Los modificadores de predicados y su lógica

Carlos A. Oller

El lógico puede plantearse como ideal el que todos los argumentos intuitivamente válidos estén representados en su sistema por argumentos formales válidos. Quizá, como Quine,(1) pretenda, además, realizar este ideal dentro del marco de la lógica de primer orden con identidad. Sin embargo, es este un encuadre muy estrecho que deja fuera demasiadas cosas. Por ejemplo, no parece posible ofrecer en él una formalización adecuada de las inferencias que involucran modificaciones de predicados. Esto no resulta extraño ya que los modificadores de predicados son operadores intensionales; en efecto, dos predicados P y Q pueden ser coextensionales sin que los predicados modificados /m/P y /m/Q lo sean. Para ver esto considérese el siguiente ejemplo: en un pueblo hay sólo dos barberos que son también los únicos pescadores del pueblo; el que es buen barbero es mal pescador y el que es mal barbero es buen pescador. En este universo "pescador" y "barbero" son predicados coextensionales y, sin embargo, los predicados modificados "buen barbero" y "buen pescador" no lo son.

El comportamiento inferencial de los modificadores de predicados no es homogéneo; sin embargo, pareciera que los modificadores pueden clasificarse desde el punto de vista inferencial en sólo tres tipos. Veamos ejemplos del comportamiento inferencial de cada uno de estos tipos de modificadores de predicados:

1) *Hiroshi es un japonés alto, pero un basketbolista bajo*

Hiroshi es japonés y basketbolista

2) *Este es un Picasso falsificado*

Este no es un Picasso

3) *El aumento de la inflación es un posible efecto de tales medidas*

El aumento de la inflación no es un efecto necesario de tales medidas

La inferencia 1) muestra el comportamiento lógico de un primer tipo de modificadores de predicados, que permite la deducción del predicado a partir del predicado modificado. Modificadores de este primer tipo son, por ejemplo, "buena" en "buena madre", "rápidamente" en "corre rápidamente", y "clásica" en "lógica clásica".

El comportamiento lógico de los modificadores del segundo tipo, ejemplificado por el argumento 2), permite la inferencia de la negación del predicado a partir del predicado modificado. Ejemplos de modificadores del segundo tipo son "ex" en "ex-alumno", "símil" en "símil cuero", y "casi" en "casi genial".

El tercer tipo de modificaciones de predicados, de cuyo comportamiento lógico la inferencia 3) es un ejemplo, tienen, como señala Clark, "poderes inferenciales aparentemente parasitarios de los de los operadores modales oracionales estándard".(2) Esto no resulta sorprendente ya que, por ejemplo, un argumento como 3) parece poder reescribirse como:

3') *Es posible que el aumento de la inflación sea un efecto de tales medidas.*

No es necesario que el aumento de la inflación sea un efecto de tales medidas.

De acuerdo con lo visto anteriormente, un sistema que pretenda formalizar las inferencias que involucran modificadores de predicados deberá ser una extensión de la lógica clásica de primer orden. Contendrá algún cálculo modal (alético) para poder formalizar el comportamiento inferencial de los modificadores del tercer tipo. Pero además deberá poseer axiomas o reglas para el manejo de los modificadores del primer y segundo tipo. En lo que sigue trataré de proporcionar tales axiomas.

Sean m, n, etc., letras de modificadores del primer tipo, y —, &, y v, la negación, conjunción y disyunción cuando se aplican a tales modificadores. Las siguientes son las reglas de formación de modificadores de primer tipo:

RFMPT1. Una letra de modificador de predicado del primer tipo es un modificador de predicado del primer tipo.

RFMPT2. La negación de un modificador de predicado del primer tipo es un modificador de predicado de primer tipo.

RFMPT3. La conjunción de dos modificadores de predicado del primer tipo es un modificador de predicado del primer tipo.

RFMPR4. La disyunción de dos modificadores de predicado del primer tipo es un modificador de predicado del primer tipo.

Sean m*, n*, etc., letras de modificadores del segundo tipo, y la negación cuando se aplica a tales modificadores. Las siguientes son las reglas de formación de los modificadores de predicado del segundo tipo:

RFMST1. Una letra de modificador de predicado del segundo tipo es un modificador del segundo tipo.

RFMST2. La negación de un modificador de predicado del segundo tipo es un modificador de predicado del segundo tipo.

Se puede enunciar ahora una regla de formación de modificadores de predicado:

RFM1. Un modificador de predicado del primer o segundo tipo es un modificador de predicado.

A estas reglas hay que añadir dos reglas de formación de predicados:

RFP1. Una letra de predicado es un predicado.

RFP2. El resultado de anteponer un modificador de predicado a un predicado es un predicado.

Los siguientes son los axiomas para los modificadores del primer tipo (las fórmulas deberán interpretarse como si estuviesen precedidas por la cuantificación universal de las variables que aparecen en ellas; así, una fórmula como /m/P → P deberá interpretarse como (x1) ... (xn) (/m/P (x1, ...,xn) → P(x1, ...,xn))):

A1. $/m/P \rightarrow P$
A2. $/\bar{m}/P \leftrightarrow P. -/m/P$
A3. $/\bar{\bar{m}}/P \leftrightarrow /m/P$

A4. $/m\&n/P \leftrightarrow /m/P.\ /n/P$
A5. $/mvn/P \leftrightarrow /m/P \text{ v } /n/P$

Los siguientes teoremas se pueden derivar fácilmente de aquellos axiomas:

T1. $/m\&n/P \rightarrow P$
T2. $/mvn/P \rightarrow P$
T3. $/m/P.\ /n/Q \rightarrow P.\ Q$
T4. $/m/P \text{ v } /n/Q \rightarrow P \text{ v } Q$
T5. $(/m/P \leftrightarrow /n/Q) \rightarrow (/m/P \rightarrow Q).\ (/n/Q \rightarrow P)$
T6. $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (/m/P \rightarrow Q).\ (/n/Q \rightarrow P)$
T7. $/m\&n/P \leftrightarrow /n\&m/P$
T8. $/mvn/P \leftrightarrow /nvm/P$
T9. $-/m/P \text{ v } -/\bar{m}/P$
T10. $/m/P \leftrightarrow -/\bar{m}/P\ .\ P$
T11. $P \leftrightarrow /m/P \text{ v } /\bar{m}/P$
T12. $(/m/P \leftrightarrow /m/Q) \rightarrow ((P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (/\bar{m}/P \leftrightarrow /\bar{m}/Q))$
T13. $(/\bar{m}/P \leftrightarrow /\bar{m}/Q) \rightarrow ((P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (/m/P \leftrightarrow /m/Q))$

Las tesis de este sistema permiten validar inferencias intuitivamente correctas como (1), cuya validez se demuestra con la ayuda de T3. Por su parte, T7 permite validar un argumento como:

4) *Es un físico inteligente y famoso*
Es un físico famoso e inteligente

T11 permite probar la validez de, por ejemplo, el siguiente argumento:

5) *Juan leyó el libro*
O bien Juan leyó el libro atentamente o bien lo leyó desatentamente.

Los siguientes son los axiomas para los modificadores de predicado del segundo tipo:

A1*. $/m^*/P \rightarrow -P$
A2*. $P \leftrightarrow /\bar{m}^*/P$
A3*. $/\bar{\bar{m}}^*/P \leftrightarrow /m^*/P$

Algunos teoremas derivables de estos axiomas son:

T1*. $P \rightarrow -/m^*/P$
T2*. $-/m^*/P \rightarrow -P \text{ v } /m^*/P$
T3*. $-(/m^*/P\ .\ /\bar{m}^*/P)$
T4*. $/m/P \rightarrow -/\bar{m}^*/P$
T5*. $-P \leftrightarrow -/\bar{m}^*/P$
T6*. $/m^*/P\ .\ /n^*/P \rightarrow -P.\ -Q$
T7*. $/m^*/P \text{ v } /n^*/Q \rightarrow -P \text{ v } -Q$
T8*. $(-/m^*/P \rightarrow /n^*/Q) \rightarrow (P \rightarrow -Q)$

Nuevamente, las tesis de este segundo sistema permiten validar distintas inferencias intuitivamente correctas: A1* puede usarse para probar la validez de 2); T8* sirve para validar un argumento como el siguiente,

6) *Si este cuadro no es un Rubens falsificado, entonces es un Van Dyk falsificado*
Si este cuadro es un Rubens, entonces no es un Van Dyk

Los cálculos presentados más arriba permiten también validar inferencias que involucran modificadores de modificadores de predicado. Ejemplos de tales modificadores son "extremadamente" en "libro extremadamente interesante", "famoso" en "exalumno famoso", y "de primer orden" en "lógica clásica de primer orden". Los siguientes teoremas:

T14. /n//m/P → /m/P
T15. /m//n*/P → /n*/P
T9*. /m*//n/P → –/n/P

pueden usarse para probar la validez de, por ejemplo,:
7) *Es un libro extremadamente interesante*
Es un libro interesante
8) *Es una hermosa perla de imitación*
Es una perla de imitación
9) *Es casi un actor genial*
No es un actor genial

Referencias

(1) Quine, W. v. O., *Filosofía de la Lógica,* Madrid, Alianza, 1977.
(2) Clark, R., "Concerning the Logic of Predicate Modifiers", *Noûs* Vol. IV (1970), pp. 311-335.

Resumen

En este trabajo se plantea la razón por la cual la lógica de primer orden no es el marco adecuado para formalizar las inferencias que involucran modificadores de predicados. Se presentan dos cálculos no-extensionales para el manejo de dos tipos de modificadores de predicados, que resultan adecuados para la formalización de ciertas inferencias que involucran modificadores de modificadores de predicados.