

## DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN CASA

Del Río, Laura S.

Unidad de Investigación, Extensión y Transferencia Investigación en Metodologías alternativas para la Enseñanza de las Ciencias - UIDET IMApEC, Dpto. de Cs. Básicas Facultad de Ingeniería, UNLP – Avenida 1 y calle 47, La Plata (1900), Buenos Aires, Argentina  
[laura.delrio@ing.unlp.edu.ar](mailto:laura.delrio@ing.unlp.edu.ar)

Palabras clave: aprendizaje de la matemática – recursos didácticos digitales – juegos educativos – evaluación formativa – GeoGebra

### Introducción

En este trabajo se presentan algunos de los recursos didácticos digitales que se diseñaron e implementaron en cursos de Matemática A y Matemática B en 2020, algunos concebidos especialmente para apoyar el estudio de los alumnos en forma autónoma desde sus hogares y otros pensados para fomentar el trabajo en equipo a pesar de la distancia física.

Dentro de las líneas de investigación llevadas a cabo en el marco de la UIDET IMApEC, hace ya varios años que se viene trabajando en el desarrollo de diversos recursos didácticos digitales para la enseñanza de las Ciencias Básicas en la Facultad de Ingeniería de la UNLP, pero estos eran pensados principalmente para el trabajo en clase presencial, promoviendo discusiones entre estudiantes y docentes. En esta oportunidad, han debido idearse nuevas dinámicas para el trabajo a distancia, que promuevan una mayor autonomía en los estudiantes, que fomenten el trabajo en equipo y que motiven al alumnado a continuar sus estudios, pese a las dificultades impuestas por la pandemia.

Un aspecto que se observó con atención para el desarrollo de estos materiales fue la retroalimentación que estos debían proporcionar. En las clases presenciales, es posible interactuar con los recursos para luego debatir y obtener conclusiones. En clases remotas, si bien esto es posible, se torna más complicado. Es por ello que para construir la retroalimentación brindada, se tomaron a modo de orientación, los principios de la evaluación formativa mencionados por Juwah *et al.* (2004), según los cuales este tipo de evaluación debe:

1. Facilitar el desarrollo de la autoevaluación (reflexión) en el aprendizaje.
2. Alentar el diálogo entre docentes y pares.
3. Ayudar a comprender qué es una buena performance (metas, criterios, estándares esperados).
4. Proveer oportunidades para achicar la brecha entre el desempeño actual y el deseado.
5. Proporcionar información de alta calidad a los estudiantes acerca de su aprendizaje.
6. Fomentar una motivación y una autoestima positiva.
7. Proveer información a los docentes que puede ser útil para moldear o adecuar la enseñanza.

En particular, en relación al último punto, resultó de gran utilidad la incorporación en el segundo semestre de 2020 de la herramienta GeoGebra Classroom (Zöchbauer & Hohenwarter, 2019), que permite el monitoreo en tiempo real y también en diferido de las actividades de los estudiantes. Gracias a esto se han podido coleccionar con facilidad las respuestas de los estudiantes a ciertas tareas para identificar los puntos débiles tanto a nivel individual como grupal, para así planificar las remediaciones que fueran necesarias.

## Desarrollo

La creación y validación de recursos didácticos digitales ha sido históricamente una de las líneas de investigación de la UIDET IMApEC y, en particular, de la autora del presente trabajo. Se han desarrollado numerosos materiales para su utilización en la clase presencial, con distintas características y diversos focos, por ejemplo: materiales para el trabajo de unidades completas (Del Río, Sanz, Búcarí, 2019); recursos para el abordaje de temas puntuales utilizando tecnologías móviles (Bayés, Del Río, Costa, Manceñido, 2019), o computadoras (Del Río, 2017); y estrategias didácticas involucrando distintos tipos de software (Del Río, Berini, Manceñido, 2017; Del Río, Knopoff, 2020).

Toda la experiencia adquirida, tanto en el ámbito de la docencia, como en la investigación y la extensión, ha servido como andamiaje para el desarrollo de materiales pensados especialmente para apoyar a los alumnos en el estudio de la matemática en sus casas durante la pandemia de COVID-19.

A continuación se presentan ejemplos de los materiales creados para su utilización en el contexto de la pandemia, explicitando y justificando sus características distintivas, con el fin de difundir la labor realizada y promover la utilización de los recursos implementados por parte de otros docentes. Para ello, se organiza el resto de esta sección en tres subsecciones: I) materiales interactivos, II) recursos autocorregibles con pistas y III) juegos.

### I) *Materiales interactivos*

Muchos de estos materiales habían sido creados para su utilización en las clases presenciales a fin de favorecer la visualización de conceptos y la exploración por parte de los estudiantes mediante la manipulación de las representaciones digitales de los objetos matemáticos. Normalmente se acompañan con preguntas que dirigen la observación de los alumnos hacia aspectos que se consideran relevantes y se utiliza lo trabajado como disparador del debate en el aula.

En la primera etapa de la virtualización de los cursos, dada la urgencia coyuntural, se adaptaron algunos de estos materiales incorporando indicaciones más explícitas, debido a la imposibilidad de discutirlos cara a cara con los estudiantes, y más preguntas sobre lo observado durante la interacción con el material. Además, se aprovechó la conexión existente entre el software libre GeoGebra y el entorno virtual de enseñanza y aprendizaje Google Classroom para acceder con facilidad a los trabajos realizados por los estudiantes y a las respuestas construidas por ellos. Asimismo, dichos trabajos se tomaron como puntapié para discusiones matemáticas en el marco de las clases sincrónicas, atendiendo a los ítems 2 y 7 de los principios de la evaluación formativa indicados en la introducción.

### II) *Recursos autocorregibles con pistas*

Se trata de recursos en los cuales se propone un ejercicio o una situación problemática a los estudiantes y ellos deben ingresar una respuesta. La aplicación indica si esta es correcta o no, y en caso de no serlo, se indica por qué no lo es y se brinda una pista para que puedan volver a intentarlo. De esta forma se abordan los ítems 1, 3, 4, 5 y 6 de los principios de la evaluación formativa indicados en la introducción de este trabajo.

Por ejemplo, en la Figura 1 se muestran capturas de pantalla de un recurso para practicar el método de integración por sustitución. Los alumnos tienen tres oportunidades para responder correctamente. Si lo desean, pueden abrir una pista, proporcionándoles “oportunidades para achicar la brecha entre el desempeño actual y el deseado” (Juwah, 2004). Si optan por responder y lo hacen mal, la pista se abre automáticamente. Este

recurso se encuentra disponible en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/hpr4mxxp>.

El segundo ejemplo es una aplicación en la cual los estudiantes tienen que proponer una parametrización para una curva presentada como intersección de dos superficies, como se muestra en la Figura 2. Un punto de color rosa se mueve de acuerdo a la parametrización introducida dejando un trazo como se ve en la figura. Esto ofrece a los estudiantes una comprobación visual de su respuesta. En caso de ser incorrecta, se le indica al estudiante el porqué: el punto no está en la intersección, o la curva se recorre más de una vez o no llega a recorrerla por completo, proveyendo información relevante para progresar. Este recurso se encuentra disponible en <https://www.geogebra.org/m/nkp8nxes>.

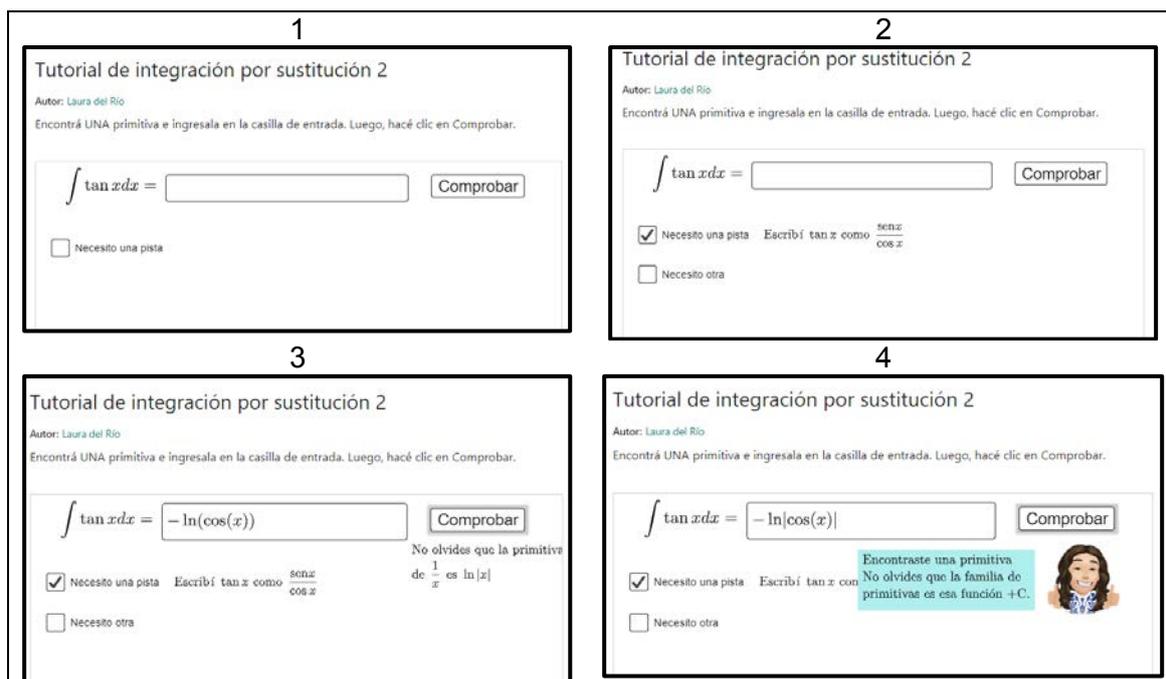


Figura 1: Capturas de pantalla correspondientes a una aplicación que se diseñó para ayudar a los estudiantes a comprender el método de integración por sustitución.

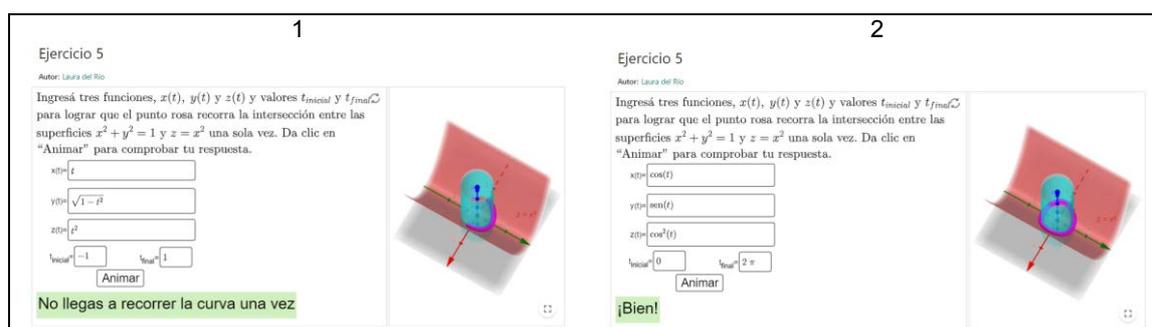


Figura 2: Capturas de pantalla correspondientes a una aplicación para practicar parametrización de curvas y corroborar las respuestas.

### III) Juegos

Se han utilizado distintos juegos para motivar a los estudiantes a la vez que ponían en práctica determinados saberes matemáticos. Uno de ellos fue una adaptación del juego Pac Man (Brzezinski, 2000), en la cual se debe ingresar un vector en tres dimensiones para guiar a Pac Man hasta la comida. En la figura 3, se puede observar la interfaz del juego. En este

caso, la retroalimentación se vincula con el logro del objetivo: o bien Pac Man llega a la comida y se cumple el objetivo, lo cual implica que se ingresó el vector correcto, o llega a un punto diferente y no se cumple el objetivo, con lo cual el alumno debe revisar sus cálculos o el concepto de vector que haya construido hasta el momento. Este juego se puede encontrar en <https://www.geogebra.org/m/nfmntacr>.

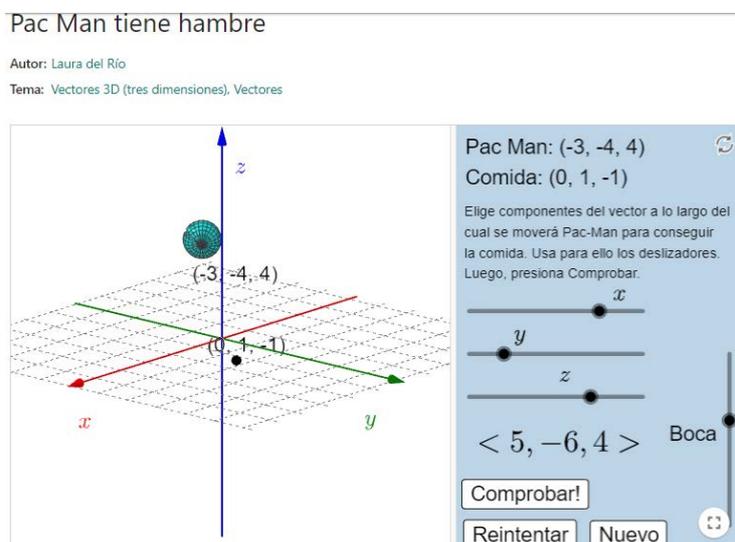


Figura 3: Interfaz del juego de Pac Man para practicar vectores.

Otros juegos fueron utilizados para promover la conformación y consolidación de equipos de trabajo, además del abordaje de temas específicos de la materia. Como ejemplo, se mencionan un par de juegos de 'Brazo robótico', adaptados de la propuesta de Homa (2019), en los cuales deben convertir las coordenadas de un punto de rectangulares a polares y viceversa para conseguir que un brazo robótico virtual recoja unas bolas.

Se invitó a los alumnos reunirse en grupos por videoconferencia. Cada grupo eligió un integrante como encargado de operar el juego y compartir pantalla para que los demás puedan ayudar con las respuestas. Como motivación, antes de comenzar se mostraron a los alumnos unos videos de distintos tipos de brazos robóticos y luego se los invitó a jugar a recoger bolitas utilizando las aplicaciones dentro del sistema GeoGebra Classroom. Se les dio 15 minutos para jugar con cada aplicación y se declaró ganadores a los equipos que sumaron mayor cantidad de puntos en cada una. Con estos juegos se pudo practicar la transformación de coordenadas polares a rectangulares y viceversa de un modo ameno. La retroalimentación es similar al caso del Pac Man: si el brazo robótico logra alcanzar la bola, significa que se comprendió cómo pasar de un sistema coordenado al otro y si no, se requiere una revisión. Se incorporaron mensajes de retroalimentación especiales en los casos en los que el error cometido esté únicamente relacionado al cuadrante, que es uno de los errores más comunes, a fin de recordar a los estudiantes la importancia de prestar atención a esta cuestión (ver Figura 4). Tanto los videos motivadores como los juegos pueden verse en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/bbkupbxq>.

En ambos juegos, la retroalimentación resulta más significativa que la que puede brindar un docente en un ejercicio tradicional, ya que, en caso de resolver incorrectamente, no se le dice al alumno que su respuesta está mal, sino que simplemente hay algo que no funciona como es esperado, imponiendo la necesidad de revisar por qué falla y obteniendo pistas que conducen a corregir los errores cometidos.

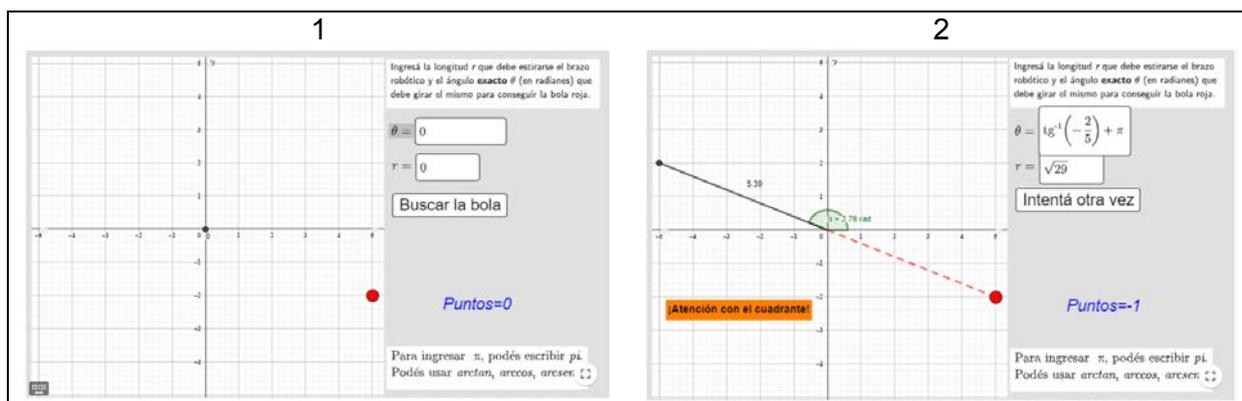


Figura 4: Interfaz del juego de brazo robótico y retroalimentación para el caso de error en el cuadrante.

## Conclusiones

En este trabajo se han compartido algunos de los recursos didácticos digitales que se han construido y utilizado para acompañar a los estudiantes en el estudio de la matemática en casa durante la pandemia de COVID-19.

Se hizo especial hincapié en la construcción de una evaluación formativa basada en una retroalimentación que ayude a los estudiantes a saber si comprendieron o no cierto tema y, en caso de no haberlo hecho (o al menos no por completo), saber por qué y obtener pistas sobre cómo remediar la situación. Asimismo, la posibilidad de acceder a las producciones de los alumnos con facilidad, contribuyó con la tarea del diseño de intervenciones docentes, supliendo, parcialmente, la posibilidad que tenemos en el aula física de interactuar con los cuadernos de los estudiantes para realizar un seguimiento continuo.

Si bien no se realizó aún un estudio detallado y sistemático del efecto de estos recursos en el aula virtual, se puede mencionar que los estudiantes manifestaron gran interés por los mismos, participaron activamente y ha servido para identificar dificultades y trabajarlas en los encuentros sincrónicos.

En relación a los juegos, la participación fue muy buena, con gran compromiso por parte de los alumnos, quienes demostraron tener espíritu competitivo, discutiendo a través del aula virtual por los puntajes obtenidos y acusándose mutuamente de fraude a modo de broma y en tono jocoso, lo cual indica que han disfrutado de las actividades y esto, teniendo en cuenta el difícil contexto de la pandemia, no es un dato menor.

Gracias a haber realizado varias de estas actividades utilizando el sistema GeoGebra Classroom, se han podido guardar numerosos datos que permitirán a lo largo de este año estudiar en mayor detalle lo ocurrido durante las clases y obtener nuevas conclusiones, dando lugar a nuevos trabajos de investigación acerca de los materiales didácticos que favorecen la enseñanza virtual y el aprendizaje autónomo.

Por último, cabe destacar que todo lo desarrollado durante el año 2020, podrá seguir siendo utilizado tanto en ocasiones que requieran que la enseñanza sea virtual, como cuando sea posible regresar a las aulas presenciales, como complemento de lo realizado en estas.

## Bibliografía

Bayés, A., Del Río, L., Costa, V. & Manceñido, M. (2019) **Recursos educativos digitales para la enseñanza STEM basados en GeoGebra. Una metodología para su adaptación**

**a dispositivos móviles.** 5tas Jornadas de Investigación, Transferencia y Extensión ITE, Facultad de Ingeniería, UNLP, pp. 160-165.

Brzezinski, T. (2000) Pac Man is Hungry! Recuperado el 3 de marzo de 2021 de: <https://www.geogebra.org/m/vnrkpxnv>

Del Río, L.; Sanz, C. & Búcarí, N. (2019) **Incidence of a hypermedia educational material on the Teaching and Learning of Mathematics.** Journal of New Approaches on Educational Research. ISSN 2254-7339, 8(1), pp. 50-57. DOI <https://doi.org/10.7821/naer.2019.1.334>

Del Río, L.; Berini, F.; Manceñido, M. (2017) **Análisis de movimiento circular y oscilatorio a partir de videos como motivación para el estudio de las funciones circulares.** 4° Jornadas de TIC e innovación en el Aula UNLP, ISBN 978-950-34-1591-7, pp. 336-342.

Del Río, L. (2017) **Visualization of limits of functions of two variables.** GeoGebra Global Gathering, Johannes Kepler Universitat. Recuperado el 3 de marzo de 2021 de: <https://www.geogebra.org/m/Mvpvu5v6#material/vvs22Cfm>.

Del Río, L. & Knopoff, P. (2020) **Realidad aumentada en el estudio de curvas de nivel.** II Simpósio Internacional de Tecnologias em Educação Matemática - II SITEM. 17 al 19 de septiembre de 2020. Recuperado el 3 de marzo de 2021 de: <https://qpimemsitem.wixsite.com/sitem/mural-cient%C3%ADfco>

Homa, A. (2019) **Robotics Simulators in STEM Education.** Acta Scientiae, Canoas, Vol. 21, N. 5, p.178-191. DOI: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5417>

Zöchbauer, J. & Hohenwarter, M. (2019) **Developing a live session feature for GeoGebra for teaching and learning Mathematics.** Proceedings of the 14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching – ICTMT 14.