PERDIDA DE UNITARIEDAD EN SISTEMAS CERRADOS

Sebastian Fortin

CONICET – IAFE – Universidad de Buenos Aires

II Jornadas de Fundamentos de Cuántica

15 – 16 de noviembre, 2012

La Plata, Argentina

ORGANIZACION

Para motivar el estudio de sistemas cerrados que evolucionan no unitariamente voy a:

- Exponer brevemente las ideas ortodoxas sobre decoherencia.
- Explicar el problema que aparece al querer estudiar la decoherencia de los sistemas cerrados.

Para introducir el estudio de estos sistemas voy a:

- Establecer un cambio de enfoque que ponga de manifiesto la importancia de restringir el espacio de observables a considerar.
- Mostrar que es posible transformar una evolución unitaria en una no unitaria si se descarta cierta información.
- Es posible definir la decoherencia y relajación en sistemas cerrados.

VALOR MEDIO

Un conjunto de sucesos clásicos tiene asociadas probabilidades.

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = 1/6$$

Se puede calcular el valor medio.

$$\langle \Omega \rangle = 1\frac{1}{6} + 2\frac{1}{6} + 3\frac{1}{6} + 4\frac{1}{6} + 5\frac{1}{6} + 6\frac{1}{6}$$

En general:

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots\}$$

$$\langle \Omega \rangle = \sum_i \omega_i P_i = \omega_1 P_1 + \omega_2 P_2 + \omega_3 P_3 + \ldots$$

VALOR MEDIO CUANTICO

El valor medio cuántico del operador *O* se calcula:

$$\left\langle \hat{O} \right\rangle_{\rho} = Tr\left(\hat{O}\hat{\rho}\right) = \sum_{ij} o_{ij}\rho_{ji}$$

O sea (en una base genérica):

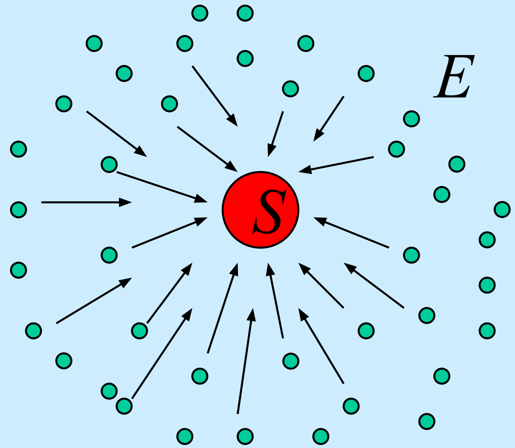
$$\left\langle \hat{O} \right\rangle_{\hat{\rho}} = \sum_{i} o_{ii}\rho_{ii} + \sum_{i \neq j} o_{ij}\rho_{ji}$$

- Superposición
- Interferencia

NO es posible interpretar al estado cómo un ensamble estadístico.

EL PROGRAMA DE LA DECOHERENCIA

Enfoque llamado decoherencia inducida por el ambiente, o en inglés environment-induced decoherence (EID).



El sistema abierto S se considera en interacción con su ambiente E, y se estudian el estado reducido en una base particular.

$$\frac{d}{dt}\rho_S(t) = F(\rho_S(t))$$

$$\lim_{t\to\infty}\rho_S(t) = \rho_{S*} \; \textit{diagonal} \longleftarrow \text{decoherencia}$$

EID

Los términos de interferencia de ρ_S(t) desaparecen rápidamente y decohere en una base "puntero" adecuada luego de un tiempo de decoherencia t_{DS} muy corto.

$$\rho_S(t) = \begin{pmatrix} \rho_{S11} & \rho_{S12} & \cdots & \rho_{S1N} \\ \rho_{S21} & \rho_{S22} & \cdots & \rho_{S2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \rho_{SN1} & \rho_{SN2} & \cdots & \rho_{SNN} \end{pmatrix} \xrightarrow{t>>t_{DS}} \begin{pmatrix} \rho_{S'11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho_{S'22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_{S'NN} \end{pmatrix}$$

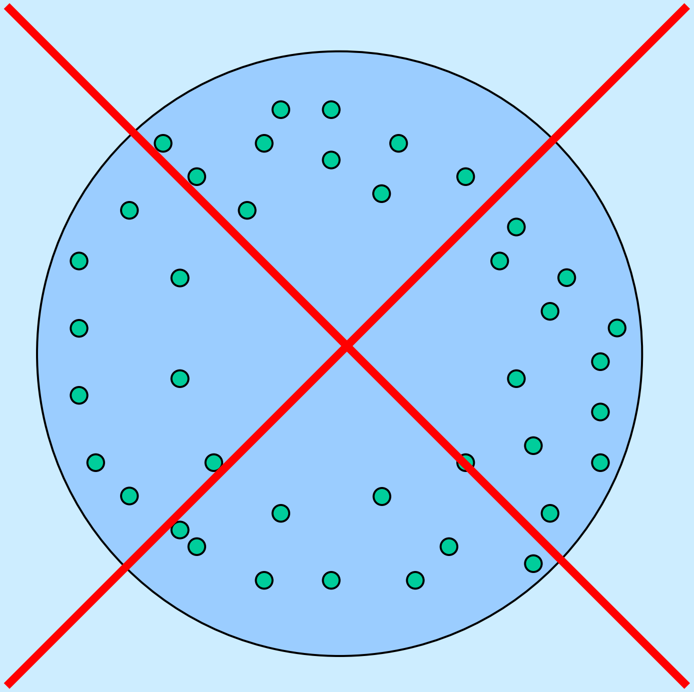
$$\left\langle \hat{O} \right\rangle_{\hat{\rho}} = \sum_i o_{ii}\rho_{ii} + \sum_{i\neq j} o_{ij}\rho_{ji} \longrightarrow \left\langle \hat{O} \right\rangle_{\hat{\rho}} = \sum_i o_{ii}\rho_{ii}$$

El estado del sistema queda diagonal y se puede interpretar como una mezcla estadística.

PROBLEMAS DE EID

El enfoque EID enfrenta dificultades conceptuales:

1) No puede ser aplicado a sistemas cerrados.



En particular, no puede ser aplicado a al universo en su conjunto o a modelos como el de Casati-Prosen.

DECOHERENCIA

En los sistemas clásicos se tienen que eliminar los términos cruzados.

$$\langle O \rangle_\rho = \sum_i o_{ii}\rho_{ii} + \sum_{i \neq j} o_{ij}\rho_{ji}$$

DECOHERENCIA

$$\langle O \rangle_\rho = \sum_i o_{ii}\rho_{ii}$$

INTERPRETACION

$$\langle O \rangle_\rho = \sum_i o_i P_i$$

ENFOQUE DE VALORES MEDIOS

Estados: cuando el estado es diagonal, desaparecen los términos de interferencia del valor medio de ***todos*** los observables.

decoherencia

$\hat{\rho}$ *diagonal* $\longrightarrow$ $\forall \hat{O}, \left\langle \hat{O} \right\rangle_{\hat{\rho}} = \sum_i o_{ii} \rho_{ii}$

Valores medios: si desaparecen los términos de interferencia de los valores medios de ***todos*** los observables, entonces ρ es diagonal.

decoherencia

$\forall \hat{O}, \left\langle \hat{O} \right\rangle_{\hat{\rho}} = \sum_i o_{ii} \rho_{ii}$ $\longrightarrow$ $\hat{\rho}$ *diagonal*

ENFOQUE DE VALORES MEDIOS

Si la atención se restringe sólo a ***algunos*** observables, en lugar de a ***todos*** ellos, entonces no es necesario sea diagonal.

$no-decoherencia$

$$\hat{\rho}\ no-diagonal \longrightarrow \left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}} = \sum_i o_{ii}\rho_{ii}$$

$decoherencia$

$$\left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}} = \sum_i o_{ii}\rho_{ii} \longrightarrow \hat{\rho}\ diagonal$$

Aparece entonces una diferencia entre estas dos perspectivas: el enfoque que enfatiza los estados es más restrictivo.

DOS PUNTOS DE VISTA

Desde los estados:

"No hay decoherencia porque el estado reducido no es diagonal"

Entonces el sistema no se volvió clásico

Desde los valores medios:

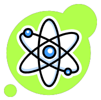
$$\boxed{\langle O_\alpha \rangle_{\rho_S(t)} \longrightarrow |\rho_{S'11}|^2 O_{11} + |\rho_{S'22}|^2 O_{22} + \ldots |\rho_{S'NN}|^2 O_{NN}}$$

El sistema se volvió clásico para los observables que considero.

Propuesta: redefinir decoherencia de un modo en el que signifique que desaparecieron los términos de interferencia de los valores medios para los observables relevantes.

IRREVERSIBILIDAD Y DECOHERENCIA

Un sistema físico aislado tiene asociado un operador de estado ρ(t).

 $\longrightarrow$ $\hat{\rho}_0$

$$\hat{\rho}(t) = e^{-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t}\,\hat{\rho}_0\, e^{i\frac{\hat{H}}{\hbar}t}$$

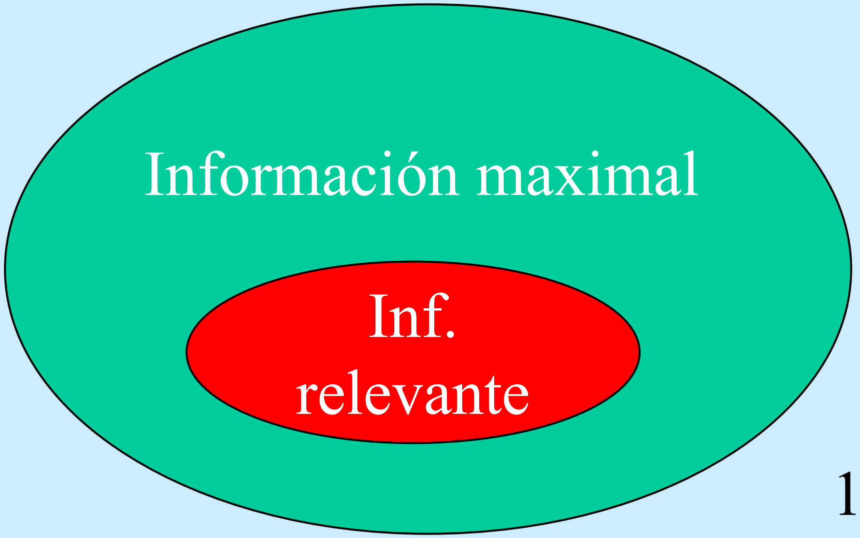
El estado evoluciona de manera unitaria, esto evita que llegue al equilibrio.

Esto significa que para poder alcanzar el equilibrio es necesario el uso de algún tipo de evolución no unitaria.

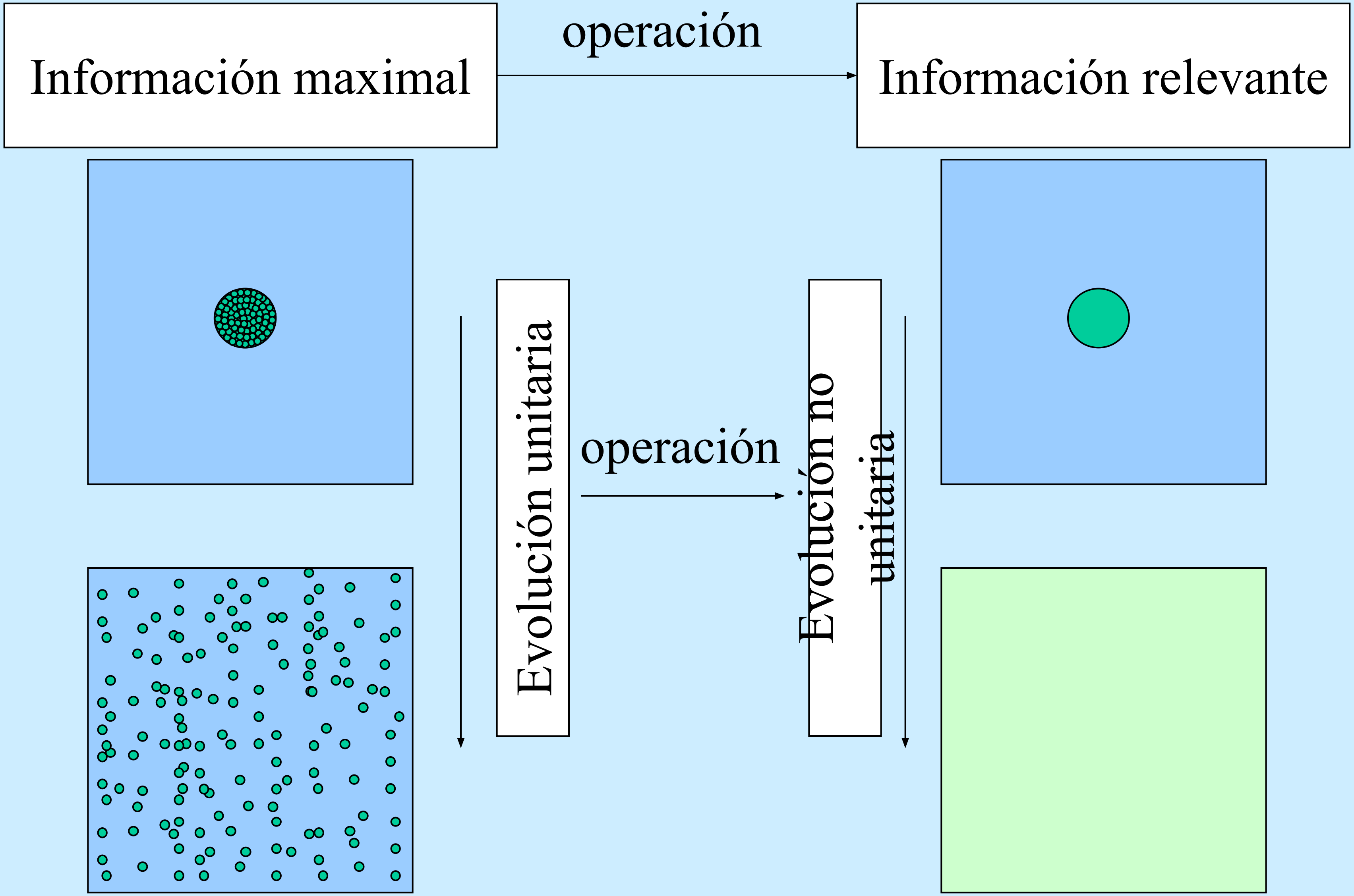
EVOLUCIÓN NO UNITARIA

Evolución unitaria $\xrightarrow{\text{operación}}$ Evolución no unitaria

Desde un punto de vista general, esta operación consiste en la partición de la información maximal del sistema en una parte relevante y una no relevante.



EVOLUCIÓN NO UNITARIA



En un esquema de este tipo la evolución alcanzaría la situación de equilibrio final.

OPERACIÓN DE GRANO GRUESO

En MQ la información maximal de un sistema U está dada por el espacio $\mathcal{O}$ de todos los observables que es posible construir para el sistema.

Información maximal $\longrightarrow$ $\mathcal{O}$

Información irrelevante $\longrightarrow$ $\mathcal{O}_R \subset \mathcal{O}$

Definición:

Estado de grano grueso $\rho_G(t)$: $\quad \left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} = \left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}_G(t)}$

con $\quad \hat{O}_R \in \mathcal{O}_R$

EL ESTADO DE GRANO GRUESO

El estado de grano grueso y el estado del sistema cerrado son distintos.

Estado de grano grueso $\rho_G(t)$: $$\left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} = \left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}_G(t)}$$

Información maximal (O)

Inf. Relevante (O_R)

$$\left\langle \hat{O} \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} \neq \left\langle \hat{O} \right\rangle_{\hat{\rho}_G(t)} \qquad \left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} = \left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}_G(t)}$$

$$\hat{\rho}(t) \neq \hat{\rho}_G(t)$$

$$\hat{\rho}(t) = e^{-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t}\,\hat{\rho}_0\, e^{i\frac{\hat{H}}{\hbar}t}$$

Evolución unitaria

$$\hat{\rho}_G(t) \neq e^{-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t}\,\hat{\rho}_0\, e^{i\frac{\hat{H}}{\hbar}t}$$

Evolución no unitaria

En la práctica es posible pensar que la evolución es no unitaria

OPERACIÓN DE GRANO GRUESO

Elección de observables → Pérdida de información.

Evolución unitaria → Evolución no unitaria

HAMILTONIANO DEL SISTEMA CERRADO

Sea el Hamiltoniano total $H = H_0 + V$, donde H_0 es el Hamiltoniano libre y V es una perturbación, que será la responsable de la aparición de polos. H_0 satisface:

$$\boxed{H_0|\omega\rangle = \omega|\omega\rangle \qquad \langle\omega|H_0 = \omega\langle\omega| \qquad 0 \le \omega \le \infty}$$

y

$$\boxed{I = \int_0^\infty d\omega|\omega\rangle\langle\omega|, \qquad \langle\omega|\omega'\rangle = \delta(\omega-\omega')}$$

Así, $H_0 = \int_0^\infty \omega|\omega\rangle\langle\omega|d\omega$

$$\boxed{H = H_0 + V = \int_0^\infty \omega|\omega\rangle\langle\omega|d\omega + \int_0^\infty d\omega\int_0^\infty d\omega' V_{\omega\omega'}|\omega\rangle\langle\omega'| = \int_0^\infty \omega^+|\omega^+\rangle\langle\omega^+|d\omega^+}$$

EL HAMILTONIANO EFECTIVO

Los vectores $|\omega^+\rangle$ son los autovectores de H, que están dados por las ecuaciones de Lippmann-Schwinger:

$$\langle\psi|\omega^+\rangle = \langle\psi|\omega\rangle + \langle\psi|\frac{1}{\omega + i0 - H}V|\omega\rangle$$

$$\langle\omega^+|\psi\rangle = \langle\omega|\psi\rangle + \langle\omega|\frac{1}{\omega + i0 - H}V|\psi\rangle$$

Polos
$z_n = \omega_n - i\gamma_n$

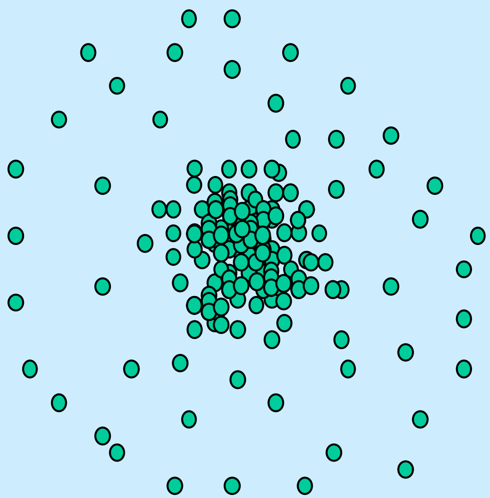
Se asume que $\langle\psi|\omega\rangle$ y $\langle\omega|\psi\rangle$ son funciones analíticas en todo el plano complejo. El segundo término de ambas ecuaciones es el que introduce los polos.
Es posible construir un Hamiltoniano efectivo

$$H_{eff} = \sum_n z_n |z_n\rangle\langle z_n|$$

Se puede demostrar que los polos aparecen en los valores medios.

$$\langle O_R\rangle_{\rho_R(t)} = \langle O_R\rangle_{\rho_{Rdiag^*}} + \sum_n b_n(t) e^{-\gamma_n t} + \cancel{Khalfin}$$

UN ESQUEMA GENERAL



1. Se eligen los observables relevantes

$$\hat{O}_R \in \mathcal{O}_R$$

2. Se calculan los valores medios

$$\left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} = Tr\left(\hat{O}_R \hat{\rho}(t)\right)$$

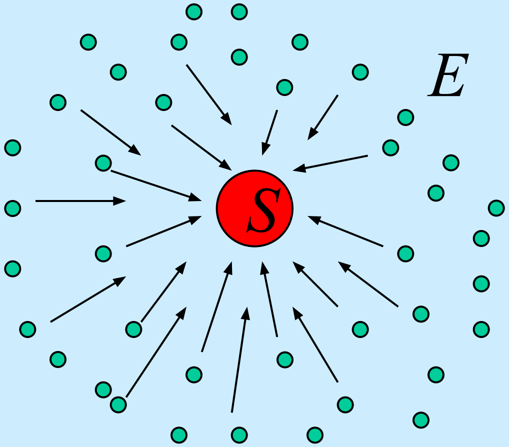
3. Se demuestra (cuando hay relajación) que los valores medios alcanzan un valor final de equilibrio en el tiempo t_R

$$\left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} \xrightarrow{t>t_R} \left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}^*}$$

4. Se calcula t_D y la base privilegiada analizando los tiempos de decaimiento característicos de los valores medios.

$$\left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} = \Sigma^D(t) + \Sigma^{ND}(t) \xrightarrow[t\to t_D]{} \Sigma^D(t) \xrightarrow[t\to t_R]{} \Sigma^D(*)$$

EL ESQUEMA INCLUYE A EID



1. Se eligen los observables relevantes

$$\hat{O}_R = \hat{O}_S \otimes \hat{I}_E \in \mathcal{O}_R$$

2. Se calculan los valores medios

$$\left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} = Tr\left(\hat{O}_R \hat{\rho}(t)\right) = Tr\left(\hat{O}_S \hat{\rho}_S(t)\right) = \left\langle \hat{O}_S \right\rangle_{\hat{\rho}_S(t)}$$

3. Se demuestra (cuando hay relajación)

$$\left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} \xrightarrow{t > t_R} \left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}^*} \equiv \hat{\rho}_S(t) \xrightarrow{t > t_R} \hat{\rho}_S{}^*$$

4. Se demuestra (cuando hay decoherencia)

$$\left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} = \Sigma^D(t) + \Sigma^{ND}(t) \xrightarrow[t \to t_D]{} \Sigma^D(t) \xrightarrow[t \to t_R]{} \Sigma^D(*)$$

$$\equiv$$

$$\hat{\rho}_S(t) \xrightarrow[t \to t_D]{} \hat{\rho}_{S*}(t) \text{ diagonal} \xrightarrow[t \to t_R]{} \hat{\rho}_{S*}$$

NOTACIÓN

Es conveniente usar la siguiente notación:
Si los operadores pertenecen al espacio O, y los estados

$$\text{Operadores}: |O)$$

$$\text{Estados}: (\rho|$$

$$\text{Valor medio}: \langle O \rangle_\rho = (\rho | O)$$

- Los operadores pertenecen al espacio ***O***.
- Los estados pertenecen al espacio ***O***' (dual de O).
- El valor medio es un número.

APLICACION A CASOS SIN AMBIENTE

Dado un sistema cuántico con Hamiltoniano H con espectro continuo:

$$H|\omega\rangle = \omega|\omega\rangle$$

1. Se eligen los observables de *van Hove* $|O_R) \in \mathcal{O}_R$:

Función regular

$$|O_R) = \int_0^\infty O(\omega)|\omega)d\omega + \int_0^\infty\int_0^\infty O(\omega,\omega')|\omega,\omega')d\omega d\omega'$$

Los estados ρ son representados por funcionales lineales sobre $\mathcal{O}'_R$

$$(\rho_R| = \int_0^\infty \rho(\omega)(\omega|d\omega + \int_0^\infty\int_0^\infty \rho(\omega,\omega')(\omega,\omega'|d\omega d\omega'$$

Cobase

Esta restricción en los observables no disminuye la generalidad de SID, ya que los observables que no pertenecen al espacio de van Hove no son experimentalmente accesibles

APLICACIÓN A CASOS SIN AMBIENTE

2. El valor esperado de un observable es:

$$\langle O_R \rangle_{\rho} = \int_0^{\infty} \rho^*(\omega) O(\omega) d\omega + \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \rho^*(\omega,\omega') O(\omega,\omega') d\omega d\omega'$$

La evolución temporal de este valor esperado está dado por:

$$\langle O_R \rangle_{\rho(t)} = \int_0^{\infty} \rho^*(\omega) O(\omega) d\omega + \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \rho^*(\omega,\omega') O(\omega,\omega') e^{i\frac{\omega-\omega'}{\hbar}t} d\omega d\omega'$$

APLICACIÓN A CASOS SIN AMBIENTE

3. Como los integrandos son funciones regulares se puede aplicar el teorema de Riemann-Lebesgue, entonces:

$$\lim_{t\to\infty}\langle O_R\rangle_{\rho(t)} = \int_0^\infty \rho^*(\omega)O(\omega)d\omega$$

El valor esperado se puede calcular como si el sistema se encontrara en un estado final estable:

$$\boxed{\lim_{t\to\infty}\langle O_R\rangle_{\rho(t)} = \langle O_R\rangle_{\rho_*}}$$

con $\quad W-\lim_{t\to\infty}\rho(t) = \rho_* = \int_0^\infty \rho(\omega)(\omega|d\omega$ diagonal.

Esto significa que el sistema decohere en la base de autovectores del hamiltoniano.

APLICACIÓN A CASOS SIN AMBIENTE

El esquema se puede aplicar a SID (self-induced decoherence).

4. Se calculan t_D y la base privilegiada analizando los tiempos caracteristicos que aparecen en el valor medio.

$$\left\langle \psi \middle| \omega^+ \right\rangle = \left\langle \psi \middle| \omega \right\rangle + \left\langle \psi \middle| \frac{1}{\omega + i0 - H} V \middle| \omega \right\rangle$$

$$\left\langle \omega^+ \middle| \psi \right\rangle = \left\langle \omega \middle| \psi \right\rangle + \left\langle \omega \middle| \frac{1}{\omega + i0 - H} V \middle| \psi \right\rangle$$

Poles

$z_n = \omega_n - i\gamma_n$

$$\left\langle \hat{O}_R \right\rangle_{\hat{\rho}(t)} = \Sigma^D(t) + \Sigma^{ND}(t) \xrightarrow[t \to t_D]{} \Sigma^D(t) \xrightarrow[t \to t_R]{} \Sigma^D(*)$$

CONCLUSIONES

En esta charla se concluye que:

- La decoherencia y relajación necesitan de evoluciones no unitarias para manifestarse. Pero la mecánica cuántica para sistemas aislados tiene una evolución unitaria.
- La estrategia del enfoque ortodoxo consiste en estudiar sistemas abiertos pero deja afuera a los sistemas cerrados.
- Considerar sistemas abiertos no es la única manera de obtener una evolución no unitaria.
- La operación de grano grueso permite atribuir una evolucion no unitaria a los sistemas cerrados.
- El esquema general permite definir la decoherencia y relajación de los sistemas cerrados.

• M. Castagnino and S. Fortin, “Non-Hermitian Hamiltonians in decoherence and equilibrium theory”, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 45, 444009, 2012.

• M. Castagnino and S. Fortin, “New bases for a general definition for the moving preferred basis”, *Mod. Phys. Lett. A* 26, 2365 (2011). arXiv:1103.6188

• O. Lombardi, S. Fortin and M. Castagnino, “The problem of identifying the system and the environment in the phenomenon of decoherence”, en H. W. de Regt, S. Hartmann and S. Okasha (eds.), *European Philosophy of Science Association (EPSA). Philosophical Issues in the Sciences Volume 3*, ISBN 978-94-007-2403-7, Springer, Berlin, pp. 161-174, 2012.

• M. Castagnino y S. Fortin, “El esquema general de la decoherencia como punto de partida para un enfoque basado en valores medios”, Epistemología e Historia de la Ciencia 2009, P. García y A. Massolo (eds.), ISBN 978-950-33-0816-5, Centro de Investigaciones de la Facultad de Filosofía y Humanidades de la Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, pp. 142-150, 2010.