

Nuevas consideraciones sobre la reforma de Leibniz de su dinámica (1678)*

Michael Fichant

(Paris)

Hace tiempo ya⁽¹⁾, esto es, durante el Segundo Congreso Leibniz en el año 1972, tuve la oportunidad de presentar los primeros resultados de la investigación hecha sobre un grupo de manuscritos inéditos, que Leibniz mismo fechara en enero y febrero de 1678 y titulara «*De corporum concursu*»⁽²⁾. Ellos muestran el verdadero acto de nacimiento de la dinámica leibniziana; descubrimos allí en estado original los motivos sistemáticos y epistemológicos que condujeron ocho años más tarde a la primera manifestación pública de la dinámica, la «*Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii*».

* Versión ampliada de la conferencia dictada en la Leibniz-Gesellschaft de Hannover el 5 de octubre de 1989. Agradezco a Beate Gerken (Hannover) por la traducción del texto y al Dr. Herbert Bröger (Leibniz-Archiv) por el cuidado puesto en la corrección de la misma y en la mejora de mi exposición.

¹La 'réforme' leibnizienne de la dynamique, d'après des textes inédits», en: *Akten des II. Internationalen Leibniz-Kongresses*, Bd. II, Wiesbaden, 1974, 195-214.

²El texto aparece en la catalogación de Bodemann dividido dentro de dos diferentes secciones: LH XXXV, 9, 23, ff. 1-22 y LH XXXVII, 5, ff. 86-91. Además, XXXVII, 4, ff. 59-80 están en relación con el texto principal como un primer esbozo de una explicación experimental.

En tiempos de aquella primera comunicación de 1972, tanto la existencia de estos manuscritos como su significación de primer orden para la cronología e interpretación del origen del pensamiento leibniano sobre este objeto esencial sólo eran conocidas por la corta pero, como siempre, muy sagaz y precisa mención de Erich Hochstetter en su artículo de 1966 "De la verdadera realidad en Leibniz"⁽³⁾.

El carácter muy provisorio de mis explicaciones de 1972 despertó un interés que, en virtud del significado inmanente al material, sólo será satisfecha con la publicación del texto completo y los anexos que esclarecen su contexto y relevancia. Esta publicación, largamente postergada, es ahora inminente. La investigación renovada de los manuscritos sobre dinámica, en los que actualmente me encuentro ocupado para la preparación de su edición, permite arrojar nuevas consideraciones sobre la "reforma" de la dinámica que Leibniz emprendiera en enero de 1678. En las reflexiones siguientes recordaré algunos puntos de partida ya expuestos en mis estudios anteriores - pero en particular continuaré la investigación de ciertos temas fundamentales del "*De corporum concursu*", cuya compleja superposición constituye a la vez la dificultad y la cualidad interesante de este texto.

§1. Es conveniente en primer lugar justificar el uso del concepto de "reforma", también utilizado en el título de este artículo. La palabra proviene del mismo Leibniz; expondremos su modo de proceder a continuación a través de una investigación sucinta del ordenamiento de los manuscritos, cuya reconstrucción permite reconocer un nivel mucho más elevado de elaboración que el de un mero registro de reflexiones.

"*De corporum concursu*" está escrito en diez pliegos en folio. Cada pliego (en latín, *scheda*) es distinguido de acuerdo con la sucesión (de *scheda prima* a *scheda decima*), en los que el título "*De corporum concursu*" se repite a la cabeza de la mayoría⁽⁴⁾. Los primeros nueve

3 *Zeitschrift für philos. Forschung*, 20, 1966, 428.

4 Los pliegos (*schedae*) 1, 2 y 4 están titulados "*De corporum concursu*", los pliegos 3, 5, 6, 7 y 10, "*De concursu corporum*". Los pliegos 8 y 9 carecen de título.

llevan la fecha enero de 1678, el décimo, enero y febrero. Finalmente dos pliegos contienen hojas añadidas, que posteriormente fueron designados como *scheda secundo-secunda* y *scheda secundo-sexta*; indicaremos más adelante su significación desde el punto de vista de la concatenación de la argumentación allí donde ellas marcan los sitios esenciales de fractura, los que por otra parte preparan el cambio decisivo a comienzos de la *scheda octava*.

En efecto, los primeros siete pliegos se dedican al intento vano de proporcionar una explicación sistemática, disciplinada y completa de las leyes de la colisión central de dos cuerpos sobre el fundamento de una definición, dada al comienzo, de la fuerza (*vis*) como "cantidad de efecto" (*quantitas effectus*) "*sive quod hinc sequitur factum ex quantitate corporis ducta in quantitate velocitatis*" (XXXV, 9, 23, f. 1 r^a). Aquí velocidad es entendida cartesianamente como valor absoluto, independiente de su dirección (a la que Descartes llamó "*determination vers un certain côté*" - no olvidemos que no se contaba entonces con el lenguaje de los vectores, para nosotros familiar).

El octavo pliego comienza con la misma definición de fuerza como "cantidad de efecto", pero de inmediato conduce a la reflexión que la fuerza de un cuerpo en movimiento tiene que ser estimada mediante la altura a la que podría elevarse con la velocidad alcanzada:

"Hinc vis eadem manet, non quando manet eadem quantitas motus, seu summa factorum ex celeritatibus in corpora, sed summa factorum ex quadratis celeritatum in corpora" (XXXVII, 5, f. 86 r^a).

Las *scheda octava* y *novena* evalúan esta nueva definición y muestran su capacidad para solucionar el problema del choque central de dos cuerpos, que hasta entonces se encontraba trabado por contradicciones, imprecisiones conceptuales y cálculos impracticables; el estado de movimiento de dos cuerpos en movimiento luego del choque

puede ser calculado "*ex his tribus principiis virium servatarum* [es decir, entonces, de la suma de mv^2], *servatae directionis in summa, et servatarum apparentiarum* [entendidas como "velocidades relativas"]".

Reconocemos aquí inequívocamente y en clara asociación con el fondo de principios de una teoría completa, las tres ecuaciones - de primer, segundo y tercer grado - cuya "armonía" será subrayada en el futuro *Essay de Dynamique*⁵. Por eso es que el noveno pliego puede terminar con el anuncio de una victoria: "*Conclusimus inquisitionem de regulis motus, et satisfacimus tandem nobis*", XXXVII, 5, f. 89 v^o). El pliego décimo, fechado en enero y febrero de 1678, completará esta conclusión, puesto que extiende la teoría a los casos más complejos del choque oblicuo y de la colisión de más de dos cuerpos.

Pero además Leibniz releyó, pluma en mano, las explicaciones precedentes, y, lo que es inusitado, las anotó con comentarios a la luz de las nuevas fórmulas; esto le permitió posteriormente corregir los cálculos, sacar a la luz contradicciones y errores, y revelar algunas veces zonas de coincidencias parciales. En estas notas marginales, en las que Leibniz de alguna manera controla los caminos incompletos de su pensamiento, introduce el concepto de "reforma" (*reformatio*): aparece por vez primera en una nota que remite al comienzo del tercer pliego: "*Quaecunque in hac scheda 3^a sequuntur manent post reformationem*" (XXXV, 9, 23, f. 7 v^o). A continuación Leibniz utiliza, si no me equivoco, ocho veces más la palabra reforma o sus variantes⁶. Es significativo que Leibniz no quisiera desechar de inmediato estas páginas que testimonian en verdad un estado superado de sus reflexiones sobre el movimiento, y que considere provechoso volver sobre las huellas de su proceder, como si posteriormente quisiera iluminar los inciertos caminos

5 "*Quoyque je mette ensemble ces trois Equations pour la beauté et pour l'harmonie, néantmoins deux en pourroient suffire pour la nécessité*", GM VI, 228.

6 Además del pasaje ya citado (XXXV, 9, 23, f. 7 v^o) encontramos los siguientes: XXXV, 9, 23, 9 r^o, 10 r^o, 10 v^o (*reformanda*), 13 r^o, 14 r^o, 20 r^o, 16 v^o (*reformata*), y XXXVII, 5, 86 r^o.

de un descubrimiento que por decir así se había impuesto debido a la acumulación de errores.

De esta manera, Leibniz llama "*reformatio*" a la reformulación de los principios que permiten formular coherente y completamente como ecuaciones las proposiciones del movimiento en el caso elemental del choque central de dos cuerpos y para todos sus casos especiales, fácilmente enumerables. La operación esencial de esta reformulación es la nueva definición de la fuerza mediante la medición de su efecto, y la sustitución de la velocidad simple por el cuadrado de la velocidad en el principio de conservación, a cuyo ámbito de validez Leibniz llama "*systema*".

No es este el sitio para traer a la memoria, ni siquiera en forma de bosquejo, la historia del problema de la colisión. Quisiera recordar brevemente, de acuerdo con el limitado marco de mi artículo, que Descartes fue el primero que distinguió y formuló claramente el problema en la segunda parte de su *Principia Philosophiae*, pero que la manifiesta inexactitud e inconsistencia de las siete reglas de cálculo enunciadas dieron a sus sucesores, y ante todo a Huygens, ocasión decisiva para la investigación, y finalmente, para las soluciones correctas⁷⁾. Pero además del carácter aparentemente simple del problema, Descartes mostró su trascendencia general para una filosofía natural *mecanicista* en la que la inteligibilidad de los hechos físicos deriva exclusivamente de los conceptos de movimiento, tamaño y forma de las partículas materiales. Así escribe Descartes:

*"déterminer, en particulier, quand et comment
et de combien le mouvement de chaque corps peut*

⁷Descartes, René, *Principia Philosophiae*, 1644, Parte II, artículos 46 al 52, AT VIII/1, 68-69). Véase al respecto, P. Costabel, «Essai critique sur quelques concepts de la mécanique cartésienne», en *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 80, 1967, 235-252. En el caso de Huygens, en el tomo XVI de las *Oeuvres Complètes* se encuentra todo el material y las muy provechosas notas de los editores.

être détourné, et augmenté ou diminué, par la rencontre des autres, [c'est là] ce qui comprend sommairement tous les effets de la Nature⁷⁸.

Esto explica para la historia del desarrollo de los principios mecanicistas el interés propiamente filosófico por un problema en el que se reúnen los planteamientos teóricos de la matematización de la experiencia física y los de la interpretación de la naturaleza en la que aquéllos se basan.

§2. No debemos olvidar este aspecto "paradigmático" si queremos entender el proceder a veces desconcertante de Leibniz, tal como aparece en los trabajos predecesores del "*De corporum concursu*".

Recordemos en primer lugar lo que ya sabemos gracias a los textos publicados: Desde su aparición en 1669 Leibniz tuvo conocimiento, a través de la intermediación de Mauritius, del resumen que Huygens ofreciera de las leyes de colisión de cuerpos elásticos (Huygens dice "duros") en ocasión del concurso establecido por la Royal Society de Londres. Leibniz se refiere en principio al texto latino aparecido en *Philosophical Transactions* el 12 de abril de 1669, pues no conocía la versión francesa publicada en el *Journal des Sçavans*, y que luego sí aparece citada en los manuscritos posteriores, en especial en los de 1677. Este ensayo, observa Leibniz, lo condujo a dirigir hacia ese tema su atención, ocupada en ese momento con cuestiones por completo diferentes, más precisamente, jurídicas⁷⁹. Antes de desarrollar sus consideraciones sobre las *Rationes Motus* reprodujo con gran cuidado todas las fórmulas de Huygens; ante todo aquéllas que debemos citar aquí para una mejor comprensión de lo que sigue a continuación. La quinta regla de Huygens dice que en el choque central de dos cuerpos no siempre se conserva la

8 *Le Monde ou Traité de la Lumière*, cap. 7, AT XI, 47.

9A VI, 2, 160: "[...] animo nostro (quem tunc longe aliae circa iurisprudentiam curae occupabant), tum demum ad hoc argumentum converso [...]"

misma cantidad de movimiento (en la suma de los valores absolutos), pero sí «la misma cantidad de movimiento en la misma dirección», ya sea la suma algebraica o la vectorial de las cantidades parciales. A continuación la Regla 6 constata la conservación, antes y después del choque, de la suma de los productos de la magnitud de cada cuerpo duro, multiplicado por el cuadrado de su velocidad - este producto tiene aquí solamente el significado de una expresión matemática que se justifica por su introducción en la ecuación sin tener una interpretación dinámica. A raíz de la séptima regla Huygens formula lo que llama «ley admirable de la naturaleza» («*loy admirable de la Nature*»), es decir, que para un número cualquiera de cuerpos, ya sean duros o blandos (esto es, elásticos o no) y ya sea su choque central u oblicuo, «el centro de gravedad [...] avanza siempre igualmente hacia el mismo lado en línea recta antes y después del choque» («*le centre commun de gravité [...] avance toujours également vers le même côté en ligne droite avant et après leur rencontre*»).

Leibniz conoce así desde 1669 las fórmulas a las que luego dará los nombres de la conservación de la dirección total o también de la magnitud del progreso así como también de la conservación de la fuerza, *potentia* o fuerza viva. Las conoce de una manera por así decirlo externa pero no las *posee* aún. En este aspecto, la carta a Oldenburg del 28 de septiembre de 1670 y luego la *Hypothesis Physica nova* son muy elocuentes⁽¹⁰⁾; las reglas de Huygens (y las equivalentes de Wren) describen ciertamente fenómenos reales (*phaenomena vera*) pero no ofrecen los fundamentos (*rationes motus*); ellas dan testimonio de una fenomenología cuantitativa y descriptiva de la experiencia física bajo determinadas circunstancias, pero no de estructuras conceptuales del movimiento en su generalidad abstracta. Sabemos bien que esta divergencia de ambos planos deja su impronta en la primera filosofía natural de Leibniz; menos se ha resaltado empero la siguiente paradoja: ya antes de su encuentro en París y del rico intercambio subsiguiente,

10A II, 1, 62-3 y A VI, 2, 231 y 268.

Huygens despierta con su ensayo en las *Philosophical Transactions* el interés de Leibniz por el problema de las leyes del movimiento; sin embargo transcurren nueve años antes de que éste reconociera en el artículo de Huygens, ampliado y confirmado con las lecturas de Mariotte y Wallis, el fundamento de una dinámica que mediante una armonía entre razón y fenómenos superara la división entre lo abstracto y lo concreto. ¿Se podría decir, como algunas veces se ha hecho, que Leibniz al término de esos nueve años de esfuerzos inciertos sólo ha adoptado una verdad dicha por otros, y que meramente le ha dado nombre (*vis*, fuerza) a un concepto que Huygens ya había establecido de manera óptima?

§3. Para poder responder a esta pregunta tenemos que dirigir nuestra atención a las precisiones que ofrece el estudio de los manuscritos inéditos. La fecha determinada por el "*De corporum concursu*" de enero de 1678 proporciona una pauta incontrovertible para el ordenamiento cronológico de acuerdo con el cual los documentos investigados traducen la situación de la definición de la *potentia* o fuerza como mv o bien como mv^2 . Hasta 1678 el trabajo intelectual no parece adelantar mediante una profundización metódica, continua y sostenida, de los mismos problemas, sino a través de fases sucesivas, más o menos prolongadas, en las que un tema dominante se impone y suscita intensas reflexiones. Esto lo muestran precisamente los manuscritos, como siempre ocurre con Leibniz. Antes de la fase decisiva de 1678 Leibniz se ha ocupado en varias ocasiones del choque y las leyes del movimiento. Con particular intensidad lo hizo en el transcurso de los años previos.

El fascículo XXXVII, 5 de los manuscritos leibnicianos contiene una cantidad significativa de páginas fechadas en 1677. En ellas el trabajo de Leibniz abarca a la vez el estudio de casos y el examen de las reglas. Los casos son determinados por la situación de ambos cuerpos en movimiento (velocidad, dirección y tamaño) antes de su encuentro; las reglas deben permitir la determinación de su estado de movimiento después del choque. Consideraremos estos documentos fechados en

su sucesión cronológica.

En marzo de 1677 (ff. 161-162) Leibniz establece dos suposiciones iniciales: el efecto es equivalente a la causa completa - un principio obtenido en los años precedentes -, y la fuerza - *vis* reemplaza al término tachado *conatus* - es "irresistible" (*irresistibilis*). Según el primer supuesto el centro común de gravedad de los cuerpos conserva la misma cantidad de movimiento, y de acuerdo con el segundo, se mueve uniformemente siguiendo la misma recta. En la misma página se encuentra la siguiente enunciación: "*Propositio fundamentalis totius scientiae Mechanicae: Datis corporibus quocunque nihil ab aliis extra ipsa sumptis patientibus, eadem semper manet potentia et directio totius aggregati*". Se define la potencia (*potentia*) por la cantidad del efecto que un cuerpo puede producir; la dirección del agregado completo es la de su centro de gravedad.

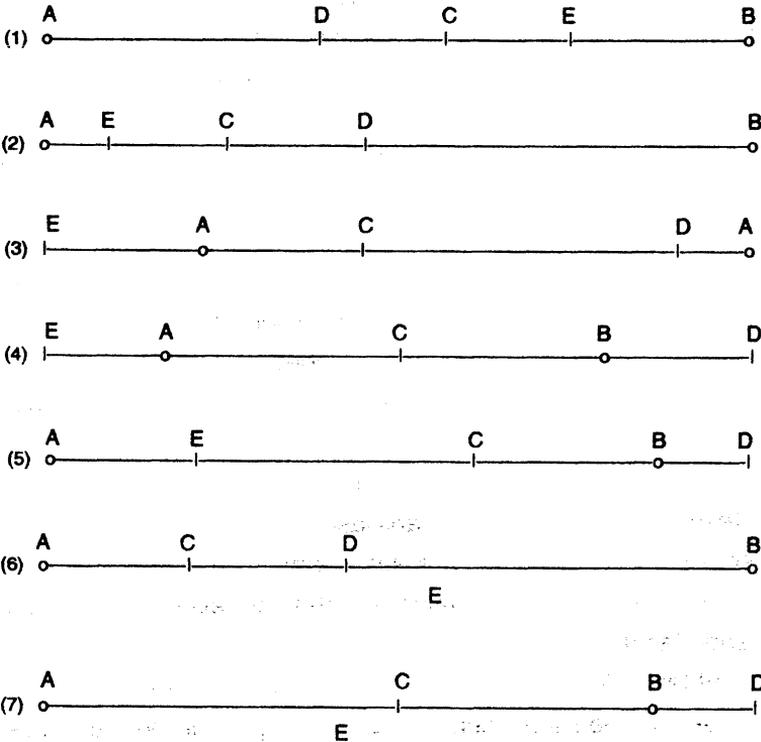
De este modo queda de inmediato caracterizado qué determina las reflexiones de Leibniz en este período; por una parte, Leibniz se orienta hacia la conservación de la cantidad absoluta de movimiento aunque este supuesto ya no es más cartesiano (si es que lo fue alguna vez); el axioma "metafísico" de la igualdad de la causa plena y del efecto entero, así como la connotación dinámica que se encuentra en el concepto de "efecto por engendrarse", exigen una interpretación completamente diferente de este supuesto. Por otra parte, Leibniz adopta la ley huygensiana de la traslación uniforme del centro de gravedad, ley que evidentemente tenía para Leibniz validez universal aun cuando en el uso que de ella hace limite la discusión a los casos especiales del choque central de dos cuerpos.

En la misma página (f. 162 r^a) Leibniz repite en francés de acuerdo con el texto del *Journal des Sçavans* las reglas 5 y 6 de Huygens, a las que rechaza porque "*haec si ita sunt, certum est motum perpetuum haber!*" Este argumento desvaloriza todas las leyes del movimiento incluyendo las de Descartes.

El texto de la primera mitad del pliego 144-145 es también de marzo. Leibniz menciona primero las dos reglas de las que el resto

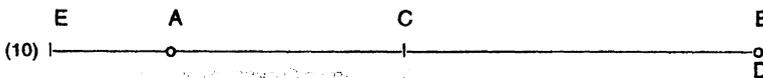
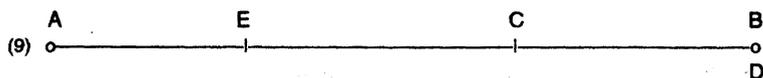
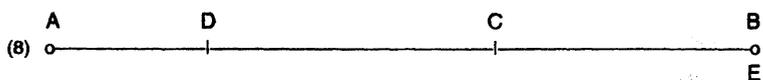
puede ser derivado: la de la conservación de la velocidad del centro de gravedad o de la dirección completa, y la de la conservación de la *potentia* total. De aquí se deduce para cuerpos iguales el intercambio de su velocidad y dirección. Pero las reflexiones tropiezan con el caso más general de cuerpos desiguales. Encontramos luego en francés la regla general de Huygens así como la representación de los diez casos que la ilustran. Aquí es necesario recordar nuevamente el enunciado de las reglas que permiten especificar la solución de todos los casos de colisión central de dos cuerpos elásticos⁽¹¹⁾: sean dos puntos A y B sobre una

11 Las reglas fueron publicadas por vez primera en *Journal des Sçavans* del 18 de marzo de 1669, 533. Se encuentran reproducidas en *Oeuvres complètes*, XVI, 383-5. La aplicación de la regla en diez casos diferentes era explicada mediante el siguiente diagrama:



recta que indican la posición de partida de los cuerpos en movimiento, indicados también con A y B; C es su centro común de gravedad, D el punto del choque, de modo que AD y BD pueden representar la velocidad del encuentro. Basta con tomar sobre la recta el punto E, de modo que $CE = CD$; los segmentos EA y EB representan la velocidad después del choque en la dirección dada por la sucesión de las letras.

Adviértase también que en el resumen publicado en 1669 esta construcción fue consignada sin justificación ni comentario. De hecho se basa en el principio de relatividad; esto es, ella tiene por finalidad atribuir al sistema de ambos cuerpos en movimiento un movimiento rectilíneo uniforme DC respecto a un observador externo, para quien el punto de choque D coincide con el centro de gravedad C. La línea CE prolonga por así decirlo este movimiento⁽¹²⁾. De esta manera todo caso cualquiera de choque central se reduce al caso principal en el cual las velocidades son recíprocas a los tamaños de los cuerpos, los que después del choque son rechazados en la dirección contraria con el mismo valor de velocidad. Huygens, además, representó el cambio así permitido de sistema de referencia con una ilustración que podemos llamar con términos posteriores de Leibniz, «*méthode du bateau*» (el



¹²Véase la formulación de Huygens de su regla en el ensayo póstumo «*De Motu corporum ex percussione*», *Propositio IX, Oeuvres Complètes*, XVI, 67-69.

método del barco)⁽¹³⁾: se representa un caso de choque sobre un barco que se desplaza uniforme y paralelamente a la orilla de un canal, y se traduce este caso al punto de vista de un espectador en reposo situado en esa orilla. Si el movimiento presupuesto del barco es igual a DC, se tiene una representación intuitiva de la construcción anterior. Este método establecido por Huygens era conocido desde sus contribuciones orales de 1666 ante la *Académie des Sciences*⁽¹⁴⁾. Como sabemos a través de otros manuscritos, Leibniz estaba muy bien informado sobre ello.

En estas páginas de marzo de 1677 discute sin embargo por separado cada uno de los diez casos de los esquemas que acompañan al texto de Huygens. Al respecto observa:

“Cum vero mihi semper visum sit, et etiam nunc videatur potentiam, seu motus absoluti quantitatem neque augeri neque minui posse, quia si augetur, statim inde motus perpetuus Mechanicus consequeretur, ideo decem casus Hugenianos ad hoc principium meum exigam”.

En el resultado de esta investigación Leibniz recrimina a las reglas de Huygens una inconsistencia que no advierte que es la de sus propios criterios: *“Ergo regulæ Hugenii in hoc quidem casu ne sibi quidem ipsis constant. Quod ipsi Hugenio significare operæ pretium esse videtur”.*

Leibniz pasa de inmediato a la discusión de un número de consideraciones de Mariotte⁽¹⁵⁾. Leibniz conserva la distinción entre

13Por ejemplo, *Essay de Dynamique*, «... ces règles mêmes de la percussion que l'expérience a justifiées, et dont on peut donner la raison par la methode d'un bateau, comme a fait M. Hugens ...», GM VI, 226.

14Huygens, *Oeuvres complètes*, XVI, 12, nota 3; carta a Oldenburg del 5 de enero de 1669, *ibid.*, VI, 334-335.

15Leibniz había leído con anterioridad (muy probablemente durante su estadía en París) el

choque blando y elástico y observa con toda razón que la proposición XIX del *Traité de la percussion ou du chocq des corps* de Mariotte es idéntica a la regla general de Huygens.

En mayo Leibniz utiliza el lugar libre en las páginas para un nuevo examen de las consecuencias de ambas reglas de la conservación de la dirección y de la potencia.

Dos documentos bien elaborados tienen la misma fecha, 10 de junio de 1677. Con el título "*Certa de Motu*" (ff. 157-158) Leibniz formula primero cuatro proposiciones que él considera seguras:

"1. *Corpora eandem semper servant potentiam.*

2. *Si duo corpora sibi occurrant celeritatibus reciproce proportionalibus, recurret ambo eadem celeritate qua venere.*

3. *Si corpus incurrat in quiescens immobile, recurret ea qua venit celeritate.*

4. *Si corpus incurrat in corpus quod repellere non possit, recurret sua celeritate."*

En lo que sigue del documento encuentra Leibniz el problema de la fuerza empleada en el choque en cuestión, *vis ictus*, que constituye el objeto de un tratamiento especial en un pliego (ff. 159-160) fechado en el día siguiente, el 11 de junio.

El segundo manuscrito del 10 de junio (ff. 191-192) indaga los posibles peligros de recurrir a la composición de movimientos en la representación de las leyes del choque y critica el fundamento sobre el que se basa el "método del barco" de Huygens. Cree poder mostrar que el método tiene como consecuencia un aumento de la cantidad de fuerza.

Hasta aquí y a grandes rasgos hemos tratado las piezas

ensayo de Mariotte *Traité de la percussion ou du chocq des corps*, (Paris, 1673), habiéndolo anotado en parte (XXXV, 14, 2, 115 rº - vº, y luego en 112 rº - 113 vº). Editaré los extractos y comentarios de Leibniz en la *Revue d'Histoire des Sciences*.

fechadas en 1677. Ellas bastan para iluminar qué cruzó por la cabeza de Leibniz cuando escribió en septiembre de ese mismo año a Gallois:

“Je travaille quelquefois en matière de mouvement, et je trouve qu'il n'y a point d'auteur que n'en ait donné jusqu'icy des regles fautives comme je puis demonstrer, et même verifier par l'experience”⁽¹⁶⁾.

A partir de estos hitos cronológicos incontestables, podemos asimismo tratar de ordenar otros manuscritos cuya lectura resulta a menudo difícil debido a la confusión de temas, el desorden de las páginas y la dificultad de una escritura apretada y apresurada. Estos manuscritos representan claramente la tenacidad teñida de indignación con la que Leibniz intenta comprender un problema aparentemente simple cuyas soluciones parecen escabullirse tan pronto como él las quiere formular. Las piezas en las que Leibniz se apoya en el concepto de *centrum potentiae* definido como distinto del centro de gravedad deben fecharse con anterioridad a marzo de 1677. La definición reza: el *centrum potentiae* C de dos cuerpos en movimiento A y B se encuentra entre ellos de manera tal que AC es a BC como la potencia de B a la de A, es decir, como el producto de B por su velocidad al producto de A por la suya (f. 152). Este concepto ha podido serle sugerido a Leibniz por el de “centro de fuerzas o de percusión” (*centrum virium seu percussionis*) formulado por Wallis, quien observaba asimismo su equivalencia formal con el centro de oscilación (*centrum oscillationis*) definido por Huygens⁽¹⁷⁾. El

16A III, 1, 230.

17 En la versión original de este artículo, yo había identificado imprudentemente el «centro de potencia» según Leibniz con el «centro de fuerzas o de percusión» de Wallis. Se trata en realidad de dos nociones diferentes. El centro de potencia divide a un cuerpo rígido o flexible en movimiento, o, más generalmente, un conjunto de cuerpos cuyos movimientos son interdependientes debido a nexos rígidos o flexibles, de manera tal que los productos de los

particular razonamiento de Leibniz en esta ocasión consiste en transplantar el uso de este concepto a la determinación cinemática de las consecuencias del choque directo. Fuera del caso en el que ambas velocidades contrapuestas son iguales, este punto *no* coincide en general con el centro de gravedad; Leibniz cree asimismo poder comprobar que el movimiento de este punto permanece constante y uniforme antes y después del choque; compara así esta regla con la ley huygensiana que afirma la uniformidad del movimiento del centro de gravedad. En este contexto anota que en algunas situaciones particulares cuando, por ejemplo, ambos cuerpos son iguales o las velocidades son en sus magnitudes recíprocamente proporcionales, su supuesto coincide con el de Huygens (f.151 v^a). El examen termina con observaciones desconcertantes; será posible, dice entonces Leibniz, "*quod dixit Hugenius nuper scilicet esse verum, quod aequale semper factum ex corporibus in celeritatum quadrata*"; pero de inmediato agrega:

"(Hugenius) fuit propinquus veritati, sed nescio quomodo seductus. Non debebat autem negare summas ex factis corporum in suas celeritates esse semper aequales. Poterant enim simul stare."

Con el planteamiento del concepto de *centrum potentiae* Leibniz se vió arrastrado a dirigir su atención de ahora en más a la ley de conservación del movimiento del centro de gravedad (o conservación de la dirección total) como se ve en ff. 148-149 (que siguen inmediatamente al f. 140). Investiga luego la conservación de la distancia de ambos cuerpos móviles para un lapso igual de tiempo antes y después del choque (*conservatio distantiae*), que con toda evidencia es equivalente al principio huygensiano de la conservación de la velocidad relativa (ff. 148 y 153).

El uso combinado de estos dos últimos principios conduce a Leibniz a la indicación de una regla concebida con toda apariencia de acuerdo con el modelo de la regla general de Huygens. Estas regias

son, de acuerdo con el resultado, básicamente equivalentes, pero se diferencian en la manera de expresión. Hallamos la regla formulada por Leibniz en f. 149 v^o, texto que se continúa en f. 148 v^o.

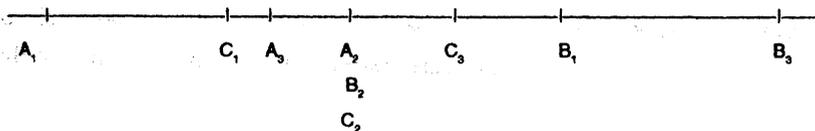
Sean⁽¹⁸⁾ A_1 y B_1 las situaciones de partida de los cuerpos antes del choque y C_1 la situación respectiva del centro común de gravedad; en el momento del choque coincide el centro de gravedad en C_2 con el

elementos del peso por sus velocidades sean iguales relativamente a ese punto (productos que Wallis designa como «momentos»). Acerca del «*centrum virium seu percussionis*», John Wallis, *Mechanica sive de Motu Tractatus Geometricus*, 1669, cap. XI, prop. XV (*Opera Mathematica*, 1, Oxford, 1695, 1012-1015, nueva edición en Hildesheim: G. Olms Verlag, 1972), y en particular el *Monitum* agregado en 1695: «*Id quod nos Centrum Virium, seu Centrum Percussionis, aut etiam Vibrationis, hic appellamus; id ipsum est quod Clar. Hugenius, opere post edito (de Horologio Oscillatorio), appellat Centrum Oscillationis*». Véase Huygens, *Horologium Oscillatorium*, 1673, *Pars Quarta*, en particular Prop. XXI y XXII, *Oeuvres Complètes*, XVIII, 304-339, y las notas de los editores, en páginas 53-58 y 443-447.

El centro de potencia al cual Leibniz ha recurrido episódicamente en 1677 es definido entre dos cuerpos no ligados que se mueven independientemente el uno del otro sobre la misma línea recta; divide el segmento reuniendo los dos cuerpos en razón inversa de sus cantidades de movimiento.

A lo sumo, se podría suponer que el concepto de Wallis (y de Huygens) ha podido sugerir a Leibniz la idea de ensayar qué daría la determinación, en una situación dinámica como la del choque, de un *centro* identificado haciendo referencia no a la gravedad solamente sino a la magnitud compuesta del producto de la gravedad (lo que Leibniz llama magnitud del cuerpo) y de la velocidad [Nota agregada por Michel Fichant en junio de 1993 especialmente para esta traducción. También el párrafo del texto principal al que remite esta nota ha sido variado por el autor para esta versión en castellano. Nota de A. G. Ranea]

18Se puede representar con la siguiente figura la regla:



lugar del movimiento A_2, B_2 . Se indica ahora un punto C_3 de manera tal que $C_2C_3 = C_1C_2$; mediante estos se indica la situación del centro de gravedad en el mismo lapso después del choque. Se supone además que los cuerpos han conservado la misma distancia respecto al centro de gravedad, y se indica esto como $A_3C_3 = A_1C_1$ y $B_3C_3 = B_1C_1$, lo que representa también por consiguiente la conservación de su distancia relativa mutua y por tanto de su velocidad relativa. A_2A_3 y B_2B_3 representan entonces la velocidad y dirección de ambos cuerpos después del choque. El "método del barco" permite probar, mediante la reducción de todos los casos a aquél en el que las velocidades y magnitudes son recíprocamente proporcionales, la exactitud de la regla. Leibniz no omite observar que el procedimiento así utilizado sólo vale para cuerpos elásticos.

Ahora bien, Leibniz durante este período presenta dudas respecto a la elasticidad; muy lejos de ver en la elasticidad como hiciera luego la condición insoslayable de la unidad y validez universal de las leyes del movimiento, se le ocurrió que ella podría ser por el contrario un factor de perturbación; así leemos en marzo de 1677 esta afirmación sorprendente:

"Tantum abesse ut Elaterium sit vera causa

La construcción leibniziana es en cierto sentido más clara que la de Huygens: en primer lugar hace visible el cambio de lugar del centro de gravedad en el tiempo; además, dado que elige este punto como fundamento de la relación, permite comparar estos cambios mediante la distancia que se conserva entre los cuerpos. En Huygens, como sabemos, la regla se basa en el principio de relatividad; en el caso del choque directo de cuerpos elásticos la conservación del movimiento del centro de gravedad se puede fácilmente derivar a partir de las velocidades derivadas de acuerdo con la regla general del choque. Ella alcanza el rango de ley natural (*loi admirable de la nature*) sólo mediante su generalización para todo ángulo de incidencia y para cualquier cantidad y tipo - elásticos y no elásticos - de cuerpos (Huygens pensaba poder demostrar esta generalización solamente para los cuerpos esféricos). Véase al respecto, Pierre Costabel, "La 'loi admirable' de Christian Huygens", *Revue d'Histoire des Sciences IX*, 1956, 208-220.

resilitionis, reflexionis et aliorum id genus ut contra sit causa imperfectionis et corpora perfecte leges sunt observatura si Elaterio careant, et omnino dura atque inflexilia sint (f. 162 r^a).

No es ésta sin embargo la única reserva que impide a Leibniz dar una continuación consecuente de la prueba de esta regla. Así como Huygens hiciera con su propia regla, Leibniz determina la validez (¡para cuerpos elásticos!) de este procedimiento constructivo por intermedio del “método del barco”. Hay que admitir dicho sea de paso que Leibniz hizo un uso sistemático de este método con anterioridad (véase ff. 141, 148-149, 158); sin embargo, como lo atestigua la reflexión desarrollada el 10 de junio, Leibniz se muestra al mismo tiempo hechizado pero a la vez extremadamente reservado ante sus fundamentos teóricos (ff. 159-160).

Se puede finalmente observar que el f. 16 continúa el escrito “*De Vi ictus*” de ff. 157-158. La oración “*Nondum mihi satisfacit*”, con la que el texto queda aquí sin resolución, encontrará una correspondencia por así decirlo con el “*satisfecimus tandem nobis*” al final del noveno pliego del “*De Corporum concursu*” en enero de 1678.

Podemos así extraer como primera conclusión que Leibniz en el transcurso del año que precede a la redacción del “*De Corporum concursu*”, enfrenta todas las cuestiones con las que en aquella época tropezaba el tratamiento de las reglas del movimiento. ¿Qué sucede cuando chocan dos cuerpos que se encuentran en movimiento (de los que uno puede también estar en reposo)? ¿Hay algún medio sencillo, inequívoco y general, suponiendo el conocimiento de la trayectoria y velocidad antes del choque, de determinar éstas después del choque mediante el cálculo o construcción geométrica? ¿Cómo ha de determinarse la fuerza del choque, cómo se conecta con la fuerza motriz, y cómo se diferencia de ella? ¿Hasta qué punto la consideración de la elasticidad (o su ausencia) afecta a las leyes del movimiento? El “*De corporum concursu*” nace de estas cuestiones y por eso mismo podemos

decir que ellas también determinan las reflexiones iniciales de la dinámica en formación así como ofrecen sus motivos fundamentales.

§4. Podemos ahora llegar al momento decisivo de la "reforma".

El 3 de enero de 1678 confiesa a Conring:

"Circa leges motus haereo, necdum explicare satis possum quid fiat si duo corpora magnitudine inaequalia concurrant, nam nec Cartesius nec Hugenius hic satisfaciunt qui tamen prae caeteris in hoc genere eminent"⁽¹⁹⁾.

Se trata precisamente de aquella misma dificultad que se le presentara en la víspera de la redacción del "*De Corporum concursu*" en un manuscrito fechado en el mismo mes:

"Credibile est in corporum durorum aequalium concursu illud evenire, quod alii egregii viri dixerunt. Nam eadem pariter vis, et in summa directio servatur; et fit permutatio velocitatum pariter ac directionum. Sed in corporibus inaequalibus non aequae servari potest regula illa" (XXXVII, 5, f. 193 r^a).

El planteamiento de Leibniz se aclara en sus posteriores reflexiones: ¿hasta dónde se puede mantener la regla de la conservación del mismo movimiento del centro de gravedad? ¿Tiene que ser reemplazada por la regla de la conservación de la distancia? ¿No se condicionan ambas recíprocamente? Tenemos que poner énfasis sobre este punto porque significa el reconocimiento del valor heurístico de estas dos reglas a partir de las cuales surge toda la reformulación en "*De corporum concursu*".

Quisiera pues investigar los motivos que representan en los primeros siete pliegos del opúsculo las precondiciones para esta reelaboración. Aunque el texto sigue en los detalles caminos complicados, el conjunto se somete a una composición ordenada claramente reconocible. Como en los esbozos de 1677 las reflexiones de Leibniz transcurren de manera tal que Leibniz vincula la investigación del caso singular con el examen de las reglas. Sin embargo este pensamiento que discurre por dos planos realiza un progreso que las explicaciones vuelven visible: los casos están estrictamente reunidos según un ordenamiento progresivo y esclarecedor, lo que a la inversa posibilita explicar con mayor claridad el alcance de las reglas y los límites que encuentra su uso sistemático.

Así los primeros pliegos (*scheda prima*) tratan el choque de dos cuerpos iguales, investigándose primero el caso en el que uno de los cuerpos se encuentra en reposo, luego el caso en el que un cuerpo más veloz alcanza a otro menos veloz que se mueve en la misma dirección, y finalmente el choque de dos cuerpos que se encuentran desde direcciones opuestas "con toda violencia".

El mismo folio trata a continuación el caso en el que un cuerpo más grande encuentra otro más pequeño, al que primero se considera en reposo y luego moviéndose lentamente en la misma dirección.

En el segundo pliego Leibniz llega al caso en el que un cuerpo más pequeño choca otro más grande en reposo, y luego, en el tercer pliego, al caso en el que un cuerpo más pequeño choca a otro más grande que se mueve en la misma dirección.

La investigación se continúa hasta el quinto pliego, donde se interrumpe con un desarrollo parcialmente independiente en el que Leibniz abandona el punto de vista puramente cinemático para determinar la fuerza del choque. Este ensayo se continúa en el sexto pliego. El séptimo trata desde un punto de vista más elevado el problema como una totalidad a la "luz nueva" que produce el principio de equivalencia de la causa plena y el efecto completo.

Debemos subrayar que Leibniz desde la primera línea de la

scheda prima ha considerado las diferentes situaciones particulares del choque central de dos cuerpos no solamente cada una por sí misma de manera separada, sino que también explicita sus variaciones, lo que permite ver que unas provienen de otras siguiendo una serie ordenada. Así el choque de un cuerpo móvil con otro de igual tamaño en reposo es colocado entre dos casos que suponen que el cuerpo que choca es más o menos grande: si es más grande arrastra al cuerpo chocado consigo; si es más pequeño, será rechazado. Si es igual, no sucede ni lo uno ni lo otro; o, dicho con mayor precisión, el cuerpo que choca se mueve con una velocidad infinitamente pequeña simultáneamente hacia adelante o hacia atrás⁽²⁰⁾. Así permanece en reposo en el punto de encuentro y tras pasa toda su velocidad al otro. Leibniz deriva de las reglas para el caso de desigualdad las reglas para el de la igualdad; luego la desigualdad mínima (la mínima diferencia de magnitud como exceso o defecto de un cuerpo respecto a otro) es tratada conforme a lo anterior, lo que se puede observar en caso de extrema desigualdad. De esta manera Leibniz enfatiza *la superioridad heurística de la investigación de la variación respecto a la de los casos aislados, o del orden respecto a las particularidades*.

Esta atención prestada al orden se encuentra también en otra característica constante del texto: Leibniz investiga en él en general las variaciones cualitativas antes de determinar cuantitativamente la distribución de velocidades surgida del choque; las variaciones cualitativas son la inversión o la conservación de la dirección, el crecimiento o decrecimiento de la velocidad, sin que su dimensión estuviera ya fijada. Por ejemplo, Leibniz formula (*scheda prima*) para el caso del choque de dos cuerpos iguales en direcciones opuestas primero el hecho global de que hay una reacción de uno frente al otro, y concluye por ello en la permutación de velocidad. Podríamos dar muchos ejemplos

20° *Quoniam enim omne majus abripit, omneque minus repellitur, necesse est aequale non magis abripere quam repelli, vel abripiet pariter et repelletur celeritate quavis assignata minore, id est quiescet.*, (XXXV, 9, 23, 1^a).

más. La ilustración más notable de este modo de pensar la ofrece la *scheda tertia*, donde se formulan seis lemas como preliminares a la investigación del caso en el que el cuerpo más pequeño choca a un cuerpo más grande que le antecede. Estos seis lemas determinan que en este caso el cuerpo que encuentra al que le precede, (1) puede ser rechazado por escasa que sea la diferencia de tamaño, o (2) por pequeña que sea la diferencia de velocidad; él puede también (3) continuar su movimiento hacia adelante por grande que sea la diferencia de tamaño o (4) por grande que sea la diferencia de velocidad; finalmente puede persistir en reposo por grande o pequeña que sea (5) la diferencia de tamaño o (6) la diferencia de velocidad⁽²¹⁾. Se trata de posibilidades que fijan el campo de las soluciones antes de que éstas sean calculadas caso por caso; se trata aquí en efecto del principio de continuidad mediante el cual la ganancia está predeterminada por reglas especiales y que orienta la búsqueda de soluciones especiales. Leibniz no menciona por su nombre aquí al principio de continuidad pero formula su contenido con toda claridad:

“quando casus seu hypothesis in infinitum accedit alicui alteri hypothesisi, donec plane in eam desinat, etiam eventus continue accedet eventui posterioris hypotheseos, donec omnino cum eo coincidat, nec potest in hoc genere fieri saltus ut casus per mutationem existente assignabili minorem, eventus mutatio sit magna et notabilis”
(XXXV, 9, 23, f. 7 v^a).

De esta formulación nada habrá de ser posteriormente revocado⁽²²⁾.

21Ibidem, ff. 7 v^a - 8 r^a.

22Compárese por ejemplo con las conocidas publicaciones (1687) del «*Principe Général*» en GP III, 51-55 y GM VI, 129-34.

Esta misma jerarquía de los planos de la invención caracteriza la introducción del principio de causalidad en el séptimo borrador. Aquí también la consideración cualitativa antecede y fundamenta las soluciones con las que se puede representar los casos dados en proposiciones cuantificables. Leibniz explica que se recomienda ordenar sistemáticamente la totalidad del tema para arrojar de cierta manera sobre él “una nueva luz”. Entonces formula: “*Effectus integer assimilatur causae plenae, quoad ejus fieri potest*” (XXXV, 9, 23, f. 21 r^a). El efecto no es sino una mutación (*mutatio*) de la causa, y todas las mutaciones estarán dirigidas por una regla de minimización: “*Ex. gr. Status Mundi praesens quam minimo differet a sua causa integra, scil. statu praecedenti*” (ibid.). El supuesto según el cual el efecto es equipolente a la causa entera es una consecuencia del principio así formulado de la asimilación y minimización. La parte siguiente del pliego emprende la clasificación y solución de los diferentes casos del choque bajo este aspecto cualitativo, en el que el estado siguiente al encuentro tiene que ser determinado como el más similar al precedente: “*Ex his intelligi potest quod natura similitudinem in omnibus servet, quando potest; quando vero eam servare non potest tunc contingit aequipollens*” (f. 22 r^a).

Cuando por ejemplo un cuerpo más grande choca a otro más pequeño en reposo, seguirá moviéndose en la misma dirección: “*id enim similius statui priori, quam si quiesceret vel repelleretur*”.

En lo que respecta a la “similitud de estados” (*similitudo statuum*), se supone en general que el reposo es similar al rebote y a la continuación, así como rebote y continuación lo son entre sí; que el reposo es “de manera natural similar pero más afín” a una pequeña continuación que a un rebote mayor, y vice versa, y que la continuación es más afín a un pequeño rebote que a uno mayor, y vice versa (f. 22 r^a). Es notable que en este punto de la investigación y por falta de una manera general y uniforme de cálculo de la cantidad exacta de las velocidades después del choque, Leibniz haya buscado una solución en el lenguaje de la similitud, de la contigüidad y de las variaciones de la disposición. Encontramos aquí nuevamente uno de los aspectos más

substanciales y excitantes de su pensamiento metódico.

§5. Esta interpretación del principio de la equipolencia de causa y efecto no autoriza sin embargo aún a conceder a la investigación del choque la "fuerza arquimedea" total que Leibniz, de acuerdo con una expresión utilizada algo después, deseaba obtener²³). Para ello debemos revisar otras líneas de la elaboración final cuya sucesión podemos reconstruir de manera plausible siguiendo el «*De corporum concursu*» .

Para ello podemos enunciar esquemáticamente lo siguiente:

1. una conformación lógica que permite traducir con todo rigor todas las relaciones recíprocas de la implicación y de la exclusión entre los supuestos que concurren en la construcción de una teoría;
2. la consideración y discusión de los resultados experimentales;
3. la traducción cuantitativa de la equivalencia de causa y efecto mediante la indicación de un concepto apropiado de medida.

Investigaré sucesivamente estos tres temas.

1. En la *scheda prima* Leibniz encuentra, en ocasión del choque de un cuerpo más grande con otro más pequeño que le precede, la regla de la conservación de la traslación uniforme del centro de gravedad así como la regla de la conservación de la distancia de ambos cuerpos en igual tiempo antes y después del choque y de su distancia respectiva al centro de gravedad.

La *scheda secunda* por su parte tropieza con una dificultad respecto a la compatibilidad de la primera de estas reglas con el caso en el que el cuerpo más pequeño alcanza al mayor. Pues Leibniz insiste, "nada puede hacerme desistir de este enunciado" ("*Nihil est quod me a sententia dimovere possit*", XXXV, 9, 23, f. 6 r^a).

²³Luego de enero de 1678 (por tanto, «*post reformationem*»), Leibniz sostendrá haber alcanzado en ese entonces dicho rigor; véase la carta a Conring de junio de 1678: «*sed de vi elastica quam vocant corporum post flexionem se restituentium ac de corporum inter se concurrentium ac repperussorum legibus nunc primum certa Elementa demonstrata habere arbitror Archimedeo plane rigore*», A II, 1, 419.

Esta situación crítica es el objeto de las reflexiones que se encuentran en las hojas añadidas y que son designadas como *scheda secundo-secunda*. Leibniz logra allí lo que no siempre se da, es decir, dominar sus cálculos y resumirlos en una expresión; así lo justifica explícitamente:

"[...] positis his duobus, corpus minus incurrens in majus quiescens repelli, et posito centrum gravitatis eandem servare directionem, sequitur motus perpetus artificialis [...] seu augmentum virium, quod est absurdum" (XXXV, 9, 23, f. 4 v^o).

Esta misma conclusión es examinada con relación al supuesto de la conservación de la distancia, de manera que Leibniz puede resumir esta pieza con las palabras que como título o nota se ubican en el margen del texto:

"Demonstratio: quod in casu incursum corporis minoris in majus et ab eo nonnihil repulsi impossibile est distantiam corporum inter se eandem manere certo intervallo ante et post concursum; item quod iisdem positis impossibile est eandem manere viam centri gravitatis" (ibid.).

Con ocasión de una nueva lectura luego de la reforma (*post reformationem*) agrega Leibniz a este enunciado simplemente: *"posito eandem manere quantitatem motus"*. Y más claro aún es el siguiente comentario surgido de la evidencia que acaba de obtener:

"Nota haec scheda recte concludit non posse servari centri gravitatis viam eandem, aut eandem distantiam, posita eadem semper quantitate motus. Verum absolute male concludit quod distantia et

via centri non serventur, falsa enim est hypothesis
Cartesiana de servanda motus quantitate" (f. 4 r^a).

Este proceder con vistas a una explicación conduce a Leibniz a construir en esta *scheda secundo-secunda*, a partir de un caso especial que sirve de ejemplo, una estructura lógica de proposiciones: P_1 = principio de conservación de la suma igual de cantidades de movimiento, P_2 = principio de la constancia de la traslación del centro de gravedad y P_3 = principio de invariabilidad de la distancia. Argumentación y cálculo permiten indicar el esquema siguiente: cuando P_1 es en general verdadero, entonces existen casos (al menos uno) en los que P_2 o P_3 es falsa. Por contraposición se sigue: si P_2 y P_3 son en general verdaderos, entonces P_1 no vale.

Las reflexiones de Leibniz no terminan en los primeros siete pliegos del "*De corporum concursu*" puesto que no se admite la incompatibilidad de las suposiciones puestas en juego simultáneamente para la resolución del problema. Cuando Leibniz explicita la forma lógica del conflicto y realza así la dependencia de los principios, da un paso en dirección a la resolución de este conflicto. Pues si "nada puede hacerme desistir" de la ley del movimiento constante del centro de gravedad, entonces tiene que ser cuestionada de una u otra manera la universalidad de la conservación de la cantidad de movimiento y la definición de la fuerza obtenida mediante ella.

2. La consideración de los resultados experimentales es un instrumento para lograr esto. El marco teórico en el que estos resultados son incluidos, y las condiciones de validez de las conclusiones extraídas a partir de ellos tienen que ser precisados aún con cuidado.

En primer lugar obsérvese que Leibniz en la *scheda quinta* emprende la determinación de la distribución de la velocidad después del choque a partir de la fuerza de éste que se manifiesta en el *conatus*, y con la que ambos cuerpos se separan entre sí después del choque elástico. Leibniz se rehusa pues a considerar - como había hecho Mariotte - que la fuerza del choque podría depender solamente de la velocidad

relativa de ambos cuerpos antes del choque; para él, su valor tiene que ser determinado mediante la velocidad de cada uno de los cuerpos en movimiento. Así declara:

"Falsa est propositio quod eadem sit percussio, si corpora sibi eadem celeritate propinquent [...]. Si eadem esset percussio nulla ratione motuum propriorum habita, sequeretur in corporibus mollibus seu percussione carentibus perdi vim, et quidem omnem perdi quae alioqui si elastica essent conatum discedendi produci ponitur. Quod ipsorum qui eandem percussione defendunt sententiae contradiciti" (XXXV, 9, 23, f. 13 v^a)²⁴.

Así, por ejemplo, la fuerza del rebote es mayor cuando dos cuerpos en movimiento chocan en direcciones opuestas y con igual velocidad que cuando un cuerpo en reposo es encontrado por otro con doble velocidad, lo que sin embargo sería equivalente desde el punto de vista de la velocidad relativa. No es necesario ahora explicar la duda conceptual que aquí se opone a una determinación clara de la fuerza del choque; es suficiente para Leibniz indicar la imposibilidad de darle una única caracterización, puesto que el factor que ella exige en el cálculo de las velocidades luego del choque tiene que ser determinado caso por caso.

No seguiremos tampoco los complicados cálculos de Leibniz en detalle sino que nos atenderemos al único resultado provechoso para la interpretación de los siguientes. En la primera página de la *scheda secundo-sexta* en la que se pueden comprobar muchas interpolaciones sucesivas, Leibniz resume su cálculo con lo que aísla la expresión para la distribución de la velocidad después del choque, que él ha conservado

24La «sententia» así caracterizada pertenece a Mariotte: véase *Traité de la Percussion, Second Principe d'expérience, Proposition III* (edición original, Paris, 1673, 25-29).

para el caso en que un cuerpo más grande choca a otro más pequeño en reposo.

Leibniz obtiene así dos ecuaciones mediante las cuales la velocidad que queda en el cuerpo A que choca y la que adquiere el cuerpo chocado B están en relación con e , es decir, la velocidad precedente e de A⁽²⁵⁾.

Partiendo de estas dos fórmulas Leibniz elabora una tabla numérica en la que reúne los valores conservados para $B = 1$, $A = 1$, entonces $e = 2$, entonces $e = 4$, entonces $e = 8$, entonces $e = 16$ y, por otra parte, $e = 1$, entonces $e = 2$, entonces $e = 3$, entonces $e = 4$, etc., hasta $e = 8$ (tabla I).

Sea dado un mecanismo simple similar al descrito por Mariotte²⁶. Dos esferas A y B de madera dura penden de hilos iguales. La esfera B permanece idéntica y en reposo, mientras que por A deben utilizarse sucesivamente esferas 16, 8, 4 y 2 veces más grandes que B y finalmente una igual a B. Al separar la esfera A de su posición vertical y dejándola caer hacia B adquiere una determinada velocidad de caída que puede variarse mediante la altura de la caída. En ello las velocidades

25Sean a y b las magnitudes (o masas) de los cuerpos (con $a > b$), e la velocidad previa de A, mientras que B permanece en reposo; ae es la fuerza o cantidad de movimiento; para el valor adoptado en este caso por la fuerza de choque (*vis percussionis*) se dan las siguientes velocidades de a y b mediante las fórmulas:

$$\varepsilon = \frac{2a^2 - ab - b^2}{2(a+b)^2} e$$

$$v = \frac{5a^2 + 3ab}{2(a+b)^2} e$$

Adviértase que la falsedad de estas fórmulas no solamente se sigue del supuesto de la conservación de la cantidad (absoluta) de movimiento, sino también de la evaluación de la fuerza que se calcula por separado en el choque elástico.

26*Traité de la Percussion, Problème, Proposition I* (o. c., 8-22).

adquiridas son, de acuerdo con las fórmulas elaboradas por Galileo, proporcionales a la raíz cuadrada de las alturas. Después del choque se toma nota de hasta qué altura las esferas se elevan nuevamente con sus velocidades resultantes, lo que permite determinar la velocidad traspasada a B y la que permanece en A. Leibniz construye una tabla de los resultados observados - para las velocidades iniciales de A idénticas con las del cálculo (de 1 a 8) - y las compara con las tablas numéricas anteriores (tabla II). La comparación lleva a que en todos los casos la velocidad que se conserva en el cuerpo que choca difiere muy poco del valor calculado, mientras que la velocidad conservada del cuerpo chocado difiere muchísimo del mismo. Esta diferencia por su parte crece en cuanto mayor es A que B. El comentario descuidado de Leibniz merece citarse aquí: *«His ergo experimentis systemata Hugenii, Wrenni, Wallisii et Mariotti evertuntur»* (XXXV, 9, 23, f. 18 v^a)!

Al leer de otra manera sus tablas, Leibniz recibe pronto el impulso para una refutación completamente diferente: a saber, que los fundamentos mismos de los cálculos que proveían los resultados teóricos son inadecuados y tienen que ser “derrumbados”²⁷⁾.

3. El resultado negativo suministrado por la experiencia alcanza su completo valor en cuanto más se indican contextos de investigación ya delineados por la discusión teórica de las reglas y sobre todo por la explicación lógica lograda con anterioridad. Ante todo la experiencia sugirió cómo transcribir el principio de equivalencia

27)Adviértase el hecho de que Leibniz ha detallado con mucho cuidado los resultados en su primer borrador (XXXVII, 4, ff. 59-60) y luego ha transcritto las tablas con mayor precisión y claridad; en ambos casos fue apoyado por un copista, tal como se puede ver con toda evidencia en la yuxtaposición de dos diferentes caligrafías. Todo indica que se trata de un experimento que Leibniz realmente ha llevado a cabo y controlado por sí mismo. Leibniz señala que las esferas de madera no son perfectamente elásticas y que por tanto los resultados obtenidos están, por así decirlo, en el medio entre lo que se obtendría con esferas de acero y con esferas de barro liviano. Aun cuando Leibniz debió haber evaluado un experimento mediante otro ya realizado y comunicado, no deja de ser interesante advertir cómo demuestra aquí su comprensión del significado de los métodos experimentales.

de causa y efecto de manera provechosa en un cálculo; precisamente de esta manera pudo el principio transformarse en un fundamento constitutivo.

En el caso especial que constituye el objeto de la investigación experimental, el estado inicial del sistema antes del choque se determina mucho mejor - como en aquel otro intento llevado a cabo con el mismo mecanismo - con la altura de los cuerpos que con la velocidad alcanzada en el momento del choque. De igual manera el estado posterior al choque está exactamente descrito por las alturas a las que los cuerpos se elevan con las velocidades resultantes. De esta manera Leibniz puede corregir sus tablas, reemplazando en los resultados de los cálculos los valores de sus velocidades por sus cuadrados, los que, de acuerdo con Galileo, son equivalentes a las alturas correspondientes. La lista así reelaborada (tabla III) caracteriza una nada despreciable aproximación de los valores calculados a los observados. Pero esto solo no es suficiente en sí mismo para una conclusión. Lo que por el contrario abre el camino a la reelaboración global del sistema de principios es la posibilidad puesta así de relieve de formar un concepto de medida exacto que haga efectivamente la comparación de causa y efecto y provea de sentido operativo a su equivalencia postulada; esto puede verse mediante una igualdad precisa entre las magnitudes físicas.

Esta nueva interpretación del principio de equivalencia permite la superación de uno de los obstáculos hallados en *scheda secunda*. Leibniz había formulado allí en forma de lema un principio que él consideraba "elegante" y "en primerísimo lugar conforme al entendimiento" ("*Lemma quod elegans videtur, et omnibus primo aspectu rationi consentaneum videbitur*", XXXV, 9, 23, f. 3 r^o). Este lema, llamado también "lema de inversión" (*lemma inversionis*), afirma: cuando dos cuerpos en movimiento que han chocado una vez lo hacen una segunda vez con las velocidades resultantes, se dan así de nuevo las velocidades anteriores al primer choque. Este lema no sólo coincide con experimentos realizados por otros - también aquí nuevamente una franca alusión a

Mariotte⁽²⁸⁾ - sino «*etiam attente consideranti probabile apparebit, nam effectus omnis causam suam reproducere potest*» (ibidem).

El hecho de que todo efecto pueda reproducir su causa había sido desde las primeras formulaciones de la igualdad de la causa completa y el efecto entero una de sus consecuencias explícitas (por ejemplo, en el “*De Arcanis Motus*”⁽²⁹⁾). Ahora bien, Leibniz ha sido inducido en la *scheda secunda* a impugnar la validez universal del lema de inversión. De ahí la nota agregada después de la reforma: «*Et puto verum esse hoc Lemma. Ex hoc solo Lemmate putem cuncta solvi posse*» (ibidem, nota marginal). Y, en efecto, si se representa mediante la altura alcanzada de dos péndulos la distribución de la velocidad antes y después del choque, la reversibilidad de las situaciones representa unívocamente el tipo de igualdad que se produce en esa ocasión entre las causas y los efectos.

A partir de entonces Leibniz puede desde un principio indicar en la *scheda octava* la nueva definición según la cual la “fuerza” es medida con el producto mh o mv^2 . La nueva definición de fuerza le posibilitará hallar la coherencia entre las ecuaciones para el choque elástico, coordinar las soluciones cinemáticas para los diferentes casos especiales y determinar de manera inequívoca la fuerza del choque ligada solamente con la velocidad relativa. Sin duda el título “dinámica” no es aún utilizado; pero lo esencial de su armamento teórico ya existe, y para Leibniz con la clara conciencia del progreso conceptual así alcanzado.

§6. En el final de esta investigación podrían hacerse cuatro observaciones en lugar de extraer una conclusión.

1. Las exposiciones sistemáticas de la dinámica en los grandes resúmenes posteriores borran las huellas del procedimiento efectivo en

28 Véase la Proposición XX en el tratado de Mariotte (o. c., 122-126).

29 *De Arcanis Motus et Mechanica ad puram geometriam reducenda*- (XXXV, 13, 3, f. 81), publicado por H.-J. Heß en *Leibniz à Paris*, tomo I, *Les Sciences*, (*Studia Leibnitiana Supplementa*, XVII), 1978, 202-205.

el momento de su surgimiento original. Poco después el método a posteriori privilegia la consideración de la fuerza de gravedad y del trabajo para justificar la conservación de la fuerza viva; en la fundamentación de la conservación de la acción motriz (*action motrice*) el método a priori se limita, como puede verse principalmente en el *Essay de Dynamique*, a citar solamente las leyes "supuestas" del choque con el fin de componer un experimento mental con el que se demuestre la validez de un principio ya anteriormente comprobado mediante la introducción del concepto de acción.

En todos los casos se reconoce en el tema de las reglas del choque una de las puertas posibles a la dinámica pero ya no aparece como aquélla que provee el acceso en su primera redacción. Solamente la prueba de los manuscritos inéditos puede mostrar este hecho. A ello se agrega que la "*Brevis demonstratio*" de 1686 como primer texto publicado sobre este tema simplemente ocultara con su punto de vista limitado y polémico el problema de la transmisión del movimiento, en tanto el texto parte idealmente de una transferencia total de la *potentia* de un cuerpo a otros con el fin de ofrecer una regla de equivalencia. Leibniz comenta así su método de exposición:

"Je prends la force et la vistesse acquise telle qu'elle est, sans me mettre en peine maintenant si elle a esté donnée tout d'un coup par un choc subit d'un autre corps ou peu à peu par une acceleration continuelle de la pesanteur ou ressort"⁽³⁰⁾ ."

2. Como hemos visto, el reconocimiento de mv^2 como definición real de la *potentia* o fuerza es precedido y preparado por el reconocimiento de la ley del movimiento uniforme del centro de gravedad en su validez universal. Más que cualquier otra tesis de Huygens ésta le parece a Leibniz un principio global de permanencia y simetría fundado

30GP III, 45.

en el orden de las cosas. Una observación de marzo de 1677 conecta esta conservación con la afirmación "*Vis tota irresistibilis est*" (XXXVII, 5, f. 162 r^o). Una nota marginal del *scheda prima* la retoma ampliándola: "*Integra natura est irresistibilis*" (XXXV, 9, 23, f. 1 r^o). Y otra vez en *scheda decima*: "*Tota natura est irresistibilis. Hinc et vires eadem servantur, et directio quoque*" (XXXVII, 5, f. 90 r^o).

Por el contrario la regla 5 de Huygens - aquella que niega la conservación de la suma absoluta de la cantidad de movimiento para mantener solamente la conservación de su suma con dirección - crea para Leibniz más bien un obstáculo. En el *Essay de Dynamique* la conservación del impulso es reconocida como una ecuación integrada completamente en la "armonía" del sistema pero Leibniz, por lo que parece, ha tenido reservas ante ella largo tiempo. La siguiente observación de 1687 hecha en ocasión de la controversia con Catelan lo pone de manifiesto:

"On pourroit cependant donner quelque interpretation nouvelle au principe de la quantité de mouvement, et apres cette correction il demeureroit universel, mais il n'est pas aisé de s'en aviser"⁽³¹⁾.

Esto es así porque el mismo Leibniz no podía con facilidad adherirse a esta interpretación.

En el "*De Corporum concursu*" Leibniz escribe expresamente que a causa de la validez de la conservación de la cantidad de fuerza (en el nuevo sentido) la conservación de la cantidad de movimiento se vuelve solamente dudosa, aun cuando Leibniz todavía tome esta conservación en sentido cartesiano; junto a la oración "*Hinc eadem semper est in Mundo quantitas Motus*" leemos al margen esta nota agregada luego de la reforma: "*Dubium [¡no: falsum!] de quantitate motus verum de quantitate virium*" (XXXV, 9, 23, f. 21 r^o). En otro pasaje (*scheda*

nona) sugiere que la cantidad de movimiento podría conservarse en el mundo aunque no se conserve en una sistema parcial: *"Itaque absolute quidem in Mundo arbitrario servari quantitatem motus, etsi id non appareat in systemate"* (XXXVII, 5, f. 89 v^a) - y esto significa para nosotros particularmente en el sistema en el que la gravedad actúa de acuerdo con la ley galileana⁽³²⁾.

Los notables textos del fascículo XXXV, 9, 21 que siguen muy de cerca al *"De corporum concursu"* en el tiempo, muestran cómo Leibniz ha investigado este curso de pensamientos. Así, luego de la afirmación de que Dios conserva siempre en el mundo la misma potencia que se calcula por la altura a la que ella es capaz de elevar a un cuerpo (f. 4), Leibniz ha agregado que también se conserva allí la misma cantidad de movimiento durante lapsos iguales finitos de tiempo y por tanto también en toda parte infinitesimal del tiempo (*"nempe parte temporis quae sit data quavis minor"*):

"itaque de toto systemate verum est Axioma [es decir, el de la conservación de la cantidad de movimiento] licet in singulis corporibus potentia eorum sit aestimanda non ductu velocitatis in massam, sed ductu quadrati velocitatis in massam".

En f. 3 desarrolla estas ideas profundizando el concepto de la cantidad de movimiento en un tiempo dado: se lo explica como el producto de la masa del cuerpo con la suma de todas las velocidades momentáneas que ha recibido sucesivamente durante ese tiempo. Para el mismo cuerpo esta cantidad puede variar de un lapso de tiempo a otro, pero debemos presuponer que la firme unión de todos los cuerpos

³²Véase también en *scheda decima* la suposición algo más débilmente expresada: *"Videndum quid fiat in tota natura [...]. Praeterea an extra systema, servanda est quantitas motus. An forte nihilominus fieri potest, ut in toto Mundo quantitas Motus servetur."*

en el mundo provee cierto tipo de compensación:

“Itaque licet in corporibus particularibus dici non possit eodem tempore eandem servari quantitatem motus, tamen si omnia ea simul sumas, quae unquam cum his corporibus et inter se connexium habuerunt, res debet succedere. Atque ideo sumto toto universo manet motus quantitas eadem aequali tempore” (f. 3 v^o, donde Leibniz ha observado al respecto: *“Haec tamen adhuc accuratius consideranda”*).

Estos textos merecen una explicación precisa y detallada. Pero ya podemos saber que Leibniz durante un período determinado creyó que en el choque de varios cuerpos que forman un sistema sólo una conservación válida localmente de la suma de mv^2 puede conciliarse con la conservación de la suma mv en el sistema total del mundo.

3. Tal vez rozamos así una respuesta inicial a la pregunta que ahora tenemos que formularnos: ¿por qué Leibniz, quien como vimos desde el comienzo de sus reflexiones sobre el movimiento ha contado con los instrumentos teóricos de la solución finalmente adoptada, se ha tomado tanto trabajo para integrar a su pensamiento las fórmulas obtenidas a través de sus lecturas?

Sin lugar a dudas se trataba en Huygens, Mariotte y Wallis de fórmulas que atribuyen estructura matemática a un fenómeno sólo local y aislable, en tanto someten a cálculo los elementos de una experiencia particular. En ese sentido sus contribuciones - aunque en cada caso de manera diferente - están cercanas a las exigencias que aún hoy prescribimos respecto a una auténtica teoría física. La *Hypothesis physica nova* por el contrario permite saber que Leibniz buscaba una explicación global y una comprensibilidad universal; esta intención sólo puede realizarse mediante una teoría unitaria. Con el rechazo de su primera hipótesis Leibniz no abandona por completo esta intención; por

el contrario de cierta manera Leibniz se propone alcanzar una unidad armónica más estricta, eliminando la dualidad de la teoría abstracta del movimiento abstracta y la concreta en favor de la dinámica como una "ciencia mixta", como reza la feliz formulación de Guerout.

Leibniz, como Descartes, no sólo ha buscado un instrumento para determinar lo más exactamente posible el intercambio de movimiento que se da entre cuerpos diferentes; quería antes bien fundamentar la comprensibilidad del "sistema del mundo", una expresión documentada en el "*De Corporum concursu*". Lo que vale para sistemas parciales tiene que poder justificarlo la extrapolación al conocimiento del sistema total. La *scheda septima* subraya la exigencia respecto al principio de equivalencia de la causa plena y el efecto completo: "*Eadem semper manet quantitas virium in eadem Machina, seu corporum quocunque in actione et aut passione constitutorum aggregate*" (XXXV, 9, 23, 21 r^a). Luego de esta caracterización adecuada para un sistema mecánico aislado, continúa Leibniz: "*Eadem est semper quantitas virium in Mundo, quia totus Mundus est una Machina*".

En este plano tiene por tanto que llevarse a cabo la sustitución que permita utilizar mv^2 como definición verdadera de la fuerza tanto en los fenómenos singulares como en la unidad del todo. La reforma a partir de la cual ha surgido la dinámica consiste, por tanto, en la identificación de una fórmula única tanto para calcular efectos particulares del choque como también para descubrir la constitución global del universo.

4. Vemos por tanto que Leibniz no se limitó solamente a darle nombre a un concepto ya fundamentado por Huygens. Detrás del mismo, en una expresión matemática puesta en ecuación - conservación de la suma de mv^2 - Leibniz desarrolla otros conceptos que remiten a otras fundamentaciones. Al apropiarse Leibniz de determinadas fórmulas huygensianas les da algo más que un nombre: les confiere una nueva identidad filosófica. Una historia de la ciencia que sólo quiera registrar la cronología de los intercambios de fórmulas, codificaciones, resultados experimentales y que aún se expone en los planes de estudio de nuestra

instrucción actual, bien puede pasar por alto un documento como "*De Corporum concursu*" puesto que de hecho no tiene lugar alguno en ella. Sin embargo una historia de la ciencia puede proponerse investigar aquella experiencia en la que lo verdadero de una época no sólo fue reconocido sino también concebido, ampliado y transmitido mediante numerosas redes conceptuales. Si esta experiencia se funde con la profundización de un tema fundamental del pensamiento leibniciano, como es el caso aquí, entonces aparece el purismo de una determinada historia de la "ciencia propiamente dicha" sólo como un prejuicio dogmático. El "*De corporum concursu*" nos sirve de testimonio de cómo ha logrado Leibniz dominar sus pensamientos en un momento decisivo de la búsqueda de su armonía espiritual. Este es un motivo suficiente para leerlo⁽³³⁾.

33Publicaré el texto completo de "*De Corporum concursu*" con otros documentos manuscritos aún inéditos de los años 1677-1678 en la Librairie Philosophique Vrin, Paris. [G. W. Leibniz, *La réforme de la dynamique. De corporum concursu (1678) et autres textes inédits*. Edition, présentation, traductions et commentaires par Michel Fichant. Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1994. Nota de A. G. Ranea]