Por otro lado, la fracción de planetas de clase A (B) producidos en cada conjunto de simulaciones de N-cuerpos es menor que 0.2 (mayor que 0.8). Según esto, la mayoría de los planetas que sobrevivieron en la ZH en todos nuestros experimentos de N-cuerpos tuvieron sus semillas de acreción ubicadas inicialmente más allá de la línea de hielo desde donde migraron hacia regiones más internas debido a las interacciones gravitacionales con la población de embriones planetarios. Por lo tanto, decidimos centrar nuestra investigación en las propiedades físicas y dinámicas de los planetas clase B formados en los tres conjuntos diferentes de simulaciones numéricas.

Los planetas clase B mostraron historias evolutivas diferentes en simulaciones con y sin fragmentación, por lo que es interesante analizar cómo crecieron dichos planetas

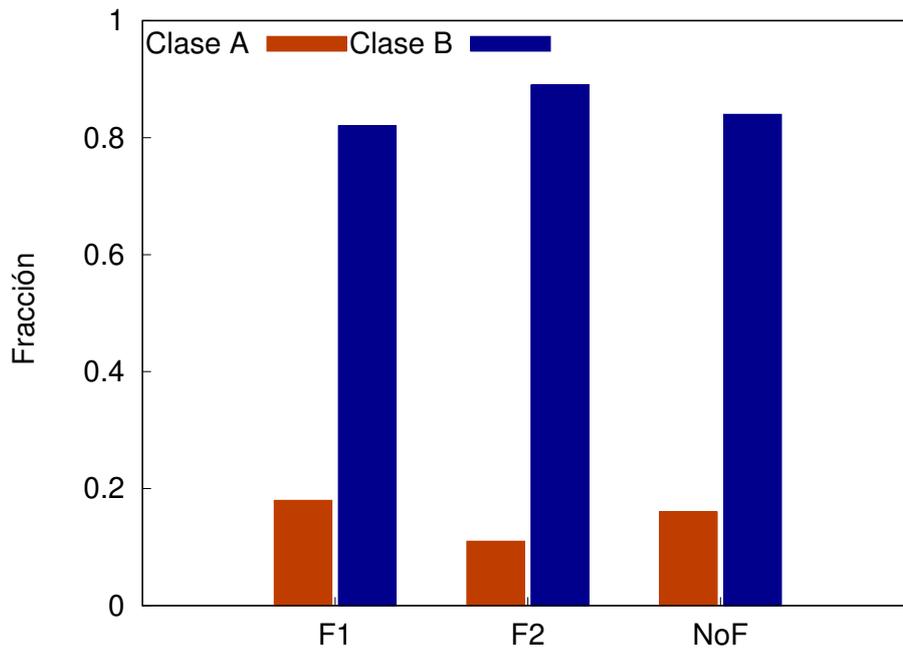


Figura 6.7: Fracción de planetas que sobrevivieron en la ZH luego de 400 Ma de evolución en los diferentes conjuntos de experimentos de N-cuerpos. Las barras color naranja (azul) representan los planetas de la ZH clase A (clase B).

a lo largo de 400 Ma de evolución. La figura 6.8 ilustra la evolución en el tiempo de la masa de los planetas clase B formados en simulaciones F1, F2 y NoF. Por un lado, el panel inferior, que está asociado con el conjunto NoF, muestra curvas estrictamente crecientes con el tiempo ya que todas las colisiones de este conjunto se trataron como acreciones perfectas. Por otro lado, los paneles superior y medio representan nuestros resultados con respecto a la evolución temporal de la masa de los planetas clase B en simulaciones F1 y F2, respectivamente, los cuales adoptaron el tratamiento colisional más realista. De acuerdo con esto, no todas las colisiones experimentadas por los planetas resultantes de estas simulaciones fueron acreciones perfectas. Sin embargo, las curvas ilustradas en el panel superior y medio de la figura 6.8 se ven como funciones crecientes a lo largo del tiempo. En efecto, si bien la mayoría de las colisiones experimentadas por los planetas clase B en simulaciones F1 y F2 fueron acreciones perfectas y parciales, los mismos experimentaron muy pocos impactos erosivos a lo largo de toda la evolución. Tales colisiones, que conducen a una pérdida de masa, no son posibles de observarse debido a la escala de los paneles superior y medio de la figura 6.8.

Los tres paneles diferentes de la figura 6.8 también muestran que las masas de los planetas clase B formados en simulaciones que incluyen fragmentación son algo más bajas que las asociadas con planetas clase B producidos en experimentos numéricos sin fragmentación. El panel superior (medio) indica que los planetas clase B que resultaron de simulaciones F1 (F2) tienen masas que van desde 0.98 (0.93) M_{\oplus} a 5.05 (4.30) M_{\oplus} , mientras que el panel inferior muestra que las masas de los planetas clase B producidos en simulaciones NoF oscilan entre $1.60 M_{\oplus}$ y $6.5 M_{\oplus}$. Es importante remarcar que la contribución de los fragmentos a la masa final de los planetas clase B no es significativa.

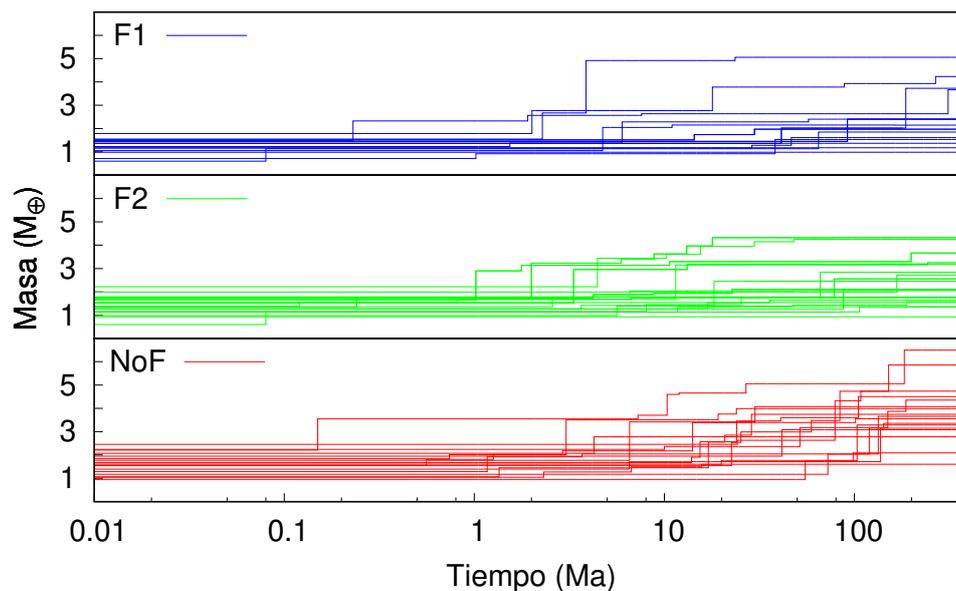


Figura 6.8: Evolución en el tiempo de la masa de los planetas clase B que sobreviven en la ZH después de 400 Ma de evolución. Las curvas, azules, verdes y rojas representan los planetas de los conjuntos de simulaciones F1, F2, y NoF, respectivamente.

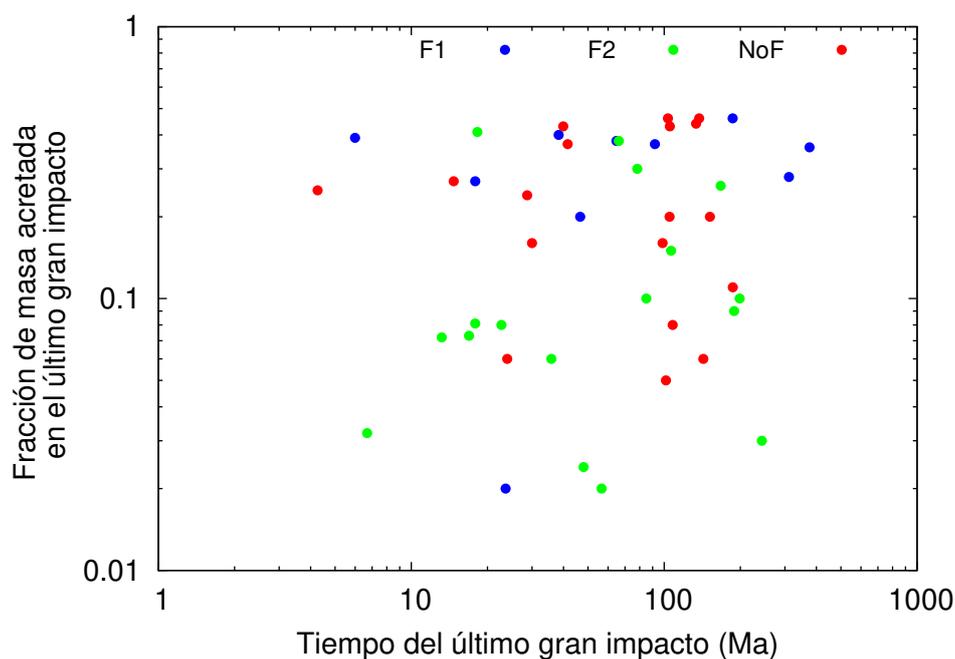


Figura 6.9: Fracción de masa acreetada por los planetas clase B durante el último impacto gigante como función del tiempo. Los puntos azules, verdes y rojos corresponden a los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF, respectivamente.

La figura 6.9 muestra la fracción de masa acreetada en el último impacto gigante en función del tiempo para los planetas clase B producidos en los conjuntos de simulaciones F1 (círculos azules), F2 (círculos verdes) y NoF (círculos rojos). Dicha figura nos permite

observar dos resultados importantes. Por un lado, en términos generales, el valor máximo asociado con el tiempo del último impacto gigante es ligeramente mayor en las simulaciones numéricas que incluyen fragmentación. Este resultado es consistente con el panel inferior de la figura 6.2 que muestra que la evolución temporal del número de embriones es algo más lenta en las simulaciones que incluyen fragmentación. Por otro lado, los planetas clase B producidos en simulaciones F1 acretaron principalmente grandes fracciones de masa en los últimos impactos gigantes, que van desde 0.2 a 0.46. Sin embargo, la fracción de masa acretada en el último impacto gigante por los planetas clase B en el conjunto de simulaciones F2 (NoF) cubre un rango más amplio con valores entre 0.02 y 0.41 (0.05 y 0.46). Al observar la historia colisional de estos planetas con más detalle, observamos que predominan las acreciones perfectas en el último impacto gigante para el conjunto de simulaciones F1, mientras que las acreciones parciales son el resultado más común en el conjunto F2 en lo que respecta al último gran impacto. Este resultado pone en evidencia que la historia colisional de los planetas clase B parece depender de la masa mínima permitida para los fragmentos M_{\min} . Esto plantea el desafío de determinar de manera más fehaciente dicha correlación cubriendo un rango más amplio de condiciones iniciales y apoyándonos en una mejor estadística.

6.2.2 Contenido final de agua de los planetas clase B

Analizar el contenido de agua de los planetas que sobreviven en la ZH de un sistema dado es un tema interesante de estudio, ya que nos permite comprender su potencial habitabilidad.

En nuestros escenarios de trabajo, podemos calcular la fracción de agua de un planeta a lo largo de toda la simulación y determinar cómo cambia con el tiempo debido a las sucesivas colisiones que tal planeta pudo experimentar. En las simulaciones de N-cuerpos que tratan todas las colisiones como acreciones perfectas, la masa total y el contenido de agua se conservan después de cada evento de impacto, por lo cual el cálculo del contenido final de agua del objeto resultante es muy sencillo. Al contrario, para las simulaciones de N-cuerpos con fragmentación, necesitamos un tratamiento más complejo ya que es necesario especificar la cantidad de agua adquirida por el remanente más grande de masa M_r y los fragmentos generados en cada evento de impacto. Para hacer esto, adoptamos el procedimiento presentado en el capítulo anterior, concerniente a la pérdida de agua en cada colisión. En efecto, de acuerdo a Marcus et al. (2010), los modelos adoptados para tal fin se describen a continuación:

- Modelo 1: Asumimos que toda la masa que se escapa inicialmente corresponde al material más liviano (en este caso, el agua) del proyectil y luego del blanco. Finalmente, el material rocoso de tales cuerpos escapa en el mismo orden.
- Modelo 2: Asumimos que la masa que escapa inicialmente corresponde al proyectil. En efecto, consideramos que el agua es lo primero en escapar seguido del material rocoso. Finalmente el agua y el material rocoso del blanco se escapan en el mismo orden.

Para cada colisión, estos modelos nos permiten determinar el contenido de agua del remanente más grande de masa M_r . Luego, el agua y el material rocoso que escapan son

distribuidos equitativamente entre los diferentes fragmentos generados en dicho evento de impacto. Tal como mencionamos en el capítulo anterior, este estudio es desarrollado sobre las bases de un análisis post-proceso.

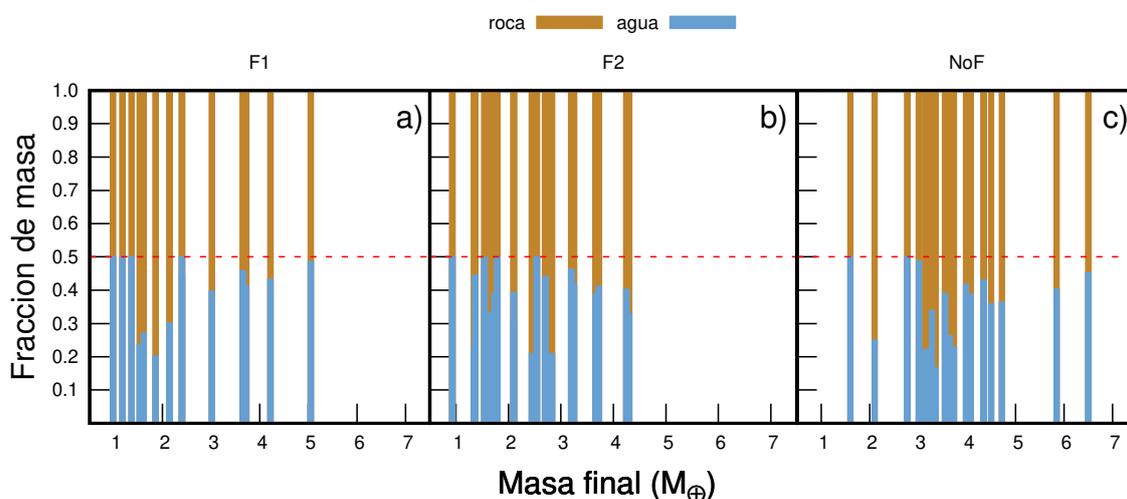


Figura 6.10: Fracción de roca/agua de los planetas clase B después de 400 Ma de evolución para los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF. Las barras de color marrón (azul) indican la fracción de contenido de roca (agua) presente en cada planeta. La línea roja punteada indica la fracción inicial de agua de cada planeta al principio de la simulación.

De lo observado en la figura 6.7, más del 80% de los planetas que sobrevivieron en la ZH del sistema en cada uno de los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF son aquellos definidos como clase B. Dado que este tipo de planetas comenzaron las simulaciones numéricas más allá de la línea de hielo, tienen fracciones iniciales de agua en masa muy altas, que ascienden a 0.5. Un punto muy importante de nuestra investigación es determinar el contenido final de agua adquirido por los planetas clase B formados en simulaciones con y sin fragmentación para comprender la sensibilidad de sus propiedades físicas al modelo colisional adoptado.

La figura 6.10 ilustra las fracciones de roca (barras de color marrón) y agua (barras de color azul) de los planetas clase B formados en los tres conjuntos diferentes de simulaciones numéricas F1 (panel izquierdo), F2 (panel central) y NoF (panel derecho) después de 400 Ma de evolución. La línea discontinua roja horizontal representa la fracción inicial de agua de todos los planetas clase B de nuestras simulaciones.

En particular, el panel derecho de la figura 6.10 indica que los planetas clase B formados en las simulaciones NoF son verdaderamente mundos de agua. De hecho, tales planetas muestran fracciones finales de agua en masa que van desde 0.16 a 0.5 con un valor mediano de 0.38. Este resultado es consistente con estudios previos basados en simulaciones de N-cuerpos sin fragmentación, que analizan las propiedades físicas y orbitales de planetas terrestres en la ZH en ausencia de gigantes gaseosos (por ejemplo de Elía et al., 2013; Ronco y de Elía, 2014; Dugaro et al., 2016; Zain et al., 2018).

Como anticipamos anteriormente, en la presente investigación queremos determinar si la inclusión de un tratamiento colisional más realista en las simulaciones de N-cuerpos podría representar una barrera para la formación de mundos de agua en la ZH. Para hacer esto, inicialmente adoptamos el Modelo 1 previamente definido para describir la evolución

del agua en cada evento de impacto. De hecho, como detallamos en el capítulo anterior, el Modelo 1 asigna menos agua al remanente más grande después de una colisión que el Modelo 2. A partir de esto, los paneles izquierdo y medio de la figura 6.10 ilustran las fracciones finales de roca y agua de los planetas clase B formados en las simulaciones F1 y F2, respectivamente, utilizando el Modelo 1. De acuerdo con esto, las fracciones finales de agua en masa de los planetas clase B producidos en las simulaciones F1 (F2) varían de 0.2 (0.21) a 0.5 (0.5) con un valor mediano de 0.44 (0.4). Una vez hecho esto, utilizamos el Modelo 2 para analizar la evolución del agua en cada colisión y recalculamos la fracción final de agua en masa de los planetas clase B formados en simulaciones F1 y F2. Nuestros resultados muestran que el contenido final de agua de los planetas clase B no parece ser sensible a los modelos utilizados en la presente Tesis Doctoral para describir la transferencia de agua en cada evento de impacto. En este sentido, nuestros resultados indican que la alta fracción final de agua en masa de los planetas clase B producida en los conjuntos de simulaciones F1 y F2 está determinada fundamentalmente por el contenido de agua primordial.

La figura 6.10 también nos permite observar un resultado interesante sobre la masa final y el contenido de agua de los planetas clase B formados en nuestras simulaciones. De hecho, el panel izquierdo y medio muestran que las simulaciones que incluyeron un tratamiento colisional más realista formaron más planetas clase B con masas $\lesssim 2.0 M_{\oplus}$ que aquellas simulaciones que sólo consideran acreciones perfectas, las cuales están representadas en el panel derecho. A partir de esto, nuestros resultados indican que la fragmentación desempeñó un rol clave en la formación de planetas análogos a la Tierra con un muy alto contenido final de agua. Vale la pena remarcar que la inclusión de mejoras en el modelo colisional permite obtener una mejor distribución de la masa y contenido de agua finales de los planetas que sobreviven en la ZH.

La tabla 6.2 muestra un resumen de las propiedades físicas de los planetas clase B formados en los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF usando el Modelo 1.

Nombre	# Plan.	Clase B	Masas	Mediana	Fr. agua	Mediana
F1	17	14	0.98 - 5.05 [M_{\oplus}]	2.27 [M_{\oplus}]	0.20 - 0.50	0.44
F2	23	20	0.93 - 4.30 [M_{\oplus}]	2.28 [M_{\oplus}]	0.21 - 0.50	0.40
NoF	19	16	1.60 - 6.5 [M_{\oplus}]	3.63 [M_{\oplus}]	0.22 - 0.50	0.38

Cuadro 6.2: Número total de planetas de la ZH (columna 2), número de planetas clase B (columna 3), rango de masas de los planetas clase B (columna 4) y su valor mediano (columna 5), rango de valores asociados con la fracción de agua en masa de los planetas clase B (columna 6) y su valor mediano asociado (columna 7). Los contenidos de agua computados en la presente tabla fueron obtenidos a partir del Modelo 1.

6.2.3 Estructura y composición de los planetas clase B

Al igual que en el capítulo anterior, en esta sección presentamos los resultados concernientes a la evolución de la estructura y composición final de los planetas clase B. Como mencionamos anteriormente, el tratamiento propuesto para el desarrollo de esta línea de investigación está basado en un análisis realizado post-proceso.

Tal como describimos en el capítulo anterior, nosotros asumimos que todos los embriones planetarios comienzan la simulación diferenciados en dos estructuras: un manto y un núcleo. En todos nuestros experimentos de N-cuerpos, la fracción inicial de manto (núcleo) es de 0.7 (0.3) para todos los cuerpos que componen el sistema. En particular, el manto es modelado con una capa de roca y una capa agua, cuyas fracciones iniciales individuales dependerán de la posición inicial del cuerpo respecto de la línea de hielo. De acuerdo con esto, podemos asumir que cada embrión planetario comienza la simulación compuesto de tres diferentes reservorios, cuyas fracciones iniciales son detalladas a continuación:

$$\text{Embriones internos a la línea de hielo} = \begin{cases} \text{Agua} & 0.01\% \\ \text{Roca} & 69.99\% \\ \text{Núcleo} & 30\% \end{cases}$$

$$\text{Embriones externos a la línea de hielo} = \begin{cases} \text{Agua} & 50\% \\ \text{Roca} & 20\% \\ \text{Núcleo} & 30\% \end{cases}$$

En la figura 6.11 podemos observar una representación esquemática sobre las diferentes estructuras propuestas para los embriones planetarios localizados inicialmente dentro y fuera de la línea de hielo.

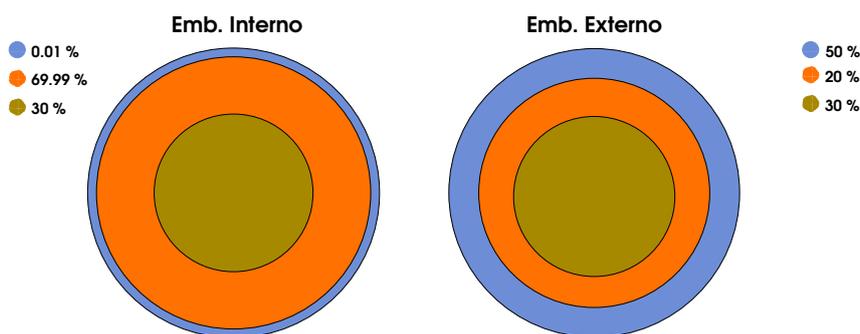


Figura 6.11: Modelos de estructuras internas para los embriones planetarios que comienzan la simulación dentro (izquierda) y fuera (derecha) de la línea de hielo. Los colores marrón, naranja y celeste ilustran la fracción inicial de núcleo, roca, y agua en masa, respectivamente.

Las diferentes fracciones que componen a los planetas van a estar modificadas con cada impacto recibido a lo largo de su historia evolutiva. Vale la pena recordar que estamos

desarrollando una investigación, la cual está basada en un análisis comparativo entre un modelo simple que sólo asume mezclas perfectas y otro más complejo que incluye un tratamiento colisional realista. En ambos casos, luego de cada colisión, debemos ensamblar el cuerpo resultante a partir de los diferentes reservorios individuales de cada objeto participante del evento con un cierto orden hasta llegar a su masa final. En corridas sin fragmentación, el procedimiento es sencillo ya que las masas de agua, roca y núcleo de cada cuerpo se suman entre sí para formar el objeto resultante. En simulaciones con fragmentación, el tratamiento es más complejo ya que debemos definir un modelo de ensamblado. En particular, el procedimiento adoptado para llevar a cabo esta tarea está basado en una versión modificada del Modelo 1 propuesto por Marcus et al. (2010), el cual fue adaptado para el caso de tres estructuras. A continuación resumimos el orden del esquema de ensamblado:

- I Núcleo del blanco
- II Núcleo del proyectil
- III Manto de roca del blanco
- IV Manto de roca del proyectil
- V Manto de agua del blanco
- VI Manto de agua del proyectil

Recordemos que en aquellas colisiones donde exista la generación de fragmentos, la masa sobrante de cada reservorio que no sea acretaada por el remanente más grande es repartida en forma equitativa entre los fragmentos generados.

Como hemos mencionado en secciones anteriores, en aquellas simulaciones sin fragmentación donde todas las colisiones conducen a acreciones perfectas no se registran pérdidas de material, lo que implica que el cuerpo final resultante de una colisión conserve la masa total de los cuerpos interactuantes. De este modo, para el caso de cuerpos diferenciados, las estructuras se suman pudiendo modificarse las fracciones asociadas a cada una debido a colisiones existentes entre embriones dentro y fuera de la línea de hielo. Vale la pena destacar que las fracciones originales de manto y núcleo siempre se mantienen constantes a lo largo de la historia evolutiva de cada planeta formado. Las modificaciones a la que hacemos referencia tienen que ver con las fracciones de roca y de agua que componen al manto. En efecto, si un par de embriones que comienzan la simulación dentro de la línea de hielo colisionan entre sí, las fracciones asociadas a los reservorios de agua, roca y núcleo no son modificadas. Lo mismo ocurre para una colisión asociada con un par de embriones localizados más allá de la línea de hielo al inicio de la simulación. Sin embargo, si el evento de impacto ocurre entre un embrión inicialmente localizado dentro de la línea de hielo con otro que comienza la simulación fuera de la misma, las fracciones originales asociadas a las estructuras de agua y roca se verán modificadas.

En simulaciones con fragmentación debemos esperar una amplia diversidad de resultados ya que los diferentes regímenes de colisión y la generación de fragmentos nos conducirán a posibles modificaciones substanciales en las fracciones asociadas a las diferentes estructuras que componen los cuerpos que participan en la simulación.

La figura 6.12 muestra la evolución temporal de la fracción de agua (paneles superiores), roca (paneles medios) y núcleo (paneles inferiores) para cada planeta clase B para los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF.

En primera instancia, la evolución temporal de la fracción de agua para los tres conjuntos de simulaciones no presenta diferencias significativas entre los mismos. Podemos observar en los paneles superiores de la figura 6.12 que el rango máximo de variación de la fracción de agua es de 0.3, dando como resultado fracciones finales de agua que van desde 0.2 a 0.5. Vale la pena señalar que un planeta particular correspondiente al conjunto F2 presenta un rango de variación mucho mayor debido a que tuvo una historia colisional peculiar. Alrededor de los ~ 25 Ma, dicho planeta recibió una colisión con un cuerpo con un contenido de agua reducido lo que hizo que su fracción de agua disminuya drásticamente. Luego, recibió una serie de impactos con fragmentos ricos en agua generando una forma suave creciente de la fracción de agua hasta los ~ 38 Ma. Por último, dicho objeto tuvo una acreción perfecta con un cuerpo rico en agua a los 66 Ma con lo que su fracción final de agua aumentó hasta posicionarse en el rango general anteriormente mencionado.

En una segunda instancia, los paneles medios de la figura 6.12 muestran la evolución de la fracción de roca en función del tiempo y como se ve modificada con los sucesivos impactos. El rango de variación en este caso para los tres conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF es similar. En efecto, los rangos finales de la fracción de roca oscilan entre 0.2 y ~ 0.46 .

Por último, analizamos la evolución temporal de la fracción del reservorio correspondiente al núcleo para los planetas resultantes en las simulaciones F1, F2 y NoF las cuales están representadas en paneles inferiores en la figura 6.12. En aquellas corridas sin fragmentación no observamos variaciones en función del tiempo para ningún cuerpo, lo que determina que los planetas finales mantienen su fracción de núcleo inicial de 0.3 durante todo el tiempo de integración. Por el contrario, cuando la fragmentación es incluida, la fracción de núcleo sufre modificaciones respecto de su valor inicial. En efecto, los valores asociados con las fracciones finales de núcleo para el conjunto F1 oscilan entre 0.3 y 0.35 mientras que para el conjunto F2 este rango se incrementa oscilando entre 0.3 y 0.4. Observando los tres paneles, la fracción de núcleo presenta diferencias en lo que respecta a los rangos de variación entre los distintos conjuntos de simulaciones como así también diferencias en los valores finales alcanzados por dicha fracción.

Estos resultados ponen en evidencia que usar un modelo más refinado para el tratamiento de las colisiones nos brinda mayores detalles de las propiedades físicas de los planetas formados que el modelo clásico de acreción. De acuerdo con esto, para analizar de forma exhaustiva la estructura interna de un planeta y su historia evolutiva composicional es imperativo tener una herramienta numérica como la presentada en esta Tesis Doctoral.

Las figuras 6.13, 6.14, y 6.15 describen en detalle la estructura composicional final de los planetas clase B formados en los conjuntos de simulaciones NoF, F1 y F2 respectivamente. Si bien los mismos evidencian similitudes apreciables, existen diferencias importantes que valen la pena mencionar para luego ser analizadas.

La parte superior de la figura 6.13 ilustra los planetas clase B resultantes de las simulaciones NoF, los cuales son ordenados de forma creciente según sus masas finales donde el código de color indica las diferentes fracciones de núcleo, roca y agua para cada uno de ellos. En la parte inferior de tal figura, representamos las fracciones finales correspondientes a los reservorios de agua, roca y núcleo como una función de la masa final de cada planeta. Como hemos anticipado, este modelo simple basado en mezclas perfectas ofrece resultados que deben ser evaluados de manera cuidadosa. En efecto, una limitación clara de este modelo está asociada a la imposibilidad de obtener variaciones en

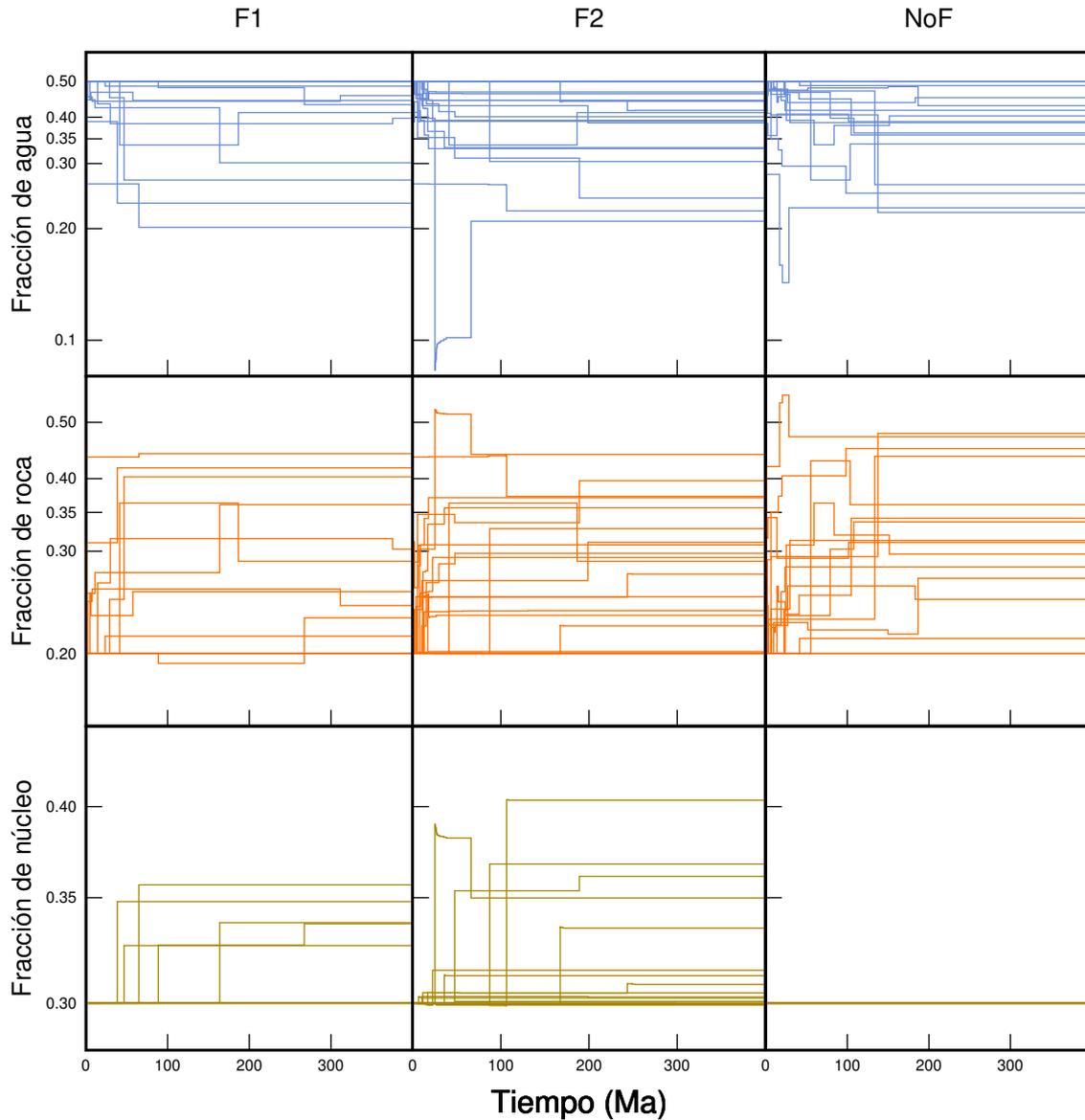


Figura 6.12: Evolución temporal de las diferentes fracciones de los reservorios propuestos para cada planeta clase B de los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF. La evolución de la fracción de agua, roca y núcleo se pueden observar en los paneles superiores, medios e inferiores, respectivamente.

la fracción final del núcleo respecto de su valor inicial. El panel inferior de la figura 6.13 pone en evidencia este resultado así como también los rangos asociados con las fracciones finales de agua y roca, los cuales se ubican entre 0.21 y 0.5, y 0.2 y 0.48, respectivamente.

Del mismo modo, la parte superior de la figura 6.14 muestra los planetas formados en las simulaciones F1, los cuales son representados de forma creciente según sus masas finales siguiendo el mismo código de color delineado en el párrafo anterior para las diferentes estructuras. En la parte inferior de tal figura, ilustramos las fracciones finales correspondientes a los reservorios de agua, roca y núcleo como una función de la masa final de cada planeta. Como podemos apreciar, por un lado, el rango de masas finales se encuentra ente $0.98 M_{\oplus}$ y $5.05 M_{\oplus}$. Por otra parte, los valores para la fracción final de

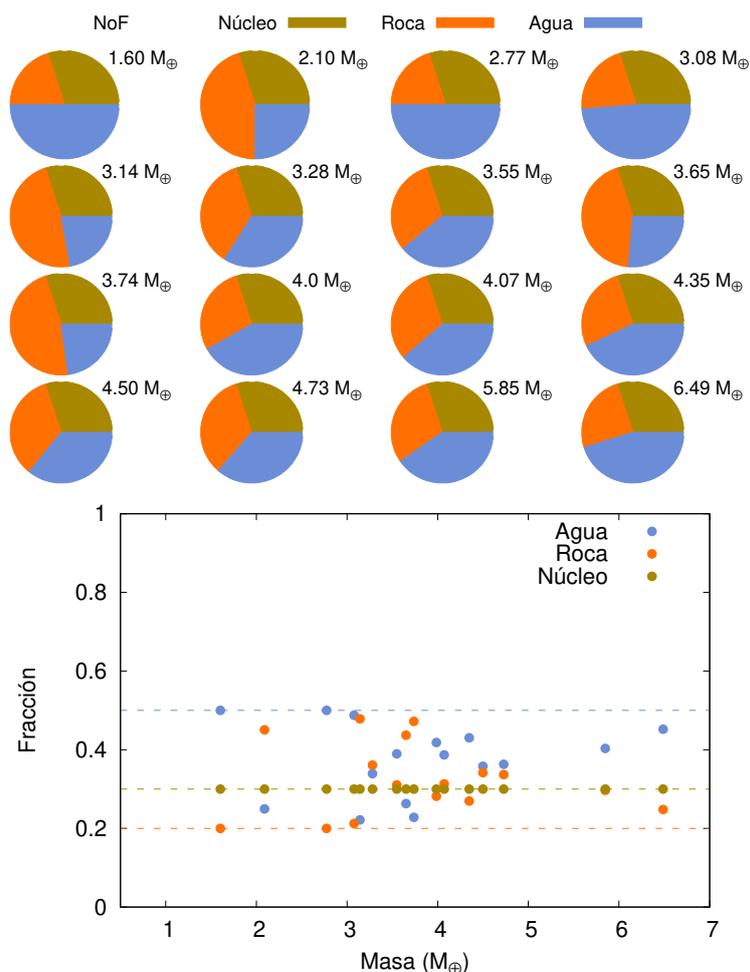


Figura 6.13: Panel superior: Representación esquemática de la estructura interna de los planetas clase B formados en el conjunto de simulaciones NoF. El color azul, naranja y marrón corresponde a los reservorios agua, roca y núcleo, respectivamente. Panel inferior: fracciones finales de agua, roca y núcleo en función de la masa final de cada planeta. Las líneas punteadas de color azul, naranja y marrón indican las fracciones iniciales de agua, roca y núcleo, respectivamente

agua, roca y núcleo están en el rango 0.2-0.5, 0.2-0.45, y 0.3-0.35, respectivamente. Para todo el rango de masas planetarias, un resultado interesante muestra que la dispersión de las diferentes fracciones finales asociadas con los distintos reservorios no varía de forma significativa. De acuerdo con esto, no parece existir un fuerte cambio en las fracciones individuales de agua, roca y manto entre los planetas menos masivos y aquellos más masivos obtenidos en este conjunto de simulaciones.

Los planetas clase B formados en el conjunto de simulaciones F2 están representados en la parte superior de la figura 6.15, los cuales se encuentran nuevamente ordenados según su masa. Tales planetas poseen un rango de masas finales entre $0.93 M_{\oplus}$ y $4.32 M_{\oplus}$ mientras que las fracciones finales de agua (azul), roca (naranja) y núcleo (marrón) toman valores desde 0.2 a 0.5, 0.2 a 0.45, y 0.3 a 0.4, respectivamente. El panel inferior de dicha figura ilustra en detalle las fracciones finales de los diferentes reservorios asociados con los

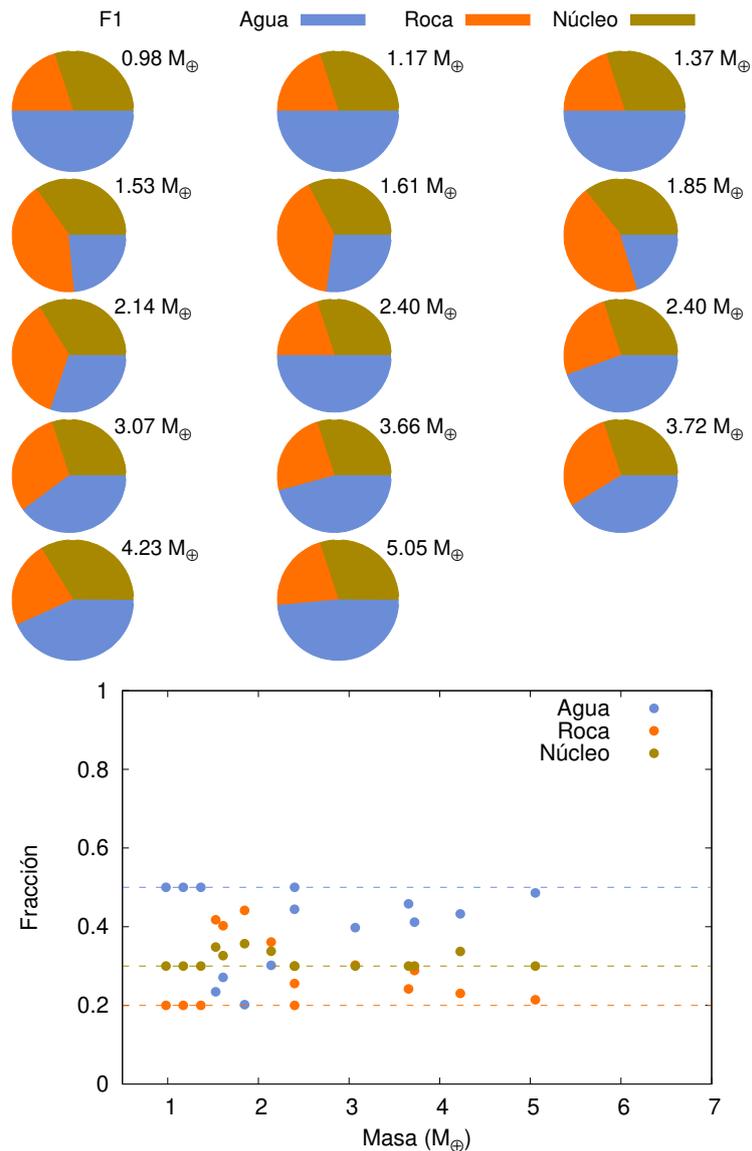


Figura 6.14: Planetas clase B del conjunto de simulaciones F1. En la parte superior de la figura podemos encontrar los distintos planetas formados ordenados por el valor de su masa final. El código de color indica las diferentes fracciones de agua, roca y núcleo. En la parte inferior, para cada planeta graficamos las fracciones de los reservorios previamente mencionadas en función de la masa final. Las líneas punteadas de color azul, naranja y marrón indican las fracciones iniciales de agua, roca y núcleo, respectivamente.

distintos planetas formados en función de su masa final. Contrariamente a aquello obtenido en el conjunto de simulaciones F1, los planetas más masivos presentan mayor apartamiento en las fracciones finales de agua y roca respecto de sus valores iniciales en comparación con aquellos planetas de menor masa. Esta aparente dependencia de las fracciones finales de dichas estructuras con la masa planetaria resulta ser una diferencia interesante respecto a aquello obtenido en el conjunto de simulaciones F1 donde también se incluyó un modelo colisional realista pero un valor más elevado para la masa mínima M_{\min} asignada a los fragmentos colisionales. Este resultado parece indicar que la elección del parámetro M_{\min}

podría tener relevancia a la hora de modelar la estructura interna y composición de los planetas de tipo terrestre de un sistema.

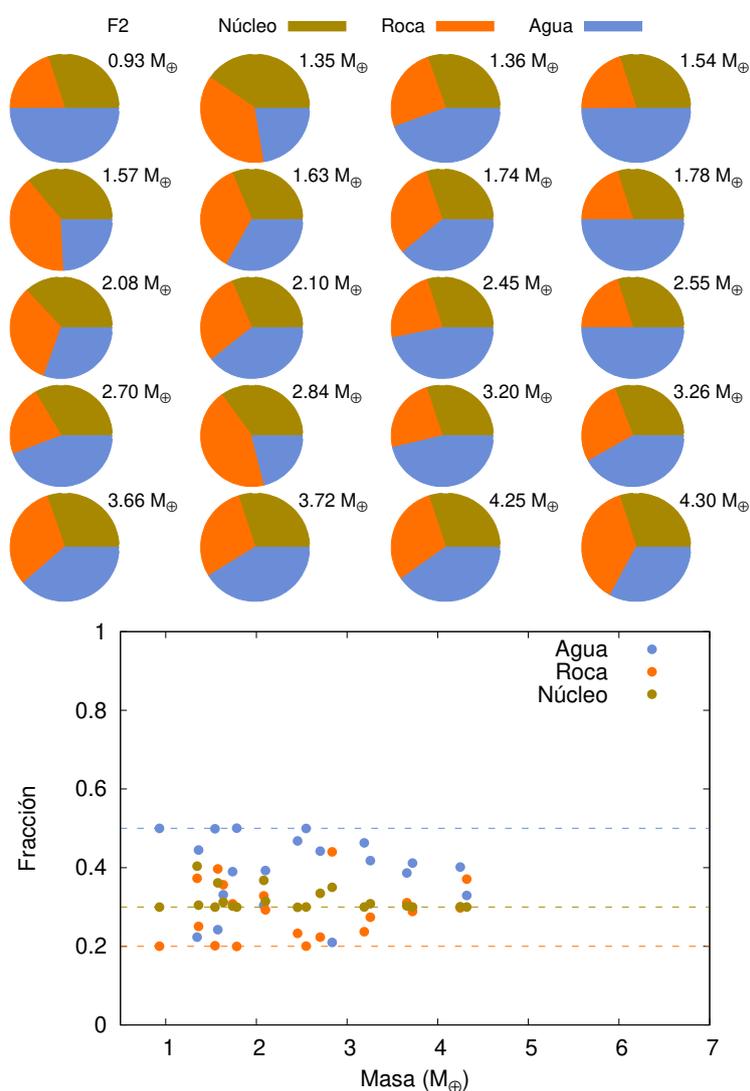


Figura 6.15: Planetas clase B del conjunto de simulaciones F2. Panel superior: representación esquemática de la estructura interna para cada planeta. Panel inferior: fracciones finales de los reservorios agua, roca y núcleo como una función de la masa final individual. Las líneas punteadas indican las fracciones iniciales de cada reservorio para cada planeta.

Un resumen de todos los resultados concernientes al rango de masas finales, fracciones finales de agua, roca y núcleo para los planetas clase B formados en los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF se encuentra en la tabla 6.3. Del mismo modo, la figura 6.16 sintetiza en un mismo gráfico dichos resultados. Esta ilustración resulta ser valiosa en términos comparativos ya que reúne los resultados obtenidos en los diferentes escenarios de trabajo en lo concerniente a las estructuras internas de los planetas resultantes.

Los resultados obtenidos en el presente capítulo dejan en claro la necesidad de utilizar modelos colisionales realistas para estudiar la formación y evolución de planetas tipo terrestre en sistemas sin gigantes. Nuestra investigación también pone en evidencia que debe

Nombre	# Plan.	Masas	Fr. agua	Fr. roca	Fr. núcleo
F1	14	0.98 - 5.05 [M_{\oplus}]	0.20 - 0.50	0.2 - 0.44	0.3 - 0.36
F2	20	0.93 - 4.30 [M_{\oplus}]	0.21 - 0.50	0.2 - 0.44	0.3 - 0.4
NoF	16	1.60 - 6.50 [M_{\oplus}]	0.22 - 0.50	0.2 - 0.48	0.3

Cuadro 6.3: Número total de planetas (columna 2), rango de masas (columna 3), rango de fracción de agua (columna 4), rango de fracción de roca (columna 5), rango de fracción de núcleo (columna 6). Los números representan valores finales luego de 400 Ma de evolución.

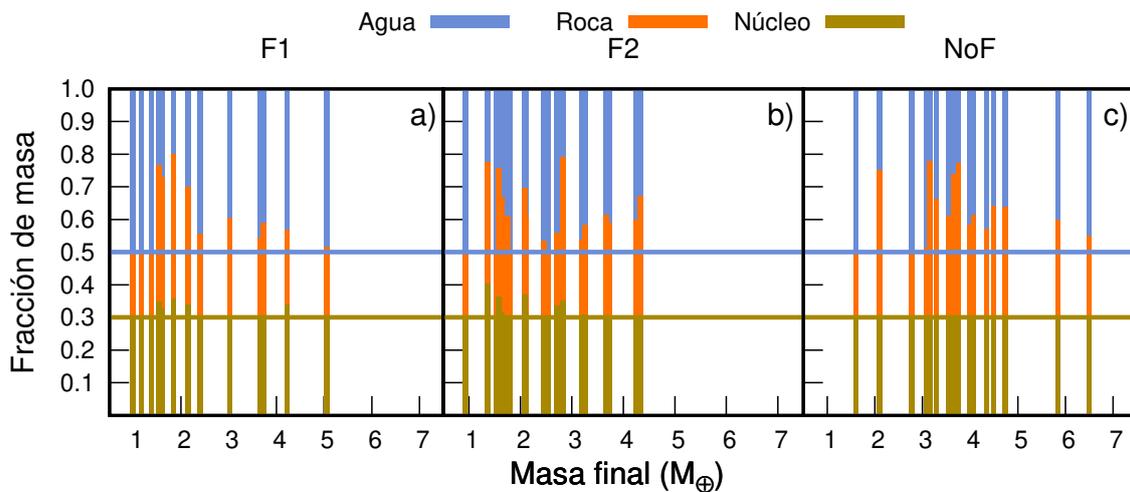


Figura 6.16: Resultados concernientes a los diferentes fracciones de los reservorios en función de la masa final de cada planeta para los conjuntos de simulaciones F1, F2 y NoF. Las barras de color azul, naranja y marrón representan las fracciones finales de masa de los reservorios de agua, roca y núcleo, respectivamente.

realizarse una cuidadosa elección de los parámetros claves que definen el modelo colisional, fundamentalmente aquel que determina la masa que será asignada a los fragmentos.



7. Discusiones

El código numérico que hemos desarrollado así como también el modelo adoptado para llevar a cabo las aplicaciones presentan diversas limitaciones que merecen ser discutidas.

Inicialmente pondremos nuestro foco en diversos aspectos vinculados con parámetros involucrados en la programación del código numérico. En particular centramos nuestra discusión en la función K y en el radio crítico r_{crit} los cuales son utilizados para evaluar en detalle situaciones de encuentro.

En relación con la función de encuentro K , Rein et al. (2019) investigaron una inconsistencia encontrada en Chambers (1999) entre la función publicada y la implementada en el código MERCURY disponible. Rein et al. (2019) investigaron varias funciones de encuentro. En particular, los autores estudiaron dos casos extremos: una función infinitamente diferenciable y una función escalón. Los resultados que exponen dichos autores muestran que una función de encuentro infinitamente diferenciable no es mucho mejor que la función polinomial usada en el MERCURY. Rein et al. (2019) concluyeron que, al margen de la discrepancia entre la función publicada y la implementada en el código mencionado, el tratamiento de los encuentros no cambia en forma significativa. Más allá de esto, nuestra experiencia en la construcción de la herramienta presentada en esta Tesis Doctoral sugiere que la determinación de la función K debe realizarse con especial cuidado ya que una mala elección de la misma podría conducir a incrementos substanciales en los errores globales de una simulación

Con respecto al parámetro r_{crit} , Chambers (1999) lo calcula como el valor máximo entre las cantidades $n_1 R_{H,i}$ y $n_2 \tau v_{\text{max}}$, donde n_1 y n_2 son dos parámetros constantes, $R_{H,i}$ el radio de Hill del cuerpo i , v_{max} la máxima velocidad heliocéntrica esperada durante la integración, y τ el paso de tiempo. Grimm y Stadel (2015) cambian levemente este cálculo por $r_{\text{crit},i} = \max(n_1 R_{H,i}, n_2 \tau v_i)$ donde v_i representa la velocidad heliocéntrica del cuerpo i . Estos autores incorporan este procedimiento con el objetivo de reducir los ‘falsos positivos’ en la detección de encuentros cercanos. Vale la pena recordar que la condición de la velocidad en el radio crítico es necesaria para asegurarnos que un mínimo número de

pasos de tiempo tienen que evaluarse en la función de encuentro para que la transición se realice de forma suave.

Por otra parte, una discusión de ciertos aspectos del modelo puede conducirnos a diversas mejoras que nos llevarán a ampliar el espectro de nuestros resultados

En este sentido, es necesario hacer una mención en lo que respecta a la distribución inicial de cuerpos utilizada en esta Tesis Doctoral. A diferencia de trabajos previos como Chambers (2013), Quintana et al. (2016), Wallace et al. (2017), y Childs et al. (2018), nuestras simulaciones de N-cuerpos no incluyen planetesimales para estudiar la evolución de un sistema planetario. Nuestros discos de trabajo están compuestos solamente por embriones. En efecto, el objetivo central de la presente investigación no ha sido reproducir sistemas reales. Inicialmente, tuvimos la idea de trabajar con un modelo simple con el fin de comparar las propiedades físicas de los planetas de tipo terrestres formados usando simulaciones de N-cuerpos que incluyan o no fragmentación planetaria, y con ello dar cuenta de las mejoras obtenidas a partir de un refinamiento en el modelo colisional. Nosotros consideramos que para formar sistemas reales se requiere de una herramienta numérica adecuada y de un correcto modelado de condiciones iniciales, para lo cual es necesario describir en detalle la evolución de embriones y planetesimales durante la etapa gaseosa. Tenemos la intención de afrontar este desafío en futuros estudios.

Por otra parte, consideramos que el tratamiento de fragmentos más pequeños es un punto de estudio que debe verificarse en trabajos futuros. De hecho, tal como se describe en Chambers (2013) y Wallace et al. (2017), nuestro algoritmo numérico conserva la masa total de los cuerpos que interactúan en una colisión dada, la cual se distribuye entre el remanente más grande y los fragmentos generados. Sin embargo, el modelo adoptado por Mustill et al. (2018) incorpora un factor de remoción de masa, suponiendo que la mayoría de los fragmentos son pulverizados formando una cascada colisional, donde los más pequeños pueden llegar a ser eliminados por las fuerzas de radiación antes de reaccumularse en embriones planetarios. Este punto será de particular importancia en estudios destinados a la formación y evolución de planetas de tipo terrestre en las regiones más internas de un sistema.

Del mismo modo, los modelos adoptados de Marcus et al. (2010) para determinar el contenido final de agua de los planetas resultantes deben analizarse cuidadosamente. En el presente estudio, utilizamos dos modelos para la eliminación de manto en un cuerpo diferenciado, calculando a partir de esto la pérdida de agua en una colisión entre dos embriones planetarios. Estos modelos son aplicados de manera más confiables en cuerpos ricos en agua mientras que se debe tener un particular cuidado en aquellos cuerpos con contenidos mucho menores. En efecto, en estos últimos el agua puede no aparecer como una capa de hielo si no más bien dentro del manto o incluso en la atmósfera. En tales escenarios, deberíamos contar con modelos más refinados para la pérdida de volátiles y obtener con ello una más adecuada descripción del contenido de agua de los planetas.

Finalmente, es necesario destacar que el análisis de las propiedades sobre la caída de agua y la estructura y diferenciación de los planetas en la ZH producido en nuestras simulaciones son hechas en una etapa post-proceso, es decir, una vez que las simulaciones están terminadas. Los trabajos futuros deberán analizar la evolución del agua y de la composición de dichos planetas directamente en las simulaciones de N-cuerpos, definiendo la estructura, composición y transferencia de volátiles después de cada colisión. Prescripciones derivadas por **SPH**, tales como aquellas que se muestran en Dvorak et al. (2015)

y Burger et al. (2018), deberán ser incluidas en futuras simulaciones de N-cuerpos para proponer modelos más realistas asociados con la evolución del contenido de agua y de la composición de los planetas durante las etapas finales de acreción. Asimismo, la pérdida del contenido de agua por volatilización en las colisiones y sublimación de hielos debido a la radiación estelar son tópicos a explorar. Estos temas son de gran interés que deben ser tenidos en cuenta para tener un modelo más completo y realista al momento de describir el contenido final de agua de los planetas resultantes.

La incorporación de tales consideraciones en futuras simulaciones de N-cuerpos nos permitirán obtener un mejor entendimiento concerniente a las propiedades físicas de los planetas de tipo terrestre que componen la gran diversidad de sistemas planetarios en el Universo.



8. Conclusiones

La principal línea de investigación de la presente Tesis Doctoral tuvo como objetivo central desarrollar una correcta y detallada descripción de las propiedades físicas y orbitales de los planetas de tipo terrestre formados en escenarios diversos.

Para poder cumplir con dichos objetivos, llevamos a cabo la construcción íntegra de un código de N-cuerpos, el cual incluyó un modelado realista de los procesos colisionales que tienen lugar durante la formación y evolución de un sistema planetario. Este código, el cual fue bautizado como **D3**, nos permitió desarrollar aplicaciones diversas con el fin de estudiar la formación y evolución de planetas terrestres en distintos escenarios de trabajo. Por un lado, centramos nuestro interés en sistemas planetarios análogos al Sistema Solar. Por otra parte, focalizamos nuestro análisis en sistemas sin gigantes gaseosos debido a su elevado nivel de ocurrencia en el entorno solar.

Los resultados obtenidos en la presente investigación nos permiten derivar conclusiones generales sumamente robustas que nos conducen a acceder a una mejor comprensión sobre la naturaleza física de los planetas. Contar con una herramienta numérica capaz de desarrollar un tratamiento realista de los procesos colisionales puso en evidencia las diferencias encontradas con los modelos clásicos de acreción, los cuales trabajan bajo la simple hipótesis de que todas las colisiones derivan en mezclas perfectas.

Las principales discrepancias encontradas en la arquitectura de un sistema formado a partir de simulaciones numéricas con y sin fragmentación tienen que ver con las propiedades físicas y orbitales de los planetas resultantes. En efecto, experimentos numéricos que incluyen un tratamiento realista de los procesos colisionales producen planetas menos masivos y con excentricidades orbitales menores que aquellos formados en simulaciones que sólo asumen mezclas perfectas.

Evaluar las diferencias encontradas en la configuración final de un sistema planetario en función del modelo colisional resulta ser particularmente interesante si nos centramos en aquellos planetas que sobreviven en la ZH. En términos generales, sistemas que albergan gigantes externos forman dos diferentes tipos de planetas en la ZH independientemente del

modelo adoptado para el tratamiento de las colisiones. Por un lado, planetas cuyas zonas de alimentación están restringidas a regiones internas a la línea de hielo, los cuales son llamados clase A. Por otra parte, planetas con zonas de alimentación más extendidas que abarcan regiones más allá de la línea de hielo, los cuales son denominados clase B. En sistemas sin gigantes gaseosos, nuestras simulaciones forman fundamentalmente planetas clase B, independientemente del modelo colisional adoptado.

Vale la pena remarcar que la estructura interna y composición de las diferentes clases de planetas de la ZH formados en la presente Tesis Doctoral muestran grandes discrepancias dependiendo del modelo colisional. Si sólo asumimos mezclas perfectas en el tratamiento de los eventos de impacto, la fracción de núcleo de todos los planetas de la ZH se mantiene constante en el tiempo. Para los planetas clase A, las fracciones individuales de agua y roca que componen el manto también logran conservarse en el tiempo, mientras que las mismas pueden experimentar grandes cambios para el caso de los planetas clase B. Cuando un modelo colisional realista es incluido en las simulaciones, la fracción de núcleo de las diferentes clases de planetas que sobreviven en la ZH deja de ser constante en el tiempo, pudiendo alcanzar incluso variaciones significativas respecto del valor inicial. Como es de esperar, las fracciones de agua y roca que componen el manto también experimentan cambios en el tiempo respecto de sus valores iniciales tanto para los planetas clase A como para los clase B. Para el caso particular de los clase A, es importante remarcar que las fracciones finales de agua son fuertemente dependientes del modelo adoptado para la transferencia de volátiles entre los fragmentos generados luego de un evento de impacto. Para el caso de los planetas clase B, las fracciones finales de agua de los mismos son significativamente elevadas, lo cual indica que la inclusión de un modelo realista para el tratamiento de las colisiones no es una barrera para la supervivencia de verdaderos mundos de agua en la ZH asociada a escenarios diversos.

El presente trabajo de Tesis Doctoral ofrece una mejora substancial en la manera de afrontar estudios concernientes a la formación y evolución de planetas de tipo terrestre. Esta investigación representa el punto de partida de una línea de estudio sumamente necesaria para comprender la enorme diversidad de sistemas planetarios que existen el Universo.



- Aarseth, S. J.
1963. Dynamical evolution of clusters of galaxies, I. *MNRAS*, 126:223.
- Aarseth, S. J.
2003. *Gravitational N-Body Simulations*.
- Agnor, C. y E. Asphaug
2004. Accretion Efficiency during Planetary Collisions. *ApJ*, 613(2):L157–L160.
- Andrews, S. M., D. J. Wilner, A. M. Hughes, C. Qi, y C. P. Dullemond
2010. Protoplanetary Disk Structures in Ophiuchus. II. Extension to Fainter Sources. *ApJ*, 723:1241–1254.
- Asphaug, E., C. B. Agnor, y Q. Williams
2006. Hit-and-run planetary collisions. *Nature*, 439:155–160.
- Barnes, J. y P. Hut
1986. A hierarchical $O(N \log N)$ force-calculation algorithm. *Nature*, 324(6096):446–449.
- Bate, M. R.
2018. On the diversity and statistical properties of protostellar discs. *MNRAS*, 475(4):5618–5658.
- Bryan, G. L. y M. L. Norman
1998. Statistical Properties of X-Ray Clusters: Analytic and Numerical Comparisons. *ApJ*, 495(1):80–99.

- Bulirsch, R. y Stoer, J.
1980. *Introduction to Numerical Analysis*, Springer-Verlag New York 1980, ISBN .978-1-4757-5592-3 .
- Burger, C., T. I. Maindl, y C. M. Schäfer
2018. Transfer, loss and physical processing of water in hit-and-run collisions of planetary embryos. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 130(1):2.
- Canup, R. M., H. F. Levison, y G. R. Stewart
1999. Evolution of a Terrestrial Multiple-Moon System. *AJ*, 117(1):603–620.
- Chambers, J. E.
1999. A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. *MNRAS*, 304:793–799.
- Chambers, J. E.
2001. Making More Terrestrial Planets. *Icarus*, 152:205–224.
- Chambers, J. E.
2013. Late-stage planetary accretion including hit-and-run collisions and fragmentation. *Icarus*, 224:43–56.
- Chambers, J. E. y G. W. Wetherill
1998. Making the Terrestrial Planets: N-Body Integrations of Planetary Embryos in Three Dimensions. *Icarus*, 136(2):304–327.
- Childs, A. C., E. Quintana, T. Barclay, y J. H. Steffen
2018. Giant planet effects on terrestrial planet formation and system architecture. *arXiv e-prints*.
- Ciesla, F. J., G. D. Mulders, I. Pascucci, y D. Apai
2015. Volatile Delivery to Planets from Water-rich Planetesimals around Low Mass Stars. *ApJ*, 804:9.
- Cieza, L. A., D. Ruíz-Rodríguez, A. Hales, S. Casassus, S. Pérez, C. Gonzalez-Ruilova, H. Cánovas, J. P. Williams, A. Zurlo, M. Ansdell, H. Avenhaus, A. Bayo, G. H. M. Bertrang, V. Christiaens, W. Dent, G. Ferrero, R. Gamen, J. Olofsson, S. Orcajo, K. Peña Ramírez, D. Principe, M. R. Schreiber, y G. van der Plas
2019. The Ophiuchus DIsc Survey Employing ALMA (ODISEA) - I: project description and continuum images at 28 au resolution. *MNRAS*, 482(1):698–714.
- Cumming, A., R. P. Butler, G. W. Marcy, S. S. Vogt, J. T. Wright, y D. A. Fischer
2008. The Keck Planet Search: Detectability and the Minimum Mass and Orbital Period Distribution of Extrasolar Planets. , 120(867):531.
- Darriba, L. A., G. C. de Elía, O. M. Guilera, y A. Brunini
2017. Migrating Jupiter up to the habitable zone: Earth-like planet formation and water delivery. *A&A*, 607:A63.
- de Elía, G. C., O. M. Guilera, y A. Brunini
2013. Terrestrial planets in high-mass disks without gas giants. *A&A*, 557:A42.

-
- Dehnen, W.
2000. A Very Fast and Momentum-conserving Tree Code. *ApJ*, 536(1):L39–L42.
- Dehnen, W.
2001. Towards optimal softening in three-dimensional N-body codes - I. Minimizing the force error. *MNRAS*, 324(2):273–291.
- Demircan, O. y G. Kahraman
1991. Stellar Mass / Luminosity and Mass / Radius Relations. *Aps*, 181(2):313–322.
- Dugaro, A., G. C. de Elía, A. Brunini, y O. M. Guilera
2016. Terrestrial planets and water delivery around low-mass stars. *A&A*, 596:A54.
- Duncan, M. J., H. F. Levison, y M. H. Lee
1998. A Multiple Time Step Symplectic Algorithm for Integrating Close Encounters. *AJ*, 116:2067–2077.
- Dvorak, R., T. I. Maindl, C. Burger, C. Schäfer, y R. Speith
2015. Planetary Systems and the Formation of Habitable Planets. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems, Vol.18, No.3, pp. 310-325*, 18:310–325.
- Dwyer, C. A., F. Nimmo, y J. E. Chambers
2015. Bulk chemical and Hf-W isotopic consequences of incomplete accretion during planet formation. *Icarus*, 245:145–152.
- Eker, Z., F. Soyduğan, E. Soyduğan, S. Bilir, E. Yaz Gökçe, I. Steer, M. Tüysüz, T. Şenyüz, y O. Demircan
2015. Main-Sequence Effective Temperatures from a Revised Mass-Luminosity Relation Based on Accurate Properties. *AJ*, 149(4):131.
- Genda, H., E. Kokubo, y S. Ida
2012. Merging Criteria for Giant Impacts of Protoplanets. *ApJ*, 744:137.
- Greengard, L. y V. Rokhlin
1987. A Fast Algorithm for Particle Simulations. *Journal of Computational Physics*, 73(2):325–348.
- Grimm, S. y J. Stadel
2015. GENGA: a GPU code for planet formation and planetary system evolution. In *AAS/Division for Extreme Solar Systems Abstracts*, volume 47 of *AAS/Division for Extreme Solar Systems Abstracts*, P. 109.05.
- Hartmann, L.
1998. *Accretion Processes in Star Formation*.
- Hayworth, B. P., R. K. Kopparapu, J. Haqq-Misra, N. E. Batalha, R. C. Payne, B. J. Foley, M. Ikwut-Ukwa, y J. F. Kasting
2020. Warming early mars with climate cycling: The effect of CO₂-H₂ collision-induced absorption. *Icarus*, 345:113770.

- Hernandez, D. M.
2019. Should N-body integrators be symplectic everywhere in phase space? *MNRAS*, 486(4):5231–5238.
- Hockney, R. W. y J. W. Eastwood
1988. *Computer simulation using particles*.
- Holmberg, E.
1941. On the Clustering Tendencies among the Nebulae. II. a Study of Encounters Between Laboratory Models of Stellar Systems by a New Integration Procedure. *ApJ*, 94:385.
- Howard, A. W.
2013. Observed Properties of Extrasolar Planets. *Science*, 340(6132):572–576.
- Ida, S. y D. N. C. Lin
2004. Toward a Deterministic Model of Planetary Formation. I. A Desert in the Mass and Semimajor Axis Distributions of Extrasolar Planets. *ApJ*, 604:388–413.
- Ida, S., D. N. C. Lin, y M. Nagasawa
2013. Toward a Deterministic Model of Planetary Formation. VII. Eccentricity Distribution of Gas Giants. *ApJ*, 775(1):42.
- Izidoro, A., M. Ogihara, S. N. Raymond, A. Morbidelli, A. Pierens, B. Bitsch, C. Cossou, y F. Hersant
2017. Breaking the chains: hot super-Earth systems from migration and disruption of compact resonant chains. *MNRAS*, 470(2):1750–1770.
- Kasting, J. F., D. P. Whitmire, y R. T. Reynolds
1993. Habitable Zones around Main Sequence Stars. *Icarus*, 101(1):108–128.
- Kinoshita, H., H. Yoshida, y H. Nakai
1991. Symplectic integrators and their application to dynamical astronomy. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 50(1):59–71.
- Kokubo, E. y H. Genda
2010. Formation of Terrestrial Planets from Protoplanets Under a Realistic Accretion Condition. *ApJ*, 714(1):L21–L25.
- Kokubo e Ida
2000. Formation of Protoplanets from Planetesimals in the Solar Nebula. *Icarus*, 143:15–27.
- Kopparapu, R. K., R. Ramirez, J. F. Kasting, V. Eymet, T. D. Robinson, S. Mahadevan, R. C. Terrien, S. Domagal-Goldman, V. Meadows, y R. Deshpande
2013a. Erratum: "Habitable Zones around Main-sequence Stars: New Estimates" (2013, ApJ, 765, 131)</A . *ApJ*, 770:82.

-
- Kopparapu, R. K., R. Ramirez, J. F. Kasting, V. Eymet, T. D. Robinson, S. Mahadevan, R. C. Terrien, S. Domagal-Goldman, V. Meadows, y R. Deshpande
2013b. Habitable Zones around Main-sequence Stars: New Estimates. *ApJ*, 765:131.
- Kopparapu, R. K., R. M. Ramirez, J. SchottelKotte, J. F. Kasting, S. Domagal-Goldman, y V. Eymet
2014. Habitable Zones around Main-sequence Stars: Dependence on Planetary Mass. *ApJl*, 787(2):L29.
- Leinhardt, Z. M. y S. T. Stewart
2012. Collisions between Gravity-dominated Bodies. I. Outcome Regimes and Scaling Laws. *ApJ*, 745:79.
- Levison, H. F. y M. J. Duncan
1994. The Long-Term Dynamical Behavior of Short-Period Comets. *Icarus*, 108(1):18–36.
- Lodders, K.
2003. Solar System Abundances and Condensation Temperatures of the Elements. *ApJ*, 591:1220–1247.
- Lodders, K., H. Palme, y H.-P. Gail
2009. Abundances of the Elements in the Solar System. *Landolt Börnstein*, P. 712.
- Lynden-Bell, D. y J. E. Pringle
1974. The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. *MNRAS*, 168:603–637.
- Malkov, O. Y.
2007. Mass-luminosity relation of intermediate-mass stars. *MNRAS*, 382(3):1073–1086.
- Marcus, R. A., D. Sasselov, S. T. Stewart, y L. Hernquist
2010. Water/Icy Super-Earths: Giant Impacts and Maximum Water Content. *ApJl*, 719:L45–L49.
- Mayor, M. y D. Queloz
1995. A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *nature*, 378(6555):355–359.
- Mordasini, C., Y. Alibert, y W. Benz
2009. Extrasolar planet population synthesis. I. Method, formation tracks, and mass-distance distribution. *A&A*, 501(3):1139–1160.
- Moriarty, J. y S. Ballard
2016. The Kepler Dichotomy in Planetary Disks: Linking Kepler Observables to Simulations of Late-stage Planet Formation. *ApJ*, 832(1):34.
- Morishima, R., J. Stadel, y B. Moore
2010. From planetesimals to terrestrial planets: N-body simulations including the effects of nebular gas and giant planets. *Icarus*, 207(2):517–535.

- Mustill, A. J., M. B. Davies, y A. Johansen
2018. The dynamical evolution of transiting planetary systems including a realistic collision prescription. *MNRAS*, 478:2896–2908.
- O’Brien, D. P., A. Morbidelli, y H. F. Levison
2006. Terrestrial planet formation with strong dynamical friction. *Icarus*, 184:39–58.
- Pollack, J. B., J. F. Kasting, S. M. Richardson, y K. Poliakoff
1987. The case for a wet, warm climate on early Mars. *Icarus*, 71(2):203–224.
- Quintana, E. V., T. Barclay, W. J. Borucki, J. F. Rowe, y J. E. Chambers
2016. The Frequency of Giant Impacts on Earth-like Worlds. *ApJ*, 821:126.
- Raymond, S. N., D. P. O’Brien, A. Morbidelli, y N. A. Kaib
2009. Building the terrestrial planets: Constrained accretion in the inner Solar System. *Icarus*, 203:644–662.
- Raymond, S. N., T. Quinn, y J. I. Lunine
2006. High-resolution simulations of the final assembly of Earth-like planets I. Terrestrial accretion and dynamics. *Icarus*, 183:265–282.
- Raymond e Izidoro
2017. Origin of water in the inner Solar System: Planetesimals scattered inward during Jupiter and Saturn’s rapid gas accretion. *Icarus*, 297:134–148.
- Rein, H., D. M. Hernandez, D. Tamayo, G. Brown, E. Eckels, E. Holmes, M. Lau, R. Leblanc, y A. Silburt
2019. Hybrid symplectic integrators for planetary dynamics. *MNRAS*, 485(4):5490–5497.
- Rivera, E. J. y J. J. Lissauer
2000. Stability Analysis of the Planetary System Orbiting υ Andromedae. *ApJ*, 530(1):454–463.
- Ronco, M. P. y G. C. de Elía
2014. Diversity of planetary systems in low-mass disks. Terrestrial-type planet formation and water delivery. *A&A*, 567:A54.
- Ronco, M. P., O. M. Guilera, y G. C. de Elía
2017. Formation of solar system analogues - I. Looking for initial conditions through a population synthesis analysis. *MNRAS*, 471:2753–2770.
- Saha, P. y S. Tremaine
1992. Symplectic integrators for solar system dynamics. *JRASC*, 86:291.
- Sánchez, M. B., G. C. de Elía, y L. A. Darriba
2018. Role of gaseous giants in the dynamical evolution of terrestrial planets and water delivery in the habitable zone. *MNRAS*, 481:1281–1289.
- Springel, V.
2005. The cosmological simulation code GADGET-2. *MNRAS*, 364(4):1105–1134.

Stadel, J. G.

2001. *Cosmological N-body simulations and their analysis*. PhD thesis, UNIVERSITY OF WASHINGTON.

Stewart, S. T. y Z. M. Leinhardt

2009. Velocity-Dependent Catastrophic Disruption Criteria for Planetesimals. *ApJ*, 691:L133–L137.

Stewart, S. T. y Z. M. Leinhardt

2012. Collisions between Gravity-dominated Bodies. II. The Diversity of Impact Outcomes during the End Stage of Planet Formation. *ApJ*, 751(1):32.

Tazzari, M., L. Testi, A. Natta, M. Ansdell, J. Carpenter, G. Guidi, M. Hogerheijde, C. F. Manara, A. Miotello, N. van der Marel, E. F. van Dishoeck, y J. P. Williams

2017. Physical properties of dusty protoplanetary disks in Lupus: evidence for viscous evolution? *A&A*, 606:A88.

Tonks, W. B. y H. J. Melosh

1992. Core formation by giant impacts. *Icarus*, 100(2):326–346.

von Hoerner, S.

1960. Die numerische Integration des n-Körper-Problemes für Sternhaufen. I. , 50:184–214.

Wallace, J., S. Tremaine, y J. Chambers

2017. Collisional Fragmentation Is Not a Barrier to Close-in Planet Formation. *AJ*, 154:175.

Wisdom, J. y M. Holman

1991. Symplectic maps for the n-body problem. *AJ*, 102:1528–1538.

Zain, P. S., G. C. de Elía, M. P. Ronco, y O. M. Guilera

2018. Planetary formation and water delivery in the habitable zone around solar-type stars in different dynamical environments. *A&A*, 609:A76.