

# Diseño de Antenas Inteligentes. Aplicación en Sistemas de Navegación Global por Satélite.

Tesis de Doctorado

Ing. Marranghelli Ezequiel Alejandro

*Presentada ante la Facultad de Ingeniería de la  
Universidad Nacional de La Plata  
como requisito para la obtención del grado académico de*

Doctor en Ingeniería



Dirección de tesis:

*Director:* Dr. Pedro Agustín Roncagliolo

*Subdirector:* Mg. G. Ramón López La Valle

Jurado de tesis:

Dr. Walter Gustavo Fano

Dr. Pablo Sergio Mandolesi

Dr. Leonardo Javier Rey Vega

Fecha de defensa oral y pública: 9 de Diciembre de 2021



# Resumen

Algunas de las virtudes de emplear arreglos de antenas en receptores para aplicaciones de precisión son su capacidad de aumentar la ganancia de señal recibida, realizar rechazo a interferencias y detectar la dirección de arribo de las señales de interés. Típicamente, los receptores de Sistemas de Navegación Global por Satélite (GNSS) se limitan al uso de una única antena debido principalmente a las dimensiones que ocuparía un arreglo. Otros limitantes incluyen el peso y el costo no solo del arreglo sino también de un receptor multi-antena, sin embargo un arreglo de pocos elementos podría ser suficiente para muchas aplicaciones GNSS. En la banda L (1 - 2 GHz) las dimensiones típicas de un arreglo distribuidas linealmente es directamente proporcional a la cantidad de antenas y la distancia que las separa, lo que comúnmente resulta en un múltiplo entero de  $\sim 10$  cm. Distancias menores permitirían crear arreglos de tamaño reducido, pero en esos casos el comportamiento de cada antena puede ser notablemente diferente del de sus vecinas al verse afectadas por el acoplamiento mutuo y la difracción electromagnética.

A pesar de que en la literatura existe amplia información acerca de las técnicas de procesamiento de señales para arreglos de antenas idénticas y de mismo desempeño, no hay suficiente mención acerca del procesamiento de arreglos con antenas de comportamientos disímiles. Una forma de sortear este problema es empleando algún tipo de compensación en la etapa de procesamiento digital para reducir las diferencias y aproximar su comportamiento al de un arreglo de antenas ideal con elementos de características idénticas. Sin embargo, muchas de las técnicas más conocidas no establecen restricciones adecuadas en la definición de las propiedades de radiación de las antenas ideales, y por lo tanto no aseguran una solución apropiada. Uno de los principales aportes de esta tesis es la definición de un método de compensación basado en el uso de una matriz de transformación unitaria. El método establece las condiciones necesarias para asegurar una solución óptima para el tipo de compensación, aprovecha la capacidad natural de discriminación espacial del propio arreglo de antenas, y además resuelve problemas estadísticos y numéricos existentes en otros métodos.

La capacidad de discriminación espacial de un arreglo con antenas idealmente idénticas depende de las diferencias de fase que las señales recibidas poseen por diferencia de camino recorrido según sus direcciones de arribo. Es por ello que en arreglos de antenas ideales que se encuentran muy próximas entre sí, dicha capacidad resulta degradada. Sin embargo, las diferencias en las respuestas de las antenas inducidas por el acoplamiento mutuo y la difracción pueden ser aprovechadas para mejorar la capacidad de discriminación entre direcciones de arribo. En ese sentido, otro de los objetivos cumplidos en esta tesis es el diseño de un arreglo de antenas para GNSS capaz de aprovechar el acoplamiento y la difracción entre antenas para favorecer las cualidades del propio arreglo. El diseño realizado posee una configuración tal que las propiedades de radiación de las antenas admiten una transformación con matriz unitaria única para todo el hemisferio donde poseen mayor intensidad de radiación. Por lo tanto, el mismo cumple con las condiciones de ser eficiente, compacto, y de bajo costo, mientras que las bondades de ser robusto y de control simple vienen dadas por la compensación con matriz unitaria que permite

---

traducir su desempeño al equivalente de un arreglo de antenas desfasadas. Por ende, puede ser controlado a partir de las técnicas clásicas de procesamiento sin que se requiera emplear gran cantidad de recursos en almacenamiento de memoria y procesamiento en el sistema receptor. Las características anteriormente mencionadas son particularmente interesantes para receptores GNSS instalados en vehículos aéreos de pequeña escala, actualmente en auge, y otros vehículos de recursos moderados. El método de diseño y el arreglo desarrollado han sido validados con señales GNSS reales. Los conceptos son trasladables a otros tipos de aplicaciones y antenas de banda angosta, aunque también pueden extenderse a un esquema de banda ancha.

# Agradecimientos

Esta tesis es el resultado de la investigación realizada durante la etapa de mi formación doctoral. En el proceso de desarrollo formé parte del Instituto de Investigaciones en Electrónica, Control y Procesamiento de Señales (LEICI) y de la UIDET Sistemas Electrónicos de Navegación y Telecomunicaciones (SENYT), a la que pertenezco actualmente, ambos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata. El ambiente de trabajo y compañerismo en ambos espacios han hecho que esta etapa sea sumamente agradable y productiva, por lo que siempre he estado muy agradecido de formar parte de esta comunidad.

La investigación fue financiada en parte, por la Universidad Nacional de La Plata (UNLP), por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), y por la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT). Expreso mi gratitud a dichas organizaciones por brindar los fondos, y también a la Facultad de Ingeniería, UNLP, por brindar las condiciones edilicias y organizativas adecuadas para el desarrollo de la investigación científica.

Destaco enormemente la dedicación por parte de mis directores, Agustín y Ramón, quienes supieron encaminar el desarrollo de esta tesis con criterio, sabiduría, motivación y consejos oportunos. No es menor que a la par de la dirección de mi doctorado, se ha ido fortaleciendo nuestra amistad. Agradezco especialmente a Agustín Roncagliolo y Javier García, coordinadores del SENyT, por sentar las bases del grupo, fomentar el trabajo conjunto y por ser ejemplos de compromiso y perseverancia. De la misma manera a Carlos Muravchik, quien encabeza el grupo de procesamiento de señales, por sus sugerencias, innumerables aportes y gran predisposición. Particularmente Javier Smidt, Juan Diaz, y también al resto de mis colegas por sus valiosas contribuciones. Con mucho aprecio, a todos los integrantes del SENyT y LEICI quienes han estado presentes de diversas maneras, ya que entre todos conforman una parte muy importante de esta etapa.

Estoy profundamente agradecido por el apoyo, cariño e incentivo de parte de toda mi familia para llevar adelante mi vida y mis estudios. Especialmente a mis padres, Mirna y Alejandro, y a mi hermana Macarena. A mis amigos con quienes hemos compartido muchos momentos y experiencias inolvidables. A mi esposa Julieta por estar presente siempre, por motivarme y acompañarme incondicionalmente. Agradezco profundamente a Dios por su forma de obrar y estar presente en todo momento.

Deseo que la realización de esta tesis les enorgullezca a todos mis allegados, y sepan que también es mérito suyo por brindar el contexto necesario para llegar hasta este punto y concretar este proyecto.



# Índice general

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>13</b>
1.1	Antenas y arreglos de antenas . . . . .	13
1.2	Aplicación: Sistemas de Navegación Global por Satélite . . . . .	15
1.3	Motivación y Objetivos . . . . .	17
1.4	Organización de la Tesis . . . . .	17
1.5	Contribuciones originales . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Conceptos sobre Antenas y Arreglos de Antenas (AA's)</b>	<b>21</b>
2.1	Electromagnetismo y simulación electromagnética . . . . .	21
2.2	Parámetros de antenas y propiedades de radiación . . . . .	25
2.2.1	Parámetros eléctricos y eficiencia de antena . . . . .	26
2.2.2	Radiación electromagnética . . . . .	27
2.2.3	Patrones de radiación . . . . .	31
2.2.4	Polarización y relación axial . . . . .	35
2.2.5	Ancho de banda y frecuencia de resonancia . . . . .	40
2.2.6	Ecuación de transmisión de Friis . . . . .	40
2.2.7	Ruido de sistema y relación señal a ruido . . . . .	41
2.2.8	Modelo de señal de banda angosta . . . . .	43
2.3	Arreglos de antenas . . . . .	44
2.3.1	Arreglos desfasados . . . . .	45
2.3.2	Estimación de dirección de arribo . . . . .	47
2.3.3	Beamforming/Nullforming . . . . .	48
2.4	Conclusiones . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Sistemas de Navegación Global por Satélite (GNSS)</b>	<b>51</b>
3.1	Organización y estado actual . . . . .	51
3.1.1	GPS . . . . .	52
3.1.2	GLONASS . . . . .	52
3.1.3	BeiDou . . . . .	52
3.1.4	Galileo . . . . .	52
3.2	Concepto de posicionamiento en GNSS . . . . .	53
3.2.1	Medidas de rango . . . . .	53
3.2.2	Posicionamiento basado en rangos . . . . .	55
3.2.3	Posicionamiento basado en pseudo-rangos . . . . .	56
3.3	Señales GNSS . . . . .	58

3.4	Receptores GNSS . . . . .	61
3.4.1	Antenas . . . . .	62
3.4.2	Arreglos de antenas . . . . .	64
3.5	Conclusiones . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Modelo In-Situ para AA's</b>	<b>69</b>
4.1	Difracción, reflexión y refracción de campo electromagnético . . . . .	70
4.2	Acoplamiento mutuo . . . . .	73
4.2.1	Diagramas de radiación . . . . .	75
4.2.2	Red multipuerto . . . . .	78
4.3	Influencia del uso de modelos simplificados . . . . .	81
4.4	Conclusiones . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Compensación de Características de Radiación en AA's</b>	<b>87</b>
5.1	Esquemas de compensación . . . . .	88
5.1.1	Compensación sectorial . . . . .	89
5.1.2	Compensación puntual . . . . .	90
5.2	Diseño del arreglo . . . . .	91
5.2.1	AA real . . . . .	91
5.2.2	AA ideal . . . . .	92
5.3	Implementación y validación . . . . .	92
5.3.1	Ensayos con compensación sectorial . . . . .	96
5.3.2	Ensayos con compensación puntual . . . . .	101
5.4	Conclusiones . . . . .	101
<b>6</b>	<b>Método de Compensación Ortonormal para AA's Compactos</b>	<b>105</b>
6.1	Eficiencia de radiación . . . . .	106
6.1.1	Ejemplo 1 . . . . .	107
6.1.2	Ejemplo 2 . . . . .	108
6.2	Método de transformación ortonormal . . . . .	110
6.2.1	Problema de Procrustes Ortogonal . . . . .	111
6.2.2	Función de correlación de AA's . . . . .	112
6.2.3	Ejemplo 1, continuación . . . . .	114
6.2.4	Ejemplo 2, continuación . . . . .	115
6.3	Arreglo GNSS compacto, eficiente y simple . . . . .	116
6.4	Conclusiones . . . . .	121
<b>7</b>	<b>Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo</b>	<b>123</b>
7.1	Esquema de compensación . . . . .	123
7.2	Arreglo compacto de antenas de microtira . . . . .	124
7.2.1	Arreglo real . . . . .	124
7.2.2	Arreglo objetivo . . . . .	125



7.2.3	Transformación ortonormal y arreglo virtual . . . . .	128
7.2.4	Evaluación de desempeño . . . . .	129
7.2.5	Vector de steering ajustado $\hat{\mathbf{s}}(\theta, \phi)$ . . . . .	130
7.3	Desempeño simulado . . . . .	131
7.3.1	Escenario completamente controlado . . . . .	132
7.3.2	Escenario parcialmente controlado. NF determinístico. . . . .	134
7.3.3	Escenario parcialmente controlado. NF adaptivo. . . . .	136
7.4	Implementación y medidas . . . . .	138
7.5	Conclusiones . . . . .	143
<b>8</b>	<b>Compensación Espacio-Frecuencia con Matriz Unitaria</b>	<b>145</b>
8.1	Influencia del sistema receptor en la determinación de pseudorango . . . . .	146
8.1.1	Estimación de retardos de fase y de grupo . . . . .	150
8.1.2	Respuesta en frecuencia propia del AA utilizado . . . . .	151
8.2	Compensación espacio-frecuencia . . . . .	153
8.2.1	Esquema de compensación . . . . .	153
8.2.2	Validación . . . . .	156
8.3	Conclusiones . . . . .	159
<b>9</b>	<b>Conclusiones finales</b>	<b>161</b>



## Lista de acrónimos

<b>AA</b>	Arreglo de antenas
<b>ADC</b>	Conversión analógica-digital
<b>AM</b>	Acoplamiento mutuo
<b>AR</b>	Relación axial
<b>BF</b>	BeamForming
<b>CDMA</b>	Acceso Múltiple por División de Código
<b>DE</b>	Difracción electromagnética
<b>DOA</b>	Dirección de arribo
<b>DSSS</b>	Espectro Expandido y Secuencia directa
<b>DSP</b>	Procesamiento digital de señales
<b>EM</b>	Electromagnético/Electromagnetismo
<b>FDMA</b>	Acceso Múltiple por División de Frecuencia
<b>FIT</b>	Técnica de Integraciones finitas
<b>GNSS</b>	Sistemas de Navegación Global por Satélite
<b>IF</b>	Frecuencia intermedia
<b>IID</b>	Independientes e idénticamente distribuidos
<b>LHCP</b>	Polarización circular a izquierda
<b>LMS</b>	Solución de mínimos cuadrados
<b>LNB</b>	Bloque de bajo ruido
<b>MGE</b>	Ecuaciones de Grilla de Maxwell
<b>MVDR</b>	Respuesta de mínima varianza y sin distorsión
<b>NF</b>	NullForming
<b>OCXO</b>	Oscilador de cristal controlado por horno
<b>OPB</b>	Beamforming de Proyección Ortogonal
<b>PA</b>	Arreglo desfasado
<b>PRN</b>	Ruido pseudo-aleatorio
<b>PVT</b>	Posición, velocidad y tiempo

<b>RF</b>	Radiofrecuencia
<b>RP</b>	Patrón de radiación
<b>RHCP</b>	Polarización circular a derecha
<b>SDM</b>	Método de descenso más rápido (Steepest Descent Method)
<b>SINR</b>	Relación señal a ruido más interferencia
<b>SNR</b>	Relación señal a ruido
<b>SP</b>	Procesamiento espacial
<b>SS</b>	Espectro expandido
<b>STP</b>	Procesamiento temporal-espacial
<b>SVD</b>	Descomposición en Valores Singulares
<b>SVN</b>	Número de Vehículo Espacial

# 1 Introducción

## 1.1. Antenas y arreglos de antenas

Las antenas son dispositivos capaces de emitir o captar ondas electromagnéticas en el espacio que las rodea. Su uso es indispensable en aplicaciones que requieran de un enlace de comunicación inalámbrica ya que permiten transferir señales a distancia. Todo transmisor y receptor utiliza al menos una antena para convertir señales eléctricas en ondas viajeras que se transmiten por un determinado canal de propagación, y viceversa. Podemos considerar al canal como la vía de comunicación entre las antenas de transmisión y recepción. El mismo puede admitir un modelo moderadamente simple, que considera únicamente la atenuación de rayo directo debido a la propagación en el espacio libre, o puede ser complejo, debiendo contemplar además la presencia de múltiples obstáculos fijos y móviles, efectos atmosféricos, medios de propagación dispersivos y otras fuentes de energía electromagnética, entre otros factores. Las ondas transmitidas contienen información útil que, para la mayoría de las aplicaciones, se pretende que lleguen a destino con la mayor integridad posible. Las distorsiones ocasionadas por las características del canal de comunicación son inevitables, pero no implica que generen consecuencias irreversibles. Existen diversas técnicas de procesamiento para recuperar la información deseada, aunque debe considerarse que ello implica una mayor complejidad en el dispositivo receptor por ser el encargado de ejecutar el procesamiento de señales. En este sentido, el receptor normalmente se encuentra en la situación más desfavorable, especialmente cuando existen restricciones de tamaño y consumo de potencia. Si bien es suficiente con una antena para establecer un enlace, las llamadas *Antenas Inteligentes* consideran generalmente un arreglo o conjunto de antenas seguido de una etapa de procesamiento y control preparados para adaptarse lo mejor posible a las circunstancias, asegurando continuamente y de forma dinámica la integridad de las señales de interés [6].

El uso de un arreglo o conjunto de dos o más antenas provee diversidad espacial. Es decir, las réplicas de una misma señal que son transmitidas y/o recibidas por antenas en ubicaciones diferentes presentan diferencias correspondientes al camino recorrido por las ondas que se propagan en el espacio, y ello se puede aprovechar con técnicas de procesamiento espacial con el fin de conseguir múltiples objetivos. Las aplicaciones con arreglos de antenas son diversas y ampliamente difundidas en la literatura [7,8]. Un arreglo de antenas puede usarse para:

1. Combinar las características individuales de las antenas para favorecer la intensidad de radiación en una determinada dirección, permitiendo así maximizar el nivel de potencia transmitido y/o captado de las señales de interés.
2. Proteger al receptor frente a la presencia de fuentes de interferencia -intencionales o no-

que se superponen a las señales de interés, cuyos efectos pueden ser contundentes llegando en muchos casos a impedir la correcta detección de las señales deseadas. Un arreglo de antenas inteligentes actúa como un filtro espacial que maximiza la ganancia en la dirección del transmisor y la reduce o anula en la dirección desde donde proviene la interferencia para atenuar o eliminar su efecto.

3. Discriminar espacialmente las señales que arriban a un receptor de acuerdo a su dirección de arribo, y así distinguir entre la señal de interés por rayo directo o por rebotes y/o posibles interferencias. Esto permite conocer la ubicación de las fuentes deseadas o indeseadas en el canal. En muchos casos, parte de esta información también puede aprovecharse para conocer la propia orientación del receptor cuando la misma no es conocida.
4. Para la comunicación entre dos o más dispositivos, provee más de un camino posible de propagación para reducir la probabilidad de falla en la comunicación y también para poder aumentar la tasa de transmisión de datos. Con varias antenas transmisoras y receptoras ubicadas en posiciones notablemente diferentes, se fuerza a que el número de caminos independientes de rayo directo sea igual al producto entre la cantidad de antenas transmisoras y receptoras. Son llamados esquemas de comunicación de múltiple entrada y múltiple salida. Este concepto se utiliza también para poder caracterizar el propio canal de propagación a partir de recabar información desde múltiples puntos de referencia que luego se compone para describir al conjunto. Mediante el procesamiento espacial de las señales se puede detectar la presencia, ubicación o forma de los obstáculos existentes y otros factores de influencia de la vía de comunicación.

Los arreglos de antenas se diseñan generalmente a partir de un conjunto de elementos radiantes preferentemente idénticos, con igual orientación y dispuestos respetando cierta geometría apropiada según el objetivo a cumplir. Si las mismas responden de manera idéntica, entonces sus propiedades de radiación conforman un factor común que en muchos casos puede descartarse a los fines del procesamiento de señales. De esta forma, sólo entra en juego la geometría dada por la ubicación espacial de las antenas. Este modelo es la base fundamental de la teoría de *Arreglos Desfasados* o *Phased Arrays* [8,9], y permite considerar a las antenas como radiadores electromagnéticos puntuales e isotrópicos, es decir, de tamaño infinitesimal y con igual nivel de radiación en cualquier dirección del espacio. Esto es de sumo interés porque permite excluir las características de radiación propias de las antenas utilizadas, evitando el uso de técnicas de calibración y, en consecuencia, reduciendo sustancialmente los requerimientos de almacenamiento de datos y capacidad de procesamiento en el receptor.

Desde otro punto de vista, todo elemento conductor de dimensión finita permite el flujo de cargas que al presentar variaciones en el tiempo generan radiación electromagnética. La energía se propaga y es captada por otros componentes del propio circuito o dispositivos externos a él, produciendo así alteraciones al funcionamiento normal y ocasionalmente pérdidas energéticas que disminuyen la eficiencia de operación. Así, todo elemento radiante podría ser entendido como una fuente de contaminación que genera acoplamiento electromagnético. En electrónica

## 1.2. Aplicación: Sistemas de Navegación Global por Satélite

---

de radiofrecuencia, se deben evitar interferencias internas y con otros dispositivos causadas por acoplamiento, ya que esto puede afectar fuertemente el desempeño de los dispositivos [10]. Una antena, siendo un elemento destinado a producir radiación, es sumamente propensa al acoplamiento con antenas vecinas y líneas de transmisión que operan a la misma frecuencia. El efecto que el acoplamiento genera en una antena es la distorsión de sus propias características de radiación, modificando así su factor de antena o patrón de radiación. En un arreglo de antenas, el entorno que rodea a cada una de ellas de acuerdo a su ubicación relativa es diferente, con lo cual las distorsiones ocasionadas en su desempeño son por lo general distintas. Dado que el nivel de potencia de acoplamiento entre dos elementos decae con el incremento en su distancia de separación, el acoplamiento se convierte en una situación preocupante cuanto más próximos se encuentren entre sí. En consecuencia, la suposición de antenas con comportamiento idéntico que sustenta a la teoría de Arreglos Desfasados podría no ser aplicable en ciertos casos. Por lo tanto, esta tesis está enfocada al diseño y control de arreglos de antenas compactos y de pocos elementos, en los cuales es necesario comprender y dominar los efectos del acoplamiento mutuo.

## 1.2. Aplicación: Sistemas de Navegación Global por Satélite

Los Sistemas de Navegación Global por Satélite (GNSS) son constelaciones de satélites cuyo objetivo es proveer información precisa sobre posición, velocidad y tiempo (PVT) a cualquier usuario que disponga de un receptor adecuado [11–13]. Para ello, los satélites emiten señales de sincronización que contienen datos de su posición y el instante exacto en que fueron enviadas. El receptor compara el tiempo de transmisión del mensaje de cada satélite con el instante en que es recibido. Entonces, las diferencias de tiempo se traducen en distancias y cada una define el radio de una superficie esférica centrada en el satélite correspondiente. La intersección de varias de estas superficies permite que el receptor encuentre su posición. Por otro lado, el reloj incorporado al receptor es mucho menos preciso que los relojes atómicos que utilizan los satélites. Por lo tanto, la sincronización del receptor mejora al utilizar un satélite adicional ya que así logra calibrar su reloj interno. De otro modo, la estimación de posición contendría un gran margen de error. Por ello, son necesarios al menos cuatro satélites para obtener una solución útil de PVT.

De los GNSS existentes en la actualidad, el más difundido y utilizado es el Sistema de Posicionamiento Global (GPS), que se encuentra completamente operativo desde 1994. Es decir que a partir de ese momento y hasta la actualidad, ha asegurado una constelación de 24 satélites o más en servicio, orbitando alrededor de la Tierra y transmitiendo de forma adecuada las señales correspondientes. Por otro lado, en 2011 el sistema ruso Sistema de Navegación Global por Satélite (GLONASS) también fue declarado operativo a nivel mundial, y por varios años fue la única alternativa funcional con una cobertura global y de precisión similar a la de GPS. Otros GNSS que recientemente se han incorporado son los sistemas Galileo y BeiDou, de Europa y China respectivamente. Todos ellos trabajan con una frecuencia de portadora en la banda  $L$ , es decir entre 1 y 2 GHz.

En sus orígenes el concepto de GNSS fue desarrollado con fines militares, los objetivos contemplaban dirigir misiles y bombas con precisión aumentada por sobre el armamento convencional,

guiar y localizar las tropas, y asistir en operaciones de salvamento. Con el paso del tiempo, las tácticas militares se han modernizado al igual que la tecnología para los GNSS. En la actualidad no solamente es de uso militar, existen numerosas aplicaciones en diferentes ámbitos e inclusive su uso civil ha crecido notablemente en las últimas décadas. Se han desarrollado sistemas de localización y seguimiento de usuarios y de vehículos; navegación terrestre, marítima y aeroespacial; geología, hidrografía y agricultura de precisión; entre otros campos de aplicación. La tendencia evolutiva hacia el uso de sistemas con capacidad de navegación asistida por satélite impulsa el perfeccionamiento del desempeño de los receptores que proveen la solución de PVT y la optimización del uso de recursos para su implementación y funcionamiento. Sin embargo, la dependencia masiva hacia este servicio requiere no desatender la resiliencia del receptor frente a las adversidades del canal de comunicación. Un receptor de calidad se caracteriza según su desempeño en términos de [14],

- **Sensibilidad:** Capacidad de adquirir la cantidad necesaria de satélites que permita disponer de la solución de PVT asegurando un cierto margen de error durante un dado intervalo de tiempo.
- **Integridad:** Nivel de confianza en la solución proporcionada. Está asociada a la detección y alerta temprana de anomalías.
- **Precisión:** Nivel de proximidad entre la información verdadera y las estimaciones de PVT.
- **Robustez:** Capacidad de adquirir las señales GNSS auténticas frente a la influencia de agentes interferentes.

A su vez, para mejorar la calidad de diseño es necesario contemplar otros aspectos prácticos de relevancia que consisten en preservar al mínimo su tamaño, peso, costo, complejidad de procesamiento y consumo de energía. El alcance de los objetivos indicados depende en parte de una correcta implementación de un sistema de antenas inteligentes.

Se busca que las antenas GNSS tengan polarización circular, sean de costo reducido, livianas y de dimensiones convenientes (siendo típicamente de unas pocas decenas de centímetros). Actualmente, los arreglos de antenas se están proponiendo en muchas aplicaciones GNSS para incrementar la visibilidad, mejorar la calidad de la señal recibida, y proveer robustez frente a escenarios diversos y cambiantes que puedan afectar la comunicación [15–18]. Sin embargo, muchas veces las limitaciones impuestas sobre el esquema del receptor debido las cuestiones prácticas mencionadas anteriormente, impiden alcanzar la robustez deseada. Son escasos los diseños de arreglos que existen en la actualidad que cumplen con ser simples, compactos y de bajo costo al mismo tiempo. La razón principal son los efectos perjudiciales del acoplamiento entre antenas. Si bien se están incorporando arreglos GNSS compactos en algunos receptores, hasta el momento no se fabrican de forma masiva [19]. En la mayoría de los casos, las condiciones dadas llevan a la elección tradicional de una antena de elemento único, debiendo por lo tanto resignarse a disponer de un receptor que es vulnerable a fuentes de interferencia o rebotes indeseados de la propia señal que puedan degradar o incluso interrumpir su correcto funcionamiento.



## 1.3. Motivación y Objetivos

La caracterización de arreglos de antenas compactos y de pocos elementos requiere una modelización detallada de los efectos del acoplamiento mutuo. La comprensión de este fenómeno nos conduce a la posibilidad de realizar diseños eficientes con baja complejidad de implementación y procesamiento. Naturalmente, el procesamiento simple se basa en la posibilidad de utilizar los métodos clásicos de la teoría de Arreglos Desfasados. Entonces:

- ¿Cuánto influye el desconocimiento o no utilizar la información de los patrones de radiación de antenas acopladas para las aplicaciones GNSS?
- ¿Cuáles son los aspectos perjudiciales del acoplamiento mutuo? ¿Pueden tener virtudes, y cómo se pueden aprovechar?
- ¿Cuáles son los beneficios e inconvenientes de aplicar técnicas de pre-procesamiento para controlar un arreglo de antenas acopladas mediante el modelo de arreglos desfasados?
- ¿Cómo pueden diseñarse arreglos compactos con características de radiación apropiadas para ser simples pero efectivos a la vez?

El diseño de arreglos de antenas inteligentes de pocos elementos para receptores GNSS de alta precisión, que logren un buen desempeño en presencia de acoplamiento mutuo, es el objetivo principal de esta tesis. Si bien el desarrollo de esta tesis está enfocada a receptores GNSS, muchos de los resultados obtenidos para arreglos de antenas acoplados son generalizables a otros ámbitos de aplicación y también a otros tipos de antenas. A continuación se mencionan los objetivos específicos:

- El diseño de arreglos de antenas acopladas, la identificación de parámetros que permiten controlar este acoplamiento, ya sea para minimizarlo o para aprovecharlo en antenas compactas.
- El estudio, desarrollo e implementación de técnicas de pre-procesamiento que permitan utilizar algoritmos diseñados para arreglos desacoplados en arreglos con acoplamiento conocido.
- El dimensionamiento, diseño y evaluación de desempeño de arreglos de antenas apropiados para aplicaciones de GNSS de alta precisión.

## 1.4. Organización de la Tesis

En el Capítulo 2 se desarrollan los conceptos fundamentales de las antenas en general. También se definen las características relevantes y parámetros de interés para el resto de los Capítulos.

En el Capítulo 3 se describen de manera general las características relevantes de los sistemas GNSS. A su vez, se define la notación adoptada y utilizada a lo largo de la presente tesis para el

procesamiento de señales GNSS con arreglos de antenas. También se definen las características particulares del tipo de antena elegido para el desarrollo de esta tesis.

En el Capítulo 4 se realiza una descripción de los efectos electromagnéticos involucrados en arreglos de antenas. Esto resulta indispensable para comprender las diferencias en las respuestas de las antenas que pertenecen a arreglos compactos y de pocos elementos. Además, se analizan las implicancias de realizar ciertas hipótesis simplificadoras en la formulación de un modelo que represente el comportamiento de los arreglos acoplados. Las principales contribuciones fueron publicadas en [1].

En el Capítulo 5 se desarrolla un análisis comparativo de técnicas de pre-procesamiento para la compensación de arreglos de antenas acoplados. El análisis se lleva a cabo a partir del procesamiento de señales reales utilizando un arreglo de antenas cuyos elementos presentan acoplamiento mutuo considerable. Dado que la compensación está destinada a convertir las respuestas de antenas a las correspondientes al caso ideal de un arreglo desfasado, se realiza un análisis de desempeño donde se evalúa la precisión de la compensación. Este Capítulo está relacionado con el trabajo publicado en [2].

En el Capítulo 6 se propone un método de compensación novedoso basado en una matriz de transformación unitaria u ortonormal. Una compensación de estas características resulta muy apropiada para señales GNSS debido a que preserva la estructura de correlación tanto de las señales como del ruido recibido por las antenas. En consecuencia, se logra un muy buen desempeño final que aprovecha las virtudes de radiación propias de las antenas acopladas y a la vez simplifica el procesamiento de señales. Esta técnica novedosa propone un nuevo enfoque para el diseño de arreglos de antenas de buenas prestaciones, y que además admitan una compensación con matriz unitaria para simplificar el procesamiento de las señales. Esta técnica novedosa de pre-procesamiento para arreglos de antenas compactos ha sido publicada en [4].

En el Capítulo 7 se desarrolla un ejemplo práctico de un arreglo de antenas de microtira compacto que admite una compensación unitaria global, es decir, de la mayor parte de su hemisferio de radiación. Este arreglo se caracteriza por presentar antenas con comportamientos muy disímiles, pero que pueden traducirse con una única transformación a un arreglo desfasado. Se describe el diseño e implementación del prototipo experimental, así como también los ensayos y mediciones que han sido realizados para su validación. Este trabajo que constituyó una aplicación concreta de la técnica novedosa propuesta en el capítulo anterior y su verificación experimental han sido publicados en [5].

En el Capítulo 8 se efectúa un análisis de los efectos que las respuestas de antenas y el procesamiento de señales ocasionan sobre las señales GNSS, y que en consecuencia repercuten sobre la solución de PVT. Continuando en la línea de los capítulos anteriores, se propone el desarrollo de una compensación en espacio-frecuencia con matriz unitaria para reducir estas distorsiones. Parte de lo desarrollado en este Capítulo ha sido publicado en [3].

Finalmente, en el Capítulo 9 se exponen las conclusiones finales obtenidas a lo largo del desarrollo de la presente tesis.

### 1.5. Contribuciones originales

Esta tesis incluye contenidos producidos por el autor durante la etapa de investigación para realizar la carrera de doctorado, con aportes sumamente valiosos por parte de los coautores. Los mismos han sido previamente publicados en congresos nacionales o revistas internacionales. Se detallan a continuación en orden cronológico:

- [1] E. A. Marranghelli, G. Ramón López La Valle, y P. A. Roncagliolo, “Mutual Coupling and Electromagnetic Diffraction Influence on GPS Microstrip Antenna Arrays”, *RPIC 2015*, ciudad de Cordoba, Argentina.
- [2] E. A. Marranghelli, G. Ramón López La Valle, y P. A. Roncagliolo, “Método de Compensación de Acoplamiento Mutuo y Difracción Electromagnética en Arreglos de Antenas de Microtira para GNSS”, *IEEE Argencon 2016*, ciudad de Buenos Aires, Argentina.
- [3] E. A. Marranghelli, G. Ramón López La Valle, y P. A. Roncagliolo, “A Spatial Signal Processing Review for Practical GNSS Antenna Arrays”, *IEEE Argencon 2018*, San Miguel de Tucumán, Argentina.
- [4] E. A. Marranghelli, G. Ramón López La Valle, y P. A. Roncagliolo, “Orthonormal Method for Compact Global Navigation Satellite Systems Antenna Array Designs”, *International Journal of RF Microwave Computer-aided Engineering*, vol. 29, no. 12, dic 2019.
- [5] E. A. Marranghelli, G. Ramón López La Valle, y P. A. Roncagliolo, “Simple and Effective GNSS Spatial Processing Using a Low-Cost Compact Antenna Array”, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 57, no. 5, pp. 3479–3491, may 2021.



## 2 Conceptos sobre Antenas y Arreglos de Antenas (AA's)

Toda antena tiene una estructura de dimensión finita, con forma y materiales apropiados para favorecer el flujo de cargas eléctricas, y en consecuencia la radiación. La estructura permite orientar la circulación de dichas cargas para favorecer la radiación en determinadas direcciones de preferencia, pero no existe la posibilidad de crear una fuente capaz de comportarse de manera isotrópica. Lo más próximo a ello son las antenas tipo monopolo, dipolo y de lazo que idealmente poseen características de radiación omnidireccionales, es decir, con igual nivel de radiación en un determinado plano del espacio. Además, existe una dependencia natural entre las dimensiones y forma de una antena con la frecuencia de oscilación de las cargas tal que favorezca el nivel de radiación. En consecuencia, la respuesta espacio-frecuencial de las antenas es un factor de gran importancia en varias aplicaciones ya que influye en la forma de onda de las señales emitidas y recibidas.

Existen múltiples tipos de antenas, entre ellas se distinguen principalmente las de alambre, las bocinas, las guías de onda, las de microtira, las reflectoras, etc. [20]. Las mismas se diferencian una de otra en cuanto a la forma constructiva, mecanismo de radiación y características relevantes de funcionamiento. En este capítulo, se describen los parámetros fundamentales de las antenas en general. Dependiendo de la aplicación para la cual se destinen, dichas características juegan un rol importante en la selección del tipo de antena más apropiada a utilizar. Dado que el enfoque de esta tesis está basado en las antenas destinadas a aplicaciones GNSS, se tomarán como referencia las de microtira, ya que es uno de los tipos de antena más difundidos en receptores GNSS [21,22]. Sin que esta elección conlleve a una limitación, la gran mayoría de los conceptos que se desarrollan en esta tesis son extrapolables a otros tipos de antenas.

### 2.1. Electromagnetismo y simulación electromagnética

Un campo electromagnético (EM) contempla la existencia de campos eléctrico y magnético en cada punto del espacio. La acumulación y desplazamiento de cargas eléctricas generan estos campos, aunque su intensidad es considerable sólo en el entorno inmediato que las rodea. Pero si consideramos la presencia de un campo eléctrico variante en el tiempo, éste genera campo magnético, y si este último también varía en el tiempo, a su vez genera campo eléctrico. Un campo EM variante en el tiempo tiene además la capacidad de propagarse en el espacio gracias a esta retroalimentación. Las leyes de Maxwell expresan matemáticamente esta dependencia, y permiten justificar que el mecanismo más adecuado para la transmisión de energía a grandes

## 2. Conceptos sobre Antenas y Arreglos de Antenas (AA's)

distancias se da a través de ondas EM. Las ecuaciones de Maxwell describen las fuentes de rotacional y de divergencia de los campos eléctricos  $\mathcal{E}$  y  $\mathcal{D}$ , y de los campos magnéticos  $\mathcal{H}$  y  $\mathcal{B}$  en todo punto del espacio. Las mismas se presentan a continuación en su forma diferencial e integral [23]:

$$\nabla \times \vec{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t}, \quad \Leftrightarrow \quad \oint_{\delta A} \vec{\mathcal{E}} \cdot d\vec{l} = -\iint_A \frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t} \cdot d\vec{A}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{J}} + \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t}, \quad \Leftrightarrow \quad \oint_{\delta A} \vec{\mathcal{H}} \cdot d\vec{l} = \iint_A \left( \vec{\mathcal{J}} + \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{A}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathcal{D}} = \rho_{libre}, \quad \Leftrightarrow \quad \oiint_{\delta V} \vec{\mathcal{D}} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \rho \cdot dV, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathcal{B}} = 0, \quad \Leftrightarrow \quad \oiint_{\delta V} \vec{\mathcal{B}} \cdot d\vec{A} = 0, \quad (2.4)$$

donde  $\rho$  y  $\vec{\mathcal{J}}$  corresponden a la densidad de carga y de corriente libres,  $\delta A$  es la curva cerrada que delimita la superficie  $A$ , y  $\delta V$  es la superficie cerrada que delimita el volumen  $V$ . La primera ecuación es llamada Ley de Faraday-Lenz, mientras que la segunda es la Ley de Ampère generalizada. Para cada punto del espacio, ambas ecuaciones en su forma integral requieren la definición de tres integrales de línea, las mismas orientadas de tal forma que sus diferenciales de área apunten en direcciones ortogonales entre sí. Por otro lado, el segundo par de ecuaciones está conformado por las Leyes de Gauss para campo eléctrico y magnético respectivamente.

Las ecuaciones de Maxwell no determinan una situación física de manera única, deben ser complementadas con ecuaciones constitutivas que describen las propiedades macroscópicas de los materiales. Si asumimos la presencia de un cierto medio lineal, isotrópico y homogéneo, las ecuaciones constitutivas entre los campos eléctricos y magnéticos puede expresarse mediante valores escalares de permitividad eléctrica  $\epsilon$  y permeabilidad magnética  $\mu$ ,

$$\vec{\mathcal{D}} = \epsilon \cdot \vec{\mathcal{E}}; \quad \vec{\mathcal{H}} = \frac{\vec{\mathcal{B}}}{\mu}. \quad (2.5)$$

El uso de materiales no lineales conlleva a que la relación entre los campos sea también no lineal. Por otro lado, para un medio anisotrópico los parámetros  $\epsilon$  y  $\mu$  dejan de ser escalares para ser tensores. En dichos casos las relaciones constitutivas se modifican acordemente [23]. Por otro lado, se tiene la Ley de Ohm que complementa a las anteriores y cuya expresión puntual es:

$$\vec{\mathcal{J}} = \sigma \cdot \vec{\mathcal{E}} \quad (2.6)$$

donde  $\sigma$  es la conductividad eléctrica puntual.

En conjunto con el sistema de ecuaciones se establecen las condiciones de contorno de la región de interés, y entonces es posible hallar una solución para los campos EM.

Particularmente, si el objeto de estudio son las antenas es necesario conocer la distribución de campo que las mismas generan, ya que esto permite determinar su capacidad de radiación. Si bien

## 2.1. Electromagnetismo y simulación electromagnética

---

se conoce la solución analítica de varios tipos de antenas predeterminadas, existen muchos casos complejos en los cuales hallar una solución analítica a las ecuaciones de Maxwell puede resultar muy difícil. En consecuencia, las herramientas de cálculo numérico cobran importancia para la resolución de tales problemas electromagnéticos complejos. A pesar de que por este camino no se consiguen fórmulas cerradas para la distribución de campo, se pueden alcanzar resultados con un gran nivel de precisión final. Si el modelo propuesto en el esquema de simulación es suficientemente consistente con la realidad, el nivel de correspondencia de la solución debería ser aceptable para representar el comportamiento real del objeto bajo estudio.

El enfoque de la presente tesis está basado en conocer en detalle los efectos EM que hacen al funcionamiento de un arreglo de antenas compactos y de pocos elementos. El objetivo consiste en analizar aquellos casos en los que no se puede suponer que el comportamiento de las antenas es similar al presentado cuando se hallan aisladas, por lo que es importante considerar todos los efectos involucrados en el sistema para entender su desempeño final. Por lo tanto, resulta indispensable el uso de herramientas de simulación y cálculo numérico que permitan abordar la complejidad del problema para poder aproximar lo más posible el comportamiento real. El método numérico de resolución empleado está basado en la Técnica de Integraciones Finitas (FIT) propuesto por Weiland [24]. Este método numérico permite resolver varios tipos de problemas EM utilizando un esquema de discretización espacial, admitiendo desde cálculos de campo estáticos hasta aplicaciones de alta frecuencia en dominio frecuencial o temporal. A diferencia de la mayoría de los métodos numéricos, FIT discretiza las ecuaciones integrales de Maxwell dadas anteriormente, en lugar de las ecuaciones diferenciales. Para resolver numéricamente estas ecuaciones se define un dominio finito de cálculo que encierre la región de interés, y luego se realiza una discretización del espacio en cuestión. La definición del mallado o discretización es una de las dificultades a sortear en términos de la optimización de recursos y minimización de errores para cálculo numérico. Creando un sistema de mallado adecuado, el dominio considerado es subdividido en varios cuboides pequeños, conformando una cuadrícula. La discretización espacial de las ecuaciones de Maxwell es finalmente resuelta en la cuadrícula. Refiriéndonos a la Fig. 2.1, las tensiones eléctricas  $e$  de grilla y los flujos magnéticos  $b$  en las caras se ubican en la cuadrícula primaria  $G$ . Por otra parte, los flujos dieléctricos  $d$  en las caras, como así también las tensiones magnéticas  $h$  de grilla, se ubican en la segunda cuadrícula  $G'$ . Posteriormente, las ecuaciones de Maxwell discretizadas se formulan para cada una de las caras de las celdas.

Considerando la Ley de Faraday, la integral cerrada del campo eléctrico de la ecuación (2.1) puede ser reescrita como la suma de cuatro tensiones de grilla. Consecuentemente, la derivada temporal del flujo magnético que atraviesa el área de la cara de la celda primaria representa la igualdad de la ecuación,

$$\oint_{\delta A} \vec{\mathcal{E}} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{\mathcal{B}} \cdot d\vec{A} \quad \Rightarrow \quad e_i + e_j - e_k - e_l = -\frac{\partial}{\partial t} b_n, \quad (2.7)$$

donde  $e_i = \int_{l_i} \vec{\mathcal{E}} \cdot d\vec{l}$  y  $b_n = \iint_{A_n} \vec{\mathcal{B}} \cdot d\vec{A}$ . Repitiendo este procedimiento para todas las caras disponibles, la regla de cálculo puede ser resumida en una elegante formulación matricial introduciendo la matriz topológica  $C$  como el operador equivalente discreto del rotor, la cual consiste

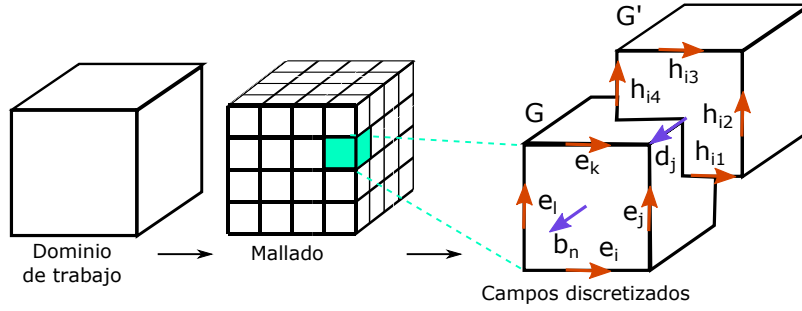


Fig. 2.1: Planteo de las ecuaciones de Maxwell en el espacio discretizado.

solamente en elementos 0, 1 y  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & 1 & \cdot & -1 & \cdot & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_i \\ \cdot \\ e_j \\ \cdot \\ e_k \\ \cdot \\ e_l \end{bmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ b_n \\ \cdot \end{bmatrix} \Rightarrow C \cdot \mathbf{e} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{b} \quad (2.8)$$

Aplicando este esquema a la Ley de Ampère en la segunda cuadrícula implica la definición de un operador equivalente discreto del rotor  $C'$ . De manera similar, la discretización de las ecuaciones de Gauss restantes introduce operadores de divergencia discretos  $S$  y  $S'$ . Finalmente, obtenemos el conjunto completo y discretizado de las llamadas Ecuaciones de Grilla de Maxwell (MGE)

$$\oint_{\delta A} \vec{\mathcal{E}} \cdot d\vec{l} = - \iint_A \frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t} \cdot d\vec{A}, \quad \Leftrightarrow \quad C \cdot \mathbf{e} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{b}, \quad (2.9)$$

$$\oint_{\delta A} \vec{\mathcal{H}} \cdot d\vec{l} = \iint_A \left( \vec{\mathcal{J}} + \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{A}, \quad \Leftrightarrow \quad C' \cdot \mathbf{h} = \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{d}, \quad (2.10)$$

$$\oiint_{\delta V} \vec{\mathcal{D}} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \rho \cdot dV, \quad \Leftrightarrow \quad S' \cdot \mathbf{d} = q, \quad (2.11)$$

$$\oiint_{\delta V} \vec{\mathcal{B}} \cdot d\vec{A} = 0, \quad \Leftrightarrow \quad S \cdot \mathbf{b} = 0, \quad (2.12)$$

Hasta el momento no se ha realizado ninguna aproximación, sino que se han traducido las expresiones integrales mediante las variables vectoriales  $\mathbf{e}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{h}$  y  $\mathbf{d}$ . Esto permite que la formulación FIT sea muy general y pueda ser aplicada a todo el rango frecuencial, desde régimen continuo hasta muy altas frecuencias. Uno de los puntos esenciales de la discretización por FIT es que se conservan las propiedades analíticas de los campos EM cuando se cambia del espacio  $\mathcal{R}^3$  al espacio grillado  $G, G'$ , es decir,



## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

---

$$SC = S'C' = 0, \quad \Leftrightarrow \quad \text{div rot} \equiv 0, \quad (2.13)$$

$$CS'^T = C'S^T = 0, \quad \Leftrightarrow \quad \text{div grad} \equiv 0. \quad (2.14)$$

Estas propiedades elementales de cálculo vectorial ofrecen una herramienta adicional para la verificación de los resultados numéricos que permiten detectar, y en consecuencia evitar, posibles inconsistencias en las soluciones obtenidas. Se puede demostrar que gracias a la formulación FIT, el conjunto de MGE mantienen las propiedades de, por ejemplo, conservación de carga y energía. Esto es importante dado que los errores numéricos de cálculo matricial ocurren y pueden ser considerables, pero no siempre se tienen herramientas que permitan identificarlos. De esta forma se logra reconocer una solución incorrecta que podría conducir a interpretaciones erróneas o inconsistencias físicas.

Las MGE se complementan con las ecuaciones constitutivas en el espacio grillado, donde sus coeficientes de permitividad, permeabilidad y conductividad se definen mediante parámetros promedio correspondientes a los materiales utilizados. Es en este punto donde es necesario realizar las aproximaciones propias de un modelo simplificado del comportamiento de los materiales. Son resumidos a continuación en su forma matricial,

$$\vec{\mathcal{D}} = \epsilon \vec{\mathcal{E}}, \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{d} = M_\epsilon \mathbf{e}, \quad (2.15)$$

$$\vec{\mathcal{B}} = \mu \vec{\mathcal{H}}, \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{b} = M_\mu \mathbf{h}, \quad (2.16)$$

$$\vec{\mathcal{J}} = \sigma \vec{\mathcal{E}}, \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{j} = M_\sigma \mathbf{e}, \quad (2.17)$$

En resumen, todas estas ecuaciones matriciales están disponibles y son utilizadas para resolver problemas de campos EM en el espacio discreto grillado.

## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

Las antenas son utilizadas como etapa de transición entre una línea de transmisión y el espacio libre. Una antena en modo transmisión convierte las señales eléctricas en energía radiada como ondas EM en el vacío o en medios dieléctricos, que luego serán recuperadas y confinadas nuevamente en guías de onda por otra antena en modo recepción. Las características de radiación de ambas pueden describirse independientemente del modo de operación en el que se utilicen. Por el *Principio de Reciprocidad*, los parámetros que definen el desempeño de una antena son válidos sin importar que estén transmitiendo o recibiendo [20].

**Principio de Reciprocidad:** Las características de radiación de una antena pasiva operando en modo recepción son idénticas a las de la misma antena operando en modo transmisión [8, 20].

Una antena puede caracterizarse mediante sus parámetros eléctricos vistos a través del puerto de alimentación y la distribución de radiación electromagnética que existe en su alrededor. Las

siguientes definiciones corresponden a la caracterización de una antena pasiva de puerto simple funcionando en modo transmisión y en régimen sinusoidal permanente a la frecuencia central para la cual se haya diseñado.

### 2.2.1. Parámetros eléctricos y eficiencia de antena

Sea una antena que se encuentra conectada a una línea de transmisión de impedancia característica  $Z_0$ . Dicha impedancia responde a un modelo basado en resistencias, inductancias y capacitancias por unidad de longitud que describen las propiedades eléctricas de los materiales utilizados, en función de su geometría y la frecuencia de operación. En la mayoría de los dispositivos modernos la impedancia característica es  $Z_0 = 50 \Omega$ . En condiciones de adaptación, la impedancia de entrada de una antena  $Z_A$  debe coincidir con la impedancia característica de la línea de transmisión conectada a su puerto de alimentación para maximizar la transferencia de energía [25]. En la Fig. 2.2 se presenta una antena de impedancia  $Z_A$  conectada a una línea de transmisión de impedancia  $Z_0$  donde se considera cierto nivel de desadaptación.

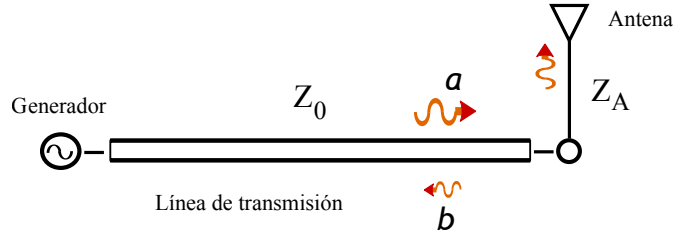


Fig. 2.2: Adaptación entre una línea de transmisión y una antena.

Suponemos una onda de potencia de amplitud  $a$  que incide desde la línea de transmisión al puerto de la antena. Una parte de la energía es captada por ella, mientras que la otra es reflejada conformando una nueva onda de amplitud  $b$ . Las amplitudes  $a$  y  $b$  son cantidades complejas cuyas magnitudes están expresadas en valor eficaz. Las potencias incidente y reflejada en el puerto se pueden calcular como,

$$P_{inc} = a^* a = |a|^2; \quad P_{ref} = b^* b = |b|^2. \quad (2.18)$$

respectivamente, donde el supraíndice  $*$  es el operador de complejo conjugado. La proporción entre la amplitud compleja de onda de potencia reflejada respecto a la onda incidente es llamada coeficiente de reflexión  $\Gamma$ , y está dado por la siguiente ecuación,

$$\Gamma = \frac{b}{a} = \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0}. \quad (2.19)$$

A partir del coeficiente de reflexión se definen las llamadas pérdidas por retorno RL,

$$RL[dB] = -20 \log |\Gamma| = 10 \log \left\{ \frac{P_{inc}}{P_{ref}} \right\}. \quad (2.20)$$

## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

---

Usualmente se considera que una antena está bien adaptada si el valor de RL se mantiene por encima de 10 dB en todo el rango de frecuencias de interés. Sin embargo, en muchas aplicaciones donde se priorizan otros aspectos de diseño, se relaja esta restricción pudiendo tomar valores inferiores. Lógicamente, en una antena pasiva la potencia reflejada es menor o igual a la incidente, y la diferencia entre ellas es la cantidad captada por la antena,

$$P_{ant} = P_{inc} - P_{ref}. \quad (2.21)$$

Parte de la energía que es captada por la antena es emitida al entorno en forma de radiación  $P_{rad}$  y también disipada en forma de calor  $P_{dis}$  en los materiales conductores y dieléctricos que forman parte de la misma. Matemáticamente,

$$P_{ant} = P_{rad} + P_{dis}. \quad (2.22)$$

La potencia reflejada en los puertos de antenas por desadaptación y las pérdidas son indeseadas ya que reducen la cantidad de potencia útil disponible para la radiación. Ambas dependen de múltiples factores como son el tipo de antena, las propiedades de los materiales empleados a la frecuencia de operación, el mecanismo de distribución y desplazamiento de cargas, la ubicación de los puertos de alimentación, etc. La eficiencia de una antena se caracteriza por el nivel de pérdidas que presenta en funcionamiento. Por un lado está la eficiencia de radiación  $\epsilon_{rad}$ , que es la relación entre la potencia radiada respecto a la potencia recibida por la antena,

$$\epsilon_{rad} = \frac{P_{rad}}{P_{ant}} = 1 - \frac{P_{dis}}{P_{ant}}. \quad (2.23)$$

En cuanto a la eficiencia de adaptación  $\epsilon_{adap}$ , es la relación entre la potencia aceptada por la antena respecto a la incidente,

$$\epsilon_{adap} = \frac{P_{ant}}{P_{inc}} = 1 - \frac{P_{ref}}{P_{inc}}. \quad (2.24)$$

Por lo tanto, la eficiencia total resulta,

$$\epsilon_{ant} = \epsilon_{adap} \epsilon_{rad} = 1 - \frac{P_{ref} + P_{dis}}{P_{inc}} \quad (2.25)$$

### 2.2.2. Radiación electromagnética

A continuación, se definen las propiedades de radiación de una antena en modo transmisión. Luego de aplicar una excitación a través de su puerto de alimentación se mide el campo electromagnético que genera en la región del espacio que se encuentra a su alrededor. Suponiendo una onda de excitación sinusoidal, el campo electromagnético producido puede analizarse en el dominio fasorial. Se supone además que la geometría de la antena, las propiedades de los materiales que la componen, y el entorno que la rodea, son estacionarios. Es decir que son todos factores que no cambian con el tiempo, ya que de otra forma sus características de radiación serían también variantes en el tiempo.

## 2. Conceptos sobre Antenas y Arreglos de Antenas (AA's)

---

El patrón de radiación de una antena es una función matemática que representa sus propiedades de radiación. Es una función vectorial compleja en el espacio tridimensional. Si se expresa en coordenadas esféricas, depende del radio o distancia al origen  $r$ , y de una orientación expresada a partir de los ángulos de elevación  $\theta$  y azimuth  $\phi$  [20]. La distribución de los campos vectoriales eléctrico y magnético es fuertemente dependiente del tipo de antena. La estructura de una antena está diseñada para permitir la distribución de cargas y corrientes en un cierto rango de frecuencias de interés, de manera tal de favorecer la generación de campo EM a su alrededor. Sus características cambian con la distancia a la fuente que lo origina. En las proximidades a la antena se tiene la *Región de Campo Cercano Reactivo, o de inducción*, donde los campos son mayormente de tipo reactivos y su distribución va cambiando con rapidez. A medida que la distancia a la antena aumenta, la intensidad de campo reactivo disminuye rápidamente, por lo que comienzan a ser superados por los campos activos o radiantes. Esta zona de transición es llamada *Región de Campo Cercano Radiante, o de Fresnel*. Por último, en la *Región de Campo Lejano, o de Fraunhofer*, los campos tienden a ser predominantemente radiantes, y su forma independiente de la distancia radial a la antena que los origina. Aunque no se trata de una transición abrupta, la región de campo lejano suele ser indicada a distancias radiales, relativas al centro geométrico de la antena, dadas por la siguiente desigualdad,

$$r \geq 2D^2/\lambda \quad (2.26)$$

siendo  $D$  la longitud más grande existente en las dimensiones físicas de la antena, y  $\lambda$  la longitud de onda asociada a la frecuencia de operación  $\omega = 2\pi f$ . Dadas las distancias típicas en enlaces con antenas, definir el patrón de radiación de una antena es prácticamente equivalente a especificar sus propiedades de radiación en campo lejano. Por lo que, en la mayoría de los casos, se refiere a campo lejano de manera implícita.

El campo electromagnético y otras variables de radiación que comúnmente se definen y se representan a través de diagramas de radiación son:

- **Campo eléctrico y magnético:**

Según el principio de funcionamiento de cada tipo de antena, las mismas pueden generar principalmente campo eléctrico, campo magnético, o ambos. En cualquier caso, según las ecuaciones de Maxwell las variaciones temporales de campo eléctrico/magnético generan variaciones espaciales en los campos magnéticos/eléctricos, y viceversa. Este es el principio a partir del cual se desarrollan las ondas electromagnéticas, las cuales pueden propagarse en el espacio a grandes distancias. Matemáticamente, las ecuaciones de onda de los campos eléctrico  $\vec{\mathcal{E}}$  y magnético  $\vec{\mathcal{H}}$  en el vacío son,

$$\nabla^2 \vec{\mathcal{E}} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2}; \quad \nabla^2 \vec{\mathcal{H}} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{H}}}{\partial t^2}. \quad (2.27)$$

Asumiendo régimen sinusoidal a la frecuencia angular  $\omega$ , la dependencia con el tiempo puede definirse explícitamente de la forma  $\vec{\mathcal{E}}(t, r, \theta, \phi) = \vec{E}(r, \theta, \phi)e^{j\omega t}$  y  $\vec{\mathcal{H}}(t, r, \theta, \phi) = \vec{H}(r, \theta, \phi)e^{j\omega t}$ , por lo tanto en el dominio fasorial tenemos,

## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

---

$$\nabla^2 \vec{E} = -k_\lambda^2 \vec{E}; \quad \nabla^2 \vec{H} = -k_\lambda^2 \vec{H}, \quad (2.28)$$

siendo  $k_\lambda = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$  el factor de propagación o número de onda. Pensando a una antena como una fuente electromagnética de tamaño infinitesimal, lo cual es una suposición apropiada a distancias grandes respecto a la misma, las variaciones temporales de campo generan un frente de onda electromagnético con cierto nivel de simetría esférica. En dicho caso y ante la ausencia de cambios de medio en los cuales puedan existir reflexiones, refracciones y difracciones, las ondas se propagan en dirección prácticamente radial. Se puede demostrar que en campo lejano, las derivadas parciales de campo respecto a las variables angulares son prácticamente despreciable en comparación a las variaciones en dirección radial. Consecuentemente las ecuaciones de onda se simplifican de la forma,

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{E}}{\partial r} = -k_\lambda^2 \vec{E}; \quad \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{H}}{\partial r} = -k_\lambda^2 \vec{H}. \quad (2.29)$$

Para satisfacer las ecuaciones de onda, los campos de un frente de onda esférico adquieren la siguiente forma,

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-ik_\lambda r}}{r} \vec{E}(\theta, \phi); \quad \vec{H}(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-ik_\lambda r}}{r} \vec{H}(\theta, \phi). \quad (2.30)$$

Evidentemente, los campos presentan una dependencia directa con el radio de la superficie esférica centrada en el origen. El factor  $r$  en el denominador indica una disminución de la intensidad de campo con la distancia a la fuente que lo origina. Y el factor exponencial determina la evolución de la fase de la onda electromagnética viajera. Esto es propio del comportamiento del frente de onda en campo lejano e independiente del tipo de antena utilizada. En cambio, la forma que adquieren los campos  $\vec{E}(\theta, \phi)$  y  $\vec{H}(\theta, \phi)$  sí depende de las características de la antena que se utilice.

Otra de las consecuencias de un frente de onda esférico es que la orientación de los campos es ortogonal a su dirección de propagación. Es decir que la componente radial de campo es aproximadamente nula,

$$\vec{E} \approx E_\theta \check{\theta} + E_\phi \check{\phi}; \quad E_r \approx 0; \quad \vec{H} \approx H_\theta \check{\theta} + H_\phi \check{\phi}; \quad H_r \approx 0. \quad (2.31)$$

donde  $\check{\theta}$  y  $\check{\phi}$  indican los versores en la dirección de elevación y azimuth respectivamente. A su vez, los campos eléctrico y magnético presentan una dependencia lineal entre sí dada por la impedancia intrínseca del medio  $\eta$ ,

$$\|\vec{E}\|_e = \eta \|\vec{H}\|_e, \quad (2.32)$$

siendo  $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ , y  $\|\cdot\|_e$  la norma euclídea. Y además de ser ortogonales a la dirección de propagación, son ortogonales entre sí, es decir,

$$\vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{r}. \quad (2.33)$$

A partir de lo indicado anteriormente, puede concluirse que es suficiente con hallar sólo uno de los campos para conocer el otro.

En la Fig. 2.3 se muestra la distribución de campo  $\mathcal{E}$  y  $\mathcal{H}$  de una antena isotrópica, cuyo patrón de radiación es una función constante en toda superficie esférica centrada en el origen, es decir que es independiente de  $\theta$  y  $\phi$ . Puede notarse la dependencia con el radio  $r$  dada por las ecuaciones (2.30), y las condiciones de ortogonalidad de la ecuación (2.33).

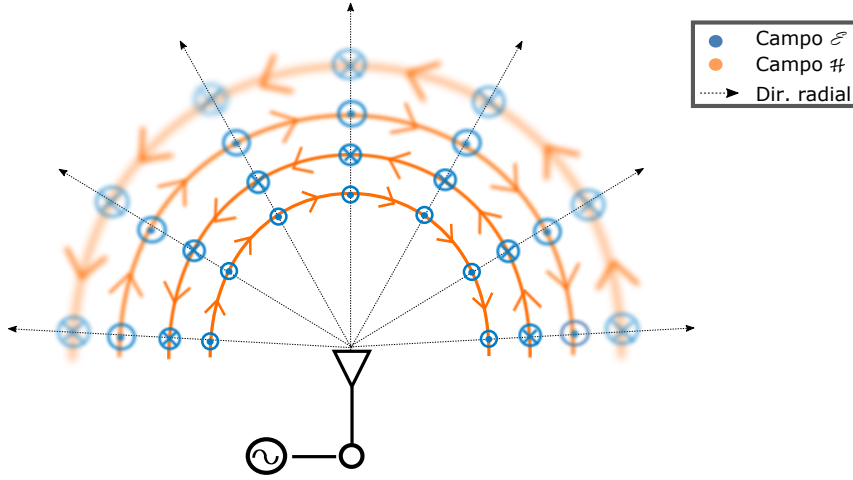


Fig. 2.3: Campo EM alrededor de una antena isotrópica ideal.

■ **Densidad de potencia promedio:**

La densidad de potencia promedio, también llamado vector de Poynting,  $\vec{W}$ , es la intensidad de potencia radiada por unidad de área, y puede definirse como,

$$\vec{W}(r, \theta, \phi) = \Re \left\{ \vec{E}(r, \theta, \phi) \times \vec{H}^*(r, \theta, \phi) \right\} = \frac{1}{r^2} \Re \left\{ \vec{E}(\theta, \phi) \times \vec{H}^*(\theta, \phi) \right\}, \quad (2.34)$$

con  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  expresadas en valores eficaces,  $\times$  es el producto vectorial, y  $\Re$  es el operador parte real. A distancias grandes de la antena (campo lejano), el producto  $\vec{E} \times \vec{H}^*$  es prácticamente real y aproximadamente igual a la densidad de potencia radiada, por lo tanto en condiciones de campo lejano se le denomina *densidad de radiación*.

La densidad de potencia promedio está relacionada con la potencia radiada  $P_{rad}$  como,

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} \vec{W}(r, \theta, \phi) \cdot \vec{r} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \Re \left\{ \vec{E}(\theta, \phi) \times \vec{H}^*(\theta, \phi) \right\} \cdot \vec{r} \sin(\theta) d\theta d\phi, \quad (2.35)$$

## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

---

siendo  $\Omega$  una superficie esférica cerrada que está centrada en la antena y que la envuelve en campo lejano, y  $d\Omega = r^2 \sin(\theta)d\theta d\phi$  es un diferencial de área de dicha superficie. Por lo cual, utilizando (2.25), la intensidad de onda incidente  $|a_g|$  que debiese aportar el generador que alimenta a la antena para alcanzar dicho nivel de potencia es,

$$|a_g| = \sqrt{\frac{P_{rad}}{\epsilon_{ant}}}. \quad (2.36)$$

### ■ Directividad, Ganancia y Ganancia Realizada:

La *directividad* y la *ganancia* son funciones que usualmente se definen en módulo o magnitud, y relativas a la densidad de potencia que sería radiada por una antena ideal isotrópica, es decir  $P_{rad}/(4\pi r^2)$ . La directividad está dada por,

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi r^2}{P_{rad}} \|\vec{W}(r, \theta, \phi)\|_e. \quad (2.37)$$

siendo  $\|\cdot\|_e$  la norma euclídea. Por otro lado, la ganancia es similar a la directividad excepto que incluye la eficiencia de radiación,

$$G_0(\theta, \phi) = \epsilon_{rad} D(\theta, \phi). \quad (2.38)$$

Y la *ganancia realizada* incluye además la eficiencia de adaptación,

$$G(\theta, \phi) = \epsilon_{adap} \epsilon_{rad} D(\theta, \phi) = \epsilon_{ant} D(\theta, \phi). \quad (2.39)$$

Comúnmente, sus magnitudes se expresan en unidades de dBi, que indican unidades de decibels relativos a la intensidad de radiación de una antena isotrópica.

Dado que las propiedades de radiación cambian de acuerdo al tipo de antena empleada, la selección debe realizarse en función de las características requeridas de acuerdo al ámbito de aplicación [26]. Además, debe tenerse en cuenta que sobre las propiedades de radiación y parámetros de antena también influyen considerablemente la calidad de diseño e implementación. Otros aspectos relevantes que no son menores para el desarrollo de estos dispositivos son sus propiedades mecánicas y físicas, y su costo de fabricación.

### 2.2.3. Patrones de radiación

Los patrones o diagramas de radiación (RP's) se utilizan para representar la distribución espacial de las propiedades de radiación de una antena. Comúnmente sólo se representa la magnitud del campo eléctrico o del campo magnético, la directividad o la ganancia. Sin embargo, la distribución de fase es relevante para el desarrollo de la presente tesis desde el punto de vista del procesamiento de señales. Por lo tanto, se adoptará como variable de referencia el campo eléctrico normalizado, que a partir de este punto se define como *respuesta de antena*,  $\vec{g}(\theta, \phi)$ . El mismo expresado en función de sus dos componentes ortogonales,  $g_\theta$  y  $g_\phi$ , está dado por,

## 2. Conceptos sobre Antenas y Arreglos de Antenas (AA's)

$$\vec{g}(\theta, \phi) = g_\theta(\theta, \phi)\check{\theta} + g_\phi(\theta, \phi)\check{\phi} = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_{ant}}{P_{rad}\eta}} (E_\theta(\theta, \phi)\check{\theta} + E_\phi(\theta, \phi)\check{\phi}) . \quad (2.40)$$

La representación de los diagramas de radiación consiste en gráficos bi- o tri-dimensionales. Las variables angulares de elevación  $\theta$ , de azimuth  $\phi$ , o ambas se utilizan como variables independientes, mientras que la tercer dimensión permite cuantificar la amplitud/fase de alguna de las componentes de campo  $-|g_\theta|$ ,  $|g_\phi|$ ,  $\angle g_\theta$  o  $\angle g_\phi$ , mientras que la magnitud total está dada por la norma euclídea,  $\|\vec{g}\|_e$ . Si una antena se encuentra polarizada en una dirección de preferencia, una componente predomina notablemente por sobre la otra permitiendo así simplificar el análisis. En la Fig. 2.4 se presenta, a modo de ejemplo, un cierto diagrama de magnitud de radiación total  $\|\vec{g}\|_e$  en un gráfico bi- y otro tri- dimensional.

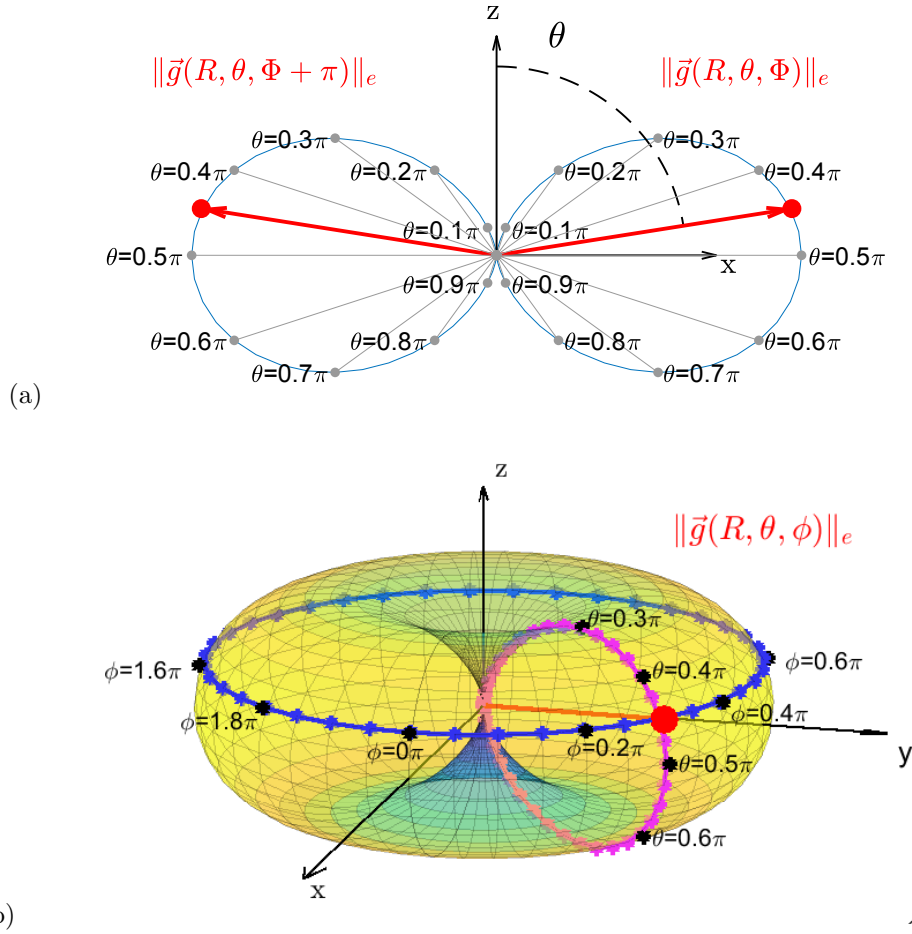


Fig. 2.4: (a) Gráfico bidimensional,  $\theta$  versus  $\|\vec{g}(\theta)\|_e$ , para un dado azimuth  $\phi = \Phi$  y radio  $r = R$  constantes. (b) Gráfico tridimensional,  $(\theta, \phi)$  versus  $\|\vec{g}(\theta, \phi)\|_e$ , para  $r = R$ .



## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

### Sistema de coordenadas Ludwig 3 (horizontal-vertical)

Aunque la propuesta de aprovechar el sistema de coordenadas esférico para la alineación de las componentes de campo es la más intuitiva, el inconveniente de este caso son las orientaciones próximas a  $\theta = 0$  o  $\theta = \pi$ , en las cuales el versor  $\check{\theta}$  cambia de dirección de forma abrupta dificultando particularmente la interpretación del diagrama de fase en esas zonas. Por esta razón, para la mayor parte de la presente tesis, se adoptará el sistema de coordenadas Ludwig 3 [27, 28] que define los ejes horizontal  $h$  y vertical  $v$  en todo punto de la superficie esférica  $\theta$ - $\phi$ . El cambio de coordenadas se realiza mediante una matriz de rotación  $R_\phi$  de dimensión  $2 \times 2$ , la cual cumple con la relación  $R_\phi^T R_\phi = I_2$ , siendo el supraíndice  $T$  el operador de matriz transpuesta, e  $I_2$  la matriz identidad de dimensión  $2 \times 2$ .  $R_\phi$  se define como,

$$R_\phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}; \quad \therefore R_\phi^T R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2. \quad (2.41)$$

donde se utiliza a  $\phi$  como ángulo de rotación para definir el nuevo sistema de coordenadas. De esta forma se obtienen las componentes de campo  $g_h$  y  $g_v$ . De forma matricial,

$$\vec{g} = \begin{bmatrix} g_\theta & g_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{\theta} \\ \check{\phi} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} g_\theta & g_\phi \end{bmatrix} R_\phi^T \right) \left( R_\phi \begin{bmatrix} \check{\theta} \\ \check{\phi} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} g_h & g_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{h} \\ \check{v} \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

donde  $\check{h}$  y  $\check{v}$  son los versores en dirección a los ejes  $h$  y  $v$  respectivamente. Estos ejes se utilizan para la definición de las componentes del campo vectorial  $\vec{g}$ , pero se mantiene el uso de las coordenadas esféricas para la localización de cada punto en el espacio. Por tanto se tiene,

$$\vec{g}(\theta, \phi) = g_h(\theta, \phi)\check{h} + g_v(\theta, \phi)\check{v}. \quad (2.43)$$

### Diagramas de magnitud y de fase

En la práctica, la medición del RP requiere establecer un enlace entre una antena transmisora (la antena en estudio) y la receptora (una antena de referencia previamente calibrada). Si la antena transmisora permanece inmóvil, la receptora rota en dirección a los ejes  $h$  o  $v$  para medir la intensidad de radiación en todas las orientaciones del par  $(\theta, \phi)$ . La rotación se realiza a radio constante alrededor de un punto que puede definirse como el centro de coordenadas. En la Fig. 2.5 se presenta un corte bidimensional (plano x-y) del diagrama de magnitud de una antena directiva ideal orientada en dirección al eje y.

Las parámetros que típicamente son de interés y describen la forma del diagrama de magnitud a la frecuencia central de operación de la antena son:

- **Dirección de máxima intensidad de radiación:** Cuando se define la intensidad de campo, ganancia o directividad de una antena sin especificar una orientación, está implícito que es en la dirección de máxima intensidad de radiación.
- **Lóbulo principal:** Región angular en torno a la dirección de máxima radiación.

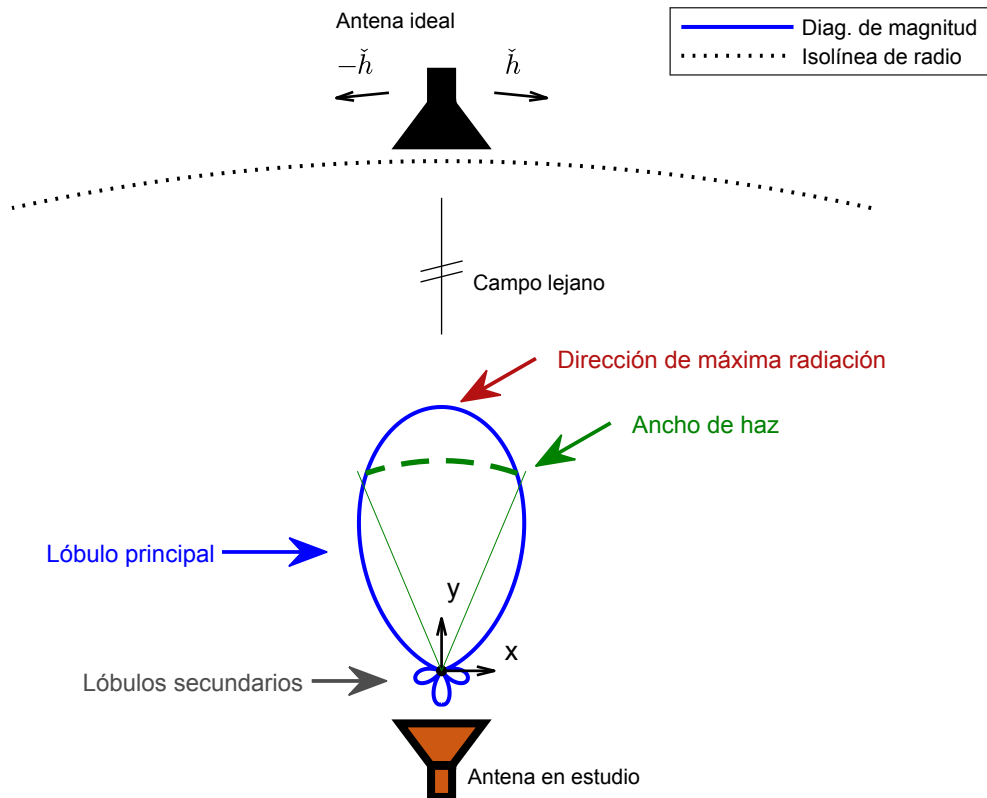


Fig. 2.5: Diagrama de magnitud para una antena directiva. Representación dada para  $\theta = 90^\circ$ .

- **Lóbulos secundarios y traseros:** Lóbulos de intensidad relativa inferior al principal.
- **Ancho de haz:** Es el rango angular de direcciones sobre el lóbulo principal en el que la intensidad de radiación es igual o mayor a  $-3\text{dB}$  respecto a la dirección de máxima intensidad. Es decir, los límites son las direcciones en las que la potencia radiada se reduce a la mitad.
- **Relación de lóbulo principal a secundario:** Es el cociente en dB entre el valor máximo del lóbulo principal y el valor máximo del lóbulo secundario.

La sensibilidad del diagrama de magnitud en relación a la ubicación del centro de coordenadas es muy baja si se puede asumir que la distancia en el enlace inalámbrico es “muy grande”, pero para el caso del diagrama de fase, su forma es sumamente dependiente de la ubicación del centro. Modificar el punto alrededor del cual rota la antena de referencia genera cambios significativos si el desplazamiento es del orden de  $\lambda$  o mayor. Dicha modificación implica que en algunas direcciones la distancia que deben recorrer las ondas EM es menor, y para otras es mayor. Esto genera que cambie el patrón de fase según la definición del centro de coordenadas. Desde el punto

## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

---

de vista de la caracterización de una antena, y también a los fines prácticos del procesamiento de señales, se prefiere que el origen de coordenadas esté próximo al *centro de fase* de la antena.

**Centro de fase:** El centro de fase es la ubicación para el origen de coordenadas que logra que al menos una de las dimensiones del vector  $\vec{g}$  presente mínimas variaciones de fase en las inmediaciones a la dirección de máxima intensidad de radiación del lóbulo principal. Éste se utiliza por practicidad, ya que si la función compleja que representa el comportamiento de la antena es de fase constante en una región, solo resta caracterizar su amplitud. En muchos casos, este punto se encuentra próximo al centro geométrico de la antena.

En la Fig. 2.6 se presenta un corte bidimensional del plano x-y ( $\theta = 90^\circ$ ) del diagrama de fase de una antena directiva ideal orientada en dirección al eje y. Se presentan tres ubicaciones posibles para el centro de coordenadas. Cada punto define una isolínea de radio constante sobre la cual la antena de medición ideal se desplaza para tomar las muestras de campo y obtener el correspondiente RP de la antena bajo estudio. El diagrama que está ubicado en la posición central es  $\vec{g}_2$  y posee su centro de coordenadas coincidente con el centro de fase de la antena. Mientras que  $\vec{g}_1$  y  $\vec{g}_3$  representan los resultados correspondientes si se realizan desplazamientos a una distancia de  $\lambda/2$  en dirección a  $-x$  y a  $x$  respectivamente. Según (2.30), éstos resultan,

$$\vec{g}_1(\theta, \phi) = e^{i\pi \sin(\theta) \cos(\phi)} \vec{g}_2(\theta, \phi); \quad \vec{g}_3(\theta, \phi) = e^{-i\pi \sin(\theta) \cos(\phi)} \vec{g}_2(\theta, \phi). \quad (2.44)$$

Se puede notar que para el gráfico central la fase es constante a lo largo de todo el lóbulo principal, mientras que para los demás casos existen variaciones de fase dadas por la diferencia de camino recorrido de las ondas para cada orientación. Si bien este ejemplo es ilustrativo, en muchos casos la definición de un centro de fase no es funcional, ya que las variaciones de fase remanentes pueden seguir siendo considerables [29–31].

### 2.2.4. Polarización y relación axial

La polarización de una antena refiere a la tendencia de sus campos radiados a estar alineados en una cierta orientación, siendo de principal interés en la región del haz o lóbulo principal [20, 22]. Dependiendo del valor relativo entre las dos componentes ortogonales de campo para cada orientación espacial  $(\theta, \phi)$ , la polarización se clasifica en lineal, circular o elíptica.

#### Polarización lineal

La *polarización lineal* corresponde al caso en el que ambas componentes están en fase (o contrafase) en todo punto, es decir

$$\vec{g}_{lin}(\theta, \phi) = g_h(\theta, \phi)\check{h} + g_v(\theta, \phi)\check{v}; \quad \angle g_h - \angle g_v = k\pi \quad (2.45)$$

con  $k$  un número entero. Casos particulares que también son lineales, son aquellos en los que  $g_h = 0$  ó  $g_v = 0$ . Si para una cierta orientación  $(\theta, \phi)$  el campo se encuentra polarizado verticalmente, es decir que la componente dominante se encuentra en la dirección  $\check{v}$ , entonces se tiene,

## 2. Conceptos sobre Antenas y Arreglos de Antenas (AA's)

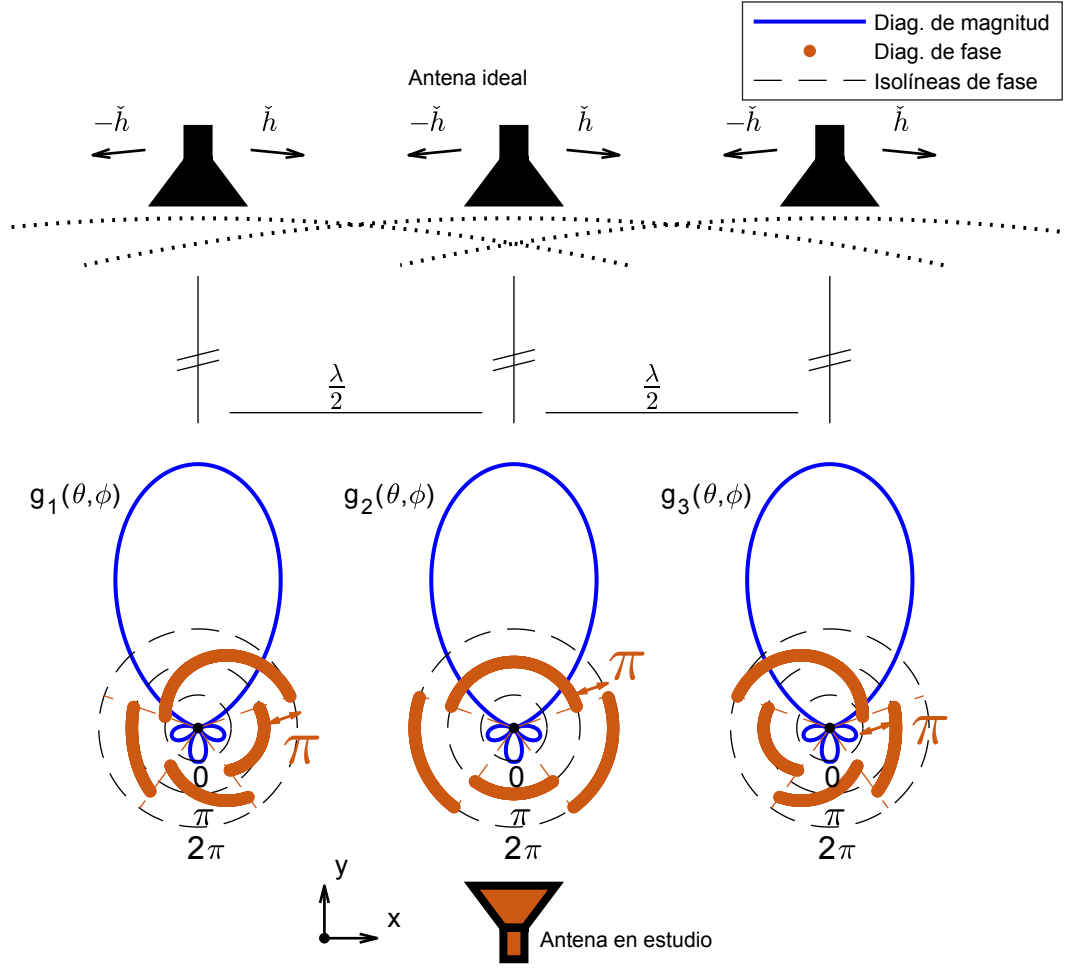


Fig. 2.6: Diagrama de magnitud y de fase para una antena direccional. El diagrama de fase cambia según la ubicación del centro de coordenadas. Representación dada para  $\theta = 90^\circ$ .

$$\vec{g}_{in,v}(\theta, \phi) = g_v(\theta, \phi)\check{v}, \quad (2.46)$$

En cambio, si la componente dominante se presenta en dirección a  $\check{g}$ , se tiene,

$$\vec{g}_{in,h}(\theta, \phi) = g_h(\theta, \phi)\check{h}, \quad (2.47)$$

En ambos casos, el tipo de polarización es lineal, con orientación vertical u horizontal. La representación de ambos casos puede observarse en la Figura 2.7. Se puede notar que sus variaciones temporales se presentan siempre a lo largo de un mismo eje describiendo una recta en el plano  $h-v$ . Es decir, en el plano ortogonal a la dirección de propagación.

## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

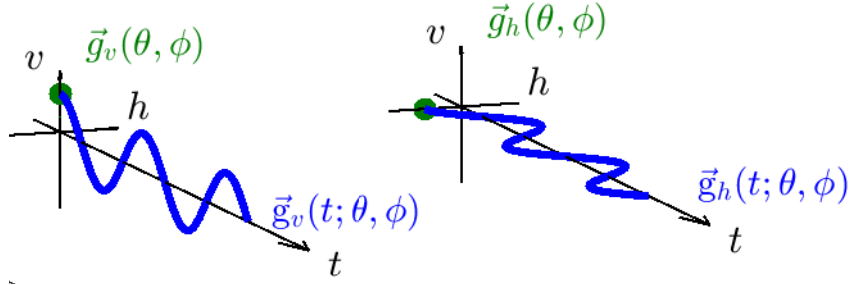


Fig. 2.7: Evolución temporal de una onda con polarización lineal vertical y horizontal.

### Polarización circular

La *polarización circular* se logra sólo si el campo total está formado por componentes de igual magnitud y un desfase relativo de  $\pm 90^\circ$ . Es decir,

$$\vec{g}_{cir}(\theta, \phi) = g_h(\theta, \phi)\check{h} + g_v(\theta, \phi)\check{v}; \quad \begin{cases} |g_h| = |g_v| \\ \angle g_h - \angle g_v = \pm\pi/2 + 2\pi k \end{cases} \quad (2.48)$$

La variación temporal del campo vectorial con polarización circular describe una circunferencia en el plano ortogonal a la dirección de propagación. Si un observador orienta su visión en dirección a la propagación de la onda, y la respuesta de antena describe una trayectoria circular en sentido horario debido a que  $g_v = -jg_h$ , se dice que su polarización es circular a derecha (RHCP),

$$\vec{g}_{cir, \check{\circ}} = g_h\check{h} + g_v\check{v} = g_h\check{h} - jg_h\check{v} = \frac{2g_h}{\sqrt{2}} \frac{(\check{h} - j\check{v})}{\sqrt{2}} = \frac{g_h + jg_v}{\sqrt{2}} \frac{(\check{h} - j\check{v})}{\sqrt{2}} = g_{\check{\circ}} \check{\check{\circ}}. \quad (2.49)$$

siendo  $g_{\check{\circ}} = \frac{g_h + jg_v}{\sqrt{2}}$ ,  $\check{\circ}$  simboliza RHCP, y  $\check{\check{\circ}} = \frac{(\check{h} - j\check{v})}{\sqrt{2}}$  es el versor circular a derecha. Mientras que si su campo eléctrico rota circularmente en sentido anti-horario, dado que  $g_v = jg_h$ , su polarización es circular a izquierda (LHCP),

$$\vec{g}_{cir, \check{\circ}} = g_h\check{h} + g_v\check{v} = g_h\check{h} + jg_h\check{v} = \frac{2g_h}{\sqrt{2}} \frac{(\check{h} + j\check{v})}{\sqrt{2}} = \frac{g_h - jg_v}{\sqrt{2}} \frac{(\check{h} + j\check{v})}{\sqrt{2}} = g_{\check{\circ}} \check{\check{\circ}}. \quad (2.50)$$

siendo  $g_{\check{\circ}} = \frac{g_h - jg_v}{\sqrt{2}}$ ,  $\check{\circ}$  simboliza LHCP, y  $\check{\check{\circ}} = \frac{(\check{h} + j\check{v})}{\sqrt{2}}$  es el versor circular a izquierda. La representación de ondas con polarización circular RHCP o LHCP puede observarse en la Figura 2.8.

### Polarización elíptica

De manera general, la evolución temporal de una onda describe una elipse. Cuando el eje mayor de la elipse es infinitamente mayor que el eje menor, tiende a convertirse en una línea, mientras que si ambos ejes son idénticos y desfasados a  $90^\circ$ , se tiene un círculo. Si bien son dos casos

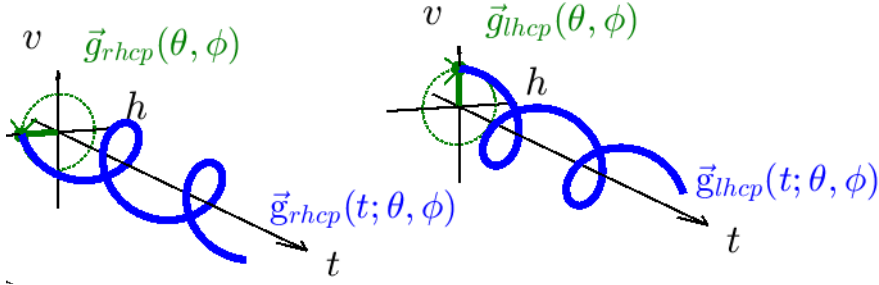


Fig. 2.8: Propagación de una onda con polarización circular RHCP y LHCP.

particulares de una elipse, es de esperar que en la práctica no pueda conseguirse polarización lineal o circular pura. Los casos intermedios que no sean prácticamente lineales o circulares, constituyen *polarización elíptica*. La ecuación (2.45) está definida a partir de las componentes de polarización lineal con ejes alineados en horizontal  $\check{h}$  y vertical  $\check{v}$ . Pero tanto en el caso lineal como en el elíptico, puede ocurrir que el eje de polarización se encuentre en una dirección diferente a  $\check{h}$  y  $\check{v}$ . Para contemplar la posibilidad de alinear los ejes de coordenadas en otras direcciones, se considera una nueva rotación de los ejes de coordenadas del plano  $h$ - $v$ . En notación matricial,

$$\vec{g}_{elip} = \begin{bmatrix} g_h & g_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{h} \\ \check{v} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} g_h & g_v \end{bmatrix} R_\alpha^T \right) \left( R_\alpha \begin{bmatrix} \check{h} \\ \check{v} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} g_{cp} & g_{xp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{c}p \\ \check{x}p \end{bmatrix}, \quad (2.51)$$

con  $R_\alpha$  una matriz de rotación de dimensión  $2 \times 2$ , las magnitudes  $g_{cp}$  y  $g_{xp}$  son los llamados campos copolar y contrapolar respectivamente, mientras que  $\check{c}p$  y  $\check{x}p$  corresponden a sus respectivos versores.  $R_\alpha$  se define según (2.41) en base a un ángulo de rotación constante  $\alpha$ . Comúnmente, una onda con polarización elíptica se describe a través de un sistema de coordenadas cuyos ejes se encuentran alineados al eje mayor y menor de la elipse. En dicho caso, el ángulo de inclinación de la elipse correspondiente al eje mayor  $\alpha_M$ , y la orientación del eje menor  $\alpha_m$ , pueden obtenerse a partir de las dos soluciones que brinda la siguiente expresión,

$$\{\alpha_M, \alpha_m\} = \frac{1}{2} \arctan \left\{ \frac{2|g_h||g_v| \cos(\angle g_h - \angle g_v)}{|g_h|^2 - |g_v|^2} \right\}, \quad (2.52)$$

por lo que resulta,

$$\vec{g}_{elip} = \left( \begin{bmatrix} g_h & g_v \end{bmatrix} R_{\alpha_M}^T \right) \left( R_{\alpha_M} \begin{bmatrix} \check{\theta} \\ \check{\phi} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} g_M & g_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{M} \\ \check{m} \end{bmatrix}, \quad (2.53)$$

con  $\check{M}$  y  $\check{m}$  versores unitarios en dirección al eje mayor y menor de la elipse respectivamente, y  $g_M$  y  $g_m$  sus respectivas magnitudes.

El campo vectorial también puede expresarse en función de las componentes de polarización circular. A continuación se realiza el cambio de sistema de coordenadas en notación matricial,

## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

$$\vec{g}_{elip} = \begin{bmatrix} g_h & g_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{\theta} \\ \check{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g_h + jg_v}{\sqrt{2}} & \frac{g_h - jg_v}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\check{h} - j\check{v}}{\sqrt{2}} \\ \frac{\check{h} + j\check{v}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{\check{\circ}} & g_{\check{\circ}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{\circ} \\ \check{\circ} \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

Resumiendo, se presentan las siguientes equivalencias para la definición de una onda en los cuatro sistemas de coordenadas indicados en las ecuaciones (2.51), (2.53) y (2.54),

$$\vec{g}_{elip} = \begin{bmatrix} g_h & g_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{h} \\ \check{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{cp} & g_{xp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{c}p \\ \check{x}p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_M & g_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{M} \\ \check{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{\check{\circ}} & g_{\check{\circ}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{\circ} \\ \check{\circ} \end{bmatrix}. \quad (2.55)$$

### Relación axial

Se define un parámetro que caracteriza el tipo de polarización y es la llamada relación axial, (AR). Es la proporción entre la amplitud del eje mayor y el eje menor de la elipse,

$$AR = \left| \frac{g_M}{g_m} \right| = \left| \frac{|g_{\check{\circ}}| + |g_{\check{\circ}}|}{|g_{\check{\circ}}| - |g_{\check{\circ}}|} \right|. \quad (2.56)$$

En la Fig. 2.9 se presenta una onda con polarización elíptica, y se presentan también sus dos componentes circulares. El eje mayor de la elipse es la suma de los radios de las dos componentes individuales (instante en el que ambos vectores se suman en fase), mientras que el eje menor (momento en el que se suman en oposición de fase) será la diferencia de los mismos. El sentido de polarización de la elipse coincide con la circunferencia de mayor radio.

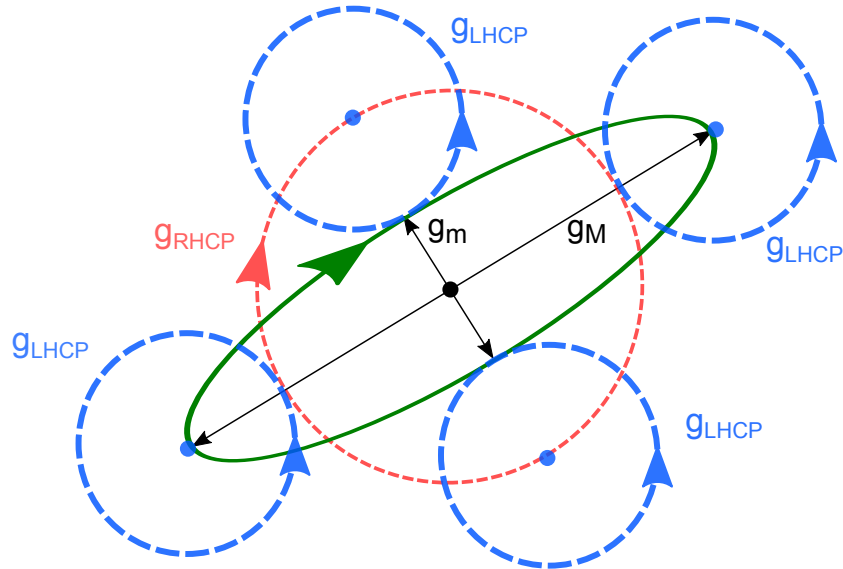


Fig. 2.9: Onda elíptica y su descomposición mediante sus componentes ortogonales.

La relación axial puede tomar valores entre  $1 \leq AR < \infty$ . Una relación axial igual a 1 o 0 dB corresponde al caso de polarización circular, mientras que tiende a  $\infty$  en el caso de ser lineal.

Usualmente, se considera que una antena tiene polarización circular si presenta una relación axial de hasta 3 dB en su dirección de máxima directividad. Mientras que se considera que tiene polarización lineal si es de al menos 20 dB.

### Factor de pérdidas por polarización

La comunicación entre dos antenas es eficiente si ambas poseen la misma polarización, y se degrada cuando la polarización es diferente, llegando a ser nula en caso de que tenga polarizaciones contrarias, es decir que sean contrapolares entre sí. Por lo tanto, es fundamental la alineación de las componentes de campo de cada antena en dirección a la trayectoria de las ondas. El *Factor de Pérdidas por Polarización*, PLF, mide el nivel de correspondencia en la polarización entre dos antenas y cuantifica las pérdidas por desadaptación de polarización en el enlace.

Suponiendo que las respuestas de la antena transmisora y receptora en las direcciones en las cuales se establece la comunicación por rayo directo son  $g_t(\theta_t, \phi_t)$  y  $g_r(\theta_r, \phi_r)$ , tal como se ilustra en la Fig. 2.10, entonces el PLF resulta,

$$\text{PLF} = \left| \frac{\vec{g}_t \cdot \vec{g}_r}{\|\vec{g}_t\|_e \|\vec{g}_r\|_e} \right|^2 = \cos^2(\psi_{tr}), \quad (2.57)$$

siendo  $\psi_{tr}$  el ángulo dado entre los vectores unitarios de las respuestas de antenas,  $\frac{\vec{g}_t}{\|\vec{g}_t\|_e}$  y  $\frac{\vec{g}_r}{\|\vec{g}_r\|_e}$ .

### 2.2.5. Ancho de banda y frecuencia de resonancia

Generalmente, las antenas se diseñan para operar en un cierto rango de frecuencias o ancho de banda  $B$ , para el cual se satisfacen las condiciones impuestas por diseño. El ancho de banda es,

$$B = f_2 - f_1. \quad (2.58)$$

donde  $f_1$  y  $f_2$  son las llamadas frecuencias de corte inferior y superior. Típicamente estas frecuencias de corte definen el ancho de banda dentro del cual las pérdidas de retorno RL son superiores a 10 dB. Por otro lado, la frecuencia de resonancia  $f_0$ , es aquella a la cual la antena está en resonancia, y por lo tanto la impedancia de entrada resulta puramente resistiva. La frecuencia de resonancia se encuentra dentro del ancho de banda  $B$ , y la relación entre estos parámetros define el factor de selectividad  $Q$  dado por  $Q = \frac{f_0}{B}$ . Por lo general las antenas se diseñan para ser selectivas, pero en ciertos casos se requiere que posean un ancho de banda muy amplio. En esos casos se consideran diseños especiales que pueden ser complementados con redes de adaptación [20,32]

### 2.2.6. Ecuación de transmisión de Friis

En la Fig. 2.10 se presenta una antena transmisora de ganancia  $G_t(\theta_t, \phi_t)$  y una antena receptora de ganancia  $G_r(\theta_r, \phi_r)$ , donde  $(\theta_t, \phi_t)$  y  $(\theta_r, \phi_r)$  son las orientaciones en los respectivos RP's a través de los cuales se desarrolla el enlace de comunicación. Las ondas son emitidas por la antena transmisora con un nivel de potencia promedio  $P_t$ . Por lo tanto, la densidad de potencia a una distancia  $R$  de la misma se puede calcular a partir de la ecuación (2.37) como



## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

$$W_t = \frac{P_t}{4\pi R^2} G_t \quad (2.59)$$

siendo  $W_t = \|\vec{W}_t\|_e$ .

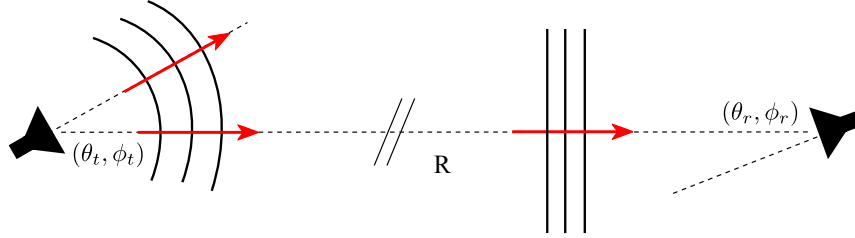


Fig. 2.10: Enlace de comunicaciones entre dos antenas.

La ganancia de la misma en la dirección de incidencia al receptor es  $G_t(\theta_t, \phi_t)$ , y la antena receptora posee una ganancia  $G_r(\theta_r, \phi_r)$  en la dirección de la cual proviene la onda incidente. La fracción de potencia que la antena receptora es capaz de captar depende de su *área efectiva*, *área equivalente* o *apertura*. A mayor área efectiva se capta mayor potencia total, por lo que está vinculada a la ganancia de la antena en la dirección de interés. La misma se expresa como,

$$A_{ef} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r \quad (2.60)$$

El siguiente resultado es conocido como la ecuación de transmisión de Friis, con la que se puede calcular la potencia de señal recibida en el dispositivo receptor [20],

$$P_r = W_t A_{ef} \text{ PLF} = P_t G_t G_r \text{ PLF} \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2. \quad (2.61)$$

### 2.2.7. Ruido de sistema y relación señal a ruido

El desempeño de un sistema de telecomunicaciones depende fuertemente del nivel de ruido en el receptor. Varias etapas electrónicas como los amplificadores y mezcladores, así como también la propia antena del receptor, contribuyen de manera significativa al ruido total del sistema [25]. Según la fuente física que lo origina, el *ruido de antena* existe como consecuencia de [20]:

- Ruido térmico debido a las pérdidas en la antena.
- Ruido captado del entorno que la rodea.

Todo objeto con temperatura física por encima del cero absoluto (0 K) irradia energía, y una antena no es una excepción. Además, el entorno que rodea a una antena posee una temperatura equivalente de ruido llamada  $T_B$ , mejor conocida como temperatura de fondo. Algunos de los emisores naturales de energía en alta frecuencia son (a) la tierra con una temperatura equivalente que ronda los 300 K; (b) el cielo con una temperatura equivalente cercana a 5 K en dirección al

## 2. Conceptos sobre Antenas y Arreglos de Antenas (AA's)

---

zenith y cerca de 100-150 K en dirección al horizonte; (c) el sol; (d) descargas eléctricas y rayos; (e) interferencias artificiales. La temperatura de fondo emitida por diferentes fuentes es interceptada por una antena, y en consecuencia es pesada por su patrón de ganancia. La temperatura efectiva de brillo  $T_b$  captada por la antena puede expresarse como,

$$T_b = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi T_B(\theta, \phi) G(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi G(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi}. \quad (2.62)$$

Además, la propia antena genera ruido debido a la agitación de las cargas eléctricas en función a su temperatura física  $T_p$  y su eficiencia de radiación  $\epsilon_{rad}$ . La temperatura de antena  $T_A$  resulta,

$$T_A = T_b + (\epsilon_{rad}^{-1} - 1) T_p. \quad (2.63)$$

La potencia de ruido disponible en el puerto de antena es  $N_i$ , y su expresión está dada por

$$N_i = k_B T_A B, \quad (2.64)$$

siendo  $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$  [J/K] la constante de Boltzmann. En consecuencia, conociendo el nivel de potencia de señal y de ruido en el puerto de antena, la relación señal a ruido (SNR) en los terminales de antena resulta:

$$\text{SNR}_i = \frac{S_i}{N_i} = \frac{P_r}{k_B T_A B} = \frac{P_t G_t G_r \text{PLF}}{k_B T_A B} \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2. \quad (2.65)$$

La SNR es un parámetro fundamental de diseño ya que caracteriza el desempeño global del sistema de comunicaciones. Indica la proporción entre la potencia de señal útil recibida y el nivel de ruido existente que puede afectar la detección o demodulación de la señal. Luego de la antena continúan las líneas de transmisión y el resto de los componentes de las etapas de radiofrecuencia (RF) en el receptor. La situación se ilustra en la Fig. 5.1 con un receptor genérico, donde se encuentra la antena receptora, la línea de transmisión, un cabezal de RF o también definido como bloque de bajo ruido (LNB) que incluye amplificadores, filtros y mezcladores para adecuar la señal antes de ser digitalizada. La SNR es distinta a la salida debido a que estas etapas introducen ruido adicional, y su valor va a depender de sus características de diseño. Se supone que:

- La línea de transmisión que conecta a la antena con el receptor, posee una temperatura equivalente  $T_{TL}$ , e introduce un factor de pérdidas  $L_{TL}$ .
- El conjunto de componentes que conforman el bloque LNB del receptor poseen una temperatura equivalente de ruido  $T_{LNB}$ , una ganancia total de  $G_{LNB}$ , y un ancho de banda  $B$  que por simplicidad podemos considerar coincidente con el de la antena.

Entonces la temperatura efectiva de ruido del sistema  $T_s$  vista a la entrada de la línea de transmisión está dada por,

$$T_s = T_A + T_{TL} + L_{TL} T_{LNB}. \quad (2.66)$$

## 2.2. Parámetros de antenas y propiedades de radiación

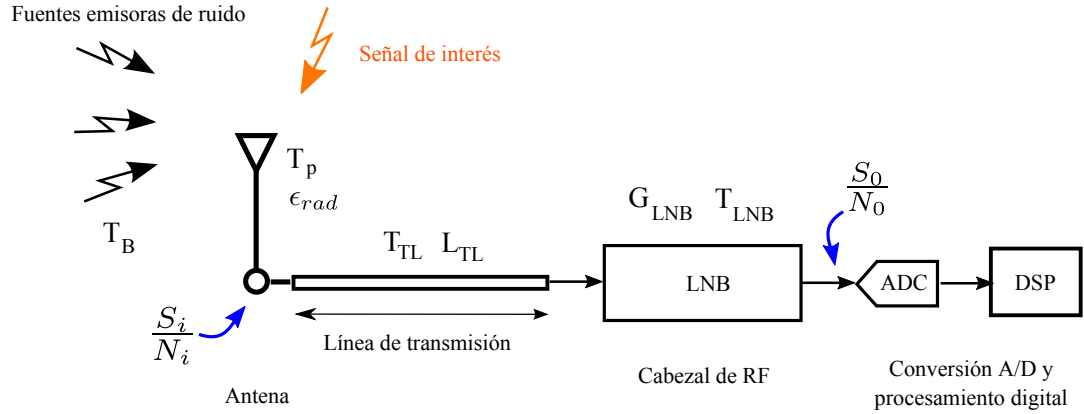


Fig. 2.11: Esquema de un sistema receptor.

En receptores GNSS, a una frecuencia de 1575,42 MHz, la temperatura del sistema puede ser de 290 K o más. Finalmente, la  $SNR_0$  a la salida del LNB es,

$$SNR_0 = \frac{S_0}{N_0} = \frac{(G_{LNB}/L_{TL})P_R}{(G_{LNB}/L_{TL})k_B T_s B} = \frac{P_R}{k_B T_s B} \quad (2.67)$$

Luego de la conversión analógica-digital (ADC), se ingresa a la etapa de procesamiento digital de señales (DSP) en la cual se realiza la detección y seguimiento de las señales GNSS para la lectura de los mensajes de navegación y estimación de PVT.

### 2.2.8. Modelo de señal de banda angosta

El análisis desarrollado hasta el momento considera ondas sinusoidales puras a una frecuencia fija, por ejemplo a la frecuencia de resonancia de las antenas  $\omega_0 = 2\pi f_0$ . Consideremos ahora no solo una onda sinusoidal pura (la onda portadora en RF cuya frecuencia coincide con la frecuencia de resonancia de la antena) sino una onda de envolvente compleja que por lo tanto contiene la información que se desea transmitir. En un *modelo de banda angosta*, las señales superpuestas a la onda portadora deben cumplir con la condición de presentar variaciones relativamente lentas, es decir que su espectro posea un ancho de banda  $B$  suficientemente angosto en relación a la frecuencia de resonancia  $f_0$  [33]. Es decir,

$$B \ll f_0. \quad (2.68)$$

Este modelo permite continuar trabajando en el dominio fasorial, ya que la atenuación y desfase por camino recorrido de las ondas transmitidas pueden seguir considerándose prácticamente constantes, así como también las ganancias de antenas.

La tensión eléctrica  $x$  que la antena receptora detecta es una versión desfasada y atenuada de la señal eléctrica  $z$  que ha sido aplicada en la antena transmisora. Hay que tener en cuenta también, que además de la señal recibida se tiene el ruido del sistema,  $e$ . Se asume que su

## 2. Conceptos sobre Antenas y Arreglos de Antenas (AA's)

naturaleza aleatoria se debe principalmente a la agitación térmica de cargas eléctricas, y se caracteriza por poseer una distribución gaussiana compleja de media 0, y densidad espectral de potencia constante e igual a  $N_0$  tal que en el ancho de banda de interés su varianza es  $N_0 = N_0 B$ , es decir  $e \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$  [34, 35]. Por lo que la potencia de ruido recibido es  $E\{|e|^2\} = N_0 = (G_{\text{LNB}}/L_{\text{TL}})k_B T_s B$ , siendo  $E\{\cdot\}$  el operador esperanza matemática. Teniendo en cuenta el esquema simplificado de la Fig. 2.10, la señal de envolvente compleja que detecta el receptor luego de atravesar el LNB (amplificada, filtrada y convertida a banda base) y previo a ser digitalizada, se modela como,

$$x = (g_{\text{LNB}} g_{\text{TL}} g_{\text{FSL}} (\vec{g}_t \cdot \vec{g}_r)) z + e. \quad (2.69)$$

siendo,

- $g_{\text{LNB}}$  y  $g_{\text{TL}} = \frac{1}{l_{\text{TL}}}$  los factores de ganancia de tensión de señal debida al LNB y a la TL. Son parámetros complejos que dan cuentas del factor de amplificación/atenuación y desfase de señal.
- $\vec{g}_r$  y  $\vec{g}_t$  las respuestas de antena receptora y transmisora respectivamente, que dan cuentas de los factores complejos de ganancia de tensión de señal.
- $g_{\text{FSL}} = \frac{1}{l_{\text{FSL}}} = \frac{\lambda}{4\pi R} e^{-j2\pi R/\lambda}$  el factor complejo de pérdida de tensión de señal por atenuación del espacio libre.

Lo anterior puede expresarse de manera más compacta en la forma,

$$x = g_r y + e. \quad (2.70)$$

donde  $y$  representa la intensidad de la onda de tensión equivalente, incluyendo los factores de ganancia/pérdidas de las etapas descritas previamente (PLF inclusive), aunque el factor  $g_r$  está para mantener un enfoque de procesamiento orientado a las propiedades de radiación de la antena receptora. Por simplicidad, de ahora en adelante se asume que  $g_r$  representa la componente de polarización dominante de la antena receptora, por lo que resulta posible simplificar el uso de la notación vectorial.

### 2.3. Arreglos de antenas

La posibilidad de emplear varias antenas tanto en un sistema transmisor como receptor, provee diversidad espacial en un enlace de comunicaciones. Es decir que brinda la posibilidad de que una misma señal posea vías alternativas de propagación, lo cual puede ser aprovechado para incrementar la confiabilidad del sistema de comunicaciones. Además, permite combinar las respuestas individuales de las antenas para conformar una respuesta equivalente con mejores propiedades, y también puede emplearse para detectar la dirección de procedencia de las ondas EM. Hoy en día los arreglos de antenas (AA's) se utilizan o se proponen en múltiples aplicaciones tales como radar, radio astronomía, telefonía celular, o también comunicaciones satelitales -particularmente

### 2.3. Arreglos de antenas

---

GNSS-, entre otros. Con el objetivo de incorporar conceptos propios de la aplicación de interés para esta tesis, los AA's para receptores GNSS, se continuará con un enfoque orientado a las características de interés de los AA's para un dispositivo receptor.

La elección de la geometría para la disposición de las antenas puede ser lineal, planar o volumétrica. Se supone de manera general, que se tiene un conjunto de  $N$  antenas con posiciones  $\mathbf{P}_n = [x_n, y_n, z_n]$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ ; relativas a un dado centro de coordenadas. Cada una de las antenas de un arreglo presentan respuestas  $h_n$ , que pueden expresarse en forma vectorial  $\mathbf{h}$  (indicado en **negrita**) como,

$$\mathbf{h}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} h_1(\theta, \phi) \\ h_2(\theta, \phi) \\ \vdots \\ h_N(\theta, \phi) \end{bmatrix}. \quad (2.71)$$

En consecuencia, dada una señal EM  $y$  que incide al AA desde la dirección  $(\theta, \phi)$ , la misma es captada y traducida en un vector de tensiones eléctricas complejas  $\mathbf{x}$ . Según (2.70), el vector de señal más ruido del arreglo es,

$$\mathbf{x} = \mathbf{h}(\theta, \phi)y + \mathbf{e}. \quad (2.72)$$

El vector de ruido  $\mathbf{e}$  ahora contiene un conjunto de variables aleatorias de ruido. Para un receptor diseñado a partir de  $N$  canales de RF separados, el ruido de antenas y de las etapas de filtrado y amplificación del receptor son similares en términos probabilísticos, pero independientes entre sí. Por este motivo puede asumirse como un vector de variables independientes e idénticamente distribuidas (IID) [8]. Por lo tanto, consideremos que  $\mathbf{e} \sim \mathcal{CN}(0, N_0 I_N)$ , siendo  $I_N$  una matriz identidad de  $N \times N$ .

#### 2.3.1. Arreglos desfasados

La teoría clásica de AA's consiste en el uso de un conjunto de antenas idénticas ubicadas en posiciones conocidas y orientadas en la misma dirección. La situación planteada conduce a asumir que todas ellas deberían poseer las mismas características de radiación aunque con diferentes diagramas de fase debido a sus ubicaciones relativas. Si esta suposición es válida, el modelo que describe el comportamiento de la estructura electromagnética en su conjunto se simplifica notablemente. La teoría desarrollada en base a este modelo es muy amplia, y se conoce bajo el nombre de *Arreglos Desfasados* (PA) [8, 9, 20].

Si las propiedades de radiación de las antenas son idénticas, definimos un diagrama de radiación común a todas ellas  $g_c(\theta, \phi)$ . Entonces cada antena  $n$ -ésima tendrá un diagrama relativo al centro de coordenadas dado por la siguiente expresión,

$$h_n(\theta, \phi) = e^{ik\lambda \mathbf{o}^T \mathbf{P}_n} g_c(\theta, \phi). \quad (2.73)$$

siendo  $\mathbf{o}$  el versor unitario que indica una dirección radial de observación, y que en coordenadas cartesianas se expresa en base a los cosenos directores, es decir,

---

## 2. Conceptos sobre Antenas y Arreglos de Antenas (AA's)

$$\mathbf{o} = [\sin(\theta) \cos(\phi), \quad \sin(\theta) \sin(\phi), \quad \cos(\theta)]^T. \quad (2.74)$$

Para el conjunto de antenas en cuestión, los factores dependientes de la geometría son agrupados en un único vector llamado *vector de steering*,

$$\mathbf{s}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} e^{ik_\lambda \mathbf{o}^T \mathbf{P}_1} \\ e^{ik_\lambda \mathbf{o}^T \mathbf{P}_2} \\ \vdots \\ e^{ik_\lambda \mathbf{o}^T \mathbf{P}_N} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

Por lo tanto, el vector de respuestas se puede reescribir como,

$$\mathbf{h}(\theta, \phi) = \mathbf{s}(\theta, \phi) g_c(\theta, \phi). \quad (2.76)$$

Con este modelo, la diversidad espacial se obtiene gracias a los cambios de fase ocasionados por las diferencias de camino recorrido de las ondas electromagnéticas emitidas por, o recibidas en, cada antena en cualquier dirección del espacio. Esta propuesta se considera válida teniendo en cuenta que la distancia que separa al transmisor y receptor (y por ende, que recorre la onda viajera) es mucho mayor que la separación entre antenas. En la Fig. 2.12 se presenta un ejemplo de una onda EM que arriba a dos antenas isotrópicas alineadas en el eje x y separadas una distancia  $d$ . En dicho caso, la ganancia de cada antena para cada dirección posible sobre el plano  $\phi = 0$  es  $h_n(\theta) = e^{(-1)^n i\pi d/\lambda \sin(\theta)}$ . Se presenta un gráfico del módulo y fase de las ganancias de antenas según la dirección de incidencia  $\theta$  de la onda EM. Para un dado  $\theta$ , el desfase relativo indica el retardo temporal con el cual se presenta la evolución de la señal recibida. Si se asume la presencia de una onda EM de tipo sinusoidal pura, la señal analógica ideal que cada antena recibe cuando la señal incide de la dirección  $\theta_w$  se puede observar en el gráfico temporal de la figura. De esta forma, las diferencias relativas de una misma señal recibida por dos o más antenas ubicadas en posiciones diferentes, están relacionadas con la dirección espacial ( $\theta_w$ ) -o ( $\theta_w, \phi_w$ )- de la cual proviene. Esta dependencia o relación incorpora información nueva al receptor que usualmente no se tiene si se utiliza una única antena, ya que la orientación espacial de incidencia que normalmente se desconoce podría determinarse indirectamente a través de los desfases relativos. A su vez, disponer de múltiples antenas permite tener cierto control sobre las ondas EM que arriban según sus ángulos de incidencia, ya que la combinación adecuada de las señales de los canales de antenas es equivalente a una modificación de las propiedades de radiación del arreglo en conjunto.

Las aplicaciones con AA's que son de interés para esta tesis son la determinación de la dirección sobre la cual inciden las ondas EM, y también la conformación de haz para maximizar o minimizar la intensidad de radiación en una o más direcciones. A continuación se desarrolla una introducción acerca de estos conceptos utilizando el modelo PA.

### 2.3. Arreglos de antenas

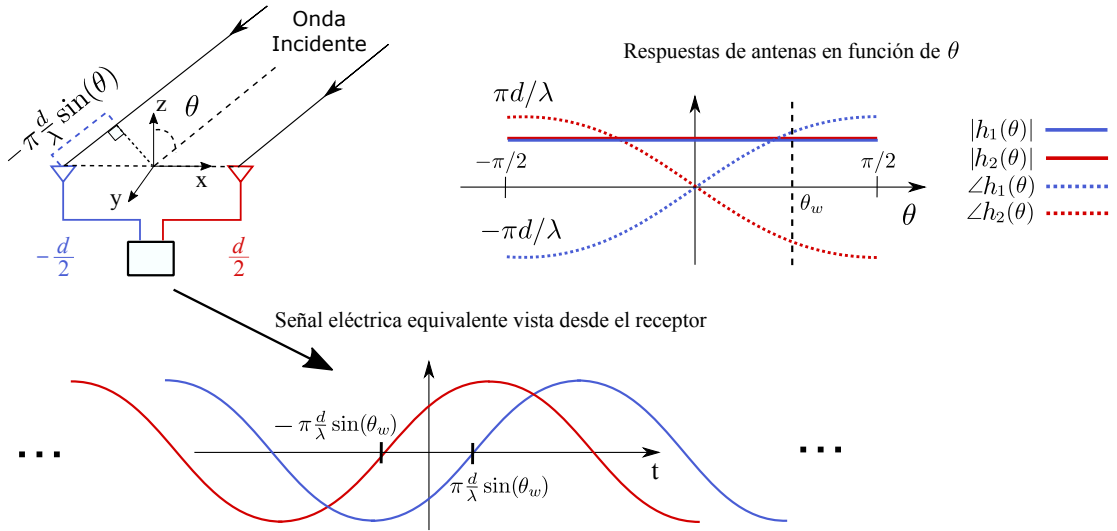


Fig. 2.12: Arreglo ideal de dos antenas.

#### 2.3.2. Estimación de dirección de arribo

En muchos casos, la dirección de la cual proviene una onda EM es desconocida o se conoce de manera aproximada. Se puede identificar la *dirección de arribo* (DOA) de una onda incidente a través de la diferencia de fase que induce sobre las antenas del receptor al ser captada por ellas.

Dada una onda EM  $w$  proveniente de algún punto del plano x-y (en campo lejano), según (2.76) si ella incide sobre dos antenas separadas a  $\frac{\lambda}{2}$  (supongamos alineadas sobre el eje x), la diferencia de fase medida o estimada entre antenas  $\Delta\psi$  debida a la diferencia de camino recorrido por la onda es,

$$\Delta\psi = \pi \cos(\phi_w); \quad \text{con} \quad -\pi \leq \Delta\psi \leq \pi, \quad (2.77)$$

donde  $\phi_w$  es la orientación de la onda incidente. De aquí que con una simple operación sea posible obtener  $\pm|\phi_w|$ , aunque con ambigüedad de signo.

Si se agrega al menos una antena adicional para que el arreglo no quede lineal sino planar, mediante un planteo similar pueden determinarse las dos coordenadas angulares de la onda incidente  $(\theta_w, \phi_w)$  en los casos en los cuales no necesariamente esté situada sobre el plano x-y.

Si bien este ejemplo sencillo se resuelve de manera determinística, la complejidad del problema radica en las estimaciones de la fase de la onda recibida en cada antena. Además, utilizando una mayor cantidad de antenas se tienen más grados de libertad para reducir errores de estimación. En aplicaciones reales deben considerarse muchos otros factores influyentes como el nivel de ruido existente en las antenas, la posibilidad de que existan múltiples ondas incidiendo en forma simultánea, el tipo de modulación de las señales superpuestas a la onda viajera, etc. Existen diversos métodos que permiten realizar estimación de DOA's, muchos de los cuales se enuncian en [8].

### 2.3.3. Beamforming/Nullforming

De forma intuitiva, las ondas recibidas por las dos antenas de la Fig. 2.12 podrían combinarse en fase, es decir al corregir la diferencia de retardo y sumando las sinusoides se estaría obteniendo la misma señal con el doble de amplitud. Por otro lado, también se podrían combinar en contrafase y de esa forma se anularía por completo la onda recibida. Este proceso de combinación es equivalente a desarrollar un nuevo diagrama de radiación total con características diferentes a las de las antenas individuales. Al combinar las señales en fase se maximiza la ganancia del arreglo en la dirección de la cual proviene la onda incidente. Al combinar en contrafase se anula la ganancia del arreglo en la misma dirección.

Los procesos de conformación de haz para maximización de la radiación en determinadas direcciones son comúnmente denominados métodos de BeamForming (BF). Se realiza BF cuando se desea dirigir la energía radiada o captada en una determinada dirección, definida generalmente por la ubicación relativa entre transmisor y receptor. Equivale a generar un nuevo RP llamado  $h_F$ , que surge de la combinación adecuada de las respuestas de las antenas individuales,

$$h_F(\theta, \phi) = \mathbf{c}^T \mathbf{h}(\theta, \phi) = g_c(\theta, \phi) \sum_{n=1}^N c_n e^{ik_\lambda \mathbf{o}^T \mathbf{P}_n} = g_c(\theta, \phi) \{ \mathbf{c}^T \mathbf{s}(\theta, \phi) \}. \quad (2.78)$$

siendo  $\mathbf{c}$  un vector de coeficientes de combinación de haz. Puede notarse que el campo  $g_c$  es factor común de la sumatoria, y que por lo tanto el factor entre llaves, llamado *factor de arreglo*, es quien puede “moldearse” para dar forma al diagrama combinado  $h_F$ .

Dada la simplicidad del problema desde el punto de vista teórico,  $\mathbf{c}$  puede obtenerse de manera determinística al plantear y resolver un sistema de ecuaciones en el que se establecen las restricciones a cumplir. A modo de ejemplo, supongamos que se utilizan dos antenas isotrópicas separadas a  $\lambda/2$ . Utilizando el vector  $\mathbf{c} = [e^{-j\psi_0}, e^{j\psi_0}]$  con  $\psi_0 = \frac{\pi}{2} \sin(\pi/6)$ , se obtiene el RP combinado  $h_F$  que maximiza la ganancia equivalente del arreglo en la dirección al ángulo  $\theta_0 = \pi/6$ , como se presenta en la Fig. 2.13.

Las técnicas de NullForming (NF) son una variante de la anterior en las que se aplican restricciones para que en ciertas direcciones se minimice la ganancia del AA. Se utilizan para reducir o anular la radiación en una o varias orientaciones desde las cuales puedan provenir ondas EM indeseadas capaces de interferir con el enlace de comunicaciones. En este caso el AA estaría actuando como filtro espacial, a fin de impedir que una onda EM identificada como indeseada afecte el funcionamiento del receptor. En la Fig. 2.13 puede verse que el arreglo posee ganancia nula en dirección a  $\theta_0 = -\pi/6$ , por lo que en dicho caso se lograría mitigar una onda EM proveniente de esa dirección.

Originalmente, estas técnicas se implementaban en etapas analógicas de radiofrecuencia, donde las limitaciones constructivas ocasionaban que los coeficientes estuvieran restringidos a valores predefinidos y, generalmente, sólo con diferencias de fase producidas ajustando el largo de las líneas de transmisión empleadas para alimentar a las antenas. Hoy en día existe la posibilidad de realizar la implementación en una etapa de procesamiento digital, lo cual resuelve estas limitaciones. Por otro lado, debe tenerse en cuenta que  $g_c$  es un vector bidimensional (con dos



## 2.4. Conclusiones

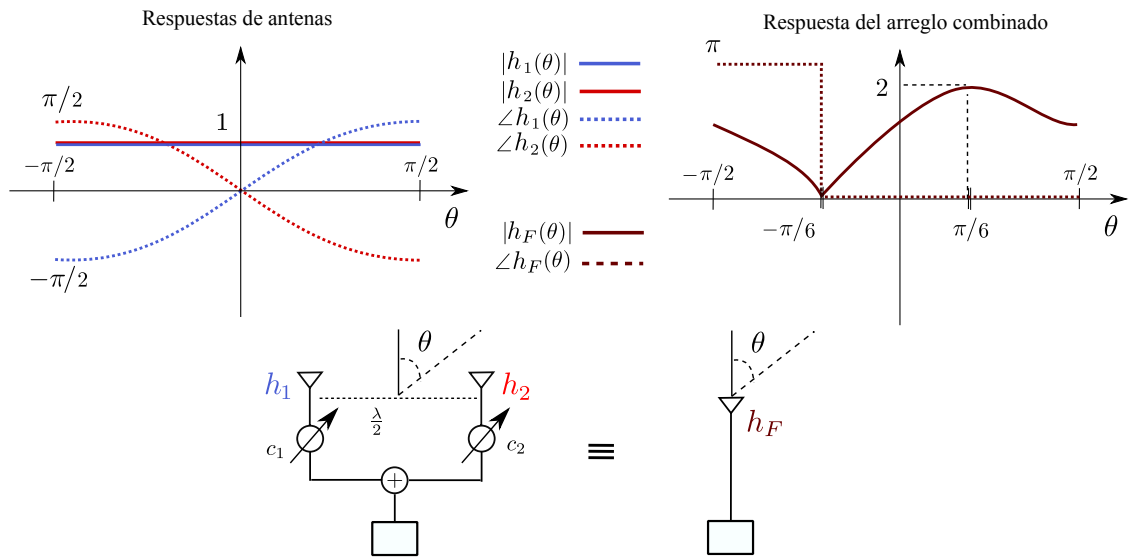


Fig. 2.13: Respuesta equivalente de un par de antenas isotrópicas a  $\lambda/2$  combinadas.

componentes de polarización) que viene definido únicamente por las características intrínsecas de radiación de las antenas idénticas que se utilizan, por lo que el factor de arreglo siempre multiplica de forma simultánea a ambas componentes ortogonales de polarización. Muchas otras técnicas ampliamente difundidas de BF/NF pueden encontrarse en [8].

## 2.4. Conclusiones

Los contenidos vistos en este capítulo describen las características más importantes de las antenas en general, y pueden ampliarse en la Bibliografía citada. Las definiciones dadas tanto para antenas individuales como los arreglos son relevantes para el resto de esta tesis.



## 3 Sistemas de Navegación Global por Satélite (GNSS)

La necesidad de determinar la posición de un punto sobre la Tierra tomando como referencia la ubicación de otros puntos conocidos ha sido de interés para la humanidad a lo largo de muchos años. Las técnicas basadas en la posición los satélites naturales como el Sol, las estrellas y los planetas han sido sumamente útiles por mucho tiempo, pero en la actualidad los requerimientos de precisión, disponibilidad y practicidad, sumado a los avances tecnológicos, han conducido al desarrollo de diversos sistemas de posicionamiento y navegación. Los GNSS utilizan satélites artificiales, los cuales proveen cobertura global y alta precisión en las soluciones brindadas a un usuario ubicado en la Tierra. Estos sistemas cuyas tecnologías comenzaron a desarrollarse a mediados del siglo XX, continúan evolucionando aún en la actualidad.

### 3.1. Organización y estado actual

Los GNSS's consisten comúnmente en tres componentes:

- El **segmento espacial**, que comprende la constelación de satélites orbitando alrededor de la Tierra, y que transmiten las señales de rango en al menos dos frecuencias en la banda L del espectro.
- El **segmento de control** formado por un grupo de estaciones terrenas preparadas para comunicarse con los satélites. Es el responsable de mantener el estado de salud del sistema, controlando el correcto funcionamiento de los satélites y actualizando los datos que transmiten en el mensaje de navegación.
- El **segmento usuario**, consiste en los equipos receptores GNSS. Los mismos pueden estar pensados para ser utilizados en tierra, en el mar, el aire o incluso el espacio cercano a la Tierra.

En la actualidad existen varios GNSS, algunos de los cuales se encuentran completamente operativos y proveen cobertura global sobre la Tierra. Actualmente, los cuatro sistemas que poseen cobertura global son GPS, GLONASS, BeiDou y Galileo, donde al día de hoy sólo los primeros tres cuentan con la cantidad de satélites necesaria para asegurar el funcionamiento continuo. Las señales transmitidas por cada uno de estos sistemas contienen los mensajes de navegación que proveen toda la información necesaria para que los receptores puedan determinar su PVT [12].

#### 3.1.1. GPS

El Sistema de Posicionamiento Global (GPS) es el GNSS estadounidense. GPS provee dos servicios de posicionamiento diferentes: El Servicio de Posicionamiento Preciso en las bandas L1 (1575,42 MHz) y L2 (1227,6 MHz) de GPS, que contiene un código preciso encriptado P (también conocido como código Y) junto con el mensaje de datos de navegación para usuarios autorizados. A su vez se encuentra la señal militar conocida como código M también en las bandas L1 y L2, con la finalidad de proveer mejor resistencia a interferencias que el código Y. Por otro lado, se encuentra el Servicio de Posicionamiento Estándar en la banda L1, el cual contiene un código de adquisición “gruesa” junto al mensaje de datos de navegación. Está destinado a uso civil y su precisión es menor a la de los códigos Y y M, pero puede ser adquirida por un receptor de menor complejidad. También para uso civil, se encuentra el código L2C, el cual se transmite en la banda L2. Por último, se encuentra la banda L5 (1176,45 MHz) de uso civil, la cual tiene la particularidad de encontrarse en una banda de frecuencias protegida y al poseer mayor ancho de banda es más robusta al multicamino, siendo su principal motivación las aplicaciones de navegación aeronáutica.

#### 3.1.2. GLONASS

El Sistema de navegación global por satélite (GLONASS) pertenece al gobierno ruso. GLONASS también transmite sus señales de precisión encriptadas, pero, a diferencia de GPS usa Acceso Múltiple por División de Frecuencia (FDMA). Originalmente, el sistema transmitía sus señales en dos bandas: L1, 1598-1606 MHz, y L2, 1243-1249 MHz, con frecuencias espaciadas por 0,5625 MHz en L1 y por 0,4375 MHz en L2. Los nuevos satélites incluyen además señales de Acceso Múltiple por División de Código (CDMA), y también incorporan una banda de frecuencia denominada L3 centrada en 1207,14 MHz.

#### 3.1.3. BeiDou

El Sistema de Navegación por Satélite BeiDou es el sistema Chino, que al igual que los anteriores también posee cobertura global. Los satélites proveen dos tipos de servicio en tres bandas frecuenciales, uno abierto y de uso general, y el otro encriptado para ser utilizado por usuarios autorizados. Las frecuencias centrales de las bandas de transmisión son B1 a 1561,098 MHz, B2 a 1207,14 MHz, y B3 a 1268,52 MHz. En vistas de modernizar el sistema y proveer interoperabilidad, la constelación de nuevos satélites BeiDou-3 transmiten sus señales en las bandas L1/E1 y L5/E5, así como también en las bandas B1 y B3.

#### 3.1.4. Galileo

El sistema Galileo surge como iniciativa conjunta de la Comisión Europea y la Agencia Espacial Europea. Al igual que GPS, sus satélites transmiten señales utilizando CDMA, es decir cada satélite posee un código propio que lo identifica. Estas señales se transmiten en tres bandas

## 3.2. Concepto de posicionamiento en GNSS

---

frecuenciales. Por un lado está la banda E1 centrada en 1575,42 MHz (la misma que la banda GPS L1). Luego están las bandas E6, centrada en 1278,75 MHz, y la E5, centrada en 1191,795 MHz.

## 3.2. Concepto de posicionamiento en GNSS

### 3.2.1. Medidas de rango

Las señales GNSS se encuentran localizadas en la banda L del espectro, entre 1 y 2 GHz, es decir que poseen longitudes de onda de entre 15 y 30 cm. La elección de este rango de frecuencias se debe a que permite un nivel de precisión adecuado con receptores relativamente simples para los usuarios, y las ondas EM no sufren atenuación apreciable al atravesar la atmósfera [12].

Una característica particular de todos los sistemas GNSS es que las señales se encuentran moduladas con un código característico de secuencia pseudo-aleatoria (PRN). Este código es esencialmente una secuencia binaria de ceros y unos con un patrón o regularidad no obvia. La secuencia se transmite típicamente en una tasa de 1 a 10 MHz, donde una tasa más alta implica mayores requisitos de procesamiento pero promete medidas más precisas. El código PRN se repite continuamente en intervalos de unos pocos milisegundos a segundos y se utiliza para determinar el tiempo de transmisión de la señal. En la mayoría de los GNSS's, la secuencia PRN también sirve como identificación única, que permite al receptor distinguir entre satélites individuales transmitiendo en la misma frecuencia. Superpuesto al PRN, se incluye una señal modulada a tasa baja (unos 50 bits/s) con la secuencia de datos de navegación (conocido como mensaje de navegación global) que provee la información de la órbita del satélite transmisor y la desviación de su reloj local respecto al tiempo del sistema GNSS. La medida básica hecha por un receptor GNSS es el tiempo  $\tau$  requerido por las señales GNSS para propagarse desde un satélite al receptor. En el receptor, existe una copia local de la secuencia PRN, y la misma es comparada continuamente hasta lograr alinearla con la señal recibida. Una vez lograda la sincronización, se puede determinar el retardo  $\tau$  tal como se ilustra en la Fig. 3.1. Por simplicidad, en el gráfico se han omitido factores como la conversión analógica-digital, el ruido aditivo y otros efectos de distorsión sobre las señales.

Los lazos de enganche de portadora y de código son bloques elementales de un receptor GNSS, ya que permiten sincronizarse con la señal recibida para luego poder demodular el mensaje de navegación. En ese sentido, proveen mediciones continuas que permiten mantenerse en fase con el código PRN recibido, y gracias a ello se consigue tanto leer el mensaje de navegación como determinar el instante en que la señal fue transmitida. Al comparar este tiempo con el reloj local del receptor se conoce el lapso de tiempo de propagación de la señal, y mediante la velocidad de la luz se puede obtener la distancia o rango entre el receptor y el satélite [11, 13]. Algunos receptores de precisión aprovechan además la información de la fase de portadora  $\psi$  para mejorar las estimaciones de rango.

Las señales GNSS permiten tres tipos básicos de medidas:

- **Pseudo-rango:** Es una medida de la diferencia de tiempo entre el reloj del receptor al momento de la recepción de la señal y el reloj del satélite al momento de la transmisión,

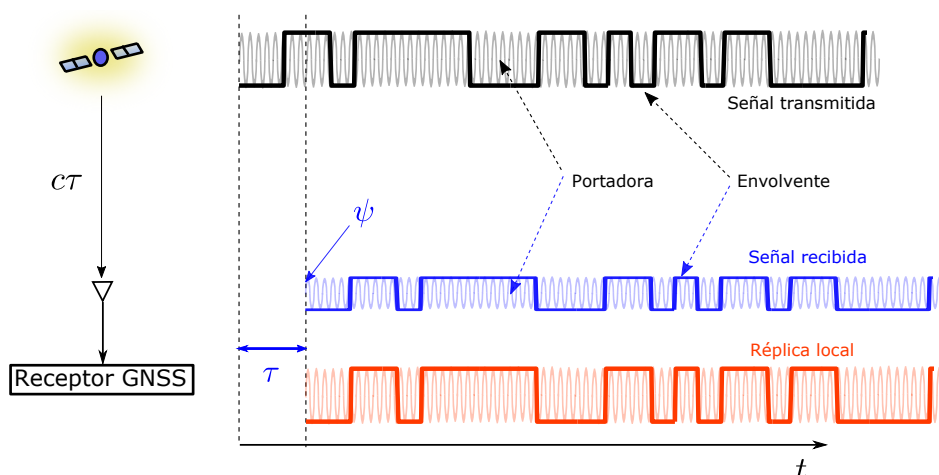


Fig. 3.1: Principio básico de medición de pseudorango.

multiplicado por la velocidad de la luz. Excepto por la falta de sincronización de los dos relojes y otros posibles factores de error, el pseudo-rango mide la distancia satélite-receptor (rango) con una precisión máxima del orden de algunos decímetros.

- Fase de portadora:** Una medida de la fase instantánea y el número acumulado de ciclos de portadora obtenidos de la señal de RF. Los cambios a lo largo del tiempo en la fase de portadora reflejan el cambio en pseudo-rango pero son sustancialmente más precisos (en aproximadamente dos órdenes de magnitud). Sin embargo, ante cualquier interrupción en el seguimiento de la cantidad de ciclos acumulados, se generan saltos de ciclos que si no son detectados, aumentan la incertidumbre en la estimación del cambio en el pseudo-rango.
- Doppler:** El cambio en la frecuencia recibida debido al efecto Doppler es un factor a determinar para lograr una sincronización con la señal recibida. Se debe al desplazamiento relativo entre satélite y receptor, y a la diferencia de las frecuencias de los relojes del satélite y del receptor, por lo cual permite también obtener una estimación de la tasa de cambio del pseudo-rango.

El pseudo-rango, la fase de portadora, y la desviación doppler son las medidas básicas para determinar la posición, velocidad, y error de sincronización de reloj del usuario con respecto al tiempo GNSS. Esto se complementa con la información de las órbitas y desviaciones de los relojes de los satélites, la cual se transmite como parte del mensaje global de navegación, permitiendo así al receptor conocer la posición y velocidad del satélite transmisor al momento de haberse transmitido la señal. Más aún, los satélites GNSS poseen relojes atómicos de rubidio o cesio de alta estabilidad, y a su vez sus desviaciones pueden predecirse con precisión.

## 3.2. Concepto de posicionamiento en GNSS

### 3.2.2. Posicionamiento basado en rangos

Tal como fue mencionado, la medida básica tomada por el receptor GNSS es el tiempo  $\tau_r^s$  requerido por la señal para propagarse desde la antena del satélite  $s$  a la antena del receptor  $r$ . Dado que la señal viaja a la velocidad de la luz,  $c$ , este intervalo de tiempo puede ser convertido a distancia o rango, simplemente multiplicando por  $c$ ,

$$\rho_r^s(t) = c\tau_r^s. \quad (3.1)$$

Asumimos que el reloj del receptor está sincronizado con el reloj del satélite, y que la atmósfera es un medio de propagación ideal donde las ondas puedan propagarse en línea directa, a velocidad constante y sin dispersión, sin ruido ni interferencias. Bajo estas condiciones ideales, la ecuación de observación de rango toma la forma,

$$\rho_r^s(t) = \|r_r(t) - r^s(t - \tau)\|_e = \sqrt{(x_r(t) - x^s(t - \tau))^2 + (y_r(t) - y^s(t - \tau))^2 + (z_r(t) - z^s(t - \tau))^2} \quad (3.2)$$

con  $r_r = (x_r, y_r, z_r)^T$  siendo el vector posición desconocido de la antena del receptor, la cual puede depender del tiempo si el receptor se encuentra en movimiento, y  $r^s = (x^s, y^s, z^s)^T$  la posición del satélite, la cual es conocida gracias al mensaje de navegación, referidos a un cierto sistema de coordenadas de referencia.

Con una medida única de rango determinamos que la posición del receptor debe estar localizada en algún punto de una esfera centrada en la posición del satélite, y cuyo radio sea igual al rango medido llamado  $\rho_r^1$ . Si en simultáneo medimos rango de un segundo satélite, entonces el receptor debe yacer también sobre la superficie de una segunda esfera de radio  $\rho_r^2$  centrada en este último satélite. Las dos esferas se intersecan, y la secuencia de puntos de intersección forman un círculo. El receptor debe estar ubicado en algún lugar de este círculo. Con un tercer satélite de rango  $\rho_r^3$ , se genera una tercer esfera que interseca con las dos anteriores y genera solo dos puntos. Uno de estos puntos puede ser descartado con facilidad ya que se encuentra muy lejos de la Tierra, en algún punto del espacio. Por lo tanto, en el caso ideal, la medición simultánea de rangos de tres satélites es suficiente para determinar la posición tridimensional del receptor en un dado instante, como se muestra en la Fig. 3.2.

La solución de la posición del receptor  $r_r$  surge de resolver las ecuaciones simultáneas de rango,

$$\begin{aligned} \rho_r^1 &= \sqrt{(x_r - x^1)^2 + (y_r - y^1)^2 + (z_r - z^1)^2} \\ \rho_r^2 &= \sqrt{(x_r - x^2)^2 + (y_r - y^2)^2 + (z_r - z^2)^2} \\ \rho_r^3 &= \sqrt{(x_r - x^3)^2 + (y_r - y^3)^2 + (z_r - z^3)^2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

para lo cual normalmente se implementa un proceso iterativo que resuelve por aproximaciones sucesivas el sistema de ecuaciones linealizado. Unas pocas iteraciones son por lo general requeridas hasta obtener el resultado de posición [36], aunque también existen formas de resolver la ecuaciones de forma algebraica [37].

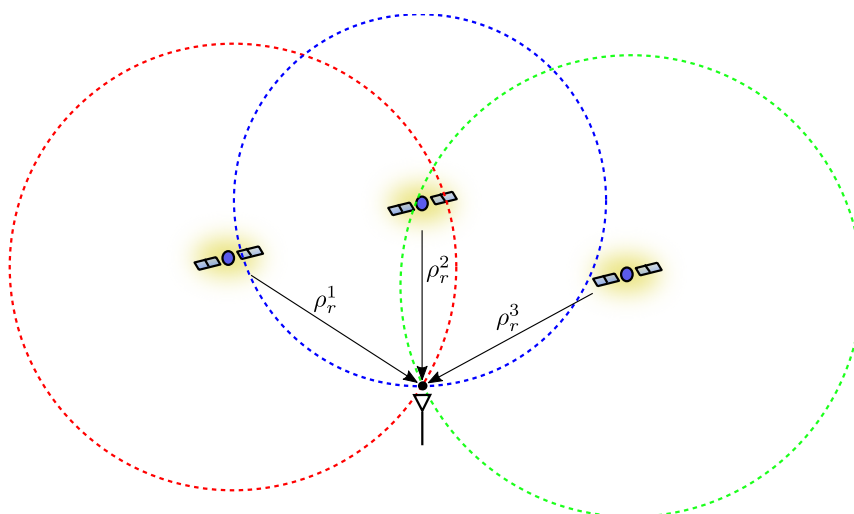


Fig. 3.2: Posición dada por la intersección de las esferas (vista bidimensional).

### 3.2.3. Posicionamiento basado en pseudo-rangos

Los relojes de satélite y receptor no están perfectamente sincronizados, y eso genera diferencias de tiempo considerables para el cálculo del rango. Cuando un receptor GNSS se enciende, su reloj está por lo general completamente fuera de sincronía con respecto a los relojes de los satélites. Por otro lado, si bien los relojes de los satélites están sincronizados a una escala temporal de referencia, tiempo propio del sistema GNSS que se trate, se tiene un rango de incertidumbre próximo a 1 milisegundo. En consecuencia, los rangos medidos están sesgados por los errores de relojes del receptor  $dt_r$  y de los satélites  $dt^s$ , por lo que considerando estos factores de error, se definen los pseudo-rangos en base a los rangos,

$$p_r^s = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s). \quad (3.4)$$

Un error de un milisegundo resultaría en un error de posición de cerca de 300 km, claramente una cifra intolerable. Por esta razón, los relojes de los satélites son monitoreados constantemente para determinar las desviaciones ocurridas con respecto al tiempo de GNSS, y esta información es almacenada en los mensajes de navegación y enviada a los usuarios para efectuar las correcciones necesarias sobre los pseudorangos medidos. Sin embargo, todavía está el error de reloj  $dt_r$ , y a causa de eso, las tres esferas con radios iguales a los pseudo-rangos medidos ya no se intersecan en el punto correcto. En caso que el error del reloj pudiera ser determinado, entonces los pseudo-rangos también podrían ser corregidos, y la posición del receptor determinada.

Así que en realidad disponemos de cuatro parámetros o cantidades desconocidas en la ecuación de pseudo-rango. Ellos son las coordenadas de la posición del receptor  $(x_r, y_r, z_r)$  y el error de reloj  $dt_r$ . Con lo cual, necesitamos plantear como mínimo cuatro ecuaciones de pseudo-rango simultáneas para estimar los parámetros. Sin embargo, existen otros factores relevantes que deben ser tenidos en cuenta ya que influyen sobre las señales transmitidas, y en consecuencia en



### 3.2. Concepto de posicionamiento en GNSS

---

la estimación de pseudo-rango. Entre ellos [12]:

- **Atmósfera:** Existen retardos adicionales de la señal al atravesar la atmósfera, en particular la tropósfera y la ionósfera afectan notablemente debido a su composición. La tropósfera está compuesta por una gran densidad de gases en estado neutro, por lo que la velocidad de desplazamiento de las ondas es menor que en el vacío. La ionósfera es un medio dispersivo, y afecta de forma selectiva según la frecuencia de portadora de una señal. Tal como indica su nombre, se encuentra ionizada, lo que genera múltiples rebotes de la onda viajera y retarda su propagación, además de modificar la forma de onda de la señal transmitida. Gracias a su selectividad, se pueden compensar los retardos ionosféricos midiendo a dos frecuencias distintas. Es por eso que los GNSS's proveen señales en al menos dos bandas frecuenciales. A su vez también existen modelos que permiten descontar estos efectos según la región de la Tierra, la temperatura atmosférica, y la posición relativa entre satélite y receptor, ya que el ángulo de incidencia define el espesor de la capa atmosférica a atravesar.
- **Multicamino:** Si la trayectoria de una onda sigue un camino alternativo al de línea directa, el tiempo que tarda la onda viajera en llegar es necesariamente mayor a la distancia real por haber recorrido un camino de mayor longitud. Esto puede ocurrir a causa de posibles rebotes de una onda viajera sobre uno o más obstáculos hasta que finalmente arriba al receptor. Las ondas emitidas por un satélite pueden reflejarse sobre diversos obstáculos para finalmente confluir al punto en el que se encuentra el receptor. En el receptor se tiene una combinación lineal de réplicas de la señal original, pero con diferente retardo relativo debido a la diferencia de camino recorrido. El efecto del multicamino puede pensarse como ecos de señal, si están suficientemente espaciados en tiempo pueden distinguirse con facilidad, pero si se superponen considerablemente pueden generar dispersión. En ese caso se obtiene una nueva forma de onda de señal con retardo equivalente mayor al de rayo directo. Es un fenómeno que depende del entorno relativo en el que esté ubicado el receptor, y puede cambiar con el tiempo.
- **Instrumental:** El instrumental electrónico del satélite y del receptor como las antenas, filtros y amplificadores de RF también influyen sobre las señales ya que agregan retardos adicionales y pueden modificar la forma de onda recibida. En muchos casos se requiere calibración para desafectar su influencia.
- **Otros:** Efectos relativísticos satélite-receptor que influyen sobre los relojes; ruido de medición; etc.

Las aproximaciones realizadas para modelar todos estos efectos ocasionan que el resultado final no sea del todo preciso, por lo que de ser posible adquirir satélites adicionales, es conveniente plantear un mayor número de ecuaciones de pseudo-rango y resolver el sistema por mínimos cuadrados. De esta manera se puede reducir el nivel de incertidumbre en la solución de PVT [12].

### 3.3. Señales GNSS

El ancho de banda ocupado por una señal digital es proporcional a la tasa de transmisión de símbolos. En GNSS la tasa es muy baja (50 bits/s), y por lo tanto el ancho de banda requerido es bastante reducido. Sin embargo, con el fin de incrementar la calidad de la estimación del pseudo-rango, la resistencia a interferencias en general, y también para permitir el acceso múltiple a los distintos satélites, la mayoría de los GNSS utilizan la técnica de modulación de espectro expandido por secuencia directa (DSSS) conocida como Acceso Múltiple por División de Código de Secuencia Directa (DS-CDMA). En este esquema, la energía de la señal de cada satélite se distribuye continuamente a través del plano tiempo-frecuencia empleando un código único que lo identifica. El sistema GLONASS usa FDMA donde cada satélite usa un bloque de frecuencias diferente del de los demás. Además incluye una secuencia de código única que se utiliza a los fines de la sincronización y estimación de parámetros acerca del estado del canal.

En términos generales, la señal en banda base de un satélite está dada por,

$$y^s(t) = \sqrt{P^s} m(t)c(t), \quad (3.5)$$

donde  $P^s$  denota la potencia de transmisión de señal,  $c(t)$  es la secuencia PRN, y  $\{m(t)\} \in \{-1, 1\}$  es el mensaje binario que contiene los datos de navegación. Para distinguir entre pulsos de datos y pulsos de código, el término “bit” se utiliza para referirse a unidades de datos, y el término “chip” refiere a las unidades del código PRN. Esta secuencia puede expresarse como una convolución,

$$c(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k \sqrt{T_c} p(t - kT_c), \quad (3.6)$$

donde  $p(t)$  denota el pulso de chip de intervalo  $T_c$ . El código PRN es una secuencia binaria que puede asumirse cicloestacionaria de media cero en sentido amplio con  $\{d_k\} \in \{-1, 1\}$  y de período  $T = N_d T_c$ .  $N_d \in \mathcal{N}$  denota el número de chips de la secuencia PRN.

La multiplicación por el código PRN, cuya tasa de símbolo es mucho mayor que la de datos, permite expandir el ancho de banda de la señal original. Al modular la señal en banda base con el código digital, el espectro se expande, tal como se muestra en la Fig. 3.3. El espectro resultante es similar al del ruido blanco. Como la estructura del código es conocida y única para cada satélite (por eso es pseudo-aleatorio), los códigos pueden ser generados en forma local por el receptor para identificar a qué satélite corresponde la señal recibida. Esto último es posible gracias a que cada código PRN presente una correlación aproximadamente nula con el de los demás satélites. Además, dado que la densidad de potencia de las señales GNSS es muy baja en relación al nivel de ruido, su espectro es prácticamente inapreciable frente al espectro del ruido térmico [12].

El número de chips por cada bit de datos se conoce como ganancia de procesamiento, ya que esta magnitud está directamente relacionada con la proporción de cambio en la densidad potencia con y sin código PRN. En efecto, la multiplicación del mensaje de navegación  $m(t)$  con la secuencia PRN  $c(t)$  introduce un aumento del espectro de la señal de navegación en un factor de proporción,

### 3.3. Señales GNSS

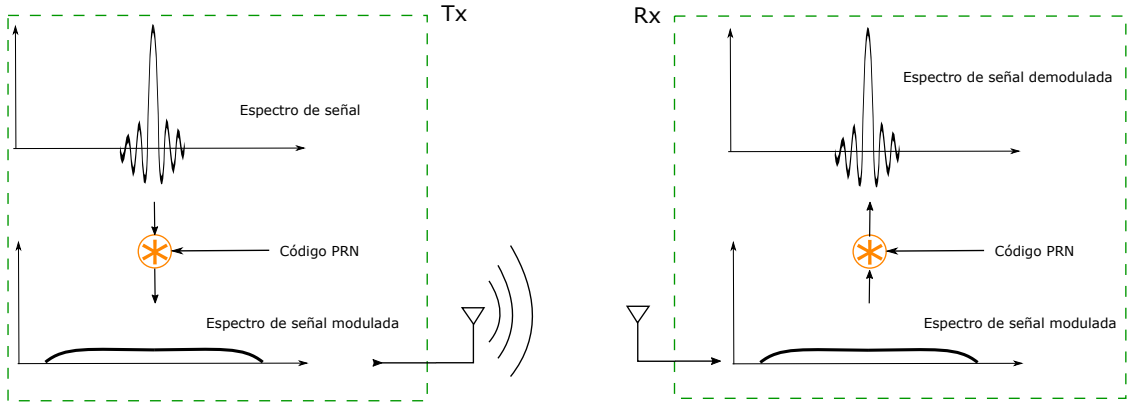


Fig. 3.3: Esquema de modulación-demodulación de señal GNSS.

$$G_p = \frac{B}{B_m} \quad (3.7)$$

donde  $B$  es el ancho de banda de la secuencia PRN  $c(t)$ ,  $B_m$  denota el ancho de banda del mensaje de navegación  $m(t)$ , y  $G_p$  es la ganancia de procesamiento. En general se cumple que  $B_m \ll B$ .

La única manera de que el receptor logre estimar el tiempo de viaje y recuperar el mensaje de navegación es usar la secuencia apropiada al satélite de interés para convertir la señal codificada a su forma original. Con la réplica local de las secuencias PRN es posible realizar la búsqueda y detección de las señales GNSS de los satélites en vista. Ese proceso requiere la evaluación de múltiples cálculos de correlación entre la réplica local y las señales recibidas. En consecuencia, luego de sincronizarse con varios satélites, y gracias al uso de una misma referencia temporal entre reloj de satélite y usuario, se pueden resolver las ecuaciones de pseudo-rango.

Asumiendo que la fase de portadora se estima sin error en el receptor y que el efecto Doppler se compensa a la perfección, entonces la señal recibida en banda base de un satélite está dada por,

$$y_r(t) = \sqrt{P_r} m(t - \tau)c(t - \tau) + e(t), \quad (3.8)$$

donde  $P_r$  denota la potencia de señal recibida,  $\tau$  es el retardo temporal del tiempo de viaje y  $e(t)$  es ruido blanco Gaussiano con densidad espectral de potencia  $N_0$ . Entonces, la SNR después de recuperar la señal está dada por,

$$\text{SNR}_d = \text{SNR}_s = \frac{P_r}{\tilde{N}_0} = \text{SNR}_s G_p = \frac{P_r}{N_0} G_p \quad (3.9)$$

donde  $\text{SNR}_s$  corresponde a la etapa en la que se efectúa la correlación,  $P_r$  denota la potencia de señal,  $N_0 = N_0 B$  es la potencia de ruido antes del proceso de correlación, y  $\tilde{N}_0 = N_0 B_m$  es la potencia de ruido luego de la etapa de correlación. Además se asume que,

### 3. Sistemas de Navegación Global por Satélite (GNSS)

$$\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} c(t)c^*(t)dt = 1 \quad (3.10)$$

donde el supraíndice \* indica complejo conjugado.

La ganancia de procesamiento permite además la posibilidad de rechazar interferencias. El caso hipotético de una interferencia de banda angosta se presenta en la Fig. 3.4. Luego de la etapa de correlación, la potencia de la señal interferente se “diluye” en el espectro ya que adquiere las características propias de la secuencia pseudo-aleatoria. A su vez, asumiendo que la detección de la señal deseada se realiza de manera exitosa, se logra componer nuevamente su espectro reconstruyendo su forma original. De este modo, las señales GNSS poseen cierto grado de inmunidad frente a posibles interferencias en comparación a otro tipo de modulación.

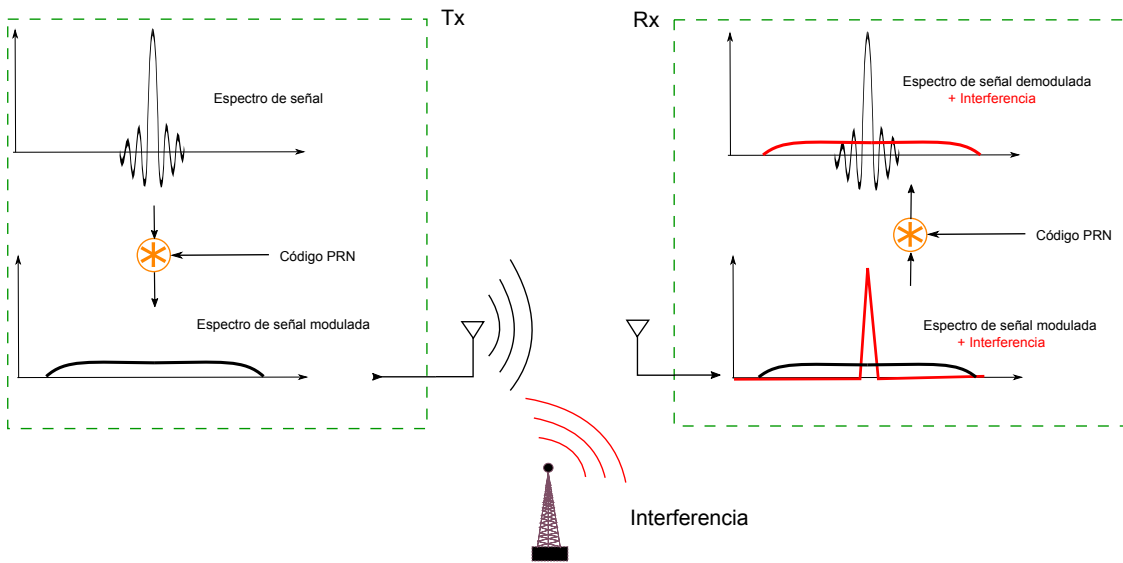


Fig. 3.4: Esquema de modulación-demodulación de señal GNSS, ante la presencia de una interferencia.

En el caso de existir interferencias de banda ancha también hay cierto nivel de protección, ya que teniendo en cuenta que su codificación sea diferente a la propia de GNSS, su espectro se verá reducido de forma similar que lo que ocurre con el ruido. Asumimos que la potencia de una señal interferente captada por el receptor es  $J_i$ , y que se encuentra uniformemente distribuida en un ancho de banda  $B$  del espectro. Entonces, en este caso la relación señal a interferencia más ruido (SINR) antes del proceso de correlación está dada por,

$$\text{SINR}_s = \frac{P}{N_0 + J_i} \quad (3.11)$$

y la SINR luego de la etapa de correlación se incrementa en proporción a  $G_p$ . Es decir,

$$\text{SINR}_d = \text{SINR}_s G_p = \frac{P}{\tilde{N}_0 + J_i/G_p} \quad (3.12)$$

### 3.4. Receptores GNSS

Si bien la técnica DSSS reduce las probabilidades de error del enlace inalámbrico, una interferencia lo suficientemente potente podría dificultar o incluso impedir la comunicación. En dicho caso deben evaluarse otras alternativas. En particular, una de ellas es el uso de un AA para poder aplicar técnicas de procesamiento espacial.

### 3.4. Receptores GNSS

En la Fig. 3.5 se presenta un diagrama en bloques típico de un receptor GNSS heterodino, cuyos bloques principales son la antena, el cabezal de RF y la etapa de procesamiento digital de las señales (DSP).

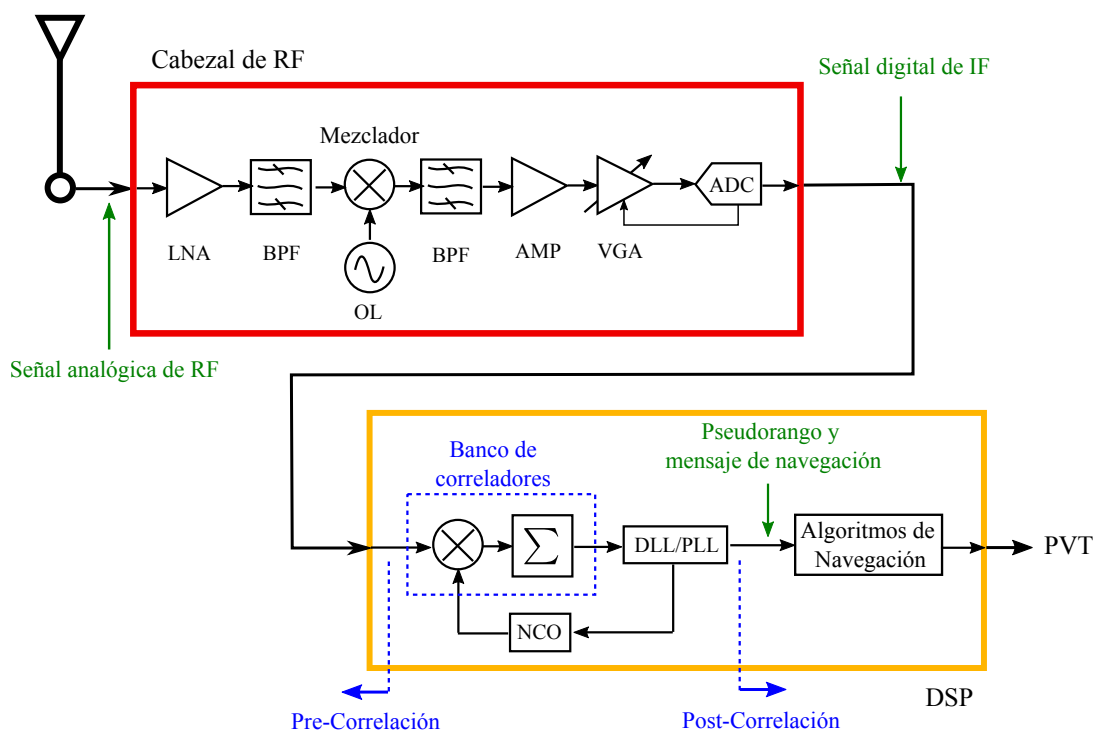


Fig. 3.5: Esquema receptor GNSS.

El cabezal de RF está compuesto por un amplificador de bajo ruido (LNA) y un filtro pasabanda (BPF) a fin de amplificar y filtrar la señal de RF recibida por la antena. Sigue una etapa de conversión a frecuencia intermedia (IF) por medio un mezclador y un oscilador local (LO). El filtro pasabanda elimina los productos de intermodulación no deseados generados por el mezclador y define la selectividad del cabezal de RF. Nuevamente, se utiliza un amplificador (AMP) para incrementar la potencia de la señal. Finalmente, se encuentra un amplificador de ganancia variable (VGA), el cual posee realimentación de control que permite ajustar su ganancia en función del nivel de potencia que se presenta a la salida. Esto permite ajustar las fluctuaciones

a lo largo del tiempo que puedan existir en el nivel de señal obtenido, y así aprovechar lo mejor posible el rango dinámico del ADC.

Tal como su nombre lo indica, el DSP realiza el procesamiento digital de las señales. En primer lugar, el banco de correladores realiza una búsqueda exhaustiva de la señal de cada satélite en vista en una región bidimensional, habitualmente denominado plano retardo-Doppler. Una vez que se adquiere la señal, continua un lazo de seguimiento de retardo (DLL) y de fase (PLL) que realimenta al banco de correladores mediante un oscilador controlado numéricamente (NCO). De esta manera, se realiza un seguimiento de los parámetros relevantes que incluyen retardo de código, fase y frecuencia de portadora, para recuperar la señal en banda base y consecuentemente el mensaje de navegación. A partir de estos datos, los algoritmos de navegación pueden calcular PVT. Debe notarse que esta etapa de DSP se realiza para cada satélite en vista de manera simultánea, siendo cuatro satélites el mínimo necesario para poder pasar a la etapa de navegación.

Dentro del bloque DSP, se distinguen instancias relativas al banco de correladores, las etapas pre- y post-correlación. Es decir, instancias previas o posteriores a remover la secuencia PRN correspondiente y obtener las señales GNSS demoduladas. Distinguir entre estas dos etapas es de suma importancia para el procesamiento con AA's como será descrito más adelante.

#### 3.4.1. Antenas

Los receptores destinados a aplicaciones GNSS deben ser capaces de recibir señales provenientes de al menos cuatro satélites en simultáneo y en diferentes direcciones del espacio. El sector visible por el receptor dependerá de la/s antena/s empleada/s en el mismo y de su orientación. Los GNSS completamente operativos tienen entre 24 y 36 satélites en total con órbitas distribuidas alrededor de la Tierra formando una constelación conocida como la constelación Walker [11,12]. En un dado instante de tiempo, sólo algunos satélites tienen línea de vista directa al receptor, ya que el resto quedan eclipsados por la Tierra o por obstáculos que impiden la propagación de las ondas por rayo directo. Para captar la mayor cantidad posible de satélites es necesario disponer de una antena GNSS con un RP que brinde una amplia cobertura. Suponiendo un receptor ubicado sobre la superficie de la Tierra, y considerando una superficie prácticamente plana y libre de obstáculos, lo ideal sería utilizar una antena que apunte en dirección al zenith y que posea un ancho de haz de prácticamente  $180^\circ$ , es decir con un campo de visión hemisférico.

Dado que los GNSS operan en la banda L (1 a 2 GHz), con longitudes de onda del orden de algunas decenas de centímetros, las antenas utilizadas son típicamente de microtira, aunque también existen las de tipo helicoidales o espirales y resonadores dieléctricos, entre otros [21,22]. Este tipo de antenas se caracterizan por ser hemisféricas, lo que permite maximizar la visibilidad de satélites, y también pueden adquirir polarización circular mediante diseños especiales o empleando doble alimentación. Además, poseen un ancho de banda relativamente angosto pero suficiente para las señales GNSS. Pueden aplicarse técnicas para lograr incrementar el ancho de banda, y de esa forma captar las señales de varios GNSS; o también lograr un comportamiento multi-banda, de manera que la antena resuene simultáneamente en dos o tres bandas propias de las señales GNSS [38].

### 3.4. Receptores GNSS

---

Las antenas con polarización circular presentan algunas ventajas por sobre las linealmente polarizadas, motivo por el que muchas otras aplicaciones también utilizan este mecanismo de transmisión. Las principales ventajas incluyen mayor inmunidad contra el multicamino, contra el efecto de rotación de Faraday, y la no necesidad de alinear las antenas transmisora y receptora entre sí [20, 22]. Particularmente, los GNSS utilizan RHCP.

- **Multicamino:** Una onda electromagnética que se propaga en el espacio, en ocasiones llega a destino por múltiples caminos. Puede hacerlo por rayo directo, es decir, siguiendo la trayectoria de la línea de vista entre transmisor y receptor, o puede hacerlo por caminos alternativos que involucran uno o más rebotes sobre la superficie de objetos, estructuras o incluso la tierra. Estos caminos alternativos son indeseados en GNSS ya que demoran más tiempo en llegar por recorrer una trayectoria más larga y, por lo tanto, no son representativos de la distancia real entre un satélite y el receptor. Una solución paliativa consiste en el uso de antenas polarizadas circularmente dado que normalmente los rebotes producen una inversión de polarización que convierte la onda de RHCP a LHCP o viceversa. Entonces las antenas pueden rechazar aquellas ondas EM que por rebotes indeseados hayan adquirido polarización cruzada. Una antena polarizada a derecha tiene baja ganancia para las ondas LHCP, por lo que si hubo un múltiplo impar de rebotes, las señales de multicamino serán atenuadas por la antena. En cambio, una cantidad de rebotes par le devuelve su polarización original y podría ser captada con gran nivel de ganancia. Afortunadamente, es esperable que a mayor cantidad de rebotes y distancia recorrida, la atenuación de la onda EM sea cada vez mayor, lo que ayuda a disminuir su influencia. Pero en determinadas circunstancias esto no es suficiente, por lo que existen múltiples técnicas de procesamiento con AA's que permiten detectar, desafectar o mitigar el multicamino [39–42].
- **Pérdidas por desadaptación de polarización:** Para maximizar la potencia transmitida, la polarización de una onda incidente debe ser la misma que la correspondiente a la antena receptora. Si las polarizaciones no coinciden, existirán pérdidas por desadaptación de polarización. Las antenas polarizadas linealmente requieren ser alineadas para no presentar pérdidas por polarización. El ángulo de inclinación de una antena transmisora tiene que ser consistente con el de la receptora ya que cualquier rotación relativa de una antena respecto a la otra genera pérdidas de potencia y disminuye la eficiencia en la comunicación. Esto mismo podría ocurrir con la polarización elíptica en el caso en el que el ángulo de inclinación y/o la relación axial no fuesen consistentes. En cambio, la polarización circular es insensible ante las rotaciones, ya que la AR es unitaria y no existe un ángulo de inclinación a tener en cuenta. Teóricamente, dos antenas que posean polarización RHCP (ó ambas LHCP) no presentarían pérdidas de este tipo, permitiendo soslayar el inconveniente de la alineación.
- **Efecto de Rotación de Faraday:** En GNSS las señales transmitidas deben casi siempre atravesar todas las capas de la atmósfera. La más compleja de modelar en RF es la Ionósfera, por ser un medio dispersivo, anisotrópico y cuyo estado varía en el tiempo y en el espacio. El efecto de Faraday es un fenómeno de rotación de una onda electromagnética que se presenta

al atravesar una zona donde existe un campo magnético aplicado. En este caso, es generado por las partículas ionizadas presentes en la Ionósfera. Una onda polarizada linealmente sufriría una rotación considerable y difícil de prever, pero en el caso de polarización circular no genera cambios significativos en cuanto a pérdidas de potencia.

Entre los tipos de antenas previamente mencionadas, las de microtira en particular pueden ser fabricadas usando técnicas fotolitográficas en una placa de circuitos impresos. Entre sus propiedades más importantes se destaca que son de costo relativamente reducido, livianas, mecánicamente robustas y de bajo perfil. Además, proveen un RP prácticamente hemisférico y pueden polarizarse de forma circular empleando un único puerto de alimentación [20]. Todas estas ventajas las hacen sumamente atractivas para esta aplicación. En particular, en esta tesis se optó por utilizar antenas de microtira con alimentación simple tipo coaxial, con patch cuadrado y esquinas truncadas para lograr polarización circular derecha. En la Fig. 3.6 se presenta el modelo de la antena con sus parámetros más relevantes indicados en la imagen. Las características fundamentales de desempeño de esta antena se obtienen a partir de su geometría final, la cual será indicada acorde al desarrollo de los próximos capítulos.

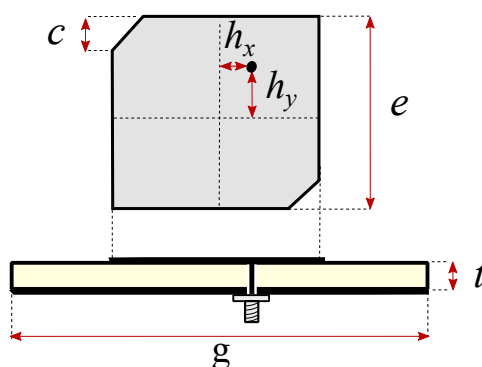


Fig. 3.6: Antena de microtira con puerto simple para polarización circular.

#### 3.4.2. Arreglos de antenas

La necesidad de emplear AA's en GNSS se pone en evidencia al tener presentes las distintas circunstancias adversas que pueden existir en el canal de comunicaciones. En resumen, las señales son recibidas con niveles de potencia muy bajos debido a que provienen de satélites que se encuentran a una gran distancia de la Tierra. Inclusive, dependiendo de la ubicación del receptor, algunos satélites se encuentran a mucha mayor distancia que otros. Si bien los RP's de las antenas de los satélites intentan compensar esta situación, las variaciones de potencia de señal recibida suelen superar holgadamente los 10 dB. Además, si tenemos en cuenta que en la superficie terrestre existen múltiples elementos y obstáculos, la intensidad de la señal puede verse atenuada considerablemente. O incluso la señal podría estar llegando gracias a múltiples rebotes y no por rayo directo, lo cual generaría errores de pseudo-rango. Por otro lado, están las fuentes EM que



### 3.4. Receptores GNSS

no emiten señales GNSS pero que entran en el rango de frecuencias de interés, y que por lo tanto son fuentes de interferencia para el receptor. Existen interferencias no intencionales causadas por otros sistemas de comunicaciones u otros dispositivos debido a desperfectos o imperfecciones en su diseño. Pero también existen los dispositivos desarrollados especialmente para atacar a un receptor anulando su capacidad de recibir las señales. Una variante más moderna a los transmisores intencionales que actúan por “fuerza bruta” son dispositivos desarrollados para replicar señales GNSS falsas y así alterar la solución brindada por el receptor. La situación descrita se representa gráficamente en la Fig. 3.7.

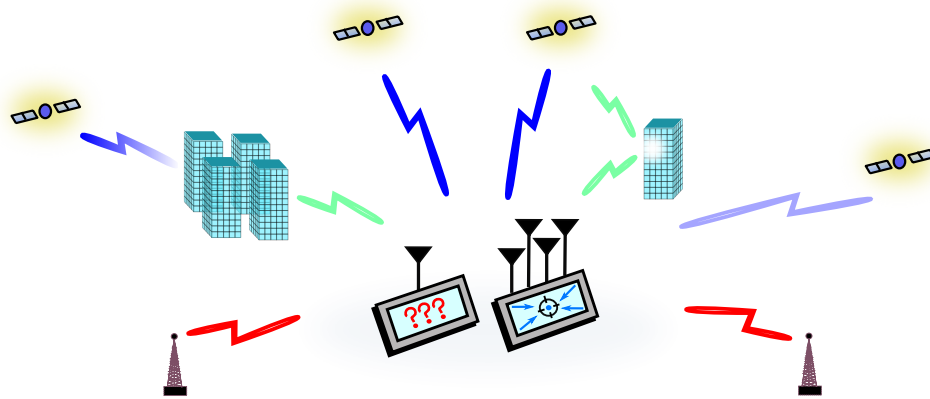


Fig. 3.7: Canal de comunicaciones en GNSS.

En aplicaciones de precisión, surge la necesidad de tener un mayor control sobre las señales que capta el receptor. La capacidad de discriminación espacial brinda un conjunto de nuevas posibilidades para resolver situaciones como las mencionadas. Por lo tanto, resulta de gran interés emplear AA's para mitigar interferencias o multicamino, incrementar la relación señal a ruido, así como también aumentar el campo de visión, detectar dirección de arribo, estimar orientación del receptor, etc. [18, 33, 43–45].

A fin de cumplir con los objetivos mencionados, pueden agregarse instancias de procesamiento adicionales en el esquema del receptor de la Fig. 3.5. Dado que en la etapa de pre-correlación las señales GNSS se encuentran ocultas frente al ruido térmico recibido, sólo las interferencias de gran potencia pueden distinguirse con facilidad. En consecuencia, la detección y mitigación de las mismas suele realizarse en esta etapa, ya que de otra forma no sería posible adquirir las señales GNSS. Por otro lado, en post-correlación donde se dispone de las señales GNSS ya demoduladas se puede realizar estimación de DOA y BF para maximizar su SNR. Además, puede realizarse la detección y/o cancelación de multicamino, detección y/o mitigación de señales GNSS falsas (spoofing/meaconing) e interferencias de baja potencia [46].

El control de un AA requiere plantear un modelo de señal que bajo ciertas suposiciones represente lo mejor posible la situación general descrita anteriormente. A partir de eso, se pueden aplicar técnicas de procesamiento digital que nos permitan tener control sobre el espacio de

señales recibido. A continuación se propone un modelo de señal que será utilizado en el resto de la tesis.

#### Modelo de señal de banda angosta para arreglos de antenas

El modelo de banda angosta definido en el Capítulo 2 es apropiado para describir el procesamiento de señales GNSS ya que cumple con la condición (2.68). En consecuencia, las características de las antenas que forman parte de un cierto arreglo GNSS genérico también se pueden describir a partir de este modelo. Como consideración adicional, el hecho de que las señales de los satélites no estén correlacionadas entre sí permite trabajar con una señal a la vez asumiendo que las demás sólo contribuyen al ruido recibido. Esta señal, al igual que cualquier otra señal EM adicional que posea energía dentro de la banda frecuencial de paso de las antenas y el receptor, es recibida por un arreglo de  $N$  elementos, convertida a banda base y discretizada. El vector de amplitudes de tensión eléctrica en los puertos de antena para un dado instante  $t_m$ , empleando notación fasorial para el caso de  $J$  fuentes de señal recibidas, puede expresarse como [17, 47],

$$\mathbf{x}(t_m) = \mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) y_0(t_m) + \sum_{j=1}^{J-1} \mathbf{h}(\theta_j, \phi_j) y_j(t_m) + \mathbf{e}(t_m), \quad (3.13)$$

donde,

- $\mathbf{x}(t_m) = [x_1(t_m), \dots, x_N(t_m)]^T$  se define como el vector de muestras de señal en banda base para el instante  $t_m$ , donde cada término corresponde a la antena  $n$ -ésima.
- $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_N]^T$  incluye las respuestas de las antenas del arreglo. Se trata de las ganancias efectivas relativas a un dado punto de referencia común a todas las antenas, y definidas para toda orientación  $(\theta, \phi)$ .
- $y_0(t_m)$  es la amplitud de señal GNSS que proviene del satélite ubicado en  $(\theta_0, \phi_0)$ . Se asume que es la única señal deseada.
- $y_j(t_m)$  es la amplitud de señal que proviene de la dirección  $(\theta_j, \phi_j)$  para un conjunto  $j = 1, \dots, J-1$ . Cada una de estas variables representan fuentes de señal no necesariamente GNSS que se consideran indeseadas y eventualmente podría requerirse que sean mitigadas para un correcto funcionamiento del receptor. En este grupo entran las fuentes de interferencia intencionales o casuales; generadores de señales GNSS falsas (spoofing/meaconing); o también rebotes de las propias señales GNSS (multicamino). Si bien esta definición es suficientemente general, se puede remarcar que cada una de las señales  $y_j$  tiene una cierta estructura, la cual podría ser desconocida, así como muchas veces también lo es la dirección de la cual proviene. Además, asumiremos que también son señales de banda angosta y que por ello pueden ser analizadas con el modelo de procesamiento de señales desarrollado hasta el momento.
- $\mathbf{e}(t_m) \in C$  es el vector de ruido de cada canal de antena, que se modela con un proceso gaussiano de media cero, temporalmente blanco. Si consideramos que el ruido que capta

### 3.5. Conclusiones

---

cada antena está dominado por el ruido térmico propio de cada canal de RF, que estos canales son idénticos y que no existe acoplamiento entre ellos, este proceso de ruido se puede considerar mutuamente no correlacionado entre canales. Por lo tanto, se asume que  $\mathbf{e}(t_m)$  es también espacialmente blanco. Matemáticamente,

$$E\{\mathbf{e}(t_m)\} = 0, \quad E\{\mathbf{e}(t_m)\mathbf{e}^H(t_i)\} = N_0 I_N, \quad (3.14)$$

donde  $N_0 = N_0 B$  es la potencia recibida en un ancho de banda  $B$  con una densidad espectral de potencia de ruido igual a  $N_0$ .

En notación matricial,

$$\mathbf{x}[m] = H \mathbf{y}[m] + \mathbf{e}[m], \quad (3.15)$$

donde  $[\mathbf{x}]_{N \times 1}$ ,  $[\mathbf{y}]_{P \times 1}$ ,  $[\mathbf{e}]_{N \times 1}$ , y

$$H = [\mathbf{h}_0, \mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{J-1}] = \begin{bmatrix} h_{1,0} & h_{1,1} & \dots & h_{1,J-1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ h_{N,0} & h_{N,1} & \dots & h_{N,J-1} \end{bmatrix}; \quad h_{n,j} = h_n(\theta_j, \phi_j).$$

### 3.5. Conclusiones

En este capítulo, se han explicado los principios básicos de funcionamiento de los sistemas GNSS. Se han puesto en evidencia los efectos indeseados que pueden existir en el canal inalámbrico y que pueden afectar la solución de PVT del receptor, o interferir/bloquear la comunicación. En consecuencia, nos hemos adentrado en el uso de AA's para incorporar diversidad espacial al procesamiento de señales planteando algunos de sus aspectos más relevantes.

La motivación de esta tesis es lograr un uso más eficiente de los AA's para aplicaciones GNSS. Este objetivo tiene en cuenta que los factores que muchas veces limitan su uso son el espacio requerido, el consumo de potencia, el costo, el peso, la complejidad de hardware y de procesamiento, entre otros. Por esta razón resulta de interés el diseño de arreglos de pocos elementos que sean simples pero versátiles a la vez, y que cumplan con las condiciones requeridas para las aplicaciones particulares a las que se los quiera destinar. Si bien disponer de muchas antenas es una ventaja en términos de versatilidad, un arreglo de cuatro elementos de microtira dispuestos en forma planar es suficiente para operar apropiadamente en un hemisferio espacial. Por lo tanto, en los próximos capítulos se hará énfasis en el diseño y uso eficiente de AA's de microtira de cuatro elementos particularmente. Muchas de las conclusiones podrán ser generalizadas a otros tipos constructivos de antenas y de arreglos.



## 4 Modelo In-Situ para AA's

El desempeño real de las antenas es sumamente propenso a las condiciones físicas del entorno que las rodea. En efecto, la respuesta de una antena puede ser notablemente diferente dependiendo de si se encuentra prácticamente aislada, o ubicada sobre su estructura final de montaje. Lo anterior puede enfatizarse aún más si se considera que existen antenas vecinas en las inmediaciones que comparten el mismo ancho de banda. Al emplear arreglos considerados de grandes dimensiones, ya sea que poseen mucha cantidad de antenas distribuidas uniformemente o con separaciones entre elementos suficientemente mayores a sus propias dimensiones, suele utilizarse el modelo de PA. En estos casos, las hipótesis simplificadoras del modelo son apropiadas ya que la gran mayoría de las antenas se encuentra en una situación semejante respecto de la influencia de las demás, o bien, la misma es prácticamente despreciable. Incluso, anteriormente solían agregarse antenas extra (de las cuales no se extraía señal útil) para uniformizar el comportamiento de las antenas “de los bordes” del arreglo [48].

El uso masivo de receptores GNSS para la navegación asistida se observa en vehículos de pequeña, mediana y gran escala [49]. En todos los casos, factores como el costo, el espacio requerido, el peso y el consumo de potencia son las principales razones por las cuales se prefieren receptores compactos y se tiende a la miniaturización del conjunto. La tendencia actual para muchas aplicaciones en las que se requiere diversidad espacial es el empleo de arreglos de pocos elementos y tamaño reducido [21, 44, 45]. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el diseño resulta bastante complejo, ya que en estos casos mantener una simetría física en la disposición de las antenas no implica conseguir un patrón de ganancia común para todas las antenas, por lo cual la principal hipótesis asumida por la teoría de PA no se cumple. En la actualidad existen múltiples diseños de arreglos GNSS compactos donde las características de radiación de cada antena difieren notablemente entre sí [16, 19, 50–52]. Si bien existen diversas propuestas para el procesamiento de señales que no utilizan la información de las características de radiación de las antenas, no cualquier técnica ofrece resultados óptimos en estas condiciones, y como efecto secundario introducen sesgos sobre los resultados de PVT del receptor [15, 53]. En consecuencia, el correcto funcionamiento de ciertas técnicas de procesamiento espacial de señales requiere un conocimiento previo y completo del desempeño de cada una de las antenas que forma parte del arreglo [1, 54].

El acoplamiento mutuo entre antenas ha sido ampliamente estudiado en la literatura para el caso de arreglos formados por dipolos o estructuras simples, donde el desempeño final puede ser interpretado como una combinación lineal de las respuestas que las antenas presentan cuando se encuentran aisladas [55–57]. En el caso de emplear antenas de estructura más compleja, el acoplamiento mutuo (AM) no es el único factor a tener en cuenta, sino también la difracción

electromagnética (DE) [58–60]. Ambos fenómenos en conjunto amplían el concepto de “acoplamiento entre antenas” y permiten comprender las características de radiación que adquieren las antenas cuando dejan de encontrarse aisladas para formar parte de un arreglo. Las antenas de microtira son un claro ejemplo en el que los efectos de difracción son apreciables, tal como se demuestra en el presente Capítulo.

Según algunos autores [61, 62], el diagrama de radiación de cada elemento de un AA puede obtenerse a partir del método de excitación unitaria del elemento activo. Se llama diagrama de radiación activo de excitación unitaria al generado por una antena que es excitada por una fuente de tensión unitaria, a la frecuencia de operación, y que se encuentra en presencia del resto de los elementos del arreglo cargados con impedancias de carga que coinciden con la impedancia equivalente de sus correspondientes generadores. Por simplicidad, denominaremos comportamiento real a la respuesta que presenta una antena obtenida a partir del método indicado. El objetivo de este Capítulo es demostrar que es posible reconstruir el desempeño real de las antenas en un arreglo a partir de un modelo que considera a las antenas “*in-situ*”, es decir en el propio espacio en el que se encuentran, y está basado en la influencia del AM y la DE. El análisis se lleva a cabo sólo para el caso de dos antenas a fin de simplificar el desarrollo, pero los resultados pueden ser extendidos a mayor cantidad de elementos.

#### 4.1. Difracción, reflexión y refracción de campo electromagnético

La suposición típica al momento de calcular el diagrama de radiación de una antena es considerar que la misma se encuentra aislada e inmersa en un medio lineal, isotrópico, homogéneo y de bajas pérdidas, como es el aire o el vacío. Sin embargo, cuando la proximidad de este dispositivo radiante con otros elementos es del orden de la longitud de onda, este modelo ideal deja de ser apropiado. Los materiales dieléctricos y/o conductores presentes en los alrededores de la antena alteran el entorno en el cual debe operar y, por lo tanto, el campo EM se ve modificado. La redistribución en la ubicación de cargas eléctricas y la circulación de corriente en el entorno de la antena son causa de nuevas fuentes de campo EM. Puede entenderse también que, a causa de la existencia de un cambio en el medio de propagación, las ondas existentes se reflejan, refractan y/o difractan. En la frontera entre dos dieléctricos diferentes existen corrientes superficiales, así como también refracciones y reflexiones de campo EM. Los medios conductores son más propensos a la circulación de corriente, acumulación de cargas, y la difracción de campos EM incidentes en bordes y esquinas. Por lo tanto, los elementos “dispersores” que puedan existir principalmente en las proximidades a la antena modifican las líneas de campo, y en la región de campo lejano se traducen en diferencias en el diagrama de radiación original. Los rayos difractados se desvían en infinitas direcciones combinándose con las ondas EM de rayo directo generadas por la propia antena fuente.

En las antenas de microtira la generación de campo EM ocurre en el interior de un dieléctrico con permitividad relativa mayor a la del aire,  $\epsilon_r > 1$ . En la Fig. 4.1 se presenta un esquema del

#### 4.1. Difracción, reflexión y refracción de campo electromagnético

comportamiento del campo EM de una antena de microtira excitada con un generador. La transmisión del campo EM generado por la antena hacia el exterior del sustrato se da para ángulos de incidencia  $\psi$  sobre la interfaz entre el dieléctrico y el aire que sean menores a  $\psi < \text{asin}(\epsilon_r^{-0,5})$ , aunque también una parte se verá reflejada nuevamente hacia el interior [63]. Pero para ángulos de incidencia mayores, éstos se verán reflejados totalmente, desarrollando en consecuencia una trayectoria en el interior del sustrato con sucesivas reflexiones entre el plano de tierra y la superficie del dieléctrico, adquiriendo el nombre de **ondas superficiales**. Los materiales de permitividad alta son más propensos a contener ondas superficiales. La velocidad de decaimiento de estas ondas es muy lenta, del orden  $\sqrt{d}$  siendo  $d$  la distancia recorrida. La trayectoria se desarrolla hasta los límites del sustrato donde las mismas inciden sobre bordes abruptos y esquinas del material conductor, por lo que ocurre un proceso de difracción de las ondas superficiales a causa de las desviaciones en múltiples direcciones. Este efecto puede generar cambios considerables en la magnitud y forma que adquiere el diagrama de radiación de las antenas de microtira. Si bien las características de radiación requieren un análisis específico bajo las condiciones de frontera particulares, el modelo propuesto por la Teoría Uniforme de la Difracción es apropiado para comprender de forma cualitativa los cambios en las características de radiación que se obtienen al momento de resolver las ecuaciones de Maxwell [64].

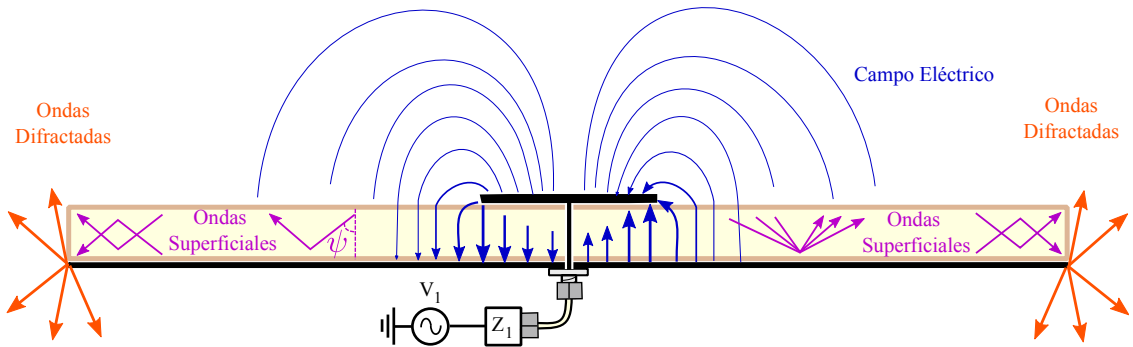


Fig. 4.1: Ondas superficiales y difracción.

A fin de realizar un análisis cualitativo acerca de los efectos de difracción EM en una antena de microtira, se realizan comparaciones donde las variables de interés son las dimensiones del plano de tierra y la ubicación relativa del parche. A continuación se presenta un diseño específico que se utilizará para las siguientes comparaciones. La antena utiliza un sustrato RT/duroid 6002, que posee una composición a base de teflón reforzado altamente uniforme. Su constante dieléctrica,  $\epsilon_r = 2,94$ , es muy estable (tolerancia  $\approx 1,3\%$ ), y presenta un bajo nivel de pérdidas caracterizado por  $\tan \delta \approx 0,001$  [65]. Se ha diseñado con dimensiones apropiadas para lograr la adaptación a la frecuencia central de la banda L1 con polarización RHCP. Su geometría y dimensiones finales obtenidas por simulación se presentan en la Fig. 4.2.

En la Fig. 4.3 se presenta una comparación en donde se observa la influencia de las dimensiones del sustrato  $g$  en la ganancia realizada resultante. Cada uno de los gráficos se presenta

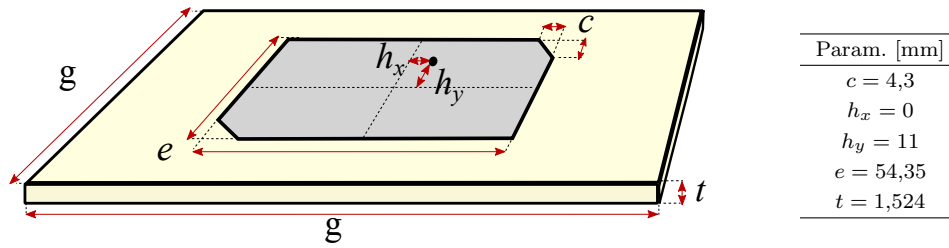


Fig. 4.2: Antena de microtira con polarización RHCP y sus dimensiones.

en coordenadas polares con radio  $\theta$  y ángulo  $\phi$ . El centro del gráfico es la orientación normal al plano de la antena con  $\theta = 0^\circ$ , y todo otro punto tiene un ángulo de elevación que se incrementa a medida que la distancia al origen crece. La magnitud está expresada en unidades de dBic, equivalente a dBi pero considerando polarización circular. Comparando entre las distintas subfiguras, pueden observarse variaciones considerables en todas las orientaciones del espacio dependiendo de la longitud  $g$ . Si bien se presentan sólo gráficos de magnitud, debe tenerse en cuenta que los diagramas de fase también presentan variaciones considerables. Esto muestra que la modificación de las dimensiones del circuito impreso, y en consecuencia en la distribución de corrientes y de ondas superficiales, son de gran influencia en las propiedades de radiación, inclusive para ambas componentes de polarización. Puede notarse que en el caso ideal de disponer de un plano de tierra y sustrato infinitos, la radiación sólo se da en el hemisferio superior. Además, la intensidad de radiación es considerable incluso hasta orientaciones prácticamente rasantes al plano de tierra. El desempeño es similar al que se obtiene al colocar una antena de dimensiones finitas sobre una estructura metálica prácticamente plana y muy grande en comparación a la longitud de onda de operación.

Por otro lado, teniendo en cuenta que al formar parte de un AA vienen acompañados cambios en la ubicación relativa del parche en el sustrato, muchas veces se pierde la simetría del entorno que rodea a cada antena, las propiedades de radiación serán diferentes. En la Fig. 4.4 se presenta una comparación ilustrativa del desempeño de una antena según las dimensiones del circuito impreso y la disposición del parche. Los gráficos ilustran el desempeño de tres casos diferentes en la región espacial del hemisferio superior que es donde existe mayor nivel de radiación. En la Fig. 4.4(a1) se presenta una antena cuyo parche se encuentra en el centro geométrico de la placa, por lo tanto sus propiedades de radiación presentan un gran nivel de simetría. Aunque no se hace visible en esta figura, la desventaja de un plano de tierra de tamaño reducido en comparación a las antenas presentadas en la Fig. 4.3 es un incremento en los lóbulos traseros, principalmente en polarización LHCP. Si la placa es más grande en uno de sus ejes y el parche ya no se encuentra ubicado en el centro geométrico se tiene la antena presentada en la Fig. 4.4(a2). Mientras que en la Fig. 4.4(a3) se tiene una antena colocada cerca de una segunda placa, de forma tal que los planos de tierra de ambos circuitos impresos se encuentran galvánicamente aislados entre sí. En todos los casos, el punto de referencia para los diagramas de radiación es el centro geométrico del parche. Específicamente, 6 mm por encima de su superficie que es donde se encuentra el centro



## 4.2. Acoplamiento mutuo

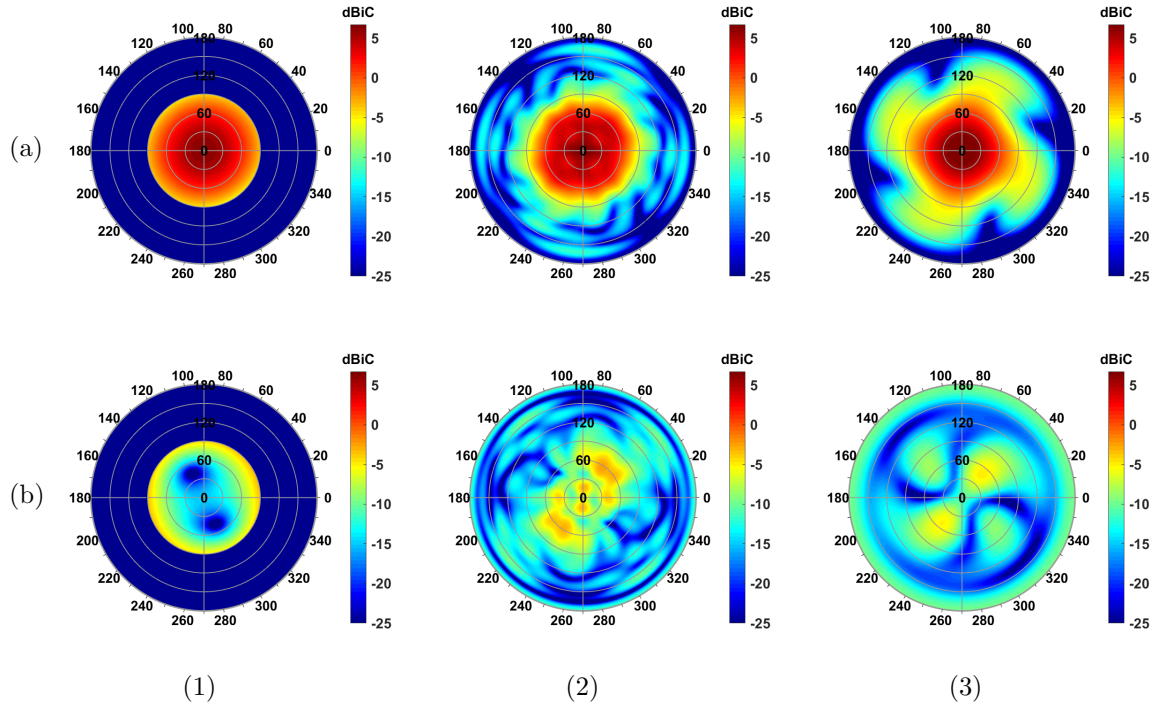


Fig. 4.3: Simulación de una antena de microtira. Por filas: Patrones de ganancia realizada RHCP (a) y LHCP (b). Por columnas: (1)  $g = \infty$ , (2)  $g = 600$  mm, (3)  $g = 180$  mm.

de fase del caso (a1). A partir de los resultados, puede observarse que el comportamiento EM es notablemente diferente para las tres antenas. Las variaciones de magnitud de ganancia RHCP son de  $\sim \pm 1$  dBic hasta los  $\theta \leq 30^\circ$ , de  $\sim \pm 1,5$  dBic hasta los  $\theta \leq 60^\circ$ , y de  $\sim \pm 2$  dBic hasta los  $\theta \leq 90^\circ$ . Según el gráfico de fase con polarización RHCP, se puede notar que el punto de referencia elegido está bastante cerca de la ubicación del centro de fase de la primera antena. En contraste a las demás antenas puestas como ejemplo, las variaciones de fase alcanzan a ser  $\sim \pm 20^\circ$ . En cuanto a la magnitud de ganancia LHCP, a pesar de que se logra que su magnitud esté siempre por debajo de  $-5$  dBic, sus variaciones relativas resultan considerables ya que alcanzan a ser de  $\sim \pm 10$  dBic en varios sectores del hemisferio.

Este análisis preliminar al ensayo de un AA brinda una noción acerca de la magnitud con la que las propiedades de radiación de una antena comienzan a cambiar al modificar las condiciones físicas de operación.

## 4.2. Acoplamiento mutuo

Para las antenas dispuestas en un arreglo, la energía que una de ellas irradia es captada en cierta proporción por sus elementos vecinos y, dado que se trata de dispositivos igualmente resonantes, parte de esa energía volverá a ser irradiada, pero esta vez por una nueva fuente. Este

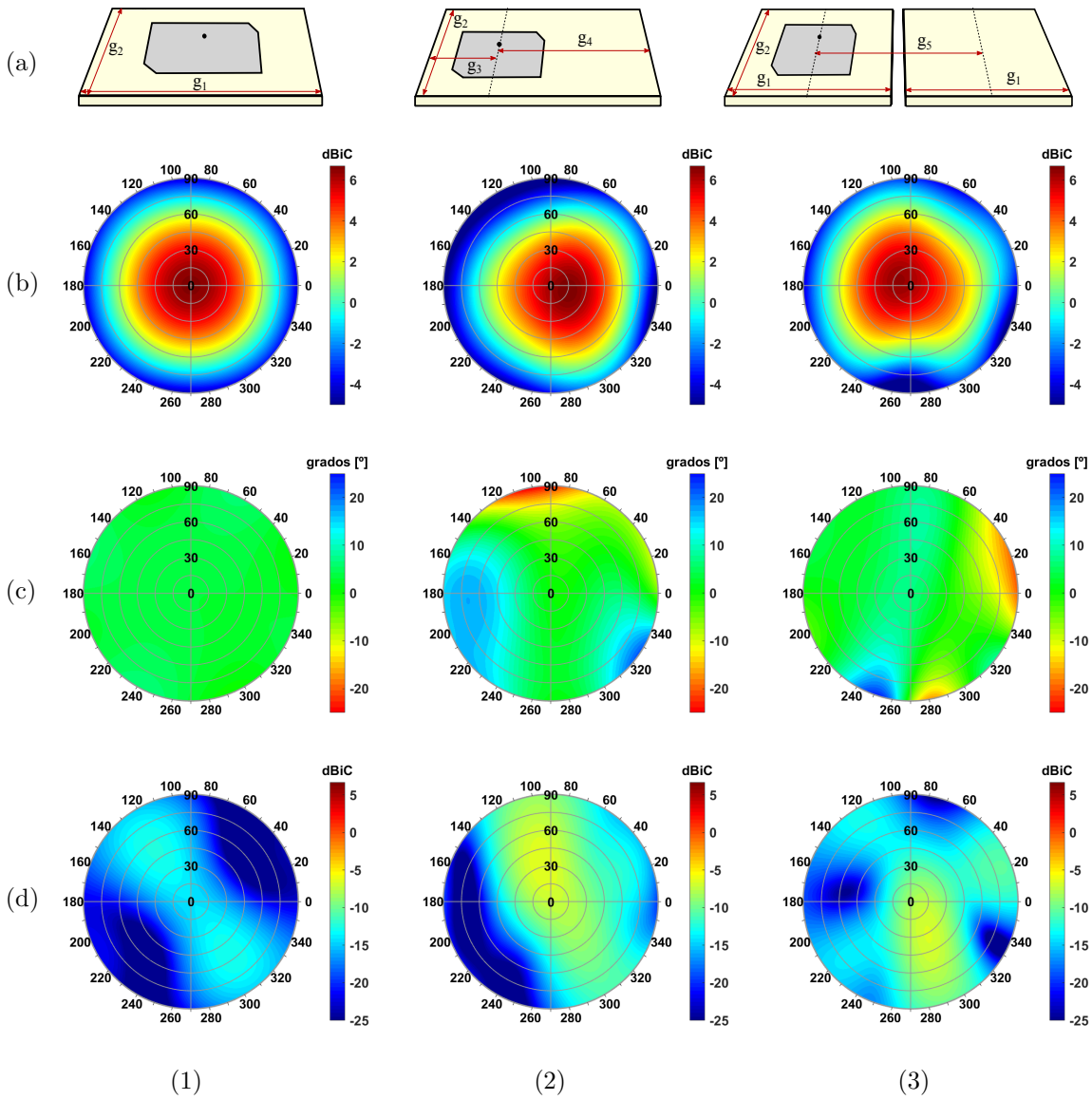


Fig. 4.4: Simulación de antenas de microtira. Por filas: (a) Dimensiones de antena; patrones de ganancia realizada RHCP en magnitud (b) y fase (c), y ganancia realizada LHCP en magnitud (d). Por columnas: (1)  $g_1 = g_2 = 90$  mm, (2)  $g_2 = 90$  mm;  $g_3 = 45$  mm;  $g_4 = 108$  mm, (3)  $g_1 = g_2 = 90$  mm;  $g_5 = 95$  mm.

comportamiento se conoce como acoplamiento mutuo (AM) entre antenas. Las consecuencias del fenómeno de acoplamiento son principalmente dos. Por un lado, la modificación de los parámetros eléctricos de antena. Dada la existencia de múltiples ondas incidentes y reflejadas en los puertos de antena, los parámetros de impedancia o dispersión propios y mutuos ya no son los mismos que si pudiesen operar estando aisladas entre sí. Esto puede generar desadaptación en los puertos

## 4.2. Acoplamiento mutuo

---

de antena, y por lo tanto, se incrementan las pérdidas y se reduce la eficiencia. Por otro lado, ocurre la deformación del diagrama de radiación original, el cual para cada dirección cambia en magnitud y fase respecto a lo que se esperaría que fuese el RP al excitar una antena de manera individual. Haciendo mención al principio de superposición, la forma que adquiere el diagrama de radiación por AM podría pensarse como una combinación lineal de los diagramas individuales de cada antena. El problema en cuestión es ¿cómo se define el diagrama de radiación individual? ¿Es el correspondiente a la antena estando aislada de las demás? ¿Se puede predecir en base a la medición de los parámetros de dispersión en los puertos de antena? Estas y otras cuestiones relacionadas debieron ser cuidadosamente analizadas a fin de reconstruir un factor de antena que represente las propiedades de radiación de antenas acopladas. El AM depende de múltiples factores, entre ellos se puede mencionar [66]:

- Distribución de campo EM cercano, cuyas propiedades pueden variar según el tipo de antena.
- Disposición geométrica de los elementos del arreglo.
- Distancia de separación en relación al tamaño y forma de las antenas.
- Impedancias de generador o de carga, de línea y de antena.

Haciendo uso del Teorema de Reciprocidad, el diagrama de radiación en modo recepción se modifica de forma análoga [56]. Sin embargo, las diferencias ocurren en los puertos de antena -donde ya no hay generadores sino sólo cargas- ya que la señal eléctrica vista por las antenas ante la excitación de una onda incidente puede cambiar de acuerdo a la DOA específica de la cual proviene, y también de su polarización.

### 4.2.1. Diagramas de radiación

En la Fig. 4.5 se presentan dos antenas etiquetadas como 1 y 2. En el puerto de la antena 1 se encuentra conectado un generador de tensión fasorial  $V_1$  cuya impedancia interna es  $Z_1$ , mientras que la antena 2 se encuentra conectada a una carga  $Z_2$ . El siguiente desarrollo permite comprender el proceso que ocurre entre dos antenas acopladas:

1. En condiciones normales, el generador impulsa una onda incidente para la excitación de la antena 1. En el puerto de antena aparece una onda reflejada hacia el generador, y una onda transmitida hacia la antena. Parte de la potencia captada por ella -teniendo en cuenta que su eficiencia puede ser menor a 1- es luego radiada de acuerdo a sus propias características de radiación y otra parte disipada en forma de calor.
2. Parte de la energía propia del campo EM generado por la antena 1 es captada por la antena 2.
3. En la antena 2 existen las corrientes excitadas por acoplamiento, y las mismas inducen a la radiación. También ocurre que parte de la energía fluye en dirección a la impedancia de

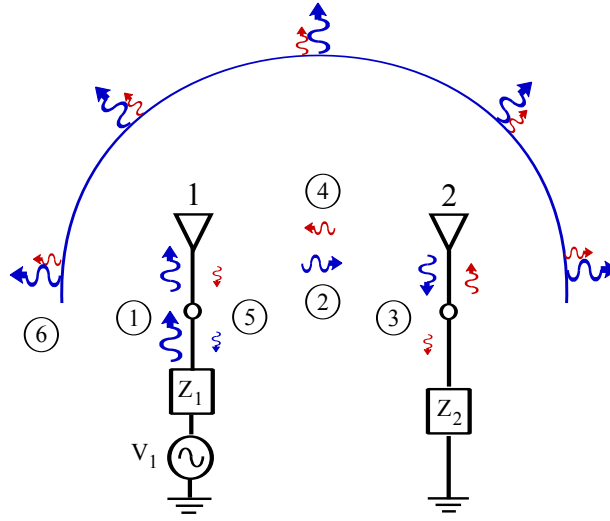


Fig. 4.5: AM entre dos antenas.

carga  $Z_2$  conectada en el puerto donde existirán ondas transmitidas y reflejadas, es decir que cierta parte de la energía la absorbe dicha carga y la otra regresa a la antena para ser radiada. En consecuencia, la antena 2 es una nueva fuente de radiación que genera ondas EM que se combinan con las de la antena 1.

4. De la energía re-irradiada por la antena 2, una parte vuelve a ser captada por la primera, lo cual produce un efecto similar al anterior generando así una nueva fuente de radiación. Esto da lugar a que el proceso se repita indefinidamente.
5. El diagrama de radiación final para la antena 1, teniendo en cuenta el AM, resulta de la combinación de la energía radiada total en todas direcciones. Es decir, la distribución de campo de la antena 1 sumada a las radiaciones parásitas dadas por la energía de acoplamiento que se intercambia sucesivamente entre las antenas 1 y 2.

Por lo tanto, el acoplamiento mutuo puede calcularse como una combinación lineal de respuestas  $g'_m(\theta, \phi)$  correspondientes a antenas “*individuales*” situadas en un entorno igual al que realmente se encuentran, pero sin considerar la influencia del acoplamiento. Es decir, incluyendo los efectos de difracción electromagnética a diferencia de lo que ocurre si se consideran las respuestas de antenas completamente aisladas. El desempeño final se describe de la siguiente forma,

$$g_n(\theta, \phi) \cong \tilde{g}_n(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^N c_{nm} \cdot g_{I,m}(\theta, \phi), \quad (4.1)$$

donde  $g_n(\theta, \phi)$  es el diagrama de radiación *in-situ* de la antena  $n$ -ésima,  $g_{I,m}(\theta, \phi)$  es el diagrama de radiación *individual* de la antena  $m$ -ésima,  $\tilde{g}_n(\theta, \phi)$  la respuesta equivalente que surge de la

## 4.2. Acoplamiento mutuo

combinación lineal y  $c_{nm}$  son los coeficientes que modelan el acoplamiento de la antena  $n$ -ésima con el resto de las antenas del arreglo. En antenas tipo alambre, como los dipolos, la influencia del fenómeno de difracción no es considerable, por lo tanto se pueden verificar fácilmente los efectos del acoplamiento mutuo [56]. En antenas de microtira, es más difícil identificar el desempeño *individual* de una antena, excepto para el caso del modelo de plano de tierra infinito donde el entorno visto por cada una de las antenas resulta muy similar.

Consideremos nuevamente el caso de dos antenas de microtira con polarización circular impresas sobre dos placas RT/duroid 6002 de  $90\text{mm} \times 90\text{mm}$  cada una. Sus características son las indicadas en la Fig. 4.2. Las dos antenas son idénticas, y la distancia que las separa es  $95\text{ mm} \approx \lambda/2$ . Si bien los ejes de ambas antenas se encuentran alineados, una de ellas está rotada  $180^\circ$  con respecto a la otra sobre el plano x-y. Esto último es para proveer simetría rotacional y simplificar el análisis, ya que sus diagramas de radiación serán idénticos pero rotados  $180^\circ$ . El par de antenas se presenta en la Fig. 4.6(1a), y en la Fig. 4.6(1b) se presenta el diagrama de radiación real o *in-situ* de la antena 1. Desde el punto de vista del acoplamiento mutuo, este diagrama es el resultado de cierta combinación lineal de los efectos individuales de ambas antenas como se indica en (4.1). La propuesta para conseguir las respuestas individuales consiste en cada antena acompañada por el sustrato y plano de tierra de su antena vecina, tal como se representa en la Fig. 4.6(2a), cuya influencia es considerable teniendo en cuenta la existencia de las ondas superficiales y la difracción EM. De esta forma, se estarán contemplando comportamientos individuales, aunque sin incluir al puerto y al parche de la antena vecina para evitar que sea un dispositivo que entre en resonancia. Es decir, que con este esquema se estará incluyendo gran parte del comportamiento real del campo EM que genera cada antena bajo las condiciones normales de operación sin considerar el fenómeno del acoplamiento mutuo. El diagrama de radiación individual correspondiente a cada una de ellas ya ha sido analizado previamente, y es el presentado en la Fig. 4.4(3b). La obtención de los coeficientes de (4.1) se realiza mediante un ajuste numérico en el cual se busca la solución de mínimos cuadrados de la siguiente función de costo,

$$E_{g_n} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left| g_n(\theta, \phi) - \sum_{m=1}^2 c_{nm} g_{1,m}(\theta, \phi) \right|^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\Delta g_n(\theta, \phi)|^2 \sin(\theta) d\theta d\phi, \quad (4.2)$$

donde  $\Delta g_n(\theta, \phi)$  es un diagrama con el error de ajuste de la antena  $n$ -ésima para cada dirección. A partir de los resultados de la combinación lineal correspondiente a la antena 1, se obtiene el diagrama presentado en la Fig. 4.6(2b). En la Fig. 4.6(3b) se grafica el error de ajuste  $|\Delta g_1(\theta, \phi)|$ , que toma valores por debajo de los  $-35\text{dB}$ . Por lo tanto, se corrobora con un nivel de precisión aceptable la validez del concepto del acoplamiento mutuo como combinación de respuestas individuales, mientras que se asume que los errores de ajuste observados se deben al hecho de no contemplar la difracción que pueda ocurrir sobre el parche vecino.

Un nuevo ejemplo con mayor nivel de acoplamiento considera dos antenas impresas sobre una misma placa de tamaño,  $90\text{mm} \times 153\text{mm}$ , cuyos parches poseen la misma configuración que la indicada en la Fig. 4.2. Esta vez las antenas se encuentran separadas por una distancia de  $63\text{ mm} \approx \lambda/3$ . El par de antenas se presenta en la Fig. 4.7(1a), mientras que en la Fig. 4.7(1b) se muestra

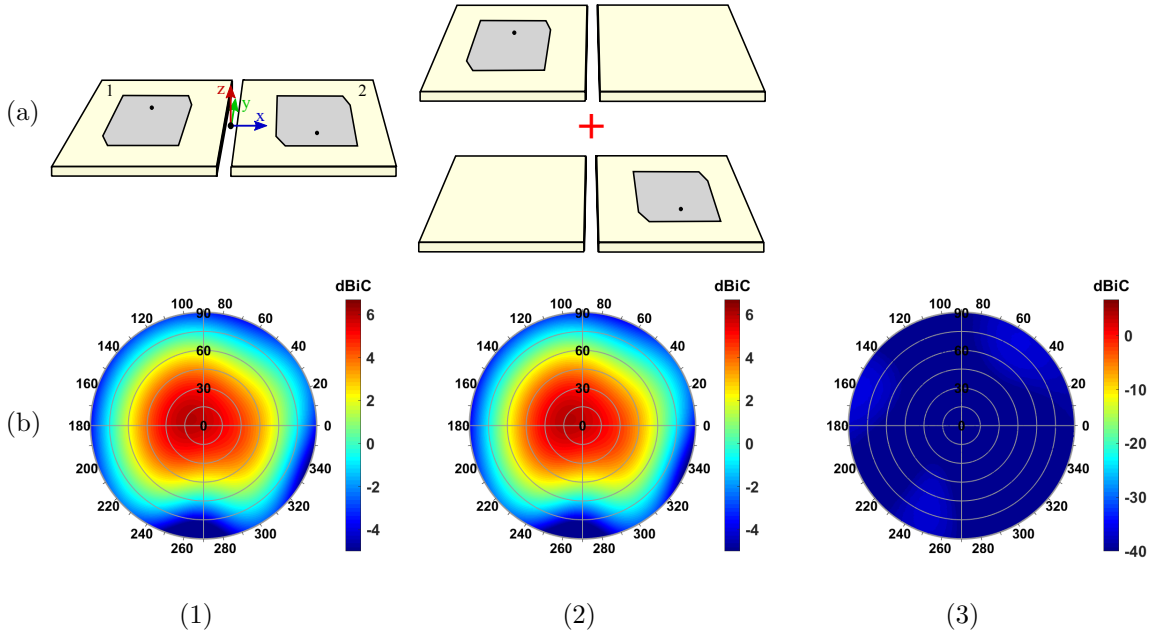


Fig. 4.6: (1a) Antenas de microtira acopladas. (1b) Ganancia realizada RHCP real de la antena 1. (2a) Combinación lineal de respuestas de antenas *individuales* para reconstruir el efecto del acoplamiento mutuo. (2b) Patrón combinado a partir de las respuestas *individuales* de antenas. (3b) Patrón de error de ajuste.

el diagrama de radiación real de la antena 1. Las antenas individuales junto con la inclusión del acoplamiento mutuo se representan en la Fig. 4.7(2a). El diagrama de radiación individual correspondiente a la antena 1 es el presentado en la Fig. 4.4(2b). A partir de los resultados, se obtiene el diagrama presentado en la Fig. 4.7(2b). Finalmente, en la Fig. 4.7(3b) se grafica el error de ajuste, que permite verificar que el modelo propuesto describe adecuadamente el efecto del acoplamiento mutuo.

#### 4.2.2. Red multipuerto

Sea un arreglo de  $N$  antenas, cada una de ellas con un puerto de alimentación único conectado a una línea de transmisión de impedancia característica  $Z_0$ . Los vectores  $N$ -dimensionales de ondas de potencia incidentes  $\vec{a}$  y reflejadas  $\vec{b}$  son,

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Las componentes  $a_n$  y  $b_n$ , para  $n = 1, 2, \dots, N$ , representan cantidades complejas cuyas magnitudes están expresadas en valor eficaz. El AA mantiene una relación entre ambos vectores de

## 4.2. Acoplamiento mutuo

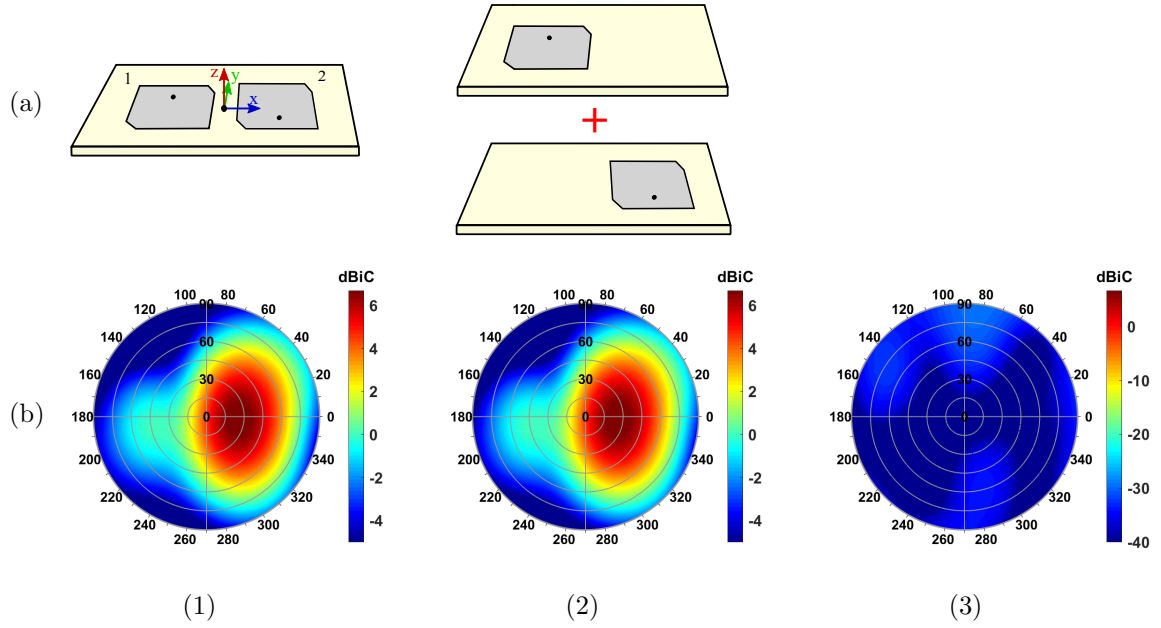


Fig. 4.7: (1a) Antenas de microtira acopladas. (1b) Ganancia realizada RHCP real de la antena 1. (2a) Combinación lineal de respuestas de antenas *individuales* para reconstruir el efecto del acoplamiento mutuo. (2b) Patrón combinado a partir de las respuestas *individuales* de antenas. (3b) Patrón de error de ajuste.

la forma,

$$\vec{b} = \mathcal{S}\vec{a} = \begin{bmatrix} \mathcal{S}_{11} & \mathcal{S}_{12} & \dots & \mathcal{S}_{1N} \\ \mathcal{S}_{21} & \mathcal{S}_{22} & \dots & \mathcal{S}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathcal{S}_{N1} & \mathcal{S}_{N2} & \dots & \mathcal{S}_{NN} \end{bmatrix} \vec{a}, \quad (4.4)$$

siendo  $\mathcal{S}$  la matriz de dispersión del AA. La matriz  $\mathcal{S}$  permite determinar la proporción de potencia que es aceptada por el arreglo en función del vector de excitación  $\vec{a}$ . Cada uno de los elementos de la matriz se calculan excitando una única antena, llamada elemento activo, mientras que las demás se encuentran adaptadas. Esto quiere decir que se conecta en el puerto de cada antena una carga cuya impedancia es  $Z_0$ . Cada componente de la matriz se expresa como [25],

$$\mathcal{S}_{nk} = \left. \frac{b_n}{a_k} \right|_{a_j=0; j=1, \dots, N; j \neq k} \quad (4.5)$$

Los parámetros de dispersión brindan cierta información acerca del desempeño del arreglo. Los términos de la diagonal principal de  $\mathcal{S}$  indican la proporción de potencia que se refleja en el puerto de la antena activa, lo cual tiene influencia en la eficiencia dado que la potencia reflejada constituye un desaprovechamiento de la potencia entregada a la antena. Los términos cruzados indican la proporción de la energía que se ve reflejada a través de los puertos de

las antenas vecinas. A partir de dichos parámetros se tiene un indicio del nivel de interacción electromagnética que existe entre las antenas dispuestas en el arreglo.

Las potencias activas incidentes y reflejadas totales están dadas por,

$$P_{inc} = \vec{a}^H \vec{a}, \quad (4.6)$$

$$P_{ref} = \vec{b}^H \vec{b} = \vec{a}^H \mathcal{S}^H \mathcal{S} \vec{a}, \quad (4.7)$$

respectivamente. El supraíndice  $H$  es el operador de matriz Hermítica (transpuesta conjugada). La diferencia entre la potencia incidente y reflejada es la cantidad aceptada por el arreglo  $P_{arr}$ , la cual es en parte radiada  $P_{rad}$  y además disipada en forma de calor  $P_{dis}$  en los materiales dieléctricos y metálicos,

$$P_{arr} = P_{inc} - P_{ref} = P_{rad} + P_{dis}. \quad (4.8)$$

Los niveles de potencia reflejada, disipada y radiada siguen siendo parámetros dependientes de las propiedades de cada antena. Pero ahora también dependen de la disposición de las antenas en arreglo y del nivel de interacción que exista entre ellas. Una antena aislada puede desempeñarse de forma eficiente, pero la eficiencia del mismo diseño dispuesto en un arreglo puede cambiar drásticamente. Las eficiencias de radiación y de adaptación para un dado vector de ondas incidentes  $\vec{a}$  resultan,

$$\epsilon_{rad} |_{\vec{a}} = \frac{P_{rad}}{P_{arr}} = 1 - \frac{P_{dis}}{P_{arr}}; \quad \epsilon_{adapt} |_{\vec{a}} = \frac{P_{arr}}{P_{inc}} = 1 - \frac{P_{ref}}{P_{inc}}. \quad (4.9)$$

Y la eficiencia total del AA es,

$$\epsilon_{arr} |_{\vec{a}} = \{\epsilon_{adapt} \epsilon_{rad}\} |_{\vec{a}} = 1 - \frac{P_{ref} + P_{dis}}{P_{inc}} = 1 - \frac{\vec{a}^H \mathcal{S}^H \mathcal{S} \vec{a} + P_{dis}}{\vec{a}^H \vec{a}}. \quad (4.10)$$

Actualmente, no hay una definición general para la dependencia de la potencia disipada  $P_{dis}$  con el vector de onda incidente  $\vec{a}$ . Algunos autores suponen un arreglo sin pérdidas de manera tal de poder despreocuparse de este término en las ecuaciones (4.10) y (4.11), y así simplificar el análisis [67,68]. Además la eficiencia definida ya no es única, ya que cambia de acuerdo a la configuración del vector de excitación  $\vec{a}$ , que presenta una dependencia  $N$ -dimensional. Usualmente, en lugar de describir su desempeño por medio de un factor dependiente de la configuración particular establecida, se lo hace a través de las eficiencias de antena. La eficiencia de cada antena  $\epsilon_{ant,n}$  es la correspondiente al caso en el que se excita únicamente la antena  $n$ -ésima mientras que las demás se encuentran adaptadas. Es decir,

$$\epsilon_{ant,n} = 1 - \frac{\vec{a}_n^H \mathcal{S}^H \mathcal{S} \vec{a}_n}{\vec{a}_n^H \vec{a}_n} - \frac{P_{dis,n}}{\vec{a}_n^H \vec{a}_n} = 1 - \sum_{k=1}^N |\mathcal{S}_{kn}|^2 - \frac{P_{dis,n}}{|a_n|^2}, \quad (4.11)$$

asociada a cada antena  $n = 1, 2, \dots, N$ , siendo  $\vec{a}_n = [0, \dots, 0, a_n, 0, \dots, 0]^T$  el vector de excitación unitaria, y  $P_{dis,n}$  son las pérdidas óhmicas y dieléctricas existentes en el arreglo cuando sólo se excita a la antena  $n$ -ésima.



### 4.3. Influencia del uso de modelos simplificados

---

Las eficiencias de adaptación y de radiación de cada antena, pueden obtenerse a partir de las siguientes expresiones,

$$\epsilon_{adap,n} = 1 - \sum_{k=1}^N |\mathcal{S}_{kn}|^2; \quad \epsilon_{rad,n} = 1 - \frac{P_{dis,n}}{|a_n|^2 \epsilon_{adap,n}}. \quad (4.12)$$

Por lo que la cantidad  $1 - \epsilon_{adap,n}$  es la proporción relativa de potencia que es reflejada a través de los puertos de las antenas cuando la antena  $n$ -ésima está activa. Similarmente,  $1 - \epsilon_{rad,n}$  es la proporción de potencia que se pierde en forma de calor en materiales conductores y dieléctricos, en función de su geometría y conductividad finita cuando la antena  $n$ -ésima está activa.

### 4.3. Influencia del uso de modelos simplificados

La desventaja que implica considerar las diferencias en las propiedades de radiación de las antenas de un arreglo es la necesidad de calibrar y almacenar los patrones reales para poder controlar al arreglo de manera apropiada. Desde el punto de vista del procesamiento de señales, lo ideal es que los patrones fueran todos idénticos de forma tal que todos ellos presenten la misma amplitud para cada dirección espacial de interés, y que el desfase relativo se pueda describir únicamente a partir de su geometría. En esta condición es apropiado operar el arreglo mediante las técnicas de PA. En virtud de reducir la complejidad de las etapas de control en los receptores, en muchos casos se desprecian los efectos de la difracción y/o del acoplamiento mutuo. Para ciertas aplicaciones en donde la precisión no es un factor crucial, el desempeño obtenido mediante esta aproximación puede ser aceptable. Sin embargo, en aplicaciones en donde se requiere un buen nivel de precisión, dichas simplificaciones pueden llegar a tener un efecto significativo, limitando el correcto funcionamiento del receptor. A continuación, se realiza un análisis cuantitativo de los efectos que estas aproximaciones generan sobre el desempeño de un receptor para resolver NF, que es un ejemplo de aplicación que requiere gran nivel de precisión.

Teniendo en cuenta que se simplifica el comportamiento de las antenas activas mediante modelos que tienen en cuenta parcialmente los efectos EM indicados anteriormente, se comienza por evaluar la magnitud de las diferencias o errores de aproximación entre los diagramas de radiación. Se comparan los patrones de las antenas reales en relación a los casos en que se desprecian los efectos de la difracción EM o el acoplamiento mutuo para el caso de dos antenas de microtira RHCP separadas  $\lambda/3$ . En la siguiente ecuación se define el error en los RP's para los tres casos mencionados:

$$\Delta g_{A,n}(\theta, \phi) = g_n(\theta, \phi) - g_{A,n}(\theta, \phi); \quad n = 1, 2. \quad (4.13)$$

$$\Delta g_{AcA,n}(\theta, \phi) = g_n(\theta, \phi) - \sum_{m=1}^2 c_{nm} g_{A,m}(\theta, \phi); \quad n = 1, 2. \quad (4.14)$$

$$\Delta g_{IcA,n}(\theta, \phi) = g_n(\theta, \phi) - \sum_{m=1}^2 c_{nm} g_{I,m}(\theta, \phi); \quad n = 1, 2. \quad (4.15)$$

siendo  $g_n$  el diagrama de la antenna real del arreglo de la Fig. 4.7,  $g_{A,n}$  el correspondiente a la antenna aislada;  $g_{I,n}$  el diagrama de la antenna individual;  $\Delta g_{A,n}$ ,  $\Delta g_{AcA,n}$  y  $\Delta g_{IcA,n}$  los diagramas de error de aproximación según el modelo utilizado, y  $c_{nm}$  los coeficientes de acoplamiento que pueden tomar valores diferentes según sea el caso. Cabe aclarar que para la realización de este ejemplo dichos coeficientes son obtenidos por ajuste de mínimos cuadrados, (4.2), y podrían diferir de los resultados obtenidos por otros métodos.

En la Fig. 4.8 se presentan los resultados dados por (4.13), (4.14) y (4.15) para la antenna 1. El máximo de la escala de colores es el mismo que el de la Fig. 4.7 para facilitar la comparación relativa al patrón de radiación activo  $g_1$ . El modelo de la antenna aislada presenta diferencias relativas a la ganancia máxima de la antenna de aproximadamente  $\frac{\max |\Delta g_{A,1}|}{\max |g_1|} \lesssim 45\%$ . Si se incorpora el efecto del acoplamiento mutuo, se reduce el error de manera global y además se limitan sus valores a aproximadamente  $\frac{\max |\Delta g_{AcA,1}|}{\max |g_1|} \lesssim 14\%$ . Con el modelo *in-situ*, que además del acoplamiento mutuo tiene en cuenta la dispersión de campo ocasionada por la forma real del circuito, los errores son aproximadamente  $\frac{\max |\Delta g_{IcA,1}|}{\max |g_1|} \lesssim 1\%$ .

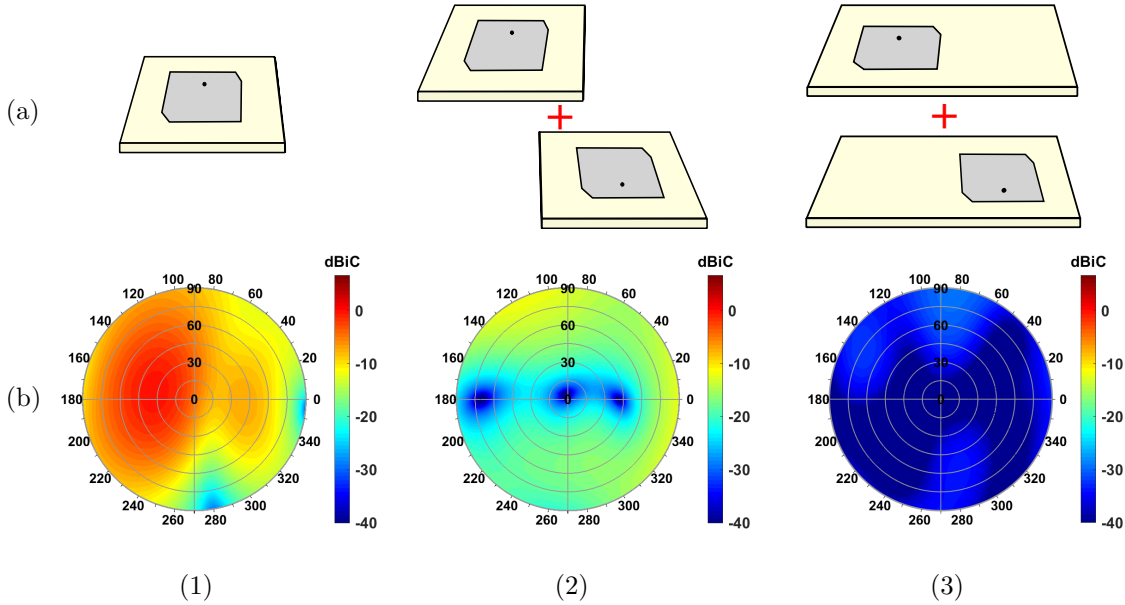


Fig. 4.8: Error absoluto de patrón aproximado de Ant. 1. (1)  $\Delta g_{A,1}$ : Antenas aisladas sin AM. (2)  $\Delta g_{AcA,1}$ : Antenas aisladas con AM; (3)  $\Delta g_{IcA,1}$ : Antenas individuales con AM.

Este análisis permite concluir que despreciar los efectos electromagnéticos existentes en antenas fuertemente acopladas, como las del ejemplo propuesto, puede conducir a errores de aproximación considerables. Para diseños de AA's con otra geometría, materiales e incluso que tengan mayor cantidad de elementos puede haber mayor influencia relativa de un efecto por sobre el otro. La influencia de estos errores de aproximación sobre el desempeño del arreglo es relevante si el nivel de precisión requerido para su correcto funcionamiento es alto. Las restricciones en términos de la precisión dependen de la aplicación en particular y las expectativas o necesidades a satisfacer.

### 4.3. Influencia del uso de modelos simplificados

Dos casos a mencionar a modo de ejemplo en los cuales el desempeño puede verse notablemente afectado son NF y estimación de DOA. La incertidumbre en los RP's afectan considerablemente el desempeño de estas técnicas, por lo que debe tenerse en cuenta con qué nivel de precisión queda limitado el cumplimiento del objetivo propuesto. Veremos a continuación, los resultados obtenidos al realizar NF empleando el mismo arreglo de dos antenas presentado anteriormente.

La restricción a cumplir por el arreglo de dos antenas para realizar NF es simple, consiste en definir un vector de combinación  $\mathbf{w}$  tal que la suma de las ganancias de antena en la dirección que se pretende anular  $(\theta_0, \phi_0)$  sea 0. Es decir,

$$g_{\text{NF}}(\theta, \phi) = \mathbf{w}^T \mathbf{g}(\theta, \phi); \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} +A/g_1(\theta_0, \phi_0) \\ -A/g_2(\theta_0, \phi_0) \end{bmatrix}; \quad A \text{ cte. t.q. } \|\mathbf{w}\|_2 = 1. \quad (4.16)$$

siendo  $g_{\text{NF}}$  el diagrama de radiación combinado luego de aplicar NF. A partir de lo anterior, y de las hipótesis simplificadoras enunciadas anteriormente, se deducen los vectores de combinación aproximados  $\mathbf{w}_A$ ,  $\mathbf{w}_{\text{AcA}}$  y  $\mathbf{w}_{\text{IcA}}$  normalizados para evitar la solución trivial y para facilitar la comparación entre ellos. Las siguientes ecuaciones expresan los diagramas de radiación combinados que pretenden anular la ganancia conjunta en dirección a  $(\theta_0, \phi_0)$ ,

$$g_{A,\text{NF}}(\theta, \phi) = \mathbf{w}_A^T \mathbf{g}(\theta, \phi); \quad \mathbf{w}_A = \begin{bmatrix} +Ae^{+ik\frac{\lambda}{4}\sin\theta_0\cos\phi_0} \\ -Ae^{-ik\frac{\lambda}{4}\sin\theta_0\cos\phi_0} \end{bmatrix}; \quad A \text{ cte. t.q. } \|\mathbf{w}_A\|_2 = 1. \quad (4.17)$$

$$g_{\text{AcA},\text{NF}}(\theta, \phi) = \mathbf{w}_{\text{AcA}}^T \mathbf{g}(\theta, \phi); \quad \mathbf{w}_{\text{AcA}}^T = A\mathbf{w}_A^T C^{-1}; \quad A \text{ cte. t.q. } \|\mathbf{w}_{\text{AcA}}\|_2 = 1. \quad (4.18)$$

$$g_{\text{IcA},\text{NF}}(\theta, \phi) = \mathbf{w}_{\text{IcA}}^T \mathbf{g}(\theta, \phi); \quad \mathbf{w}_{\text{IcA}} = \begin{bmatrix} +A/g_{\text{IcA},1}(\theta_0, \phi_0) \\ -A/g_{\text{IcA},2}(\theta_0, \phi_0) \end{bmatrix}; \quad A \text{ cte. t.q. } \|\mathbf{w}_{\text{IcA}}\|_2 = 1. \quad (4.19)$$

siendo  $g_{A,\text{NF}}$ ,  $g_{\text{AcA},\text{NF}}$  y  $g_{\text{IcA},\text{NF}}$  los diagramas combinados mediante NF, y  $C$  la matriz de coeficientes de acoplamiento.

La representación gráfica de los diagramas de conformación de haz nos permite observar la forma que adquiere el patrón combinado para el caso particular en que se anula la ganancia en dirección a  $(\theta_0, \phi_0)$ . Sólo nos interesa comparar las diferencias que se obtienen para esta dirección en particular, mientras que el resto de las orientaciones no son de interés por lo que no se relevará la forma del RP conformado para el resto de las DOA's. Por otro lado, el caso único en el que se realiza NF en una dirección específica tampoco es representativo del desempeño global. Resulta de interés comprobar la respuesta cuando se pretenden cancelar otras orientaciones espaciales, pero sería impráctico realizar un gráfico diferente por cada DOA. De modo que en la Fig. 4.9 se presentan gráficos de  $g_{A,\text{NF}}(\theta_0, \phi_0)$ ,  $g_{\text{AcA},\text{NF}}(\theta_0, \phi_0)$  y  $g_{\text{IcA},\text{NF}}(\theta_0, \phi_0)$  en función de la DOA de interés  $(\theta_0, \phi_0)$ . Cada punto observado en las gráficas representa la ganancia resultante de NF en la dirección que justamente se pretende anular  $(\theta_0, \phi_0)$ , barriendo dicha dirección para todos los puntos que podría tomar sobre el hemisferio. De esta forma, la información presentada en las gráficas representa la habilidad para conformar un nulo de ganancia para cada uno de los puntos del espacio en función del modelo utilizado. Estos gráficos están muy relacionados con los resultados de la Fig. 4.8, debido a que la calidad de las aproximaciones a los diagramas de



#### 4.4. Conclusiones

---

de estructuras más complejas y/o con mayor cantidad de elementos. Además, el concepto de modelo *in-situ* en un sentido más amplio también debe incluir el entorno en el cual finalmente encontrará instalado el arreglo, ya que la estructura sobre la cual va montado, o los objetos u obstáculos que se encuentren presentes a su alrededor podrían ser un gran factor de influencia sobre la respuesta final del mismo.



## 5 Compensación de Características de Radiación en AA's

La compensación del acoplamiento en AA's tiene dos posibles objetivos no necesariamente disjuntos [56, 69, 70]. Desacoplar para maximizar la eficiencia del arreglo, evitando en la medida de lo posible las ondas reflejadas en los puertos de antenas. Y por otro lado, desacoplar para lograr compensar las diferencias existentes en las propiedades de radiación de los elementos del arreglo, logrando obtener un diagrama de radiación lo más similar posible para todos ellos. Ambos casos se pueden abordar mediante metodologías diferentes. Para proveer una solución desde el punto de vista energético, se suele adoptar un desarrollo a nivel de hardware basado en redes de adaptación y desacoplamiento en la etapa de RF que ayuden a reducir las pérdidas existentes en las redes multipuerto, como es el caso de un AA [68, 71]. En cuanto a las características de radiación, se podrían modificar tanto con técnicas analógicas como digitales, aunque el primer caso genera cambios en los parámetros de dispersión por lo que podría repercutir en la eficiencia de radiación. A nivel de software se evita este inconveniente y se obtiene una mayor flexibilidad debido a que es posible reconfigurar el arreglo de forma mucho más simple [72, 73]. En el presente Capítulo nos enfocaremos en la compensación de los diagramas de radiación mediante técnicas de procesamiento digital.

Se han desarrollado múltiples métodos para construir matrices de desacoplamiento con el objetivo de traducir los parámetros eléctricos vistos a través de los puertos de antenas acopladas en los que se obtendrían si las mismas estuvieran desacopladas [56, 70, 74], muchos de ellos con el objetivo de continuar empleando la teoría clásica de PA. Uno de los esquemas tradicionales consiste en intentar compensar para conseguir el desempeño de un modelo de antena única, tal como el desempeño de la propia antena estando aislada, o el promedio de las respuestas reales [61, 75]. Tal como se ha demostrado en el Capítulo 4, esta propuesta funciona apropiadamente para antenas con bajo nivel de difracción electromagnética como los dipolos, pero en antenas de microtira y otros tipos de antenas de estructura compleja no siempre se consiguen aproximaciones suficientemente precisas [59]. Aceptando que el objetivo propuesto conduce a una aproximación, en el Capítulo 6 de [72] se propone transformar el comportamiento de un arreglo sobre un determinado sector acotado del espacio de radiación, permitiendo así compensar pero con la posibilidad de regular la relación de compromiso entre complejidad de implementación y niveles de error de compensación. El mismo consiste en hallar la matriz de desacoplamiento que logre conseguir el comportamiento de un conjunto de antenas isotrópicas ideales en un dado sector de interés, correspondiente a la región espacial de donde provienen las señales en un determinado momento. Desde el punto de vista del funcionamiento de un receptor, para implementar esta

técnica se requiere calcular y almacenar un conjunto de matrices de compensación para sectores predefinidos, o disponer de la información de los diagramas de radiación de cada elemento y calcular la correspondiente matriz de compensación en tiempo real. En arreglos de pocas antenas, en principio ambas propuestas son viables pero esto puede variar en función de la capacidad de almacenamiento disponible. El problema de las matrices predefinidas radica en la posibilidad de que incidan múltiples señales en un mismo momento provenientes de DOA's diferentes y de sectores distintos. En GNSS, la detección de las señales de satélites no es un problema porque cada una de ellas se procesa por separado, pero cobra importancia en el caso de existir interferencias y/o multicamino. Por lo tanto, la capacidad de reconfiguración "a bordo" no es un detalle menor si se aplica una compensación por sectores.

El objetivo en este Capítulo es analizar el desempeño de un arreglo de antenas acopladas frente a distintas condiciones de compensación. El AA utilizado como ejemplo ha sido implementado, por lo que el análisis llevado a cabo por simulación es validado con los resultados obtenidos en forma experimental. A fin de simplificar el análisis, la calidad de la aproximación es cuantificada a partir del haz de radiación conformado mediante una técnica de NF determinística. Para ello, se definen sectores de compensación en función de las direcciones de procedencia de las señales de interés existentes. El planteo de una compensación para sectores no necesariamente contiguos no es analizado en [72], pero sí lo es en el presente Capítulo. En relación al tamaño de los sectores, mientras más chicos sean, mayor debe ser la precisión con la que se conoce la dirección de procedencia de las señales de interés para que no queden por fuera del sector espacial compensado. En el caso extremo en que el tamaño de los sectores tienda a cero, se llega a la situación límite en el que se debe realizar una compensación puntual, sólo de las DOA's desde donde provienen las señales de interés. En dicho caso, se consigue gran nivel de precisión en la compensación bajo la suposición de que las DOA's y la información disponible de los diagramas de radiación se conocen con suficiente nivel de detalle. En [72] no se considera la propuesta de una compensación puntual, pero sí ha sido desarrollado en [2] y se utilizará a los fines del análisis comparativo en este Capítulo.

## 5.1. Esquemas de compensación

Consideremos un conjunto de  $N$  antenas estructuralmente idénticas conformando un arreglo. En notación matricial se tiene el vector de señales recibidas,

$$\mathbf{x} = H \mathbf{y} + \mathbf{e}, \quad (5.1)$$

donde  $H = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_J]$ ,  $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_J]^T$ , y  $J$  la cantidad de fuentes de señal incidentes.

La compensación pretende modificar numéricamente la estructura de la matriz  $H$  por medio de una matriz de transformación  $[W]_{N \times N}$ , que produzca un comportamiento equivalente al que podría resultar con un AA ideal de respuesta idéntica en las  $J$  direcciones de interés, es decir  $\tilde{H} = [\tilde{\mathbf{h}}_1 \ \tilde{\mathbf{h}}_2 \ \dots \ \tilde{\mathbf{h}}_J]$ . Expresamente,  $W$  debe ser tal que:



## 5.1. Esquemas de compensación

$$W\mathbf{x} = W[H\mathbf{y} + \mathbf{e}] = \tilde{H}\mathbf{y} + W\mathbf{e} = \tilde{H}\mathbf{y} + \tilde{\mathbf{e}} = \tilde{\mathbf{x}}. \quad (5.2)$$

En consecuencia, se espera que el vector de señales deseadas  $\mathbf{y}$  quede pesado únicamente por una matriz  $\tilde{H}$ , cuyo comportamiento esperamos que pueda ser descrito en base a la distribución espacial de los elementos del arreglo, es decir, sólo de su geometría. Por otro lado, el vector de ruido  $\mathbf{e}$  de  $N$  variables aleatorias puede suponerse como ruido aditivo circularmente Gaussiano. En ese caso sus elementos son independientes entre sí y respecto a las señales de interés, e idénticamente distribuidos (IID). Al aplicar la matriz de transformación, la nueva variable aleatoria vectorial de ruido  $\tilde{\mathbf{e}}$  sigue teniendo distribución normal compleja, pero los canales ya no necesariamente son independientes entre sí, ni tampoco preservan la condición de estar idénticamente distribuidos. Esto es considerado una desventaja ya que la condición IID es requerida por muchas técnicas de procesamiento espacial con arreglos de sensores. Este tema será retomado nuevamente en el próximo Capítulo de esta tesis.

En la Fig. 5.1 se presenta un esquema representativo de la propuesta de compensación. Se tiene un cierto AA junto con sus siguientes etapas de RF. En un caso ideal, las etapas de cabezal de RF y conversores A/D son idénticas y poseen la misma función de transferencia, pero teniendo en cuenta que puedan diferir entre ellas, su efecto podría incluirse dentro de la matriz  $H$  como un factor de escala adicional, ya que no presentan una dependencia a la DOA por la cual arriban las señales.

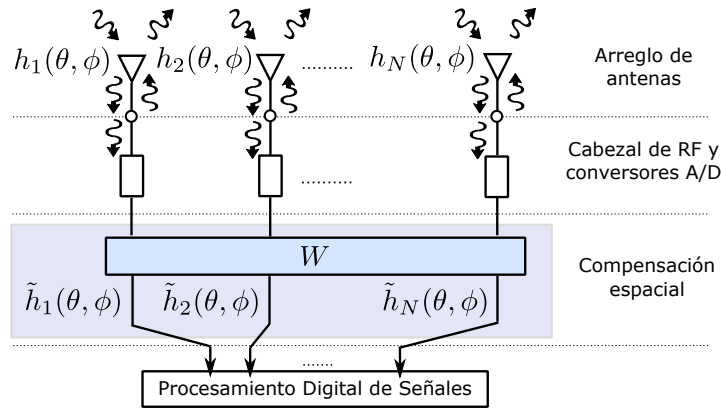


Fig. 5.1: Esquema de compensación

### 5.1.1. Compensación sectorial

En [72] se define una técnica de pre-procesamiento que transforma la respuesta real del AA en la que sería producida por un arreglo ideal de antenas con comportamiento idéntico en una región espacial de radiación determinada. Dicha transformación requiere de la definición de sectores correspondientes a las regiones espaciales donde la transformación es válida. La cantidad de sectores y sus tamaños son definidos por el usuario, y según la configuración dada se obtiene una

## 5. Compensación de Características de Radiación en AA's

matriz de transformación diferente. Los vectores de calibración que se utilizan para conseguir la matriz de compensación correspondiente son agrupados en matrices  $H = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_P]$  y  $\mathring{H} = [\mathring{\mathbf{h}}_1, \mathring{\mathbf{h}}_2, \dots, \mathring{\mathbf{h}}_P]$ , siendo  $P$  la cantidad de puntos de calibración seleccionados dentro del sector espacial a compensar, y  $\mathring{\mathbf{h}}_p$  con  $p = 1, \dots, P$  el vector de respuesta del arreglo ideal que se pretende conseguir. Ambas matrices están relacionadas mediante la siguiente ecuación,

$$\mathring{H} \approx \tilde{H} = W_{CS}H, \quad (5.3)$$

donde la transformación  $W_{CS}$  consigue aproximar  $\mathring{H}$  con  $\tilde{H}$ , y la igualdad sólo se obtiene si la compensación es exacta. La matriz de transformación corresponde a la solución de mínimos cuadrados (LMS) que está dada por,

$$W_{CS} = \mathring{H}H^H(HH^H)^{-1}. \quad (5.4)$$

donde el supraíndice  $H$  es la transpuesta hermítica. La condición necesaria a cumplir para que exista una solución válida es que  $P \geq N$ . La cantidad de puntos definidos dentro de un sector no necesariamente está ligado a su tamaño. El balance está determinado en función de la información de calibración disponible y la precisión con la que se espera poder compensar el sector de interés.

En [72] se propone que el vector de respuestas ideales sea el correspondiente a antenas isotrópicas separadas a  $\lambda/2$ . Sólo bajo ciertas condiciones podría alcanzarse dicho objetivo con buena precisión en la aproximación, y sin que eso implique trabajar con una matriz muy mal condicionada o que altere notablemente las propiedades estadísticas de las señales. Para el desarrollo del presente Capítulo, se utiliza una variante del método previo de manera que la transformación resulte más natural y que las comparaciones con el método propuesto en [2] resulten más justas. Además, este análisis tiene continuidad con el desarrollo de los próximos Capítulos de esta tesis.

### 5.1.2. Compensación puntual

Si se establece que las DOA's seleccionadas para la calibración sean únicamente las correspondientes a las señales de interés,  $P = J$ , y además se cumple la condición  $P \leq N$ , entonces se puede desarrollar una compensación puntual que verifica  $\mathring{H} = \tilde{H}$ . Por ende, la ventaja es la posibilidad de obtener una compensación exacta, pero como requisito el receptor debe conocer en forma precisa el desempeño del AA,  $H$ , y las DOA's de toda onda incidente de interés en todo momento. La solución a este problema es única para el caso  $N = P$ , pero en caso de querer emplear el método para  $P < N$  debe utilizarse algún criterio para elegir cuál de las posibles soluciones adoptar. Lo habitual para este tipo de problemas sub-dimensionados consiste en la solución de mínima norma y está dada por la matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose [76]:

$$W_{CP} = \mathring{H}H^\# \quad (5.5)$$

donde  $\#$  denota la pseudo-inversa de Moore-Penrose. Siendo  $H \in \mathbb{C}^{N \times P}$  una matriz de rango  $r\{H\} = P$  dado que  $P \leq N$ , entonces su pseudo-inversa es  $H^\# = (H^H H)^{-1} H^H$ .

Por la forma en que se calcula la matriz de compensación, la misma no necesariamente es de rango completo, y en tal caso se logra realizar la compensación pero también se reducen las

## 5.2. Diseño del arreglo

dimensiones del subespacio de señal. Es decir que se reduce la cantidad de patrones de antenas equivalentes linealmente independientes respecto de lo que inicialmente se dispone, y esa cantidad es igual a  $P$ . Es decir, a partir de (5.5):

$$r\{W_{CP}\} = \min(r\{\hat{H}\}, r\{H^\# \}) = P \leq N \quad (5.6)$$

## 5.2. Diseño del arreglo

### 5.2.1. AA real

Al igual que el diseño presentado en el Capítulo previo, las antenas del presente arreglo poseen alimentación simple tipo coaxial y utilizan un sustrato de material RT/duroid 6002 [65]. En la Fig. 5.2 se presenta el modelo del arreglo con sus parámetros más relevantes indicados en la imagen. La geometría asignada a las antenas permite que se encuentren adaptadas para la banda L1 tanto de GPS como de GLONASS y la banda E1 de Galileo, lo cual le otorga mayor versatilidad al diseño.

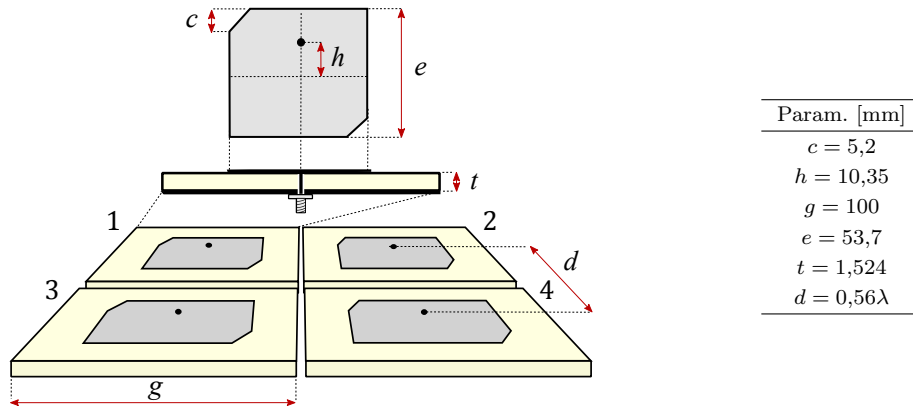


Fig. 5.2: Antena de microtira y arreglo plano de cuatro elementos.

La distancia propuesta para la separación entre antenas se debe a la restricción física que imponen las dimensiones de las mismas al estar construidas en placas separadas. Idealmente se habría utilizado una separación de  $\lambda/2$ , a fin de poder realizar la conformación de haz de manera no ambigua. Según el vector de steering, con una separación de  $d = 0,56\lambda$  existe ambigüedad de fase para elevaciones mayores a  $\theta > \arcsin(\pi/(2\pi d/\lambda)) = 63^\circ$ . Cada antena está construida con un sustrato y un plano de tierra propios, pero a su vez el conjunto se halla montado sobre una superficie metálica de tamaño  $60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$  que actúa como soporte del arreglo. Dado que la proximidad entre las antenas es reducida, y que el entorno relativo en el que se encuentra cada una es diferente de las demás, sus desempeños reales presentan diferencias notables. La Fig. 5.3 presenta los RP's, incluyendo la magnitud y fase de la ganancia realizada, para ilustrar las

## 5. Compensación de Características de Radiación en AA's

diferencias de desempeño entre ellas. Se debe recordar que la fase está tomada desde el centro geométrico del arreglo. Por otro lado, en la Fig. 5.4 se muestra la relación axial de cada antenna, donde se observa que la pureza de polarización circular es muy pobre. Esto se debe a que la frecuencia de resonancia de las antenas se encuentra centrada en 1590 MHz, de forma tal que con un ancho de banda amplio -aproximadamente 40 MHz- se logre cubrir el espectro de señales de GPS y GLONASS. En consecuencia, si bien la relación axial es buena en 1590 MHz, hacia los extremos del ancho de banda la polarización se degrada considerablemente.

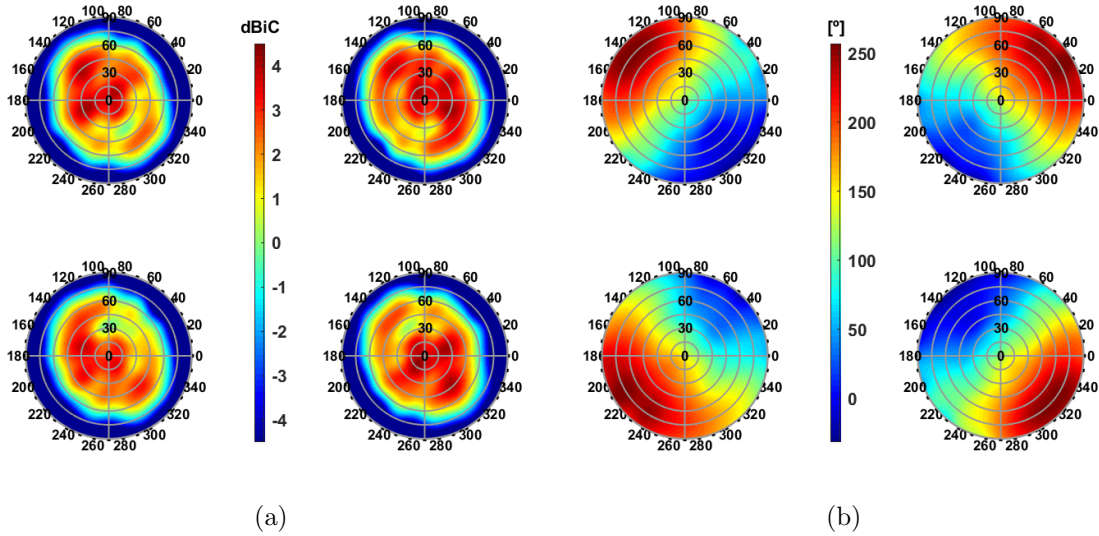


Fig. 5.3: Ganancia realizada RHCP a  $f = 1575,42$  MHz de antenas reales en (a) módulo  $|h_n(\theta, \phi)|$  y (b) fase  $\angle h_n(\theta, \phi)$ , para  $n = 1, \dots, 4$ .

### 5.2.2. AA ideal

La propuesta de arreglo ideal es la más intuitiva y consiste en la respuesta de una antenna única aislada del resto y con la configuración indicada en la Fig. 5.2. Por lo tanto, se asumen cuatro antenas ideales de comportamiento idéntico a la antenna aislada y dispuestas en la misma geometría que la estructura original. En la Fig. 5.5 se muestran los diagramas correspondientes a este arreglo ideal.

## 5.3. Implementación y validación

El arreglo fue implementado y utilizado para la realización de validaciones experimentales. Como primer ensayo, se analizan los parámetros de dispersión simulados y medidos, los cuales se presentan en la Fig. 5.6. Puede observarse el rango de frecuencias para el que cada antenna se encuentra adaptada, y se resalta la adaptación para la banda L1 de GPS ya que es la que se va a

### 5.3. Implementación y validación

---

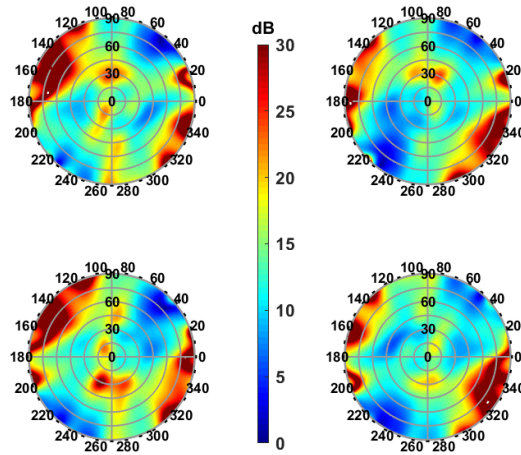


Fig. 5.4: Relación axial a  $f = 1575,42$  MHz de antenas reales,  $AR_n(\theta, \phi)$ , para  $n = 1, \dots, 4$ .

utilizar. Más allá de algunas diferencias, los resultados indican un buen nivel de correspondencia entre simulación y datos experimentales.

En la Fig. 5.7 se presentan las antenas implementadas, dispuestas en arreglo y montadas sobre el soporte cuadrado metálico. Con el mismo se realizó una campaña de adquisición de datos el 7 de Mayo de 2015 a las 14:49hs, y tuvo lugar en la terraza del Departamento de Electrotecnia de la Facultad de Ingeniería, UNLP, como también se observa en la Fig. 5.7. El ensayo fue realizado con un receptor experimental multi-antena GNSS desarrollado por nuestro grupo de trabajo, cuya arquitectura está basada en el receptor presentado en [77]. Las señales de cada antena son recuperadas luego de pasar por las etapas de RF, y ser muestreadas a frecuencia intermedia  $f_{IF}$ . Para la adquisición de los datos se utilizó un sistema cuya arquitectura de diseño está basada en [78]. El hardware asociado se compone de ADC's y un arreglo de compuertas lógicas programables. Las características que describen la configuración del receptor experimental se resumen a continuación,

- Oscilador local: 1545 MHz.
- Oscilador de cristal controlado por horno (OCXO) de 10 MHz.
- Frecuencia intermedia:  $f_{IF} = 30,42$  MHz.
- Frecuencia de muestreo:  $f_m = 20$  MHz.
- Ancho de banda:  $B = 12$  MHz.
- Cuantización: 2 bits por canal.
- Número de muestras registradas: 400000.

Las muestras fueron procesadas posteriormente en una computadora, donde se efectuó la sincronización con las señales GPS. Al momento del ensayo, 5 satélites se encontraban presentes

## 5. Compensación de Características de Radiación en AA's

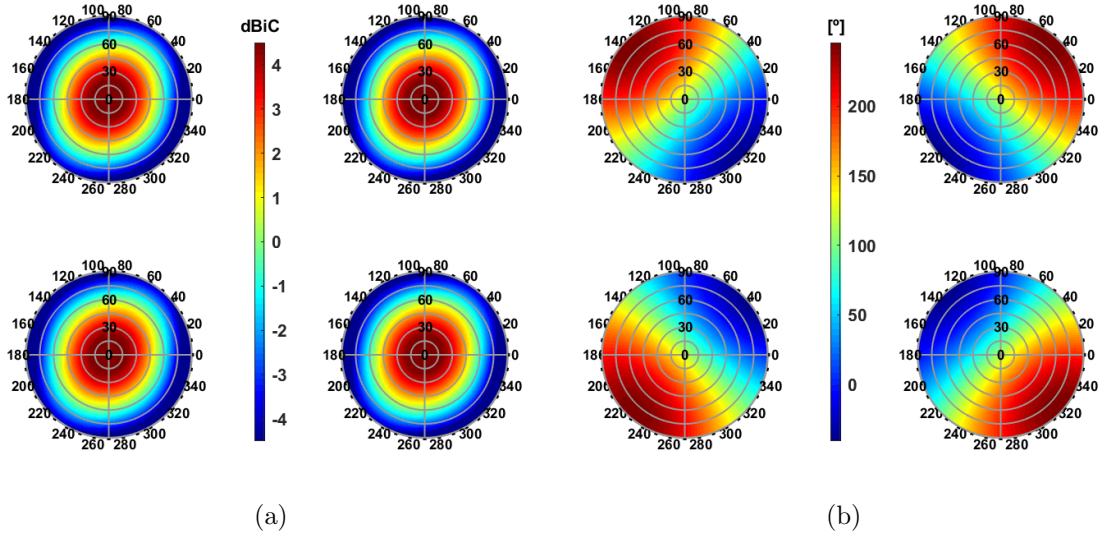


Fig. 5.5: Ganancia realizada RHCP de antenas ideales en (a) módulo  $|\hat{h}_n(\theta, \phi)|$  y (b) fase  $\angle \hat{h}_n(\theta, \phi)$ , para  $n = 1, \dots, 4$ .

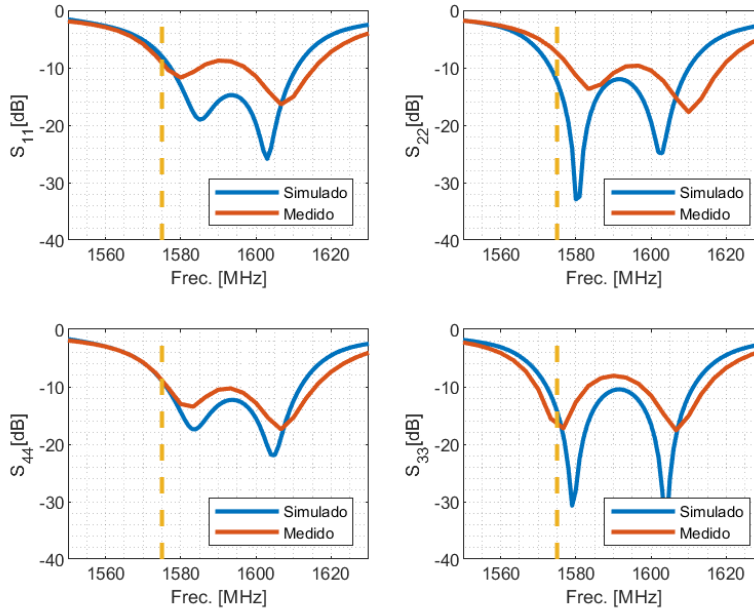


Fig. 5.6: Parámetros de dispersión  $\mathcal{S}$  medidos y simulados.

por encima de la máscara de elevación  $\theta_c$ , la cual no se define a partir del zenith sino desde el horizonte,  $\theta_c = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$ . Dicho valor ha sido seleccionado de tal manera que nos permita

### 5.3. Implementación y validación

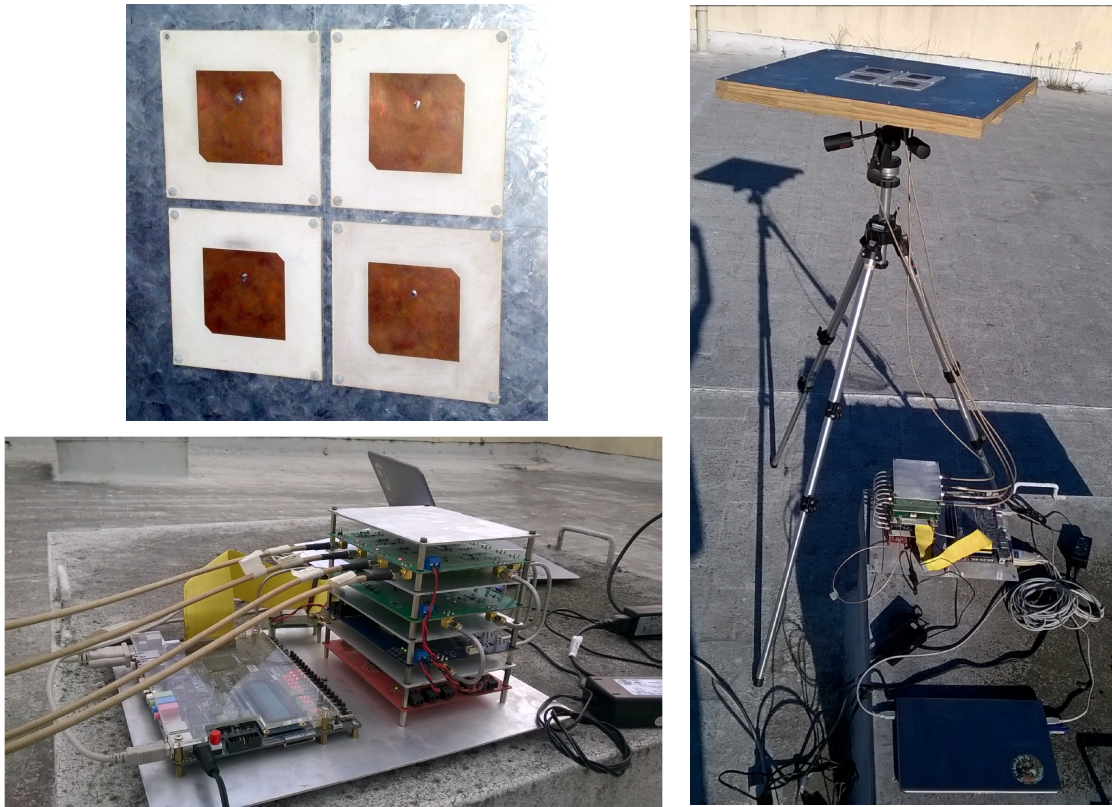


Fig. 5.7: Campaña de medición con el AA.

mantenernos en la zona donde no hay ambigüedad con este arreglo. Los satélites detectados, numerados según sus Números de Vehículo Espacial (SVN's), fueron 4, 14, 19, 22, y 32. Para corroborar la validez de los datos disponibles por simulación de las respuestas de antenas, se realizó la estimación de las DOA's empleando el algoritmo MUSIC [79]. El método se basa en la obtención de un estimado de la DOA mediante una búsqueda exhaustiva del vector de respuesta que es ortogonal o casi ortogonal al sub-espacio de ruido. Dado que las señales GPS usan DSSS y CDMA, las mismas están inmersas por debajo del nivel de potencia de ruido, por lo que sin decodificar son indetectables. En consecuencia, las estimaciones pueden hacerse detectando un satélite por vez, ya que el resto contribuye únicamente a incrementar levemente el nivel de densidad de potencia de ruido [11]. En la Fig. 5.8 se presenta un gráfico polar que indica la ubicación real de los satélites obtenidas a partir de las efemérides precisas (versiones más ajustadas de los datos de navegación provistos por los satélites), y sus correspondientes estimaciones a partir de los datos adquiridos. Éstas se realizaron empleando tanto las mediciones de señales como la información disponible por simulación de las características de radiación de las antenas. Los resultados dan cuenta de una buena correspondencia entre las estimaciones y las DOA's reales. Las desviaciones existentes pueden deberse a distintos factores, entre ellos ciertas diferencias entre

## 5. Compensación de Características de Radiación en AA's

simulación y el arreglo implementado, el nivel de ruido de antenas, e incluso cierta influencia de multicamino ya que la pureza de polarización de las antenas es bastante pobre. Aún así, puede notarse que estos efectos son relativamente leves ya que los resultados obtenidos son consistentes con la realidad y de precisión aceptable.

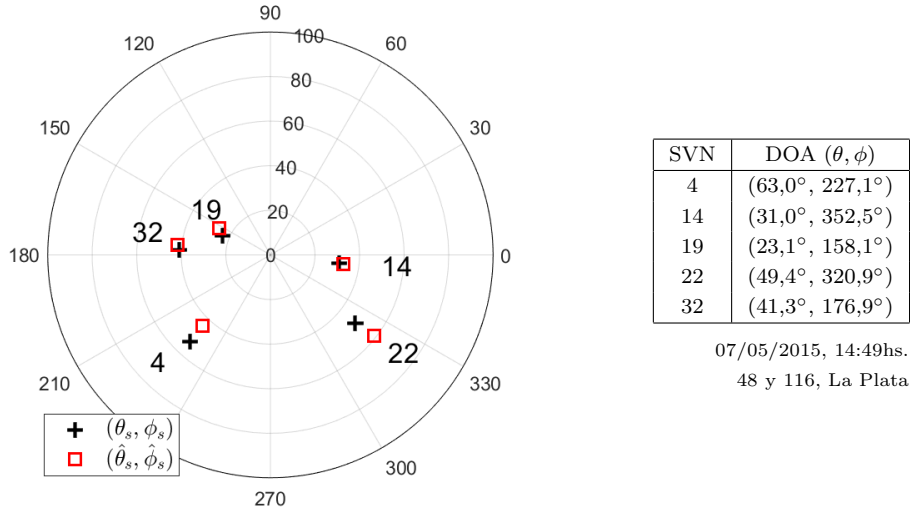


Fig. 5.8: Constelación de satélites en vista. DOAs obtenidas por efemérides precisas y por estimación local con el AA.

Dados los buenos resultados obtenidos con esta verificación inicial, podemos asumir que es coherente continuar trabajando con estas señales experimentales para los próximos análisis. A continuación, se compara el desempeño de los esquemas de compensación en términos de BF/NF.

### 5.3.1. Ensayos con compensación sectorial

El primer ensayo que se realiza es BF para dirigir el haz de radiación del arreglo a cada una de las DOA's de los satélites y así maximizar la relación potencia de portadora a densidad de potencia de ruido ( $C/N_0$ ). Particularmente, se compara el desempeño del arreglo sin compensar contra la compensación sectorial al dirigir el haz de radiación en dirección al satélite SVN19. Según el modelo PA, el proceso de conformación de haz se realiza simplemente combinando en fase las señales de antena, por lo que únicamente es necesario conocer las DOA's de los satélites y la ubicación de las antenas. El vector de coeficientes  $\mathbf{w}$  para la conformación de haz con el modelo PA resulta,

$$\mathbf{w} = \mathbf{s}_0^* \quad (5.7)$$

siendo  $\mathbf{s}_0$  el vector de steering (de acuerdo a la definición en dada en (2.75)) en dirección al satélite deseado (SVN19), y el supraíndice \* indica el operador de complejo conjugado. En consecuencia, los diagramas de radiación conformados sin realizar compensación, y con una compensación sectorial resultan,



### 5.3. Implementación y validación

---

$$g_{SC,BF}(\theta, \phi) = \mathbf{w}_{SC}^T \mathbf{g}(\theta, \phi); \quad \mathbf{w}_{SC}^T = A \mathbf{w}^T; \quad A \text{ cte. t.q. } \|\mathbf{w}\|_2 = 1. \quad (5.8)$$

$$g_{CS,BF}(\theta, \phi) = \mathbf{w}_{CS}^T \mathbf{g}(\theta, \phi); \quad \mathbf{w}_{CS}^T = A \mathbf{w}^T W_{CS}; \quad A \text{ cte. t.q. } \|\mathbf{w}\|_2 = 1. \quad (5.9)$$

Desde el punto de vista de la simulación, se estima que el nivel de  $C/N_0$  disponible para la señal de cada satélite es de 40 dB-Hz, que puede ser considerado como una aproximación al valor típico promedio. Luego de realizar BF se calcula la potencia resultante que se transfiere al receptor. En relación a este método de compensación, como el tamaño de los sectores puede elegirse a gusto, se realiza una comparación de  $C/N_0$  del satélite en vista en función de dicho tamaño. Para este ejemplo, el sector se define como la región centrada en la DOA del satélite, que comprende el ángulo sólido cuyos rangos angulares están definidos por  $\Delta\Theta$  y  $\Delta\Phi$ , pero en todo momento se restringe a que  $\Delta\Theta = \Delta\Phi/4$  para mantener una proporción fija en las dimensiones del sector. El conjunto de puntos de calibración dentro de dicho sector mantiene un paso de discretización de  $1^\circ$  en ambos ejes independientemente de su tamaño. Para el análisis comparativo, éste último se modifica gradualmente de manera tal que cuando  $\Delta\Theta = 90^\circ$  se cubre todo el hemisferio superior con  $P = 90 \cdot 360 = 32\,400$  puntos, y cuando  $\Delta\Theta = 1^\circ$  se alcanza el límite inferior de  $P = N = 4$  puntos. En la Fig. 5.9 se muestra la representación del sector de compensación, y el desempeño del arreglo según su tamaño con resultados simulados y estimados a partir de las mediciones. Se puede notar que para un sector de compensación relativamente grande, no se logra una mejora sustancial en relación al desempeño sin compensación. Esto se debe a que no se trata de una aplicación que requiera gran nivel de precisión de las respuestas de antenas. Por otro lado, para un sector de tamaño reducido, el método genera una degradación de la relación  $C/N_0$  en comparación a no compensar. A medida que se achica el sector, se logra uniformizar cada vez más el comportamiento de las antenas en el interior del ángulo sólido, pero a costa de utilizar una matriz de transformación que para conseguir la misma ganancia de potencia de señal, incrementa el nivel de ruido. Este efecto secundario es indeseado en estas circunstancias, y se debe a la estructura que adquiere la matriz de transformación en estas condiciones. Resultados similares se han obtenido con el resto de los satélites.

Si consideramos el caso de recuperar la señal deseada cuando el arreglo debe además eliminar una interferencia, la precisión de la compensación cobra mayor importancia. Para el experimento propuesto, se supone la presencia de una onda interferente ficticia representada por uno de los satélites GPS previamente detectados. Por lo tanto, el proceso consiste en verificar la habilidad del arreglo para mitigar la fuente de interferencia a la vez que dirige el haz de radiación en la DOA de la señal deseada. Si se cumple el objetivo, la potencia de la señal del satélite llamado “interferente” debe ser mucho menor que la del satélite deseado. Luego de realizar NF, se intenta detectar la existencia de las señales y su  $C/N_0$ . Al igual que antes, para las simulaciones se considera que el nivel de  $C/N_0$  disponible de señal de cada satélite y es igual a 40 dB-Hz. Luego de realizar NF se calcula la potencia resultante en la señal GPS detectada. Desde el punto de vista de las estimaciones con datos medidos, se define un umbral de detección para el algoritmo utilizado [80] de aproximadamente 32 dB-Hz, por lo que cada satélite sólo se puede detectar si su potencia supera dicho margen.

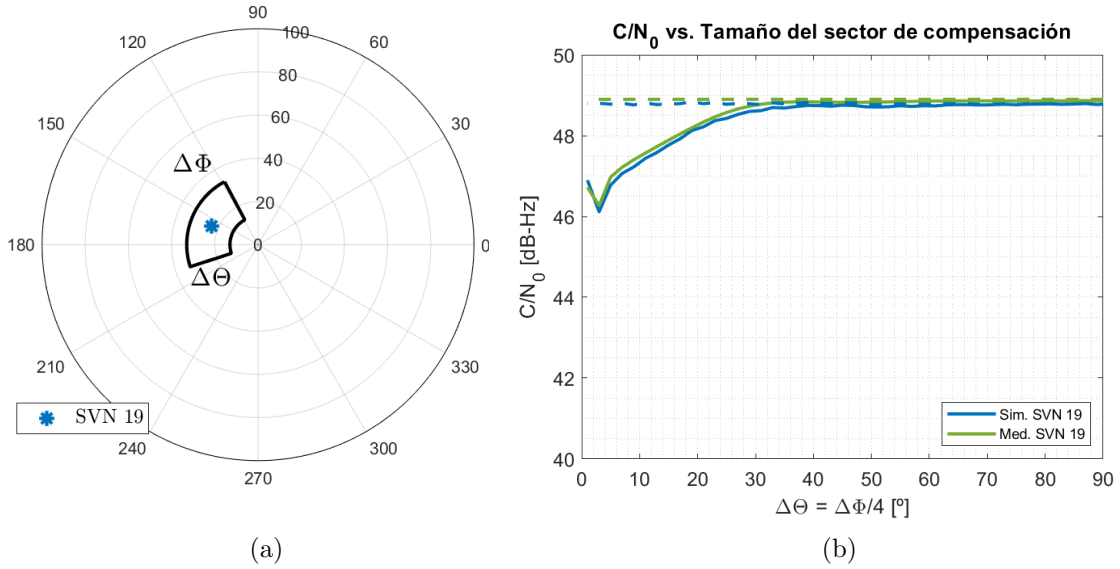


Fig. 5.9: (a) Región de compensación. (b) BF dirigido al satélite SVN19, con compensación sectorial (línea continua), y sin compensación (línea segmentada).

Se presenta a continuación el caso en el que se pretende anular el SVN32 mientras que se espera recuperar la señal del SVN19. En este caso, se realiza una comparación similar a la anterior en relación al tamaño de los sectores. Aunque en este caso existen dos DOA's de interés, por lo tanto se define un sector compuesto por dos regiones centradas en cada satélite, cuyos tamaños están definidos por  $\Delta\Theta$  y  $\Delta\Phi$ , con  $\Delta\Theta = \Delta\Phi/4$ . La reducción o incremento de  $\Delta\Theta$  y  $\Delta\Phi$  modifica en simultáneo ambas regiones, y al igual que antes cambia la cantidad de puntos de calibración utilizados. La conformación de haz para NF se realiza mediante el método Orthogonal Projection Beamforming (OPB), el cual sólo hace uso de las DOA's involucradas [8]. El vector de coeficientes de OPB con el modelo PA resulta,

$$\mathbf{w} = [I_N - S_I^*(S_I^T S_I^*)^{-1} S_I^T] \mathbf{s}_0^*. \quad (5.10)$$

siendo  $S_I = [\mathbf{s}_1 \ \mathbf{s}_2 \ \dots \ \mathbf{s}_P]$  una matriz de vectores de steering definida a partir de las DOAs de las señales indeseadas, que para este caso es una sola. Los diagramas de radiación combinados se calculan de la misma forma que indican las ecuaciones (5.8) y (5.9).

Los resultados se presentan en la Fig. 5.10, donde el desempeño del caso sin compensar y de la compensación sectorial se pueden comparar en relación al tamaño del sector. Si no se aplica una compensación, el SVN 32 sigue siendo detectable, y la atenuación alcanzada es de aproximadamente 15 dB para la simulación y 6 dB para la estimación. En un caso real, si dicho nivel de atenuación no resulta suficiente, la interferencia podría bloquear el correcto funcionamiento del receptor. Como era de esperar, el nivel de atenuación alcanzado va acompañado a la reducción del tamaño de los sectores. Para la señal que se pretende recuperar, se observa un comportamiento similar al caso anterior a medida que se va reduciendo el tamaño del sector. Los resultados

### 5.3. Implementación y validación

medidos y simulados presentan una muy buena correspondencia. Las diferencias pueden deberse a discrepancias del modelo simulado con con el efectivamente obtenido con el arreglo construido. Realizando ensayos con los demás satélites pudieron obtenerse conclusiones similares.

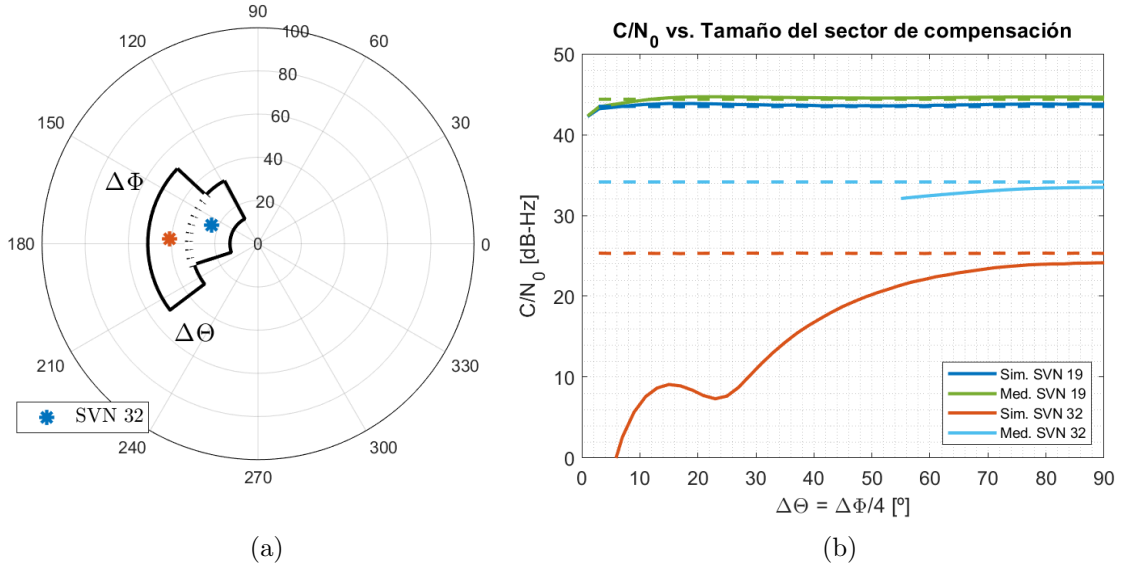


Fig. 5.10: (a) Región de compensación. (b) NF para cancelar la señal de SVN32 y recuperar la señal de SVN19, con compensación sectorial (líneas continuas), y sin compensación (líneas segmentadas).

Uno de los factores a tener en cuenta una vez definido el tamaño del sector de compensación, es la posibilidad de que exista un cierto nivel de incertidumbre en la localización de la DOA de una interferencia. Por lo tanto, el siguiente análisis comparativo consiste en evaluar el desempeño del arreglo al aplicar NF en función de un corrimiento en la DOA de la señal a anular. En este ensayo, el tamaño de los sectores se mantiene fijo en  $\Delta\Theta = \Delta\Phi/4 = 30^\circ$  y con sectores centrados en las direcciones verdaderas de la señal deseada y de la indeseada. La DOA de la señal interferente es  $(\theta_I, \phi_I)$ , pero el receptor tiene un cierto grado de incertidumbre en relación a su ubicación que puede acotarse al rango  $\theta_I \pm \Delta\theta_I$  y  $\phi_I \pm \Delta\phi_I$ . Por lo tanto, se evalúa el resultado de aplicar NF en un posible punto de la región dada. Se establece que la señal deseada es siempre la del SVN19, mientras que se pretende cancelar cada uno de los demás satélites. De forma independiente, se plantean cuatro situaciones diferentes utilizando los SVN 4, 14, 22 o 32. Los resultados se presentan en la Fig. 5.11, donde el desempeño del caso sin compensar y de la compensación sectorial se pueden comparar en relación a  $\Delta\theta_I$  y  $\Delta\phi_I$ . Los resultados obtenidos a partir de datos simulados y medidos presentan una muy buena correspondencia. Esto incluye las regiones en las que el algoritmo de detección de señal no es capaz de brindar un resultado, ya que se condicen con las regiones que por simulación toman valores inferiores a 32 dB-Hz. En la mayoría de los casos se verifica que las mejoras en los resultados del caso compensado (en contraste al no compensado) comienzan a ser notables cuando el rango de

## 5. Compensación de Características de Radiación en AA's

precisión en la DOA se encuentra contenido en un rango de aproximadamente  $\pm 5^\circ$ . Por lo que si se conocen las DOA's con precisión, la compensación ofrece buenos resultados. Los resultados del mismo análisis con tamaños de sectores de compensación diferentes pueden inferirse en base a los resultados presentados en la Fig. 5.10.

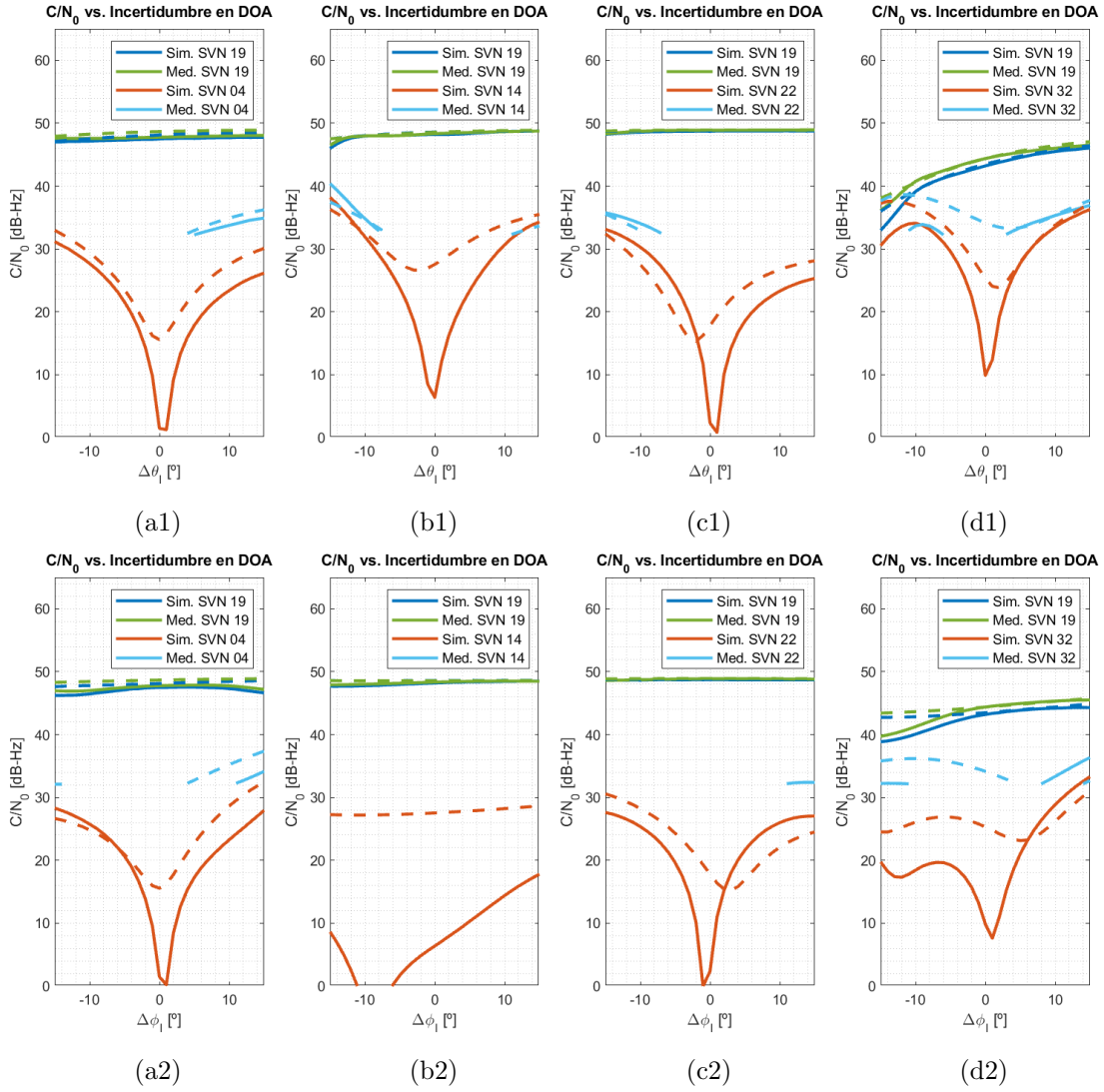


Fig. 5.11: NF para cancelar la señal de (a) SVN4, (b) SVN14, (c) SVN22, (d) SVN32, y recuperar la señal de SVN19, con compensación sectorial (líneas continuas), y sin compensación (líneas segmentadas). (1) Incertidumbre en el eje  $\theta$  y (2) incertidumbre en el eje  $\phi$ , para la DOA de la señal a anular.

### 5.3.2. Ensayos con compensación puntual

Una propuesta similar a la anterior, pero utilizando una compensación puntual permite comparar ambos casos en condiciones similares de operación. En este caso, se realiza la compensación puntual para las  $P = 2$  DOA's de interés y se analiza su desempeño al realizar NF. Se utilizan los coeficientes calculados mediante (5.10), a partir de los cuales se obtienen los diagramas de radiación combinados (5.8) y,

$$g_{CP,NF}(\theta, \phi) = \mathbf{w}^T \mathbf{g}(\theta, \phi); \quad \mathbf{w}^T = A \mathbf{w}^T W_{CP}; \quad A \text{ cte. t.q. } \|\mathbf{w}\|_2 = 1. \quad (5.11)$$

Los resultados de este ensayo para cada dirección comprendida en el rango  $\theta_I \pm \Delta\theta_I, \phi_I \pm \Delta\phi_I$  se presentan en la Fig. 5.12. Puede notarse que salvo ciertas diferencias, los mismos son muy similares a los presentados en la Fig. 5.11, por lo que muchas de las conclusiones obtenidas también son válidas para este caso. En definitiva, si se considera ir achicando el tamaño de los sectores inclusive hasta el punto en el que se llega a una compensación puntual, las mejoras en cuanto a precisión son relevantes sólo si se tiene pleno conocimiento de las DOA's verdaderas, ya que de otra manera su desempeño es comparable con el de la compensación sectorial con sectores de tamaño relativamente intermedio.

El desempeño de este esquema es bueno, aunque sólo resulta conveniente frente al caso sectorial si se tiene certeza casi absoluta acerca de la DOA a atenuar, ya que de otra forma es comparable con los resultados obtenidos con un sector de tamaño relativamente grande ( $\Delta\Theta = \Delta\Phi/4 = 30^\circ$ ). Si se realizan nuevas comparaciones en las cuales se ponen en juego sectores más chicos e incertidumbres de menor rango, el nivel de atenuación que puede alcanzarse es mayor pero las conclusiones que pueden extraerse resultan similares.

En ciertos casos podría ser útil explorar algunas alternativas de estimación-compensación iterativas en las cuales se reduzca el rango de incertidumbre en DOA's y se refine la región de compensación mediante aproximaciones sucesivas. De esta manera se podrían reducir los tamaños de los sectores y los errores de estimación de DOA gradualmente. Este enfoque podría resultar particularmente conveniente en los casos en que se empleen métodos que no permiten incluir la información de los RP's y que se basen en la suposición de PA [8, 72].

## 5.4. Conclusiones

Se ha planteado, analizado y comparado el uso de dos esquemas de compensación distintos (sectorial y puntual) que permiten controlar un AA a partir del modelo PA. El análisis de desempeño se realizó con un arreglo de cuatro antenas de microtira para GPS, el cual fue simulado y además implementado. Los ensayos realizados han permitido verificar la capacidad de compensación de las diferencias entre antenas para distintas condiciones de funcionamiento considerando como ejemplo de aplicación BF y NF por métodos determinísticos. Los resultados obtenidos corroboran que la precisión de una compensación sectorial es inversamente proporcional al tamaño de los sectores, y que a igualdad de nivel de incertidumbre en la información disponible ambos

## 5. Compensación de Características de Radiación en AA's

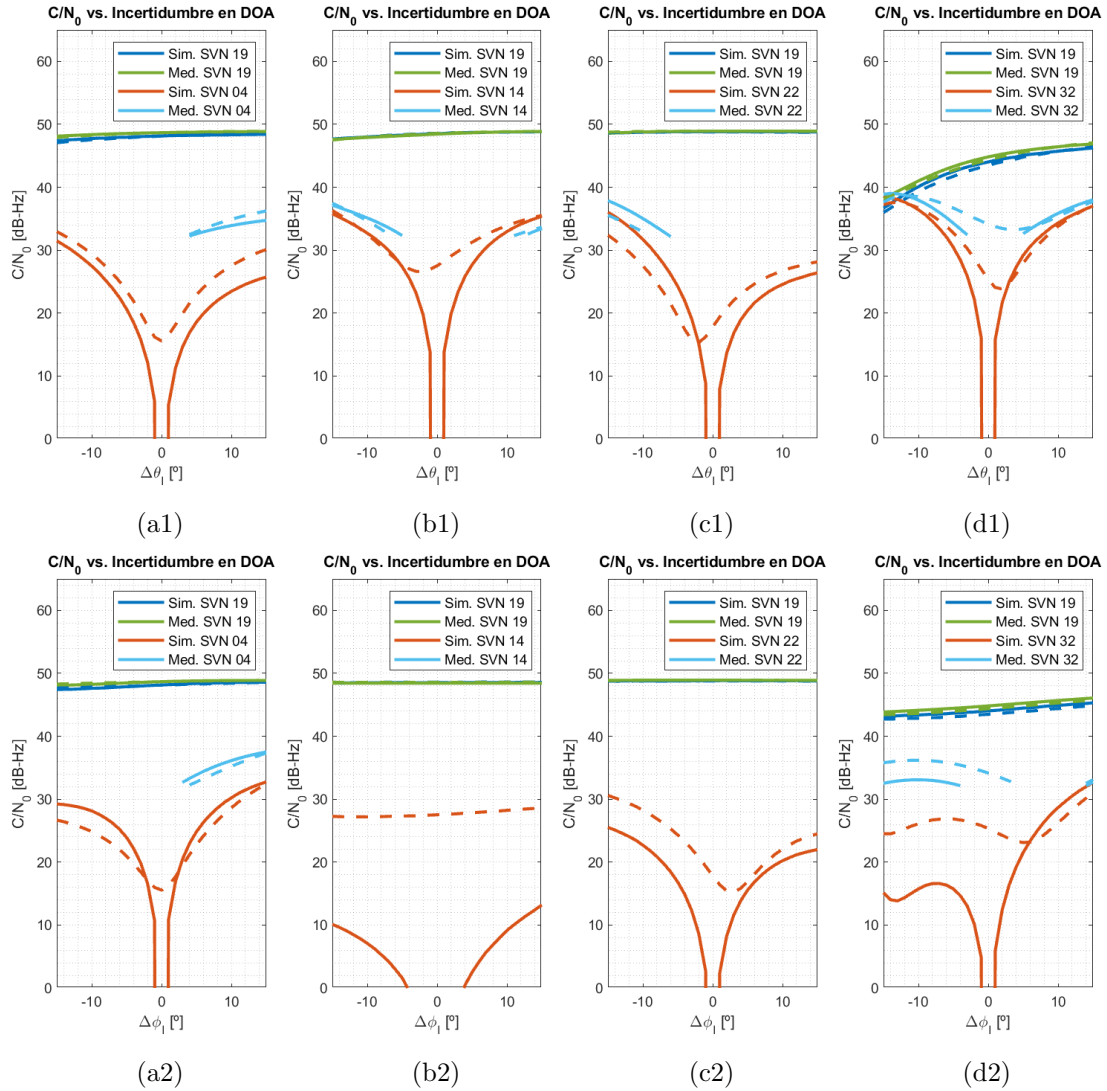


Fig. 5.12: NF para cancelar la señal de (a) SVN4, (b) SVN14, (c) SVN22, (d) SVN32, y recuperar la señal de SVN19, con compensación puntual (líneas continuas), y sin compensación (líneas segmentadas). (1) Incertidumbre en el eje  $\theta$  y (2) incertidumbre en el eje  $\phi$ , para la DOA de la señal a anular.

esquemas de compensación presentan un nivel de precisión comparable. Los resultados obtenidos en este Capítulo son interesantes para conocer cuantitativamente las limitaciones propias de estas técnicas para las condiciones de operación para las que eventualmente se las requiera.

El análisis desarrollado en este Capítulo prioriza ante todo la precisión que se logra con la compensación. Sin embargo, la necesidad de disponer de información completa del comportamiento de las antenas para realizar las compensaciones, e incluso el requerimiento de compensar de ma-

#### 5.4. Conclusiones

---

nera iterativa, podrían ser demandantes en términos de consumo recursos memoria y capacidad de procesamiento en un receptor GNSS. Más aún, si la memoria y capacidad de procesamiento fuera suficiente, el control de las antenas podría realizarse sin compensación alguna, ya que existen ciertas técnicas que brindan resultados óptimos debido a que permiten incluir las respuestas de las antenas directamente. Algunos ejemplos son OPB para realizar BF/NF, o MUSIC para realizar estimación de DOA [8]. Es en los casos en que no se dispone de recursos suficientes donde resulta conveniente utilizar compensaciones sectoriales de tamaños relativamente grandes de manera que se encuentren predefinidos y no sea necesario calcularlos en tiempo real. En estos casos, la relación de compromiso consiste en conseguir un nivel moderado de precisión sin consumir gran cantidad de recursos.





## 6 Método de Compensación Ortonormal para AA's Compactos

Los métodos de compensación analizados previamente apuntan a compensar las diferencias entre RP's indiferentemente de las características que éstos hayan adoptado, y en algunos casos no evalúan el modelo de arreglo idealizado que se utiliza como objetivo de compensación [56, 75, 81, 82]. Entonces la transformación debe "forzar" de alguna manera la igualdad entre los RP's, aún si eso significa degradar la capacidad de discriminación espacial del AA. Si se quiere lograr una compensación adecuada, por un lado las características de radiación de los arreglos real y transformado deben estar vinculadas entre sí y poder traducirse a través de una matriz o transformación lineal. En parte esto se logra suponiendo que el arreglo transformado posee antenas ideales con separación idéntica a la estructura original, que si bien es razonable, no necesariamente es la mejor opción. Por otro lado, las características que adquiere la matriz de transformación podrían llegar a ser perjudiciales para las señales recibidas, ya sea por deteriorar la capacidad de discriminación espacial de las antenas o por alterar las propiedades estadísticas del ruido. En resumen, entre sus posibles inconvenientes pueden incluirse: baja calidad de compensación, transformaciones mal condicionadas, y degradación de la precisión de desempeño en términos estadísticos.

Las técnicas desarrolladas en la teoría PA se basan en que la diversidad espacial es provista por las posiciones relativas de antenas idealmente idénticas. Es decir que las señales que arriban pueden ser discriminadas según las diferencias de fase dadas por la diferencia de camino recorrido en función de sus ángulos de incidencia [8, 20]. En este caso, la distancia óptima entre antenas es de  $\frac{\lambda}{2}$ , ya que provee máxima resolución de fase sin ambigüedad. Planteando el caso de dos antenas idénticas en términos de sus RP's y separadas por una distancia de  $\frac{\lambda}{2}$ , el rango máximo de diferencias de fase que se pueden medir a la frecuencia central de portadora es  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ . En el caso de un arreglo compacto, es decir, con antenas separadas a  $d < \frac{\lambda}{2}$  sólo pueden discriminar diferencias de fase en el rango  $[-\frac{\pi d}{\lambda}, \frac{\pi d}{\lambda}]$ , lo cual se traduce en menor capacidad de resolución. La situación cambia si se presentan antenas con comportamientos disímiles, lo cual es más notorio para arreglos compactos de pocos elementos como hemos visto previamente. Existen evidencias de que un AA compacto podría mejorar su desempeño gracias al acoplamiento [83]. De hecho, lo que permite aumentar la resolución en dichos casos es aprovechar tanto las diferencias de fase como de ganancia de manera conjunta. En caso contrario la diversidad espacial resulta degradada y la eficiencia fuertemente afectada. En efecto, el requisito necesario para alcanzar máxima eficiencia se da cuando los RP's de un AA cumplen con una dada condición de ortogonalidad. Consecuentemente, un arreglo compacto debe ser diseñado para presentar RP's ortogonales, y

para ello debe poder beneficiarse tanto de las diferencias de fase como de ganancia.

Si bien algunos arreglos admiten comportamientos denominados en la literatura como de superresolución, o también superdirectividad, dicho estado se alcanza en condiciones de funcionamiento muy específicas, y sólo casos especiales son viables desde el punto de vista práctico ya que muchas veces sus beneficios se diluyen cuando entran en juego las eficiencias de las antenas, las pérdidas por acoplamiento mutuo y la sensibilidad que poseen en cuanto a la calibración en la implementación [9,84]. La base fundamental de dichos conceptos radica en generar una combinación adecuada de los RP's, pero se asume -como es usual- antenas de comportamiento idéntico y eso constituye un modelo considerablemente simplificado que raramente se cumple en la práctica debido a que se utilizan espaciamientos muy pequeños. Este enfoque difiere notablemente del adoptado en el presente Capítulo.

Por otro lado, los métodos de compensación existentes para compensar los RP's [56,72,73], no tienen en cuenta sus efectos sobre el ruido de las antenas. Para un receptor GNSS multi-antena, las señales se encuentran esencialmente inmersas en ruido térmico que típicamente puede ser considerado IID entre canales. Luego de aplicar una compensación, las señales parecen ser las que se habrían obtenido con un arreglo desfasado ideal, pero la distribución de ruido resulta distorsionada, y la suposición de ruido IID deja de ser válida. Sin embargo, dicha suposición es una condición conveniente e incluso necesaria en la mayoría de las técnicas de procesamiento de señales con AA's. Por lo tanto, para preservar estas propiedades una vez aplicada la compensación, el método utilizado debería emplear una matriz ortonormal/unitaria. En efecto, la contribución central de este Capítulo es proponer una transformación para AA's que utiliza una matriz unitaria, cuya obtención está basada en la resolución del Problema Ortogonal de Procrustes [85]. La virtud fundamental de una transformación unitaria es que produce un nuevo arreglo "virtual" sin alterar la estructura de correlación del ruido ni tampoco la de señal. Es decir, el método provee una compensación al comportamiento de las antenas acopladas generando una respuesta equivalente a la de un AA con elementos idénticos. Por lo tanto, permite que un diseño que tiene la habilidad de aprovechar las diferencias de ganancia en sus RP's, se traduzca en un arreglo ideal desfasado. En particular, se presenta un ejemplo simulado de un arreglo compacto con dos antenas de microtira para GPS, que pueden traducirse a un esquema similar al de dos antenas idealmente idénticas separadas en aproximadamente  $\frac{\lambda}{2}$ . Se corrobora además que el mismo es eficiente por diseño sin necesidad de utilizar materiales absorbentes, estructuras resonantes, barreras electromagnéticas o redes de adaptación y desacoplamiento [51,86–89]. En resumen, con el método propuesto se pretende generar un concepto adecuado de las características que son beneficiosas en los AA's acoplados para ser eficientes, y que además permitan un procesamiento de señales con técnicas simples de PA. Este método ha sido publicado originalmente en [4].

### 6.1. Eficiencia de radiación

La potencia entregada por un generador a una antena o AA es en parte radiada, pero también parte es reflejada en los puertos de alimentación y disipada en forma de calor por los materiales utilizados para implementar las antenas. Por el Principio de Conservación de la Energía [67],

## 6.1. Eficiencia de radiación

---

$$P_{total} - P_{ref} \geq P_{rad}. \quad (6.1)$$

Como se demostró anteriormente, la desigualdad anterior puede expresarse en función de las amplitudes de ondas incidentes  $\mathbf{x}$ , es decir,

$$\mathbf{x}^H (I_N - \mathcal{S}^H \mathcal{S}) \mathbf{x} \geq \mathbf{x}^H \Gamma \mathbf{x}, \quad (6.2)$$

siendo  $\mathcal{S}$  la matriz de parámetros de dispersión, y  $\Gamma$  la matriz de distribución de potencia y eficiencia de radiación. En la ecuación anterior, la igualdad vale si la estructura radiante es un sistema sin pérdidas. Los elementos de la matriz de radiación  $\Gamma_{ik}$  pueden ser expresados como [20, 67],

$$\Gamma_{i,k} = \epsilon_{ant,i} \beta_{i,k} \epsilon_{ant,k}, \quad (6.3)$$

donde  $\epsilon_{ant,i}$  ( $\epsilon_{ant,k}$ ) son las  $i$ -ésima ( $k$ -ésima) eficiencias de antena (4.11), y

$$\beta_{i,k} = \oint \check{h}_i(\theta, \phi) \check{h}_k^*(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi, \quad (6.4)$$

es el factor de acoplamiento de haz de radiación entre las respuestas de antenas  $i$ -ésima y  $k$ -ésima. El patrón de radiación  $\check{h}_i(\theta, \phi)$  es  $h_i(\theta, \phi)$  pero normalizado tal que  $\beta_{i,i} = 1$ . Para que una estructura radiante ideal irradie máxima potencia, debe poseer sus  $N$  puertos perfectamente adaptados y sin pérdidas por acoplamiento. Tal como se demuestra en [67], dicha condición está ligada en parte a que las antenas del arreglo presenten patrones de radiación ortogonales. Es decir que la condición  $\epsilon_{ant,i} = 1$  para  $i = 1, \dots, N$ , requiere de  $\beta_{i,k} = 0$  con  $i \neq k$ . Esta condición de funcionamiento puede darse en arreglos de grandes dimensiones, pero normalmente no se cumple en AA's compactos. Por el contrario, los ejemplos que se presentan a continuación constituyen arreglos simples con RP's ortogonales. Gracias a ello, poseen las características necesarias para lograr eficiencias elevadas.

### 6.1.1. Ejemplo 1

Consideremos el clásico arreglo lineal e ideal de  $N$  antenas isotrópicas, siendo  $N$  un número par, con amplitudes de ganancia iguales a 1 a la frecuencia de operación cuya longitud de onda es  $\lambda$ . Las antenas se encuentran alineadas sobre el eje  $x$ , centradas en el origen de coordenadas, y separadas una distancia  $d$  entre ellas. En la Fig. 6.1, se presenta un esquema ilustrativo del arreglo propuesto, donde la dependencia con la variable  $\phi$  se omite por simplicidad.

El anterior es un AA con elementos radiantes idénticos, donde el patrón de radiación es factor común del vector  $\mathbf{h}$ . El único cambio en las antenas desfasadas es la dependencia de fase de acuerdo a la dirección de una onda incidente. En consecuencia, el vector de respuesta del arreglo  $\mathbf{h}$  resulta,

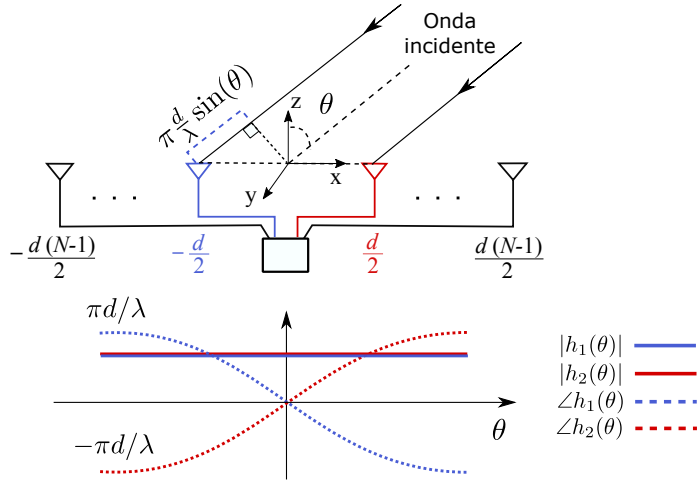


Fig. 6.1: Arreglo PA.

$$\mathbf{h}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}((-(N-1)\frac{d}{2})\sin(\theta)\cos(\phi))} \\ e^{j\frac{2\pi}{\lambda}((-(N-3)\frac{d}{2})\sin(\theta)\cos(\phi))} \\ \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{\lambda}((+(N-1)\frac{d}{2})\sin(\theta)\cos(\phi))} \end{bmatrix}. \quad (6.5)$$

Si se asume que no existen pérdidas por desadaptación o acoplamiento mutuo, se puede verificar de (6.4) que las características deseadas para la matriz  $\Gamma$  se obtienen cuando  $d = \frac{\lambda}{2}$ , resultando en,

$$\beta_{i,k} = \oint \frac{e^{j\pi \sin(\theta)\cos(\phi)(i-k)}}{4\pi} \sin(\theta) d\theta d\phi = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}. \quad (6.6)$$

En consecuencia, las antenas isotrópicas a  $\frac{\lambda}{2}$  presentan patrones ortogonales entre sí gracias al desfase relativo entre ellas que es generado por la diferencia de camino que recorren las señales. Para antenas no isotrópicas, aunque con RP's idénticos, también se obtiene un resultado similar. Sin embargo, se debe notar que no sólo los arreglos ideales desfasados pueden alcanzar esta condición. A continuación, consideramos otro ejemplo donde las antenas comparten el mismo centro de fase y, en consecuencia, las señales siempre arriban sin ningún desfase relativo.

### 6.1.2. Ejemplo 2

Un par de antenas de tipo lazo cruzadas, o también los dipolos cruzados [90], son ejemplos de AA's apropiados para el siguiente planteo. A principios del siglo XX, este par de antenas fue conocido como Watson-Watt Direction Finder, ya que resultó de mucha ayuda como sistema analógico para la identificación de DOA. Un esquema simplificado del arreglo se presenta en la Fig. 6.2. Este consiste en dos antenas tipo lazo orientadas en direcciones ortogonales, cuyos RP's

## 6.1. Eficiencia de radiación

podían describirse como las simples funciones trigonométricas  $\cos(\phi)$  y  $\sin(\phi)$  cuando se describen sobre el plano x-y. Las señales de ambas antenas se envían al receptor y son simultáneamente presentadas en un gráfico  $XY$  tal que el ángulo de la onda incidente sobre el arreglo pueda ser estimado a partir del gráfico. Dada la ambigüedad de  $\pi$  radianes en azimuth, el ángulo de incidencia puede ser determinado sin ambigüedad sólo en un rango reducido, es decir,  $-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$ . Podemos verificar que los RP's cambian de acuerdo a la orientación, pero no su fase. Por lo tanto, puede decirse que comparten el mismo centro de fase, y su ubicación es en el centro geométrico del arreglo.

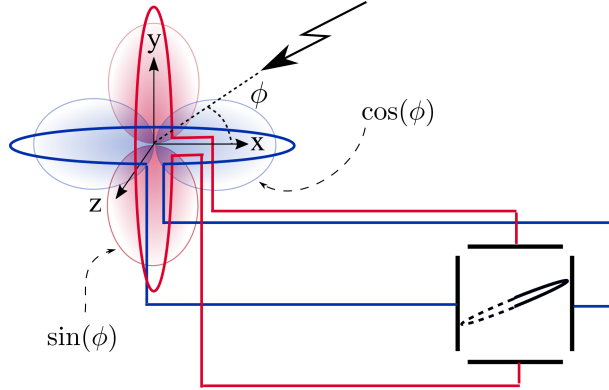


Fig. 6.2: Sistema de detección de DOA basado en antenas tipo lazos-cruzados.

El vector de RP's de los bucles cruzados para una dada DOA  $(\theta, \phi)$  es,

$$\mathbf{h}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} \sin \left[ \tan^{-1} \left( \frac{(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}}}{-\sin \theta \sin \phi} \right) \right] \\ \sin \left[ \tan^{-1} \left( \frac{(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2 \phi)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta \cos \phi} \right) \right] \end{bmatrix}. \quad (6.7)$$

Entonces, por (6.4) los elementos  $\beta_{ik}$  son,

$$\beta_{i,k} = \oint \check{h}_i(\theta, \phi) \check{h}_k(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}, \quad (6.8)$$

que es la misma matriz de acoplamiento que podría ser obtenida con un par de antenas idealmente idénticas y separadas a  $\frac{\lambda}{2}$ , tal como se presentó en el ejemplo anterior. Además, dado que la distribución de corriente sobre la estructura metálica de cada lazo no genera un campo eléctrico que pueda interferir considerablemente con el puerto de la antena vecina, entonces la suposición de “sin pérdidas por acoplamiento” es apropiada. En consecuencia, puede decirse que el par de antenas tipo lazos-cruzados con adaptación perfecta y sin pérdidas, es un arreglo eficiente.

Si nos restringimos al plano x-y, el vector de RP's correspondiente se simplifica a,

$$\mathbf{h}(\pi/2, \phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix}. \quad (6.9)$$

## 6. Método de Compensación Ortonormal para AA's Compactos

---

En este caso, es más fácil encontrar un arreglo transformado cuya respuesta pueda distinguir señales por diferencias de fase en lugar de que sean por amplitud. Su respuesta puede ser traducida mediante RP's de características que asemejen a un par de antenas idénticas e isotrópicas alineadas al eje y centradas en el origen. Es decir,

$$\tilde{\mathbf{h}}(\pi/2, \phi) = \begin{bmatrix} e^{-j\phi} \\ e^{+j\phi} \end{bmatrix}, \quad (6.10)$$

lo cual se obtiene a través de la siguiente matriz de transformación,

$$W = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix}. \quad (6.11)$$

El vector de RP's indicado en (6.10) cambia la forma en la que la fase varía en relación al azimuth  $\phi$  en comparación al PA cuyo vector de RP's es,

$$\mathring{\mathbf{h}}(\pi/2, \phi) = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{\pi}{2}\sin(\phi)} \\ e^{+j\frac{\pi}{2}\sin(\phi)} \end{bmatrix}. \quad (6.12)$$

Sin embargo, la fase  $-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$  varía en el mismo rango que lo haría el arreglo de dos elementos isotrópicos separados por una distancia  $d = \frac{\lambda}{2}$ , es decir,  $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2}\sin(\phi) \leq \frac{\pi}{2}$ . Este hecho pone en evidencia que sus respuestas no son muy diferentes entre sí, ni tampoco a la de los lazos-cruzados. Entonces se requiere una estrategia para encontrar arreglos equivalentes referida a una transformación ortogonal, y la misma se propondrá a continuación.

### 6.2. Método de transformación ortonormal

El objetivo del método propuesto es compensar la respuesta del arreglo  $\mathbf{x}$ , transformándola en el vector de señales  $\tilde{\mathbf{x}}$ , cuya nueva estructura pueda ser descrita por la respuesta de algún arreglo equivalente. Es decir,

$$\tilde{\mathbf{x}}[m] = W\mathbf{H}\mathbf{y}[m] + W\mathbf{e}[m] = \tilde{H}\mathbf{y}[m] + \tilde{\mathbf{e}}[m], \quad (6.13)$$

donde  $W$  es la matriz unitaria de la transformación deseada, y  $\tilde{H}$  es la matriz de respuesta del arreglo transformado, la cual se espera que sea lo más próxima posible a la matriz de respuesta deseada  $\mathring{H}$ .

En relación al vector de ruido  $\mathbf{e}$ , suponiendo que la agitación térmica sea la fuente principal, sus  $N$  elementos son variables aleatorias que pueden asumirse gaussianas, mutuamente independientes entre sí y con las señales de interés, e idénticamente distribuidas. Es decir,  $\mathbf{x} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{H}\mathbf{y}, N_0\mathbf{I}_N)$ , con  $N_0$  la varianza de ruido. Después de aplicar la matriz de transformación  $W$ , se desea que el vector de ruido  $\tilde{\mathbf{e}}$  herede no solo la misma distribución de probabilidad, sino también la condición IID para no afectar las siguientes etapas de procesamiento. Por tratarse de una matriz unitaria ( $W^H W = W W^H = \mathbf{I}_N$ ), la estructura de la matriz de correlación original no resulta modificada, es decir,

## 6.2. Método de transformación ortonormal

---

$$Cov\{\mathbf{x}\} = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} - E\{\mathbf{x}\}E\{\mathbf{x}^H\} = N_0I_N, \quad (6.14)$$

$$Cov\{\tilde{\mathbf{x}}\} = WCov\{\mathbf{x}\}W^H = WN_0I_NW^H = N_0I_N, \quad (6.15)$$

donde el supraíndice  $H$  representa la transpuesta hermítica,  $E\{\cdot\}$  y  $Cov\{\cdot\}$  son los operadores de esperanza y covarianza respectivamente. Más aún, si una matriz unitaria  $W$  se aplica al vector  $\mathbf{x}$ , la potencia total recibida resulta inalterada,

$$\tilde{P} = \tilde{\mathbf{x}}^H \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^H W^H W \mathbf{x} = P_{total}, \quad (6.16)$$

y (6.2) también se verifica para el nuevo vector de excitación de antenas  $\tilde{\mathbf{x}}$ ,

$$\tilde{\mathbf{x}}^H (I_N - \mathcal{S}^H \mathcal{S}) \tilde{\mathbf{x}} \geq \tilde{\mathbf{x}}^H \Gamma \tilde{\mathbf{x}}. \quad (6.17)$$

A continuación, se propone un método para hallar  $W$  mediante una optimización con restricciones basada en el llamado Problema de Procrustes Ortogonal.

### 6.2.1. Problema de Procrustes Ortogonal

En la mitología griega, Procrustes fue un hijo de Poseidon que habitaba en su fortaleza ubicada en el monte Korydallos cerca de Atenas. Allí tenía una cama, la cual ofrecía a cada pasajero al invitarlos a pasar la noche. Una vez ahí, él procedía a trabajar sobre ellos estirando o cortando las extremidades de sus cuerpos hasta lograr que se ajustaran a las dimensiones de su cama. Nadie nunca se ajustó a su cama sin ser forzado a ello...

Desde el punto de vista del análisis matemático, una matriz compleja  $W$  de tamaño  $N \times N$  que pertenece al grupo de matrices unitarias  $W \in U(N, \mathcal{C})$ , efectúa rotaciones y reflexiones alrededor de sus  $N$ -dimensiones en el propio subespacio al que pertenece. En honor al villano de la mitología griega, el problema tradicional de encontrar una transformación unitaria que fuerce a una matriz a parecerse lo más posible a otra se llama Problema de Procrustes Ortogonal (OPP) [85]. Si además consideramos el caso ponderado, el nombre del método se denomina WOPP, que por sus siglas en inglés refiere al Problema de Procrustes Orgogonal Ponderado para cálculo matricial. Dicha transformación  $W$  puede hallarse minimizando la siguiente expresión que mide el error de la aproximación matricial,

$$\gamma = \|(WH - \hat{H})Q\|_F^2. \quad (6.18)$$

donde  $\|\cdot\|_F$  es la norma Frobenius. La expresión en (6.18) representa la función de costo a minimizar, y posee una solución con fórmula cerrada en términos de una descomposición en Valores Singulares (SVD) de una matriz. La fórmula incluye una matriz de pesos  $Q$  positiva definida, diagonal y con valores reales, que permite penalizar de manera diferente el error cometido dependiendo la DOA. Si se desean priorizar ciertas DOA's por sobre otras se modifican los pesos asignados sobre la diagonal, pero si se desea efectuar una compensación global sin restricciones particulares puede definirse como la matriz identidad.

## 6. Método de Compensación Ortonormal para AA's Compactos

Definimos las matrices  $B = HQ$  y  $A = \mathring{H}Q$ , donde  $A, B \in \mathcal{C}^{N \times P}$ . Al traducir la norma Frobenius por medio de la traza matricial encontramos la siguiente expresión,

$$\gamma = \|WB - A\|_F^2 = \text{tr}\{B^H W^H W B\} + \text{tr}\{A^H A\} - 2\text{tr}\{B^H W^H A\}. \quad (6.19)$$

Se verifica que sólo el tercer término depende de  $W$ , que además es el único que puede tener signo negativo y que nunca puede superar a la suma de los otros dos. A fin de minimizar  $\gamma$ , la solución óptima para la matriz  $W$  es aquella que maximiza la magnitud del término negativo. A partir de una descomposición SVD de  $AB^H = U\Sigma V^H$ , se consigue ordenar la expresión de la siguiente manera,

$$\text{tr}\{B^H W^H A\} = \text{tr}\{AB^H W^H\} = \text{tr}\{U\Sigma V^H W^H\} = \text{tr}\{\Sigma V^H W^H U\}, \quad (6.20)$$

donde  $\Sigma = \text{diag}([\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_P])$ , con  $\sigma_p \geq 0$ , por lo que es una matriz diagonal semi-definida positiva, mientras que  $V^H W^H U$  conforma una nueva matriz unitaria. Entonces, se puede probar que (6.20) es máximo cuando  $W$  se iguala a [85],

$$W_{opt} = \arg \max_W \{\text{tr}\{\Sigma V^H W^H U\}\} = UV^H, \quad (6.21)$$

lo cual resulta en,

$$\because \max_W \{\text{tr}\{\Sigma V^H W^H U\}\} = \text{tr}\{\Sigma\}. \quad (6.22)$$

Por lo tanto, (6.21) es la solución final para  $W$  que puede ser encontrada en términos de una SVD de la matriz  $AB^H = \mathring{H}Q Q^H H^H$ .

### 6.2.2. Función de correlación de AA's

Los resultados previos indican cómo obtener una solución óptima para  $W$  dadas las respuestas del arreglo real  $H$  y virtual  $\mathring{H}$ , aunque la calidad de la aproximación depende de la estructura que poseen ambas matrices. Entonces si estamos interesados en encontrar una transformación lo más exacta posible, debemos enfocarnos en las características que deben tener los arreglos real y objetivo tal que permitan alcanzar dicha condición. Por lo general, el arreglo real posee una respuesta acorde a las propiedades físicas y características constructivas de la estructura electromagnética. El arreglo objetivo se encuentra restringido por las características del modelo propuesto para representar la realidad, buscando ser simple y preciso a la vez. La pregunta en cuestión es, ¿cuáles son las restricciones adicionales que vinculan a ambos arreglos a través de una dada matriz unitaria?

Con la transformación (6.21) y de acuerdo a las DOA's deseadas que determinan  $H$  y  $\mathring{H}$ , las matrices  $A$  y  $B$  pueden expresarse en términos de sus SVD, lo cual entrega una base ortonormal de autovectores a izquierda y a derecha para ambas matrices además de sus propios valores singulares,



## 6.2. Método de transformación ortonormal

$$A = U_A \Sigma_A V_A^H; \quad B = U_B \Sigma_B V_B^H. \quad (6.23)$$

Las bases de autovectores  $U_A$  y  $U_B$  pertenecen al mismo subespacio vectorial, así como también  $V_A$  y  $V_B$ . Nuestra herramienta es una matriz unitaria que realiza una transformación lineal que consiste en rotaciones y reflexiones sobre la base de autovectores a izquierda y puede ser aplicada para obtener  $WU_B = U_A$ , mientras que el resto no se modifica. Entonces, un buen ajuste se obtiene si los autovalores y autovectores a derecha son los mismos, es decir  $\Sigma_A = \Sigma_B$  y  $V_A = V_B$ . Equivalentemente, se debe conseguir que las matrices  $A^H A$  y  $B^H B$  coincidan,

$$B^H B = A^H A. \quad (6.24)$$

Si esta condición se verifica, entonces (6.23) resulta,

$$A = U_A \Sigma_A V_A^H; \quad B = U_B \Sigma_A V_A^H, \quad (6.25)$$

para lo cual se cumple la siguiente igualdad  $AB^H = U_A \Sigma_A^2 U_B^H$ . Bajo esta condición, (6.21) resulta  $W_{opt} = U_A U_B^H$ , y consecuentemente se consigue una solución óptima para  $\gamma$ ,

$$\gamma_0 = \|(U_A U_B^H)(U_B \Sigma_A V_A^H) - U_A \Sigma_A V_A^H\|_F^2 = 0. \quad (6.26)$$

Por lo tanto, puede obtenerse una *transformación exacta* para el par de matrices  $H$  y  $\hat{H}$  si se cumple la condición (6.24). Esto permite plantear el problema desde otro punto de vista, basado en la minimización de una nueva función de costo  $\gamma^p$ ,

$$\gamma^p = \|A^H A - B^H B\|_F^2 = \|Q^H [H^H H - \hat{H}^H \hat{H}] Q\|_F^2. \quad (6.27)$$

Expandiendo (6.27) en términos de las respuestas del arreglo para cada DOA, la restricción impuesta resulta más clara. Se debe cumplir con la siguiente igualdad,

$$\langle \mathbf{h}_i, \mathbf{h}_k \rangle = \langle \hat{\mathbf{h}}_i, \hat{\mathbf{h}}_k \rangle, \quad (6.28)$$

donde  $\langle \mathbf{h}_i, \mathbf{h}_k \rangle = \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_k$  es el producto interno  $\forall i, k = 1, \dots, P$ . Dicho producto es indicador del nivel de correlación que existe entre la respuesta del arreglo para cada par de DOA's. Según (6.28), para lograr una transformación exacta, las correlaciones propias del arreglo real deben coincidir con aquellas correspondientes al arreglo objetivo. Si generalizamos para todos los posibles pares de DOA's  $(\theta', \phi')$  y  $(\theta'', \phi'')$ , se genera una función de correlación de cuatro dimensiones  $r$  dada por la siguiente expresión

$$r(\theta', \phi', \theta'', \phi'') = \langle \mathbf{h}(\theta', \phi'), \mathbf{h}(\theta'', \phi'') \rangle. \quad (6.29)$$

Esta función, tiene mucha información valiosa acerca de las características de los AA's. La misma mapea la correlación entre vectores de respuesta del arreglo para todo el espacio de radiación. Su magnitud indica cuán colineares son los vectores  $\mathbf{h}$  para dos DOA's particulares. Si estas dos orientaciones espaciales están muy correlacionadas, pueden confundirse fácilmente cuando,

por ejemplo, se estima DOA. El caso óptimo para distinguirlas se cumple cuando los vectores son mutuamente ortogonales, mientras que el máximo nivel de correlación indica que ambas direcciones son indistinguibles entre sí a través de sus respectivos vectores  $\mathbf{h}$ . Adicionalmente, en el caso de realizar cancelación de interferencias, la información acerca de cuánto afecta poner un nulo en dirección a una interferencia en relación a la ganancia máxima alcanzable en dirección a la señal de interés también está contenida en esta función de correlación. Muchas aplicaciones con AA pueden ser interpretadas a través de la función  $r$ , y esto es porque describe la capacidad de un AA de discriminar cada par de orientaciones espaciales. En consecuencia, dos configuraciones de AA's diferentes podrán ser declaradas equivalentes, en términos de una transformación con matriz unitaria, si poseen la misma función de correlación.

### 6.2.3. Ejemplo 1, continuación

Volvemos a considerar el ejemplo descrito en la Sección 6.1.1. Analizamos el RP sólo sobre el plano x-z tal que la función de correlación (6.29) pueda ser graficada. En este caso, se obtiene la siguiente expresión en función de las variables  $\theta'$  y  $\theta''$ ,

$$r(\theta', \theta'') = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} e^{j \frac{d\pi}{\lambda} (2n+1) [\sin(\theta'') - \sin(\theta')]} \quad (6.30)$$

En la Fig. 6.3 el valor absoluto de la función de correlación  $|r(\theta', \theta'')|$  se compara para dos antenas isotrópicas en relación a la distancia que las separa  $d$ . Para cada punto en el gráfico podemos observar cuán correlacionados se encuentran los vectores  $\mathbf{h}(\theta')$  y  $\mathbf{h}(\theta'')$ . Para comenzar a analizar el gráfico, es siempre conveniente ubicarse sobre un punto de la diagonal principal ya que indica con cuánta ganancia de potencia se detecta una señal proveniente de la dirección  $\theta' = \theta''$  cuando las señales de antenas son combinadas en fase. Partiendo desde cualquier punto de la diagonal principal, y desplazándose sobre una línea imaginaria horizontal/vertical puede identificarse qué nivel de correlación existe entre  $\mathbf{h}(\theta')$  y  $\mathbf{h}(\theta'')$ . Si  $\theta'$  y  $\theta''$  son distintas pero el nivel de correlación es alto, las probabilidades de confundir una con otra son altas. Puede pensarse a la resolución del arreglo como la distancia (en términos de una diferencia angular,  $\theta' - \theta''$ ) desde algún punto de la diagonal principal hasta el primer nulo de correlación al desplazarse tanto horizontal como verticalmente. Puede verse que para distancias cortas entre las antenas la resolución es muy pobre, pero mejora a medida que  $d$  aumenta. Sin embargo, si la distancia se incrementa mucho, comienza a aparecer ambigüedad como en el caso de  $d = \lambda$ , donde el nivel de máxima correlación ocurre al menos dos veces al desplazarse horizontal o verticalmente sobre el gráfico. Para un par de antenas idealmente idénticas y separadas a  $d = \frac{\lambda}{2}$  existe máxima resolución sin ambigüedad (excepto para ángulos rasantes), lo cual es consistente con la regla tradicional de diseño.

En la Fig. 6.4 se compara  $|r(\theta', \theta'')|$  para  $N$  antenas isotrópicas con una distancia entre elementos de  $d = \frac{\lambda}{2}$ . Ahora, con un incremento del número de antenas se logra ampliar la región de baja amplitud en el mapa de la función de correlación, lo que se traduce en un mayor nivel de resolución sin ambigüedad en comparación a utilizar sólo dos antenas, y también se obtiene un

## 6.2. Método de transformación ortonormal

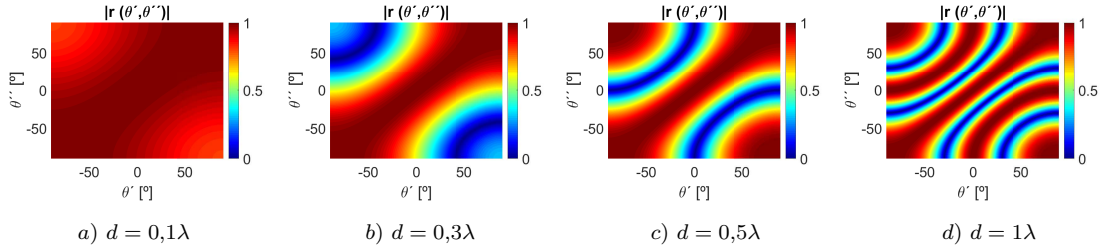


Fig. 6.3: Función de correlación de un par de antenas isotrópicas según su separación  $d$ .

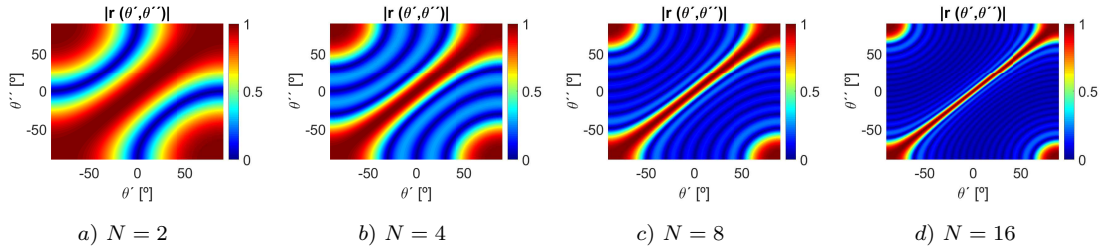


Fig. 6.4: Función de correlación para  $N$  antenas isotrópicas separadas  $d = \frac{\lambda}{2}$  entre sí.

incremento en el área efectiva o apertura del arreglo, lo cual es un factor vinculado a la máxima ganancia que se puede lograr en una dada dirección al realizar BF. Para los casos analizados, la capacidad de discriminación que cada arreglo posee según la DOA es descrita apropiadamente por medio de su función de correlación correspondiente. Por lo tanto, se puede concluir que cada función identifica de manera apropiada la capacidad que cada AA posee para resolver entre DOA's.

### 6.2.4. Ejemplo 2, continuación

Volvemos a considerar el ejemplo propuesto en la Sección 6.1.2, el cual consiste en un par de lazos cruzados cuyo arreglo equivalente, vía transformación unitaria, es similar al de un par de antenas omnidireccionales separadas a  $\frac{\lambda}{2}$ . La Fig. 6.5 compara la función  $|r(\phi', \phi'')|$  para los arreglos equivalentes. Puede notarse que ambas funciones de correlación son bastante similares, aunque hay algunos cambios en relación a sus capacidades de resolución. Los lazos cruzados tienen igual resolución para cualquier punto que se tome como referencia, y es de  $\frac{\pi}{2}$ . Por el contrario, en el caso de dos elementos omnidireccionales, la resolución cambia de acuerdo a la DOA que se tome como referencia, siendo  $\frac{\pi}{2}$  para  $\phi' = -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}$ ; y tomando valores más chicos para rangos intermedios.

Gracias a la función de correlación, pueden reconocerse las virtudes y semejanzas de un arreglo en comparación a otro con propiedades de radiación similares, aún si la forma de sus respectivos RP's es muy diferente. Tal como ha sido verificado, ciertos arreglos reales que presenten RP's notablemente diferentes pueden discriminar tan bien entre DOA's como un arreglo de antenas idealmente idénticas, las cuales distinguen DOA's por diferencias de fase de la señal recibida. Bajo

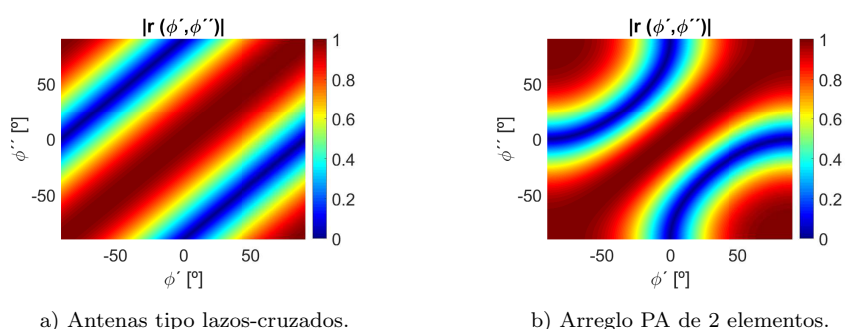


Fig. 6.5: Comparación de la función de correlación de un par de lazos cruzados y dos antenas omnidireccionales separadas  $\frac{\lambda}{2}$ .

esta hipótesis, un arreglo compacto podría conseguir mejoras considerables en comparación al desempeño de elementos radiantes ideales e idénticos. Por otro lado, mediante la transformación unitaria propuesta se puede simplificar el modelo que se requiere utilizar para su control. En lo que respecta a este tipo de compensación, la función de correlación será considerada de ahora en más un parámetro de diseño de los arreglos virtual y objetivo.

### 6.3. Arreglo GNSS compacto, eficiente y simple

El diseño particular propuesto consiste en un AA de dos antenas de microtira de características similares a las presentadas en los capítulos anteriores, implementadas en un mismo sustrato de material RT/duroid 6002 con un plano de tierra común. La distancia de separación entre antenas es  $d = 0,3\lambda$ . El AA y sus parámetros de interés se presentan en la Fig. 6.6. Las dimensiones finales se seleccionaron de manera tal de lograr que los RP's sean considerablemente diferentes aunque manteniendo acotados los niveles de pérdidas por desadaptación y acoplamiento mutuo.

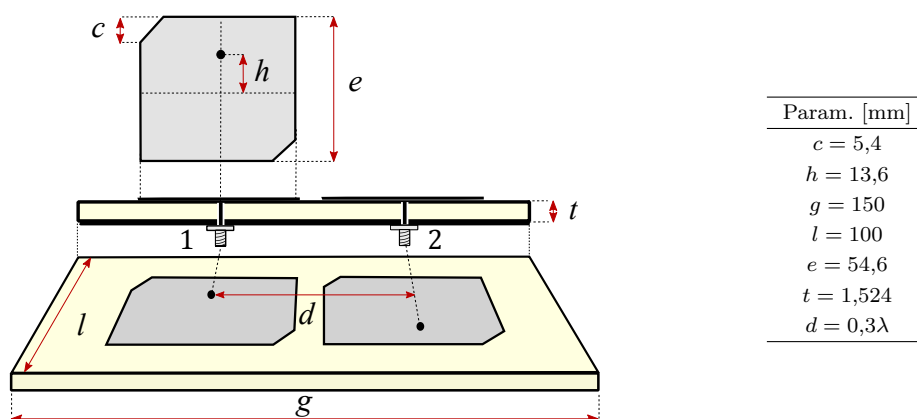


Fig. 6.6: Arreglo lineal de dos antenas y sus dimensiones.

### 6.3. Arreglo GNSS compacto, eficiente y simple

---

El AA tiene un ancho de banda de aproximadamente 16 MHz dentro del cual todos los parámetros de dispersión están por debajo del umbral de  $-10$  dB,  $|\mathcal{S}_{ik}| < -10$  dB, tal como puede verse en la Fig. 6.7 a). Las pérdidas por desadaptación y acoplamiento son iguales para cada antenna gracias a que la estructura del AA tiene simetría rotacional, es decir  $\mathcal{S}_{11} = \mathcal{S}_{22}$  y  $\mathcal{S}_{12} = \mathcal{S}_{21}$ . Por otro lado, a partir de la curva de  $|\mathcal{S}_{21}|$  puede interpretarse que la potencia de acoplamiento entre ambos puertos es muy baja en las proximidades de la frecuencia central  $f_c = 1575,42$  MHz. Esto ocurre a pesar de que una antenna se acople con la otra porque sus distribuciones de corriente son notablemente diferentes entre sí. Mientras que la antenna activa tiende a tener una distribución de corriente apropiada para RHCP, el comportamiento de la corriente en la antenna pasiva se describe de acuerdo a los efectos del AM-DE. Particularmente a la frecuencia  $f_c$ , la distribución de corriente en la antenna pasiva está principalmente alineada al eje horizontal. Consecuentemente, el nivel de señal visto a través de su puerto es de baja intensidad, por lo que el parámetro  $|\mathcal{S}_{21}|$  es prácticamente nulo. Esto muestra que un gran nivel de acoplamiento, que en este caso se presenta por corrientes acopladas a la antenna vecina, no necesariamente implica gran nivel de pérdidas por potencia reflejada a través de los puertos de antenas. En efecto, este par de antenas conforman un arreglo eficiente a pesar de estar muy próximas entre sí.

En la Fig. 6.7 b) se presentan las eficiencias de radiación de los elementos,  $(\epsilon_{rad,i}, i = 1, 2)$ , las cuales son idénticas y por lo tanto se utiliza una única curva (magenta). Por otra parte, la curva violeta representa la eficiencia total  $(\epsilon_{ant,i})$ , por lo que la curva magenta provee una cota superior para la eficiencia total máxima alcanzable. Puede verse que las pérdidas por reflexión son casi despreciables porque ambas curvas son aproximadamente iguales para el ancho de banda definido. Más aún, la eficiencia máxima obtenida se da a la frecuencia  $f_c$  con un valor de  $-0,5$  dB, además de que se mantiene siempre por encima de  $-1$  dB en un rango de frecuencia de 20 MHz. Es importante remarcar que la eficiencia total alcanzada por este AA es mayor que muchos otros diseños de arreglos compactos actuales [51, 87–89, 91, 92]. La razón principal es que estos diseños están enfocados en reducir la potencia acoplada a expensas de agregar nuevas estructuras que incorporan pérdidas. Estos incluyen el uso de sustratos de permitividad muy alta, barreras electromagnéticas, estructuras resonantes, o redes de adaptación y desacoplamiento, lo cual crea en general un sistema ineficiente. Sin embargo, y tal como se ha descrito anteriormente, no siempre es necesario emplear estas herramientas, ya que se consiguen muy buenos resultados si se favorece la ortogonalidad de los RP's por diseño.

En la Fig. 6.8, se ilustra el hemisferio superior de los RP's RHCP del arreglo propuesto. Los lóbulos traseros del hemisferio inferior no son relevantes dado que las dimensiones del plano de tierra son suficientemente grandes para mantener bajo su nivel de ganancia. Se puede notar que debido al gran nivel de influencia electromagnética entre las antenas, los RP's individuales poseen máxima ganancia en direcciones diferentes entre sí y no alineadas a la dirección del zenith. Las diferencias que presentan los RP's son suficientemente importantes y poseen la forma adecuada para que puedan ser considerados como mutuamente ortogonales.

En la Fig. 6.9 a) se muestra el plano x-z de la función de correlación del arreglo de microtira propuesto,  $|r(\theta', \theta'')|$ . Se presenta este plano ya que está alineado con el eje de las antenas y las direcciones de mayor intensidad de radiación. Sobre la diagonal principal, se ve que en dirección

## 6. Método de Compensación Ortonormal para AA's Compactos

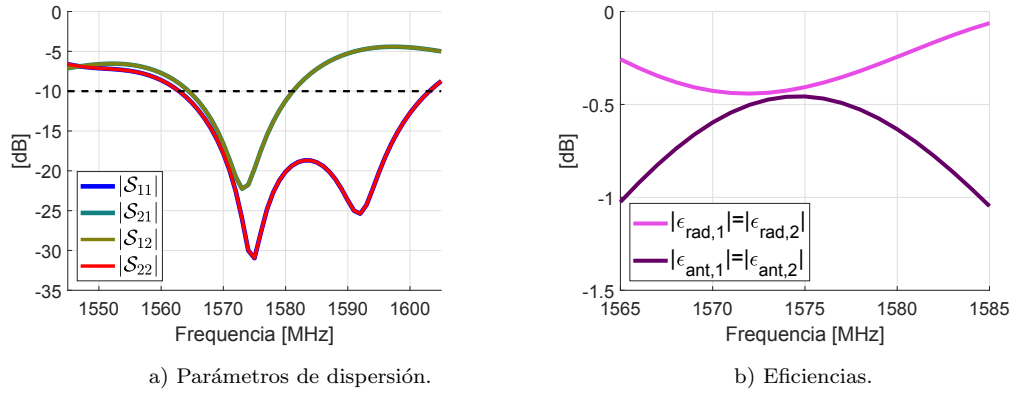


Fig. 6.7: Resultados simulados de la eficiencia del AA.

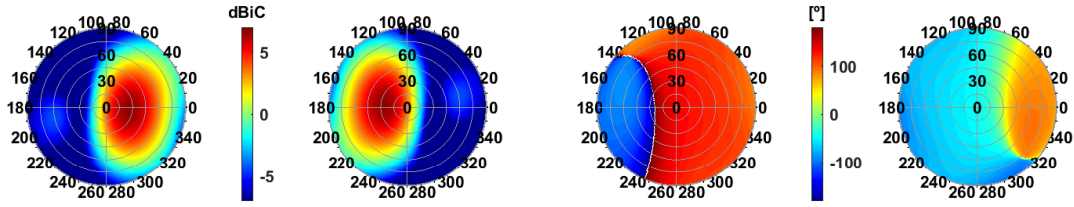


Fig. 6.8: Ganancia RHCP del AA real.

al zenith la ganancia del arreglo es considerablemente mayor que para el horizonte. Aunque los máximos no se encuentran en esa dirección, sino desplazados lateralmente en aproximadamente  $\pm 30^\circ$  de elevación, lo cual es consistente con la forma de los RP's. Puede observarse una muy buena capacidad de identificación de DOA's por parte del arreglo hasta cerca de  $45^\circ$  de elevación. Para elevaciones mayores va apareciendo gradualmente una región más difusa donde el máximo de correlación se encuentra desplazado de la diagonal principal. Esto indica que el arreglo tiene mayores chances de confundir dos DOA's, y esto se debe a que para ángulos de elevación grandes las ganancias de ambas antenas son bajas.

Por comparación de la función de correlación, deduciremos un AA objetivo con antenas idealmente idénticas que presente propiedades de radiación similares para las DOA's de interés. En este caso, definiendo una grilla en el rango  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  y  $0^\circ \leq \phi < 360^\circ$  con un paso angular de  $5^\circ$ , lo cual genera  $P = 1368$  DOA's diferentes para los propósitos del ajuste. Considerando un arreglo virtual en el que se ha impuesto que posea antenas de comportamiento idéntico, entonces (6.28) indica que sus RP's deben cumplir con,

$$\langle \mathbf{h}_p, \mathbf{h}_p \rangle = \langle \mathring{\mathbf{h}}_p, \mathring{\mathbf{h}}_p \rangle, \quad (6.31)$$

para  $p = 1, \dots, P$ . Es decir que las ganancias de las antenas virtuales en la DOA  $p$ -ésima deben ser iguales al valor cuadrático medio de las ganancias del AA real en dicha dirección, ya que desarrollando la ecuación anterior se obtiene,

### 6.3. Arreglo GNSS compacto, eficiente y simple

$$\sqrt{\frac{\|\mathbf{h}_p\|^2}{N}} = |\hat{h}_{n,p}|. \quad (6.32)$$

para cada antena  $n$ -ésima. Ya habiendo establecido las ganancias de antenas virtuales, resta por definir sus ubicaciones tales que sus diagramas de fase permitan imitar la función de correlación del AA original, lo que sucede aproximadamente en el caso en el que la distancia que las separa es  $d = 0,45\lambda$ . Su función  $\hat{r}$  se presenta en la Fig. 6.9 b), en la cual pueden encontrarse muchas similitudes en comparación al arreglo original de antenas separadas a  $0,3\lambda$ .

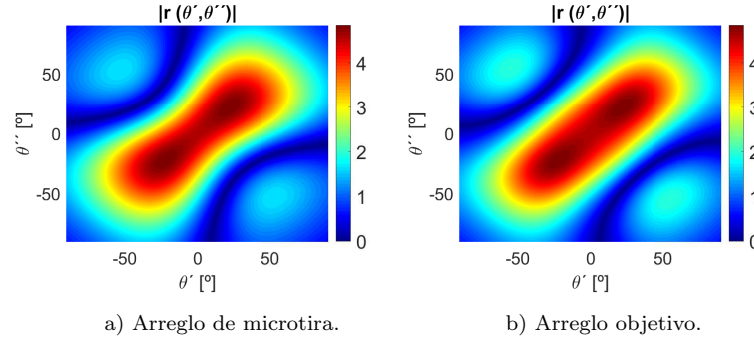


Fig. 6.9: Comparación entre las funciones de correlación del AA de microtira con el AA objetivo.

En la Fig. 6.10, se presentan los RP's RHCP del arreglo objetivo. La magnitud de las ganancias de antenas son idénticas, y las diferencias de fase corresponden a un arreglo desfasado de dos antenas separadas a  $0,45\lambda$ . La transformación unitaria obtenida a los fines de asemejar dichas respuestas de antenas se indica a continuación,

$$W = \begin{bmatrix} 0,8425 e^{-j2,8967} & 0,5387 e^{+j1,8158} \\ 0,5387 e^{-j1,3263} & 0,8425 e^{+j0,2447} \end{bmatrix}. \quad (6.33)$$

Los RP's que resultan luego de aplicar  $W$  se muestran en la Fig. 6.11. Puede notarse que el arreglo transformado/virtual obtenido se comporta de manera muy similar al arreglo objetivo.

Los RP's LHCP también presentan un comportamiento diferente en comparación al caso de antenas aisladas. En la Fig. 6.12, se presentan los diagramas de radiación correspondientes al arreglo real. Hay zonas en las que la intensidad de radiación LHCP es baja, pero también hay regiones en las que es relativamente alta y en consecuencia la pureza de polarización es pobre. A

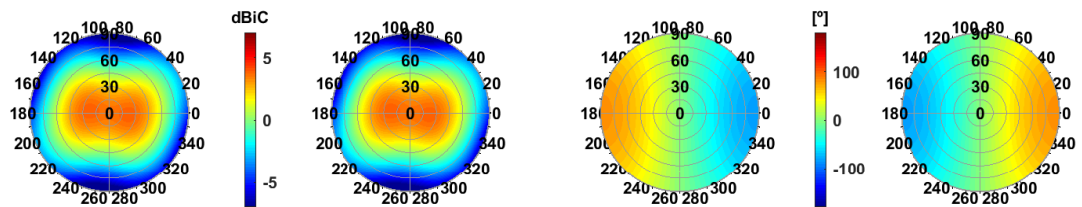


Fig. 6.10: Ganancia RHCP del AA objetivo.

## 6. Método de Compensación Ortonormal para AA's Compactos

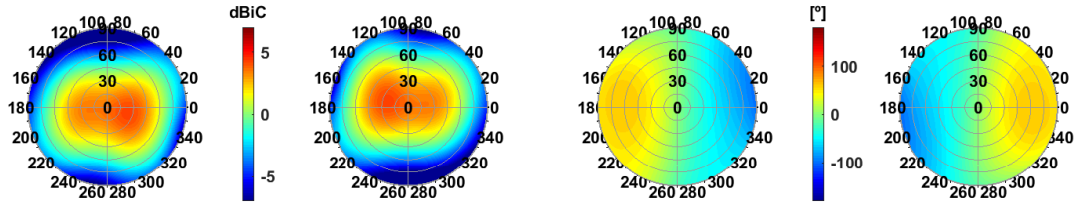


Fig. 6.11: Ganancia RHCP del AA transformado.

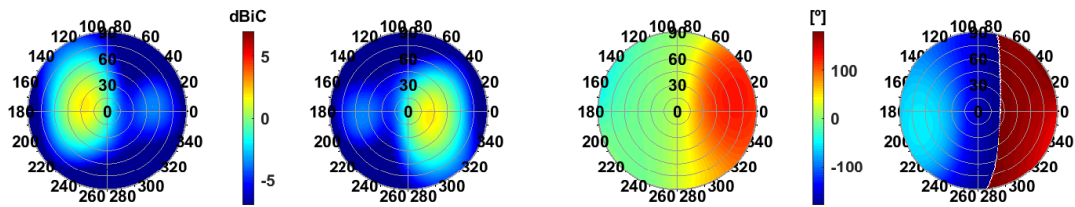


Fig. 6.12: Ganancia LHCP del AA real.

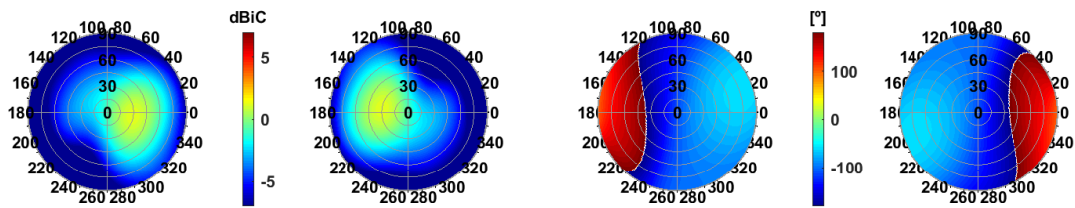


Fig. 6.13: Ganancia LHCP del AA transformado.



## 6.4. Conclusiones

---

los fines del ejemplo práctico presentado, se ha propuesto un diseño de AA simple en el que no se ha priorizado mantener al mínimo la relación axial. La degradación de la pureza de polarización circular es probablemente uno de los aspectos mayormente perjudicados a causa del AM-DE. Si bien podría considerarse, por ejemplo, el uso de una red de alimentación con puerto doble para intentar mejorar la AR, en este caso resulta muy difícil lograr un buen desempeño para todo el espacio de radiación. Para perfeccionar este aspecto hace falta diseñar una estructura que admita una distribución de corriente que no favorezca la polarización cruzada. Si bien la AR no ha sido prioridad en el ejemplo propuesto, desarrollos futuros pueden mejorar dicho parámetro. En la Fig. 6.13 se muestran los RP's LHCP que resultan de la transformación unitaria. Se pueden observar cambios tanto en magnitud como en fase, modificándose también su directividad. Sin embargo, dado que la matriz utilizada es unitaria, no se efectúan cambios en la cantidad total de potencia que el arreglo es capaz de recibir, dado que la magnitud de las ganancias de antenas a una misma DOA se redistribuyen entre sí, pero en ningún caso se incrementa o degrada su valor cuadrático medio original.

El AA GNSS que ha sido presentado es un ejemplo práctico que muestra que es posible aprovechar los efectos del AM-DE a los fines de conseguir un diseño compacto pero eficiente. Más aún, se ha comprobado que es posible realizar diseños que pueden ser traducidos mediante una transformación unitaria a un arreglo PA ideal equivalente.

## 6.4. Conclusiones

Un arreglo de antenas compacto que posee RP's idealmente idénticos, dispone de una capacidad limitada para discriminar ondas incidentes según su DOA. Esto se debe a que la distancia que separa a las antenas es chica, y en consecuencia las diferencias de fase por diferencia de camino recorrido de las ondas incidentes también lo son. Un aprovechamiento adecuado de los grados de libertad disponibles en un arreglo se da al cumplirse una condición de ortogonalidad entre los RP's. Para lograr dicha ortogonalidad en arreglos compactos, éstos deben diseñarse de tal manera que sus RP's presenten tanto diferencias de fase como de magnitud. De esta manera, se puede optimizar su capacidad de discriminación espacial y maximizar su eficiencia final a pesar de sus dimensiones reducidas.

Por otro lado, a los fines de simplificar el procesamiento de señales con arreglos que presentan RP's muy diferentes, se propuso además una transformación con matriz unitaria que permite traducir su comportamiento al de un arreglo ideal desfasado. Esta técnica requiere el análisis y comparación de la función de correlación asociada al arreglo. La misma permite por un lado poner de manifiesto las virtudes de los AA's compactos que se benefician de la conjunción de diferencias de magnitud y fase en sus RP's. Desde el punto de vista del diseño del AA, sus propiedades de radiación pueden ser optimizadas mediante el análisis de la función de correlación. La misma brinda información que no es tan evidente observando solamente los RP's individuales, como por ejemplo, la capacidad de resolución que tiene el arreglo para cada dirección del espacio. Por otro lado, la función de correlación permite evaluar la posibilidad de realizar la traducción del comportamiento del AA a un esquema PA. La función de correlación obtenida no está restringida

## 6. Método de Compensación Ortonormal para AA's Compactos

---

a que necesariamente se adapte al comportamiento de algún arreglo desfasado. Siempre y cuando el arreglo equivalente se ajuste a la función de correlación, sus propiedades de radiación podrán ser modificadas mediante la transformación unitaria.

A pesar de que el ejemplo práctico presentado está destinado a GNSS, es evidente que el método no está restringido únicamente a esta aplicación en particular. Y a pesar de que consiste en un arreglo de dos elementos, tampoco está limitado en el número de antenas a utilizar. La principal suposición sobre la que se basa la técnica es que las señales satisfacen un modelo de banda angosta, de manera tal que los RP's puedan ser considerados constantes dentro de ese ancho de banda. Sin embargo, es factible desarrollar las modificaciones apropiadas para que el método propuesto pueda ser generalizado a un modelo de banda ancha. Particularmente, en el Capítulo 8 de la presente tesis se desarrolla y evalúa un posible esquema de compensación unitaria de banda ancha para ser utilizado en GNSS, el cual también puede ser adaptado a otras aplicaciones.

## 7 Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

La nueva herramienta presentada en el Capítulo anterior no solo consiste en una compensación sino que permite plantear una nueva técnica de diseño para arreglos con antenas acopladas. En este Capítulo, se presenta el desarrollo conjunto de un AA compacto de cuatro elementos junto con una transformación unitaria, la cual es única y permite obtener un AA virtual que puede ser controlado como un arreglo PA ideal en la mayor parte del patrón de radiación. Gracias a esta técnica, el arreglo propuesto logra un buen desempeño en términos de robustez y precisión del procesamiento espacial de señales GNSS, a la vez que se mantienen notablemente acotados los requisitos de tamaño, costos de fabricación y peso. El proceso de diseño requiere el desarrollo de un AA que admita una transformación unitaria global -o varias transformaciones sectoriales- en la región de interés, y además la optimización de una función que ajuste al comportamiento del arreglo virtual asociado. A fin de simplificar este proceso, se propone y utiliza un procedimiento de optimización cuasi-automatizado.

El AA propuesto para las bandas GNSS L1/E1 es de 14 cm  $\times$  14 cm, y está implementado en una única capa con sustrato de hidrocarburo cerámico de bajo costo relativo. En contraste con los desarrollos propuestos por otros autores [19, 71, 93, 94], este arreglo no incluye ninguna red de adaptación y desacoplamiento ya que presenta características eléctricas y de radiación apropiadas por diseño, lo cual simplifica considerablemente su desarrollo e implementación. A su vez, se aprovechan los efectos del AM-DE de tal manera que su respuesta se simplifica mediante un modelo virtual de muy baja complejidad válido en prácticamente todo el hemisferio de radiación con una transformación única. Por lo tanto, este prototipo es compacto, de bajo costo, liviano, eficiente, y además admite un modelo simple PA gracias a la transformación unitaria. El AA propuesto es analizado por simulación, y posteriormente su desempeño es validado a través de ensayos experimentales llevados a cabo con un prototipo de fabricación propia. Los resultados presentados en este Capítulo están basados en [5].

### 7.1. Esquema de compensación

En líneas generales, la metodología de diseño utilizada es la que ha sido desarrollada en el Capítulo 6. Brevemente, el primer paso para hallar una transformación apropiada es definir un modelo parametrizado para la respuesta del arreglo objetivo  $\hat{\mathbf{h}}$ . Sus características surgen de la conjunción de cumplir con la restricción de funciones de correlación similares entre arreglo real y objetivo (6.28), y que las mismas posean las propiedades finales deseadas, que en este caso

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

corresponden a conseguir que el arreglo virtual admita un modelo PA en todo el hemisferio de radiación mediante una única transformación.

El proceso de análisis de la función de correlación del AA  $r(\theta', \phi', \theta'', \phi'')$  se realiza de forma numérica. Para efectuar una compensación global en todo el hemisferio superior, definimos una grilla en el rango  $0 \leq \theta < \pi/2$  y  $0 \leq \phi < 2\pi$  con pasos angulares  $\Delta_\theta$  y  $\Delta_\phi$ , resultando en un conjunto  $\{(\theta_p, \phi_p)\}_{p=1}^P$  de  $P$  DOA's diferentes. Los RP's  $h_n(\theta, \phi)$  son evaluados en estas direcciones de interés y luego agrupados una matriz,

$$H = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_P] = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \dots & h_{1,P} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ h_{N,1} & \dots & h_{N,P} \end{bmatrix}; \quad h_{n,p} = h_n(\theta_p, \phi_p),$$

la cual también puede desglosarse en matrices  $G$  y  $S$  para enfatizar la distinción entre vectores de steering y ganancias de antenas. La matriz de correlación particular del AA diseñado es,

$$R = H^H H, \quad (7.1)$$

la cual contiene un total de  $P \times P$  elementos. La matriz de correlación correspondiente al arreglo objetivo  $\hat{H}$  es,

$$\hat{R} = \hat{H}^H \hat{H}, \quad (7.2)$$

y la distancia euclídea entre ambas matrices de correlación puede evaluarse por medio de la norma Frobenius,

$$\gamma = \|R - \hat{R}\|_F^2, \quad (7.3)$$

que representa la función de costo que debe ser minimizada estableciendo un diseño apropiado para la respuesta real  $H$ , y también para la respuesta del AA objetivo  $\hat{H}$ .

## 7.2. Arreglo compacto de antenas de microtira

### 7.2.1. Arreglo real

El presente AA de microtira para GNSS se diseñó empleando un sustrato de material RO4350B con permitividad dieléctrica relativa de  $\varepsilon_r = 3,71$  a la frecuencia de interés [95]. La estructura es muy simple y consiste en cuatro antenas dispuestas en un mismo sustrato con un plano de tierra común. Cada antena posee alimentación coaxial simple y la distancia de separación entre las antenas es de  $d = \lambda/3$ . El AA y sus parámetros de interés se muestran en la Fig. 7.1, cuyas dimensiones finales fueron ajustadas por simulación.

El AA fue optimizado para estar adaptado a la frecuencia  $f_c = 1575,42$  MHz con un ancho de banda de polarización de aproximadamente 10 MHz. Sin embargo, el diseño final presentó un ancho de banda mayor -aproximadamente 25 MHz- si se tienen en cuenta las pérdidas por desadaptación y acoplamiento definiendo el umbral  $|\mathcal{S}_{ik}| \lesssim -10$  dB, como puede observarse en la Fig. 7.2. Dada la simetría en el arreglo, la curva  $\mathcal{S}_{41}$  se superpone a  $\mathcal{S}_{32}$ , y  $\mathcal{S}_{43}$  se superpone a  $\mathcal{S}_{21}$ .

## 7.2. Arreglo compacto de antenas de microtira

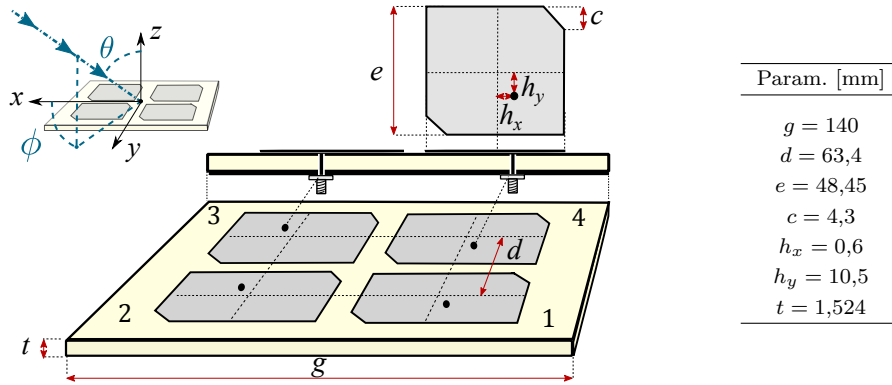


Fig. 7.1: Arreglo planar de cuatro elementos separados a  $\lambda/3$ .

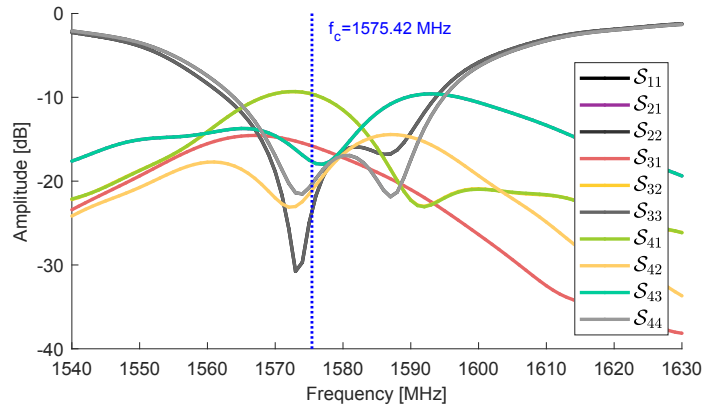


Fig. 7.2: Parámetros  $\mathcal{S}$  simulados.

Los parámetros más relevantes en la descripción de las respuestas de antenas se presentan en la Tabla 7.1. Por otro lado, los RP's simulados de ganancia realizada se muestran en la Fig. 7.3 donde pueden apreciarse diferencias notables entre las distintas antenas.

### 7.2.2. Arreglo objetivo

Se propone el desarrollo de un esquema de tres pasos para la determinación de una respuesta apropiada para el arreglo objetivo. El punto inicial es proveer una matriz de respuestas llamada  $\hat{H}_A$ . El segundo paso es la realización de una optimización numérica para conseguir una matriz  $\hat{H}_B$ . En el tercer paso, las respuestas de antenas en la matriz  $\hat{H}_B$  se promedian para estandarizar la respuesta del arreglo a un conjunto de antenas de comportamiento idéntico, lo que en consecuencia conduce a la matriz de respuesta objetivo  $\hat{H}$ . Esquemáticamente, la secuencia es,

$$1) \hat{H}_A \rightarrow 2) \hat{H}_B \rightarrow 3) \hat{H}$$

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

Tabla 7.1: Parámetros principales del AA.

Parámetros \ Antenas	1 & 3	2 & 4
Ganancia realizada RHCP	4,4dB	4,5dB
Orientación ( $\theta$ ) del lóbulo principal RHCP	31°	32°
Ancho de haz RHCP	82,4°	70°
Relación axial	2,4dB	2,9dB
Eficiencia total RHCP	-2,7dB	-2,6dB
Ganancia realizada LHCP	-5,8dB	-5,7dB

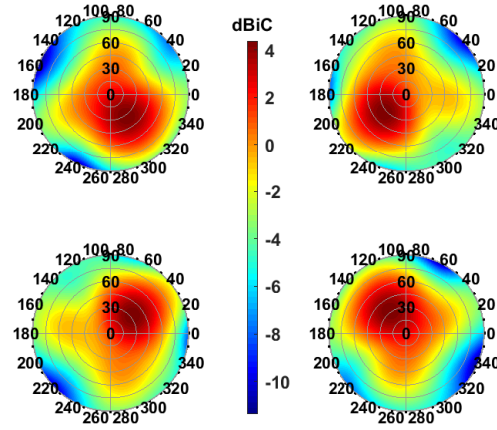


Fig. 7.3: RP's simulados de ganancia realizada RHCP,  $|\mathbf{h}(\theta, \phi)|$ .

### Respuesta inicial del arreglo objetivo, $\hat{H}_A$

Tal como se dedujo en (6.32), un arreglo virtual restringido a presentar antenas idénticas y desacopladas tiene una matriz  $\hat{H}$  cuyas  $N$  filas son idénticas en magnitud. Sus amplitudes para cada DOA de interés surgen de plantear la igualdad entre (7.1) y (7.2), y resultan ser iguales al valor cuadrático medio de las respuestas reales,

$$\hat{r}_{p,p} = r_{p,p} \Rightarrow |\hat{h}_{n,p}^A| = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N |h_{m,p}|^2}, \quad (7.4)$$

para cada  $n = 1, \dots, N$  y cada DOA  $p = 1, \dots, P$ . En relación a la dependencia con la fase, una buena suposición inicial es que coincidan con las fases relativas asociadas a las posiciones reales de las antenas. Entonces, se propone que sus  $N \times P$  componentes respeten la siguiente ley de variación,

$$\angle \hat{h}_{n,p}^A = \frac{2\pi d_n}{\lambda} \sin(\theta_p) \cos(\phi_p - \varphi_n), \quad (7.5)$$

donde  $d_n = d/\sqrt{2} = \lambda/(3\sqrt{2})$  y  $\varphi_n = \varphi_{ref} - 2\pi \frac{(n-1)}{N}$  son las coordenadas polares de cada antena relativas al centro geométrico del arreglo, y  $\varphi_{ref} = 3\pi/4$  es el ángulo de referencia que coincide

## 7.2. Arreglo compacto de antenas de microtira

---

con la orientación de la antena etiquetada como 1.

De esta forma queda definida la matriz  $\hat{H}_A$ . A continuación, se debe realizar una optimización numérica que permita minimizar la función de costo (7.3) ajustando la dependencia de la respuesta virtual con la fase.

### Respuesta optimizada del arreglo objetivo, $\hat{H}_B$

Considerando (7.4), los parámetros restantes para la optimización son las fases de  $\hat{H}_A$ , lo que consiste en un conjunto de  $N \times P$  grados de libertad que permiten satisfacer el problema de minimización. Sin embargo, la norma Frobenius depende de un total de  $P \times P$  términos, donde  $P \gg N$  es el caso típico. Consecuentemente, esto lleva a un problema de optimización numérica que puede ser resuelto por el Método Steepest Descent (SDM) [96]. Por lo tanto, se da lugar al siguiente proceso iterativo que toma como punto de partida a la matriz  $\hat{H}_A$ :

1. Inicializar  $\hat{H}_B = \hat{H}_A$ ,  $\hat{R}_B = \hat{H}_B^H \hat{H}_B$ ,  $\gamma_B = \|R - \hat{R}_B\|_F^2$ , y el tamaño del paso  $\alpha$ .
2. El gradiente de  $\gamma_B$  en relación a la fase de cada término de  $\hat{H}_B$  es la matriz  $\delta$  calculada como,

$$\delta_{n,p} = 4 \Re \left\{ \sum_{q=1}^P \left[ j \hat{h}_{n,p} \hat{h}_{n,q}^* (\hat{r}_{p,q} - r_{p,q}) \right] \right\}. \quad (7.6)$$

3. Actualizar las fases en la dirección opuesta al gradiente con paso  $\alpha$ ,

$$\angle \hat{H}_B = \angle \hat{H}_B - \alpha \delta, \quad (7.7)$$

y luego la matriz de correlación  $\hat{R}_B$  y la función de costo  $\gamma_B$ .

4. Si aún no se ha conseguido un valor aceptable para  $\gamma_B$ , o no se ha cumplido alguna otra condición de corte, verificar la convergencia de  $\gamma_B$ , actualizar  $\alpha$  en caso de ser necesario, y luego retornar al punto 2.

Con este esquema se busca obtener la respuesta óptima del arreglo virtual  $\hat{H}_B$  que maximiza la correspondencia entre las matrices  $R$  y  $\hat{R}_B$ . Un posible inconveniente es que la función  $\gamma$  puede no ser unimodal/quasiconvexa. En ese caso, podrían existir varios mínimos locales posibles, y entonces la convergencia a un mínimo global podría no estar garantizada [96]. Sin embargo, habiéndonos asegurado que la respuesta inicial  $H_A$  es un buen punto de arranque, y con un control adecuado de la velocidad de convergencia, se puede obtener la solución buscada.

### Respuesta del arreglo objetivo, $\hat{H}$

La matriz  $\hat{H}$  será descrita en términos de sus ganancias de antenas y vectores de steering. Las ganancias deben ser iguales para todas las antenas, por lo tanto incorporan el factor común de la matriz  $\hat{H}_B$ . Mientras que la matriz de vectores de steering se consigue a partir de una

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

aproximación de las variaciones de fase remanentes. Esta aproximación consiste en asumir que las  $N$  antenas son iguales y rotadas  $2\pi/N$  una respecto de la otra, lo cual se realiza a los fines de reducir la complejidad de la función de ajuste que finalmente se utilizará para expresar el vector de steering, el cual será presentado en la Sección 7.2.5.

Según (7.4) las amplitudes de la matriz de ganancias  $\mathring{G}$  ya se conocen, pero sus fases se obtienen luego de promediar los RP's individuales de manera de conseguir el factor común de fase. Por lo tanto,

$$|\mathring{g}_{n,p}| = |\mathring{h}_{n,p}^B|, \quad \angle \mathring{g}_{n,p} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \angle \mathring{h}_{m,p}^B, \quad (7.8)$$

para  $n = 1, \dots, N$  y  $p = 1, \dots, P$ . A continuación, las variaciones remanentes de las componentes de fase de  $\mathring{H}_B$  se incorporan a la matriz  $\mathring{S}$  como se indica a continuación,

$$\angle \mathring{s}_1(\theta_p, \phi_p) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \psi_m(\theta_p, \phi_p + 2\pi(m-1)/N), \quad (7.9)$$

$$\angle \mathring{s}_{n+1}(\theta_p, \phi_p) = \angle \mathring{s}_n(\theta_p, \phi_p + 2\pi/N), \quad (7.10)$$

para  $p = 1, \dots, P$  y  $n = 1, \dots, N-1$ , donde  $\psi_m(\theta_p, \phi_p) = \angle \mathring{h}_{m,p}^B - \angle \mathring{g}_{m,p}$ .

De esta forma se consigue la matriz de respuestas promediadas,

$$\mathring{H} = \mathring{S} \circ \mathring{G}. \quad (7.11)$$

La misma define las propiedades de radiación de un arreglo ideal de antenas de comportamiento idéntico en las  $P$  DOA's de interés y es la matriz propuesta para minimizar la función de costo  $\gamma$  en (7.3).

### 7.2.3. Transformación ortonormal y arreglo virtual

Dado que las matrices  $H$  y  $\mathring{H}$  ya han sido definidas, la búsqueda de la matriz unitaria de transformación  $W$  es inmediata, (6.21). Para el presente diseño se ha establecido que la matriz de pesos  $Q$  sea la matriz identidad, ya que se espera conseguir un buen desempeño general para todo el hemisferio. Consecuentemente, obtenemos la respuesta compensada  $\tilde{H}$  dada por la siguiente relación,

$$WH = \tilde{H} \approx \mathring{H}. \quad (7.12)$$

La igualdad aproximada se debe al hecho de que el arreglo virtual podría no cumplir a la perfección con las condiciones impuestas. Sin embargo, cuanto más chica sea la función  $\gamma$ , más parecida va a ser  $\tilde{H}$  a  $\mathring{H}$ .

A pesar de que el proceso previamente descrito para encontrar el arreglo virtual es computacionalmente intensivo, debe notarse que sólo debe realizarse una vez, a menos que sea indispensable realizar una re-calibración de los RP's reales. Por lo tanto, el receptor solo estará equipado con



## 7.2. Arreglo compacto de antenas de microtira

la matriz  $W$  de dimensiones  $N \times N$ , y una función que define el vector de steering virtual  $\hat{\mathbf{s}}$ , la cual en este caso depende de sólo dos parámetros, y será presentada en la Sección 7.2.5.

En particular, la matriz unitaria del AA diseñado es,

$$W = \begin{bmatrix} 0,9429 e^{-j3,1069} & 0,2286 e^{+j1,7479} & 0,1099 e^{-j2,0120} & 0,2160 e^{-j1,6728} \\ 0,2392 e^{-j1,8484} & 0,9440 e^{+j0,0442} & 0,2040 e^{+j1,5307} & 0,0999 e^{+j1,0866} \\ 0,1099 e^{+j1,1305} & 0,2160 e^{+j1,4695} & 0,9429 e^{+j0,0348} & 0,2285 e^{-j1,3934} \\ 0,2042 e^{-j1,6102} & 0,0998 e^{-j2,0530} & 0,2391 e^{+j1,2932} & 0,9440 e^{-j3,0973} \end{bmatrix}. \quad (7.13)$$

La magnitud de los patrones de ganancia del AA virtual que se consiguen con esta transformación se presentan en la Fig. 7.4.

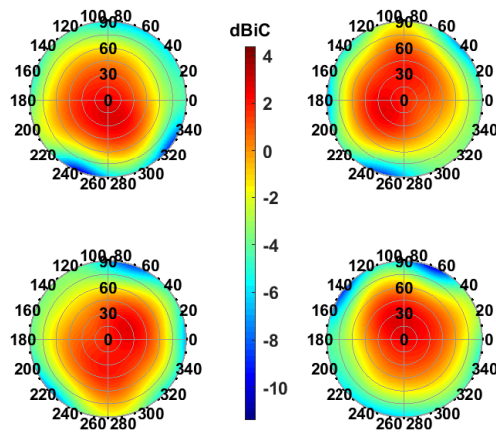


Fig. 7.4: Patrones de ganancia realizada RHCP del AA virtual,  $|\tilde{\mathbf{h}}(\theta, \phi)|$ .

### 7.2.4. Evaluación de desempeño

Tal como fue analizado en el Capítulo 5, es habitual el uso de métodos de compensación basados en esquemas LMS donde las matrices de transformación no están restringidas a ser unitarias [72, 73], y por lo tanto pueden normalmente lograr mejores ajustes. A continuación, se hará una comparación en términos de error de compensación global entre ambas propuestas a igualdad de condiciones, y utilizando la siguiente función de error normalizado [97]:

$$\Gamma(\hat{H}) = \frac{\|\hat{H} - CH\|_F^2}{\|\hat{H}\|_F^2} \quad (7.14)$$

donde  $C$  representa la matriz de transformación, pudiendo ser el caso unitario  $W$ , ó la matriz de transformación LMS llamada  $T$  que se obtiene como:

$$T = \hat{H}H^H(HH^H)^{-1} \quad t.q. \quad TH \approx \hat{H} \quad (7.15)$$

Los errores ( $\Gamma$ ) se comparan en relación a la obtención de la respuesta virtual  $\hat{H}$ , y se presentan en la última columna de la Tabla 7.2. Puede verse que en este caso no hay diferencias

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

significativas entre ambas propuestas. De hecho, se ha corroborado que tanto las matrices  $W$  y  $T$  son bastante similares, lo cual significa que los AA's real y virtual propuestos llevan a que el esquema LMS adopte una matriz de transformación casi unitaria. Adicionalmente, los errores se calculan también para las matrices  $\hat{H}_A$  y  $\hat{H}_B$  para demostrar la efectividad de la respuesta propia del arreglo objetivo propuesto. Cada uno de ellos requiere su propia matriz de transformación, y se obtienen a partir de las ecuaciones (6.21) y (7.15) respectivamente. Los resultados se presentan también en la Tabla 7.2. Se puede observar que los errores para la respuesta objetivo inicial  $\hat{H}_A$  se vuelven significativamente mayores para ambos métodos, y que las diferencias de desempeño entre transformaciones crecen en favor de la solución LMS. Esto se debe a que la respuesta objetivo inicial no es apropiada para la transformación unitaria. Sin embargo, el error se reduce considerablemente cuando se utiliza la matriz de respuesta optimizada. Finalmente, dadas las restricciones impuestas en las componentes de fase para la obtención de la respuesta final del arreglo objetivo  $\hat{H}$ , el error se incrementa levemente en comparación al caso  $\hat{H}_B$ .

Tabla 7.2: Errores de transformación con matrices unitaria y LMS.

Esquema	Error de Transf.	$\Gamma(\hat{H}_A)$	$\Gamma(\hat{H}_B)$	$\Gamma(\hat{H})$
Matriz Unitaria ( $W$ )		0,0313	0,0081	0,0093
Matriz LMS ( $T$ )		0,0171	0,0078	0,0088

### 7.2.5. Vector de steering ajustado $\hat{\mathbf{s}}(\theta, \phi)$

La matriz  $\hat{G}$  ya no es relevante en esta etapa dado que puede entenderse como un factor común, y normalmente no es relevante para el procesamiento de señales. Por el contrario, la información crucial proviene de las diferencias de fase entre las señales de las distintas antenas, virtuales en este caso. Por lo tanto, a fin de simplificar esta labor se busca hallar una función de ajuste del vector de steering  $\hat{\mathbf{s}}(\theta, \phi)$  represente lo mejor posible las variaciones de fase de la matriz  $\hat{S}$ . Por medio de esta función, un receptor GNSS podrá controlar efectivamente al AA sin necesidad de utilizar tablas que indiquen las fases de los RP's. Esta función deberá estar restringida de forma tal de satisfacer las siguientes condiciones:

- $\hat{\mathbf{s}}(\theta, \phi)$  debe ser una *función biyectiva* para generar una correspondencia no ambigua entre  $\mathbf{h}(\theta, \phi)$  y  $\hat{\mathbf{h}}(\theta, \phi)$  y así evitar una posible incompatibilidad o pérdida de generalidad en la capacidad de discriminación de DOA's. Por suerte, esto se verifica naturalmente cuando sus funciones de correlación son suficientemente similares.
- El vector  $\hat{\mathbf{s}}(\theta, \phi)$  se restringe para cumplir con la condición de *simetría rotacional*:  $\hat{\mathbf{s}}_{n+1}(\theta, \phi) = \hat{\mathbf{s}}_n(\theta, \phi + 2\pi/N)$ ,  $n = 1, \dots, N - 1$ , lo cual implica antenas de comportamiento idéntico y rotadas en ángulo  $2\pi/N$  entre antenas contiguas.

Por lo tanto, nuestra propuesta consiste simplemente en un vector de steering que considera las diferencias de fase como consecuencia de diferentes longitudes en el camino recorrido por

### 7.3. Desempeño simulado

las ondas viajeras. La simetría rotacional de este arreglo virtual admite un modelo con dos parámetros de ajuste: antenas localizadas a una distancia  $a_1\lambda$  respecto al origen y alineadas de manera tal que la antena 1 esté orientada en dirección al ángulo de referencia  $a_2$ . La geometría de este arreglo se describe a partir del siguiente vector de steering,

$$\hat{\mathbf{s}}_n(\theta, \phi) = e^{j2\pi a_1 \sin(\theta) \cos(\phi - a_2 + 2\pi \frac{n-1}{N})}, \quad (7.16)$$

con  $n = 1, 2, \dots, N$ . Para este arreglo en particular, se ha determinado mediante ajuste por mínimos cuadrados que el valor óptimo de los parámetros es  $a_1 = 0,2719$  y  $a_2 = 2,509$ .

Esta función es similar a (7.5) con la particularidad de tener mayor distancia entre antenas,  $a_1 > d/(\lambda\sqrt{2})$ , y una ligera rotación en la orientación del arreglo,  $a_2 \gtrsim \varphi_{ref}$ . Es importante destacar que las diferencias entre los RP's reales inducidas por AM-DE se traducen en las correspondientes a un AA ideal con mayor resolución debido a que su apertura es mayor [98].

### 7.3. Desempeño simulado

A continuación, se desarrollan experimentos simulados de mitigación de interferencias empleando el AA que ha sido desarrollado. Los ensayos consisten en comparar su desempeño para resistir un ataque de interferencia de onda continua con polarización RHCP operando a la frecuencia  $f_c$ , mientras que a la vez se maximiza la ganancia de acuerdo a la dirección de procedencia de una señal GPS. Por cuestiones de simplicidad, se asume que la señal GPS de interés proviene de  $(\theta_s, \phi_s)$ , particularmente el zenith, mientras que la señal indeseada proviene de orientaciones de incidencia  $(\theta_i, \phi_i)$ , de acuerdo a los valores presentados en la Tabla 7.3.

Tabla 7.3: Escenario de simulación para las DOA's de interés.

DOA de señal deseada	DOA de señal no deseada
$\theta_s = 0^\circ$	$\theta_i = 50^\circ, 70^\circ$ o $90^\circ$
$\phi_s = 0^\circ$	$0^\circ \leq \phi_i < 360^\circ$

La superposición de la señal GPS,  $s$ , de la interferencia,  $i$ , y del ruido térmico,  $\mathbf{n}$ , que son recibidas por el AA, se consideran como parte del vector de señales  $\mathbf{x}$ :

$$\mathbf{x} = s \mathbf{h}(\theta_s, \phi_s) + i \mathbf{h}(\theta_i, \phi_i) + \mathbf{e}. \quad (7.17)$$

Luego de realizar NF, la señal de salida  $y$  es una combinación lineal de  $\mathbf{x}$  y el vector de pesos complejos  $\mathbf{c}$ :

$$y = \mathbf{c}^H \mathbf{x}. \quad (7.18)$$

Por lo tanto, se consigue el RP conformado:

$$h_{\text{NF}}(\theta, \phi) = \mathbf{c}^H \mathbf{h}(\theta, \phi). \quad (7.19)$$

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

Definimos la proporción de ganancia entre las DOA's de la interferencia y el satélite GPS como una figura de mérito para las comparaciones. Específicamente,

$$\kappa = \left| \frac{h_{\text{NF}}(\theta_i, \phi_i)}{h_{\text{NF}}(\theta_s, \phi_s)} \right|. \quad (7.20)$$

De ahora en más, el procesamiento espacial se realiza utilizando sólo el modelo PA a fin de emular en esquema de funcionamiento “a bordo”. Sin embargo, el análisis de desempeño se realiza utilizando toda la información disponible.

### 7.3.1. Escenario completamente controlado

En esta primera comparación, la orientación del arreglo se asume conocida, de la misma forma que las DOA's de la señal GPS y de la interferencia. Se utiliza el método OPB para obtener el vector de pesos apropiado para NF.

El primer caso considerado es simplemente un esquema no compensado (etiquetado como “UA”) que asume un arreglo ideal de elementos isotrópicos. Será comparado contra los esquemas de compensación a un nivel similar de complejidad computacional, es decir que los pesos de NF se calculan usando solamente los vectores de steering  $\mathbf{s}_n(\theta, \phi)$  sin tener en cuenta las ganancias de antenas  $g_n(\theta, \phi)$ :

$$\mathbf{c} = \left[ I_N - (\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H \mathbf{s}_i)^{-1} \mathbf{s}_i^H \right]^H \mathbf{s}_s, \quad (7.21)$$

siendo  $\mathbf{s}_s = \mathbf{s}(\theta_s, \phi_s)$  y  $\mathbf{s}_i = \mathbf{s}(\theta_i, \phi_i)$  los vectores de steering en la dirección de la señal GPS y de la interferencia respectivamente cuyas componentes de fase se definen de acuerdo a (7.5).

El segundo caso considerado utiliza la compensación LMS (“LC”), cuya matriz de transformación  $T$  se basa en la respuesta objetivo inicial  $\hat{H}_A$  dado que, como es usual, preserva la geometría original del arreglo. Por lo tanto, OPB también conduce a (7.21).

El último caso es nuestra compensación unitaria (“UC”) basada en la matriz  $W$  asociada al modelo de arreglo virtual  $\hat{H}$ . Entonces, su vector de pesos correspondiente  $\hat{\mathbf{c}}$  es,

$$\hat{\mathbf{c}} = W^H \left[ I_N - (\hat{\mathbf{s}}_i \hat{\mathbf{s}}_i^H \hat{\mathbf{s}}_i)^{-1} \hat{\mathbf{s}}_i^H \right]^H \hat{\mathbf{s}}_s, \quad (7.22)$$

siendo  $\hat{\mathbf{s}}_s = \hat{\mathbf{s}}(\theta_s, \phi_s)$  y  $\hat{\mathbf{s}}_i = \hat{\mathbf{s}}(\theta_i, \phi_i)$ , de acuerdo a (7.16).

Los gráficos en la Fig. 7.5 se presentan las relaciones de ganancia  $\kappa$  obtenidas cuando el ángulo de incidencia de la interferencia se barre como se indica en la Tabla 7.3. Los resultados del AA no compensado, la compensación LMS y la unitaria se etiquetan como  $\kappa^{(\text{UA})}$ ,  $\kappa^{(\text{LC})}$  y  $\kappa^{(\text{UC})}$  respectivamente. El desempeño del método OPB en los casos compensados es mucho mejor en gran parte del hemisferio, alcanzando valores del orden de  $-20$  dB o menos cuando  $\theta_i = 50^\circ$ . Se puede concluir entonces que sin compensación el nivel de atenuación no es efectivo cuando la interferencia posee elevaciones más cercanas a la región del zenith. Ambos métodos de compensación proveen buenos resultados en esta región, presentando sólo leves diferencias según la DOA.

### 7.3. Desempeño simulado

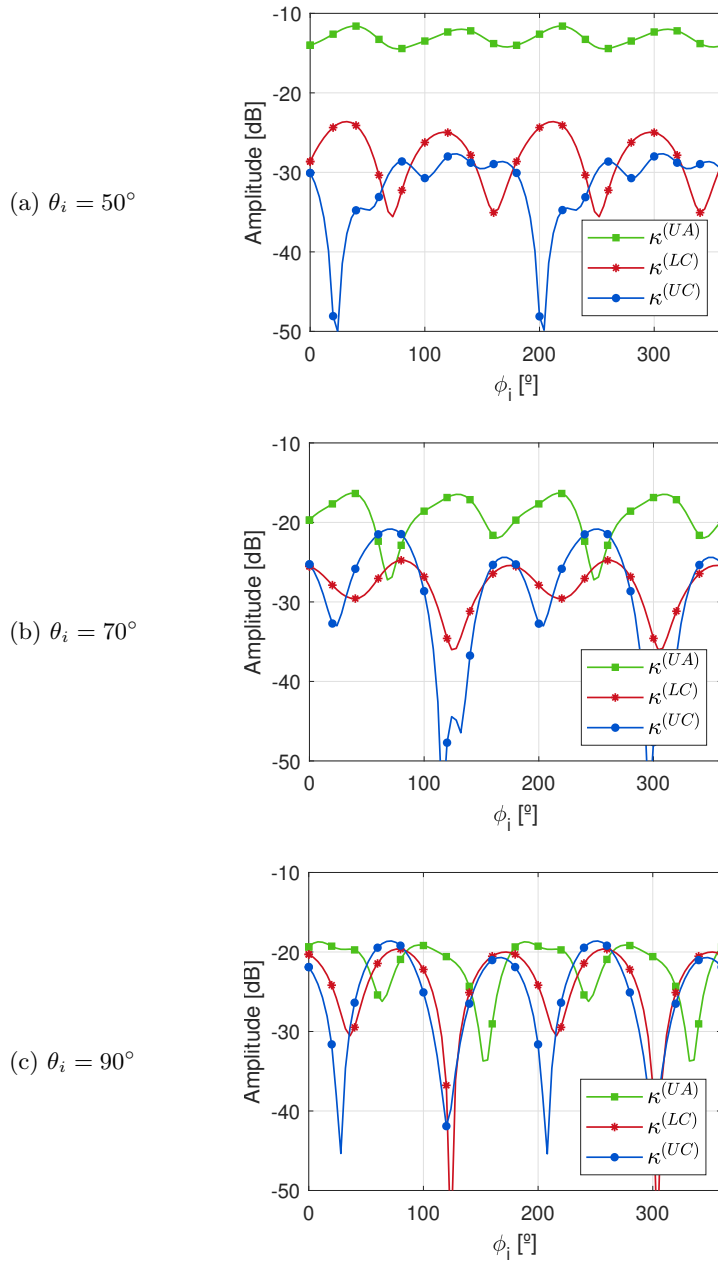


Fig. 7.5: Proporción de ganancia  $\kappa$  luego de aplicar NF para diferentes DOA's de la interferencia.

Para el caso particular donde las interferencias provienen del horizonte, ningún esquema consigue mejoras significativas, siendo el nivel bajo de ganancia que naturalmente presentan las antenas el factor que mayormente contribuye a la atenuación. En caso que se requiera un mejor desempeño, es posible utilizar una matriz de pesos  $Q$  diferente para optimizar la respuesta en esa región, pero a costa de cierta degradación en la región superior (ver Sección 7.2.3). Otra

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

propuesta posible podría ser adoptar una transformación sectorial alternativa, en lugar de una global, para corregir una región más acotada cuando sea requerido.

### 7.3.2. Escenario parcialmente controlado. NF determinístico.

Ahora la ubicación de la fuente de interferencia se asume desconocida, por lo que será necesario primero detectar su posición empleando un método de detección de DOA, para lo cual utilizamos nuevamente el algoritmo MUSIC. En este caso, como las señales GNSS son de tipo DSSS, en la etapa pre-correlación una interferencia de gran nivel de potencia puede ser detectada fácilmente. Dada la naturaleza estocástica de este problema, es conveniente definir un escenario de simulación más concreto. La potencia de señal y densidad de potencia de ruido se seleccionan en función de valores típicos [11], mientras que para la interferencia se adopta un valor genérico pero realista. Los modelos para el cabezal de RF y los ADC's se simplifican por completo, pero ciertas características relevantes se definen en función del receptor heterodino que va a ser utilizado posteriormente en la etapa de validación experimental. Específicamente:

- Frecuencia intermedia:  $f_{IF} = 30,42$  MHz.
- Frecuencia de muestreo:  $f_s = 20$  MHz.
- Ancho de banda:  $BW = 12$  MHz.
- Cantidad de muestras: 400000.
- Densidad de potencia de ruido de antena:  $N_0 = -174$  dBm/Hz.
- Relación potencia de portadora a densidad de potencia de ruido:  $C/N_0 = 40$  dB-Hz.
- Proporción de potencia entre interferencia y señal:  $ISR = 40$  dB.

Los resultados de estimación de DOA se muestran en gráficos polares en la Fig. 7.6. Las soluciones brindadas por el arreglo calibrado (curvas negras con puntos) se muestran sólo a modo de referencia dado que requieren acceso a toda la información de las respuestas de las antenas. Las otras curvas que se indican como  $(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i)^{(UA)}$ ,  $(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i)^{(LC)}$  y  $(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i)^{(UC)}$  representan las soluciones al emplear el modelo no compensado, el modelo con compensación LMS y el arreglo virtual de compensación unitaria respectivamente. Las curvas rayadas con símbolos presentan la solución del presente escenario. En este caso, los arreglos compensados proveen buenos resultados en la mayor parte del hemisferio. En la región del horizonte, hay dos sectores acotados donde ninguna de las soluciones no-calibradas son consistentes con las DOA's verdaderas. Para obtener mejoras en esas zonas, se requeriría que sean procesadas de manera diferente dado que su comportamiento difiere notablemente por la baja ganancia que poseen las antenas. Esta evidencia es consistente con los resultados de la subsección anterior, por lo que las mismas conclusiones siguen siendo válidas en relación a una posible mejora en la estimación de las DOA's. Sin embargo, a nivel global puede notarse que el método unitario presenta un muy buen desempeño en este contexto de nivel relativamente bajo de ruido.

### 7.3. Desempeño simulado

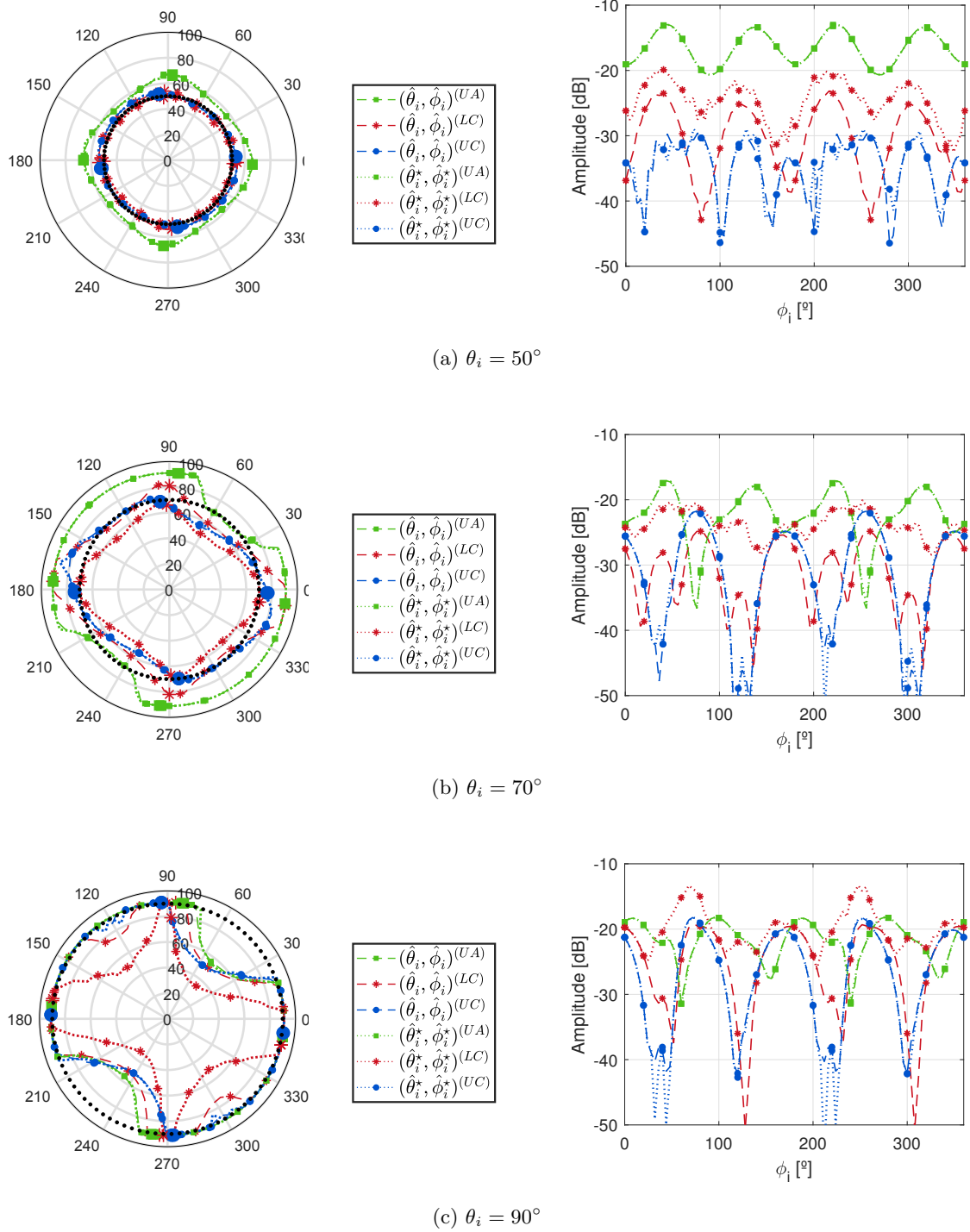


Fig. 7.6: Estimación de DOA de la interferencia (izquierda), y comparación del factor de proporcionalidad  $\kappa$  (derecha). En la leyenda, una estrella ( $\star$ ) indica el caso de nivel de ruido alto.

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

Dado que el esquema LMS altera la estructura de correlación de ruido, su debilidad se pone en evidencia cuando existe un nivel más alto de potencia de ruido. Consideramos entonces un caso adverso donde la densidad de potencia es igual a  $N_0 = -164$  dBm/Hz, es decir, un incremento de 10 dB, lo cual implica una  $C/N_0$  de 30 dB-Hz que puede ser considerado próximo al nivel mínimo típicamente útil para un receptor GPS. Las curvas punteadas con símbolos presentan las soluciones de este nuevo escenario, las cuales se encuentran etiquetadas con una estrella. Sólo las soluciones LMS han cambiado considerablemente mostrando desviaciones grandes en relación a las DOA's verdaderas. Por el contrario, el uso de una matriz unitaria retiene de manera efectiva las ventajas de aplicar una compensación, mientras que también evita la distorsión de las propiedades del ruido recibido. Es importante notar que cualquier otro método de estimación que asume un modelo PA, o que no tiene en cuenta los RP's, como [99] por ejemplo, también puede beneficiarse de esta transformación.

Basados en las estimaciones de DOA de la interferencia, se recalculan los vectores de pesos calculados con OPB, (7.21) y (7.22). Entonces, los resultados en términos de las relaciones de ganancia en función de  $(\theta_i, \phi_i)$  también se presentan en la Fig. 7.6, a la derecha. Estos son consistentes con los resultados hallados en la subsección previa. En muchos casos, las diferencias obtenidas con las estimaciones de DOA (sus errores) incluso mejoran el factor  $\kappa$  dado que éstas se adaptan a las irregularidades de los RP's reales. Sin embargo, éste no es el caso cuando se considera la compensación LMS con nivel relativamente alto de potencia de ruido por los sesgos producidos en el método MUSIC con un subespacio de ruido correlacionado.

### 7.3.3. Escenario parcialmente controlado. NF adaptivo.

Típicamente, la proyección espacial basada en estimaciones de DOA se aplica para la mitigación de ataques de spoofing/meaconing, mientras que para los problemas de interferencias/jammers se prefieren métodos de filtrado espacial adaptivos [15, 100, 101]. Se suele optar por utilizar NF adaptivo ya que a menudo requiere muy poca información acerca de las respuestas de las antenas. Sin embargo, hay situaciones donde un modelo muy simplificado puede inducir cierto nivel de degradación en las señales. En esta subsección, se muestra que al aplicar una compensación se puede mejorar el desempeño en estas situaciones y que nuestra propuesta puede producir mejores resultados que la basada en LMS.

Para realizar el análisis, utilizaremos el conocido método de BF Minimum Variance Distortionless Response (MVDR) [8]. El mismo realiza una atenuación "ciega" a las interferencias basándose en la matriz de correlación espacial muestral  $R_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ , mientras que recupera la señal deseada maximizando la ganancia en dirección a su localización. Por lo tanto, los estimadores MVDR para los tres casos planteados son,

$$y^{(UA)} = \mathbf{c}_1^H \mathbf{x}, \quad \mathbf{c}_1 = R_{\mathbf{x}\mathbf{x}}^{-H} \mathbf{s}_s, \quad (7.23)$$

$$y^{(LC)} = \mathbf{c}_2^H \mathbf{x}^{(LC)}, \quad \mathbf{c}_2 = R_{\mathbf{x}^{(LC)}\mathbf{x}^{(LC)}}^{-H} \mathbf{s}_s, \quad (7.24)$$

$$y^{(UC)} = \mathbf{c}_3^H \mathbf{x}^{(UC)}, \quad \mathbf{c}_3 = R_{\mathbf{x}^{(UC)}\mathbf{x}^{(UC)}}^{-H} \hat{\mathbf{s}}_s, \quad (7.25)$$

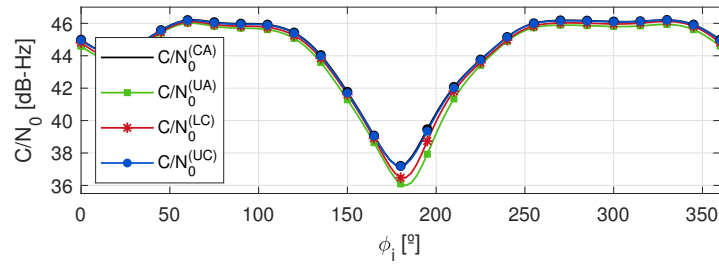
donde  $R_{\mathbf{x}^{(LC)}\mathbf{x}^{(LC)}}$  y  $R_{\mathbf{x}^{(UC)}\mathbf{x}^{(UC)}}$  son las matrices de correlación muestrales de las señales de



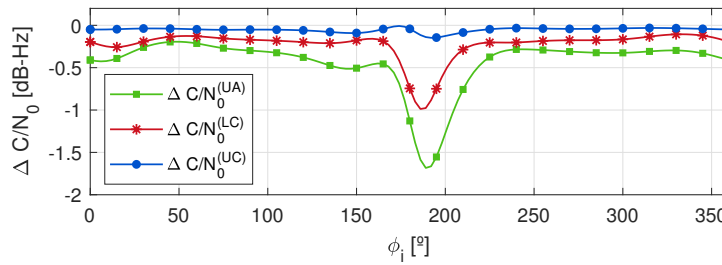
### 7.3. Desempeño simulado

arreglos transformados  $\mathbf{x}^{(LC)} = T\mathbf{x}$  y  $\mathbf{x}^{(UC)} = W\mathbf{x}$  respectivamente, mientras que  $y^{(UA)}$ ,  $y^{(LC)}$  y  $y^{(UC)}$  son las señales combinadas. Con este método, una compensación no realiza una contribución significativa a los propósitos de la mitigación de la interferencia, por lo que el factor  $\kappa$  no presenta diferencias sustanciales. Sin embargo, dado que la transformación permite incorporar mayor información acerca de la estructura real del AA, mostraremos que se pueden obtener ciertas mejoras en la relación potencia de portadora a densidad de potencia de ruido de la señal recuperada,  $C/N_0$ .

Se utiliza el mismo esquema de los ejemplos previos -sin incrementar el nivel de ruido- con la única diferencia de que la señal deseada proviene de  $(60^\circ, 180^\circ)$ . Para la interferencia localizada a  $\theta_i = 90^\circ$  y  $0^\circ \leq \phi_i < 360^\circ$ , los resultados en términos de  $C/N_0$  se muestran en la Fig. 7.7.a. La solución del AA calibrado se incluye nuevamente como una referencia. En la Fig. 7.7.b se presentan las diferencias en  $C/N_0$  con respecto a cada método,  $\Delta C/N_0$ , para facilitar la comparación. El vector de pesos de este arreglo calibrado ("CA") es  $\mathbf{c}_4 = R_{\mathbf{xx}}^{-H} \mathbf{h}_s$ , lo cual resulta en  $y^{(CA)} = \mathbf{c}_4^H \mathbf{x}$ . Es evidente que el desempeño del AA con la compensación unitaria es tan bueno como el caso calibrado, mientras que los otros esquemas pierden cierto nivel de potencia de señal, en mayor proporción a medida que la interferencia y la señal deseada se encuentran más próximas.



(a)  $C/N_0$  de los cuatro casos. CA se presenta a modo de referencia.



(b)  $C/N_0$  relativo con respecto al desempeño del AA calibrado.

Fig. 7.7: Desempeño de MVDR cuando una interferencia se encuentra presente en  $\theta_i = 90^\circ$  y una señal satelital proviene de  $(60^\circ, 180^\circ)$ .

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

### 7.4. Implementación y medidas

Con el objetivo de validar el diseño propuesto, se fabricó un prototipo del AA siguiendo las especificaciones dadas en la Sección 7.2.1. Además, se construyó mediante impresión 3D una estructura basada en un polímero termoplástico para garantizar el adecuado montaje del arreglo. Este soporte tiene pequeñas lengüetas en las cuales se encajan las esquinas del AA, las cuales son suficientemente pequeñas para no interferir con el desempeño del arreglo. El AA implementado junto con su soporte se muestran en la Fig. 7.8.

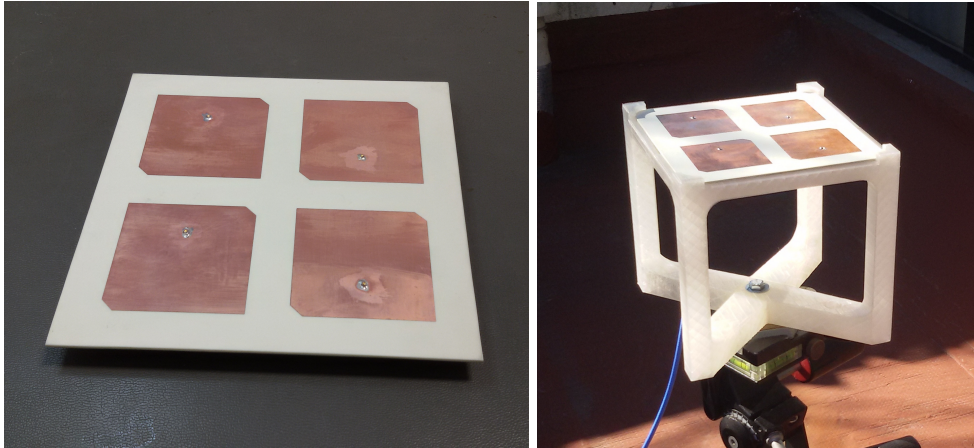


Fig. 7.8: El arreglo fabricado y su montaje sobre una estructura termoplástica.

Los parámetros de dispersión medidos presentados en la Fig. 7.9, son consistentes con los resultados de simulación mostrados en la Fig. 7.2. A pesar de que hay ciertas diferencias menores, se puede apreciar que el desempeño no se ha visto alterado significativamente.

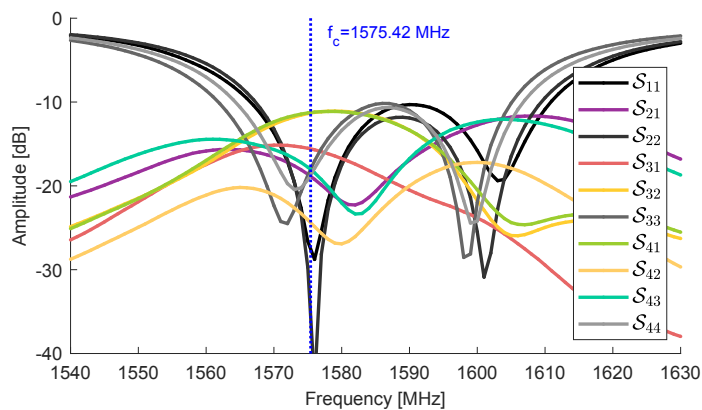


Fig. 7.9: Parámetros de dispersión medidos.

El AA ha sido puesto a prueba utilizando un receptor experimental GNSS multi-antena di-

#### 7.4. Implementación y medidas

---

señado por el Grupo de Trabajo, con una arquitectura similar a la del receptor presentado en [77]. Las señales de cada antena son recuperadas luego de pasar a través del cabezal de RF y ser digitalizadas en frecuencia intermedia,  $f_{IF}$ . La etapa de adquisición de datos utiliza una plataforma de muestreo de gran velocidad y ancho de banda, cuya arquitectura se basa en [78]. Los parámetros principales del receptor utilizado en este ensayo son,

- Oscilador local: 1545 MHz
- Oscilador de referencia (OCXO): 10 MHz
- Frecuencia intermedia:  $f_{IF} = 30,42$  MHz.
- Frecuencia de muestreo:  $f_s = 20$  MHz.
- Ancho de banda:  $BW = 12$  MHz.
- Cuantización: 2 bits por canal.
- Número de muestras: 400000.

El receptor y el AA se ubicaron en un entorno a cielo abierto, tal como se muestra en la Fig. 7.10, a fin de adquirir 20 ms de muestras. Luego, los datos fueron procesados en una computadora para la sincronización con las señales GPS. El experimento fue desarrollado el 10 de Diciembre de 2019 a las 13:35 hs, en la ciudad de La Plata, Buenos Aires, Argentina. Ocho satélites por encima de la máscara de elevación de  $10^\circ$  ( $\theta \leq 80^\circ$ ) se encontraban presentes y todos ellos fueron detectados en cada una de las antenas. Los satélites en vista fueron los SVN's 2, 5, 12, 21, 25, 26, 29 y 31.

Se analizaron las capacidades de detección de DOA y NF, tal como se realizó por simulación. En este contexto, el caso calibrado no se considera debido a que no se dispone de los RP's medidos. La compensación LMS tampoco se incluye porque los resultados que han sido obtenidos con este método son bastante similares a los que se obtienen con nuestro método. De hecho, se han conseguido ligeras mejoras favorables al caso unitario que son consistentes con las simulaciones, las cuales se encuentran en el rango entre 0 y 1 dB. A modo de comentario general, se ha encontrado una buena correspondencia entre resultados experimentales y simulados, por lo que se puede concluir que la implementación ha sido exitosa.

El gráfico polar de la Fig. 7.11 presenta las DOA's de los satélites en vista. Puede observarse que están dispersos con ángulos de elevación bajos y altos en el rango entre  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ . La validación del modelo de AA virtual mediante estimación de DOA fue realizada con el algoritmo MUSIC. El mismo fue aplicado en la etapa post-correlación de señal GPS de manera independiente para cada satélite. Los resultados obtenidos con y sin compensación se presentan en la Fig. 7.11. En ambos casos, se obtuvo una buena correspondencia entre DOA's estimadas y reales. Sin embargo, para ciertos satélites, se observa una mejora considerable cuando se aplica una compensación. En cuanto a las discrepancias, podemos considerar la posible influencia de factores no controlados como cierto nivel de multicamino, la incertidumbre en la información disponible de los RP's, así como otros tipos de distorsiones en las señales.

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo



Fig. 7.10: Puesta en marcha del ensayo experimental.

Otro modo de poner en evidencia los efectos de la compensación propuesta es calcular la potencia de señal recibida en cada antena. La  $C/N_0$  recibida de cada satélite y antena cuando no se aplica la compensación se muestra en la Fig. 7.12.a. Para cada satélite la potencia de señal difiere considerablemente entre antenas, lo cual es consistente con la respuesta del arreglo y las DOA's de las señales existentes. Estas diferencias se reducen significativamente cuando se aplica la compensación unitaria, tal como puede verse en la Fig. 7.12.b, lo cual además concuerda con el comportamiento esperado.

A fin de evaluar la habilidad aportada por el AA de operar en situaciones adversas, formulamos un escenario desfavorable debido a la presencia de interferencias ficticia representadas por algunos de los satélites GPS presentes. Esta prueba no provee una medida de calidad de atenuación como se hizo en las simulaciones, sino que corrobora el cumplimiento del objetivo esperado, y puede ser adaptado para situaciones en las cuales se requiera la mitigación de spoofing, jamming

## 7.4. Implementación y medidas

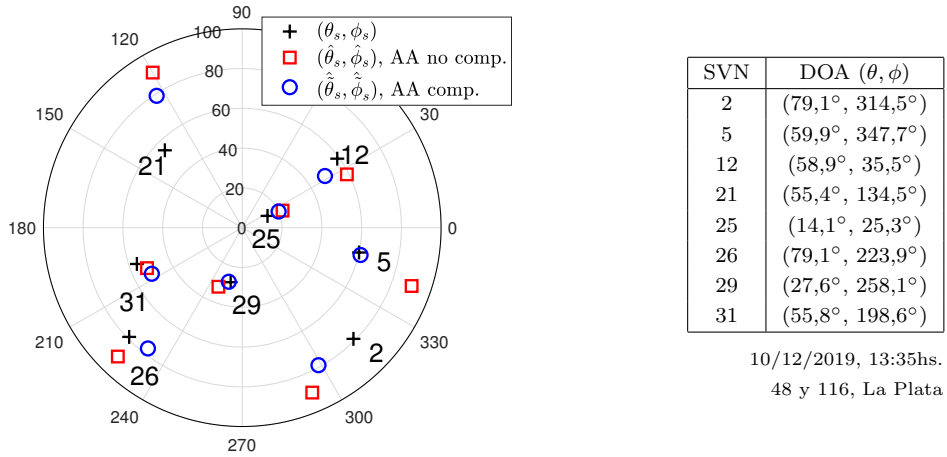


Fig. 7.11: DOA's verdaderas y sus estimaciones.

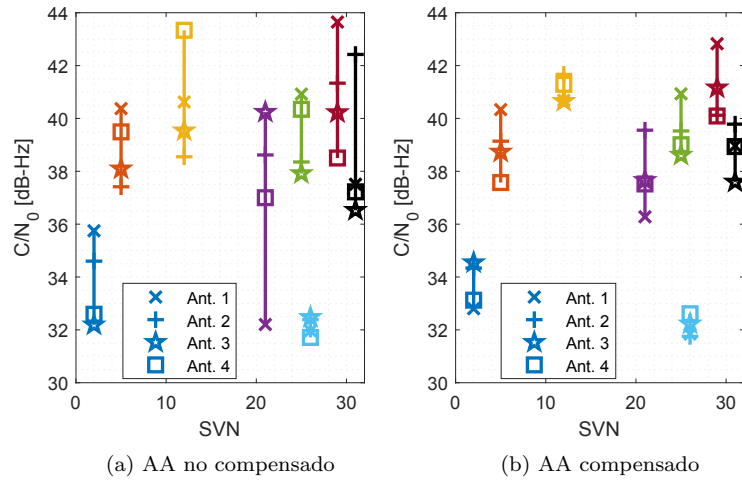


Fig. 7.12:  $C/N_0$  de los satélites en vista para cada elemento del AA.

o interferencias. De acuerdo a las simulaciones, una proporción esperable para el rechazo de interferencias con OPB es de aproximadamente 20 dB. Entonces, considerando que el umbral de los algoritmos de detección es de aproximadamente 32 dB-Hz de  $C/N_0$  [80], si se alcanza este nivel de atenuación la señal indeseada debería ser indetectable. Por el contrario, si la señal indeseada aún puede ser detectada, entonces la atenuación provista es claramente insuficiente, dado que no hay satélites con  $C/N_0$  tan alto como 52 dB-Hz.

El primer ensayo consiste en suprimir los SVN's 2 y 26, mientras que se apunta a cada uno de los satélites restantes. La elección de las dos fuentes de interferencia se debe a su localización en ángulos de elevación bajos (80° aproximadamente), lo cual puede ser más representativo de un jammer o spoofer. Este proceso se ejecuta por medio del método OPB, el cual hace uso de las estimaciones de DOA previamente obtenidas. En la Fig. 7.13, se observa que las fuentes indeseadas son mitigadas de manera efectiva con ambos esquemas, mientras que todos los satélites

## 7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo

deseados son recuperados. Está claro que la baja potencia relativa de las señales indeseadas las convierte en objetivos fáciles de mitigar, por lo que ambos métodos cumplen con el objetivo.

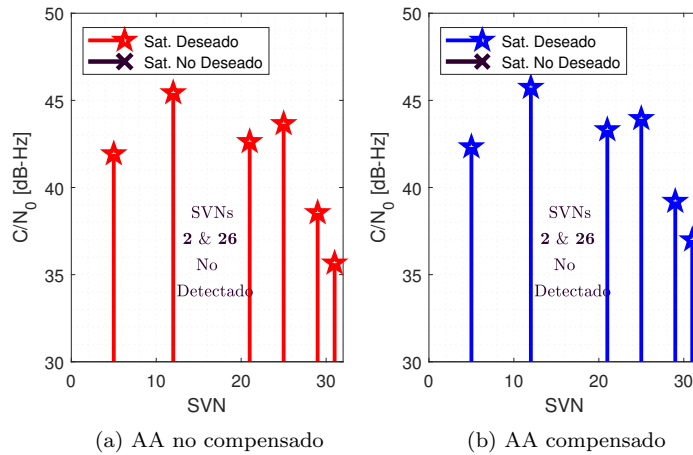


Fig. 7.13:  $C/N_0$  de los satélites en vista cuando se realiza NF a los SVN's 2 y 26.

En el siguiente caso, se considera como interferencia al SVN 12 dado que se encuentra ubicado a un ángulo de elevación bajo pero su nivel de potencia es alto. Los resultados se presentan en la Fig. 7.14. Si no se aplica una compensación, sólo se logran detectar dos de los siete satélites al mismo tiempo en que se logra que la interferencia (SVN 12) sea suficientemente baja para no ser detectada. Esto indica claramente que el arreglo no compensado no puede deshacerse de la interferencia, aún cuando las discrepancias en sus estimados de DOA de la interferencia son similares a las del caso compensado. Por otro lado, el AA compensado ha detectado todas las señales GPS con un ligero incremento relativo en nivel de  $C/N_0$  y sin la presencia de la interferencia.

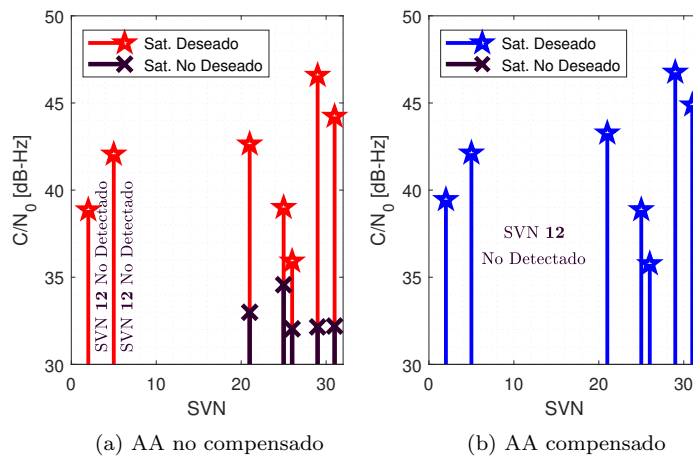


Fig. 7.14:  $C/N_0$  de los satélites en vista cuando se aplica NF al SVN 12.

Como caso final -y más demandante-, se consideran como interferencias los SVN's 12, 21 y

## 7.5. Conclusiones

31, los cuales están ubicados a ángulos de elevación intermedios ( $60^\circ$  aproximadamente). En la Fig. 7.15, se exhiben las diferencias entre los desempeños de ambos esquemas. Sin compensación, las señales indeseadas se detectaron siempre, mostrando la pobre atenuación lograda. Por el contrario, cuando se aplica la compensación, las señales indeseadas se vuelven indetectables al mismo tiempo que los niveles de  $C/N_0$  de las señales deseadas son similares en algunos casos y significativamente mayores en otros.

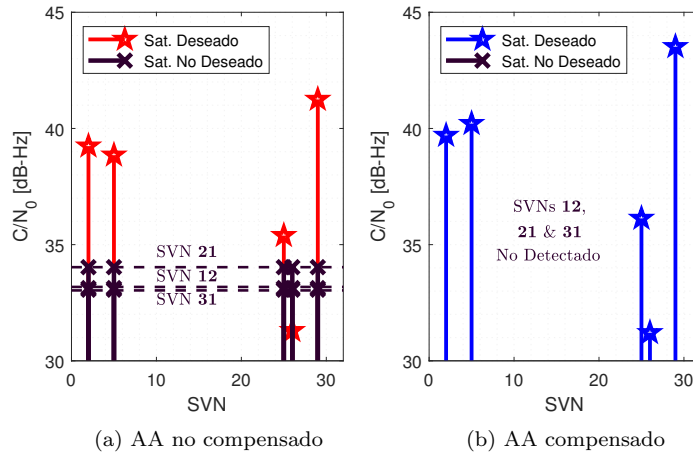


Fig. 7.15:  $C/N_0$  de los satélites en vista cuando se aplica NF a los SVN's 12, 21 & 31.

## 7.5. Conclusiones

Se ha presentado una técnica de diseño novedosa, mediante la cual se obtuvo un AA compacto, de bajo costo y liviano para realizar procesamiento espacial de señales GNSS de manera efectiva. Debido a que se trata de un arreglo compacto, los RP's reales son mayormente diferentes entre sí. Por lo tanto, el mismo es complementado con una matriz de transformación que lo convierte en un arreglo "virtual" con elementos casi idénticos. Además, dado que se utiliza una matriz unitaria, no se modifican las propiedades estadísticas del ruido recibido. El arreglo virtual relaja la necesidad de emplear la información de los RP's a fin de permitir un procesamiento espacial de señales simple sin perjudicar el desempeño. El AA propuesto fue construido y validado mediante ensayos experimentales. Estas pruebas fueron desarrolladas utilizando los parámetros de compensación obtenidos vía simulación, lo cual permite inferir además que el desempeño del arreglo virtual no es muy sensible a errores de calibración.

Resulta importante remarcar que las diferencias entre los RP's inducidas por AM-DE se terminan traduciendo en un AA desacoplado de mayores dimensiones que el original. Esto implica que el AA propuesto tiene mayor resolución espacial que lo esperable dada su geometría. Este hecho puede tener consecuencias profundas dado que parece indicar que las estrategias de desacoplamiento pueden en realidad ser subóptimas, en el sentido de no ser capaces de aprovechar la potencial capacidad de aumentar la resolución aportada por el acoplamiento.

## **7. Procesamiento Espacial Simple y Efectivo con un AA Compacto y de Bajo Costo**

Finalmente, cabe destacar que el esquema propuesto no está restringido a aplicaciones GNSS, ni tampoco a antenas de microtira. Realizando un procedimiento similar, pueden aprovecharse las virtudes de otros diseños de AA compactos en innumerables aplicaciones. A pesar de que el ejemplo presentado consiste en utilizar una transformación única para compensar globalmente, puede definirse libremente un balance diferente entre complejidad y precisión. En este sentido, es posible añadir mayor cantidad de parámetros de ajuste, o efectuar compensaciones sectoriales variantes en el tiempo dependiendo de las circunstancias. Cualquiera de estas opciones son válidas para el desarrollo de modelos virtuales que eventualmente puedan requerirse.



## 8 Compensación Espacio-Frecuencia con Matriz Unitaria

La información esencial a determinar por los receptores GNSS es el tiempo que tardan las señales en llegar desde los satélites hasta un punto de referencia ubicado en las inmediaciones al AA. Esta información junto con las posiciones de los satélites permite la obtención de PVT [11]. Las señales GNSS provenientes de los satélites son captadas por el AA, acondicionadas por los cabezales de RF y luego digitalizadas para atravesar posteriormente ciertas etapas de procesamiento digital. En este proceso las señales se ven modificadas por la respuesta en frecuencia equivalente del receptor. En aplicaciones en las cuales se requiere que las soluciones de PVT sean muy precisas, el receptor debe ser capaz de corregir o evitar las distorsiones ocasionadas por las etapas analógicas y digitales [102]. En caso contrario, se generan sesgos en las estimaciones de *retardos de grupo y de fase* de las señales GNSS, lo cual equivale a errores en la determinación del tiempo de viaje o pseudo-rango [103,104]. Para un AA acoplado, la respuesta en frecuencia de cada antena no sólo cambia según la DOA sino que además es diferente para cada antena. Al combinarlas resultan en una nueva respuesta equivalente, por lo que interesa conocer principalmente los sesgos que introduce para la DOA de la cual proviene la señal GNSS. Al realizar BF los coeficientes utilizados son conocidos y constantes si la DOA no cambia, con lo cual sería posible proveer al receptor de la información necesaria para que sea capaz de descontar los sesgos introducidos mediante correcciones con el uso de tablas predefinidas [33,103,105,106]. Sin embargo, ante la presencia de interferencias, la conformación de haz para NF genera una respuesta en frecuencia con gran nivel de variabilidad según el escenario particular. Por lo tanto los sesgos ya no son tan simples de corregir, más aún si no sólo se aplican técnicas de procesamiento espacial (SP) sino temporal-espacial (STP) [53]. En [3] se ha realizado un análisis acerca de los retardos producidos por un AA con SP. Los resultados fueron obtenidos en base al AA presentado en el Capítulo 4 de esta tesis, y los mismos sugieren que si bien hay algunas diferencias según el método particular de SP que se utilice, el mayor factor de influencia proviene de la propia función de transferencia de las antenas. Con técnicas de STP, las conclusiones son similares [53]. Si bien existen soluciones basadas en métodos adaptivos con restricciones de mínima distorsión, los mismos requieren pleno conocimiento de las respuestas de las antenas en el ancho de banda de interés, con lo cual demandan gran capacidad de procesamiento y gran nivel de precisión de calibración [107]. También pueden utilizarse filtros de ecualización para corregir los efectos de SP/STP [108], pero la necesidad de actualizar los coeficientes de filtrado por cada escenario particular a enfrentar conduce a problemas similares de implementación. En este sentido, resulta conveniente continuar trabajando con una transformación global, esta vez con un objetivo aún

mayor que contempla compensar en el espacio y ecualizar en frecuencia las diferencias que presentan las respuestas de antenas. Si bien una compensación espacial pura también influye sobre las respuestas en frecuencia que obtendrán las antenas del arreglo virtual, el problema es que generalmente no se tiene un control sobre sus efectos. En consecuencia, en el presente Capítulo se extiende la propuesta de compensación presentada en los Capítulos anteriores a un esquema espacio-frecuencia, es decir, se propone el uso de una matriz unitaria para obtener un arreglo virtual que admita un modelo PA de banda ancha. Por lo tanto, se buscará aproximar antenas de comportamiento ideal y a la vez lograr reducir los sesgos en retardos temporales que se incorporan a las señales recibidas. Particularmente, se realizará la caracterización y compensación espacio-frecuencia del AA que ha sido presentado en el Capítulo 7.

### 8.1. Influencia del sistema receptor en la determinación de pseudorange

En la Fig. 8.1 se muestra un diagrama en bloques de un receptor GNSS genérico con una etapa de compensación en la instancia de pre-correlación de señales GNSS. La respuesta de la  $n$ -ésima antena es una función definida por sus características de radiación  $g_n(f, \theta, \phi)$  y las diferencias de fase dadas según su ubicación espacial  $s_n(f, \theta, \phi)$ , ambas dependientes de la frecuencia y la DOA. Para facilitar la notación se define  $s_n g_n(f, \theta, \phi) = s_n(f, \theta, \phi)g_n(f, \theta, \phi)$ . Luego están los cabezales y ADC's, cuyo vector de respuestas en frecuencia se modela como  $\mathbf{f}(f) = [f_1(f), \dots, f_N(f)]^T$ . Por lo tanto, el vector de respuestas totales  $\mathbf{h}$  puede expresarse de la siguiente manera,

$$\mathbf{h}(f, \theta, \phi) = \mathbf{sg}(f, \theta, \phi) \circ \mathbf{f}(f). \tag{8.1}$$

donde el operador  $\circ$  es el producto Hadamard.

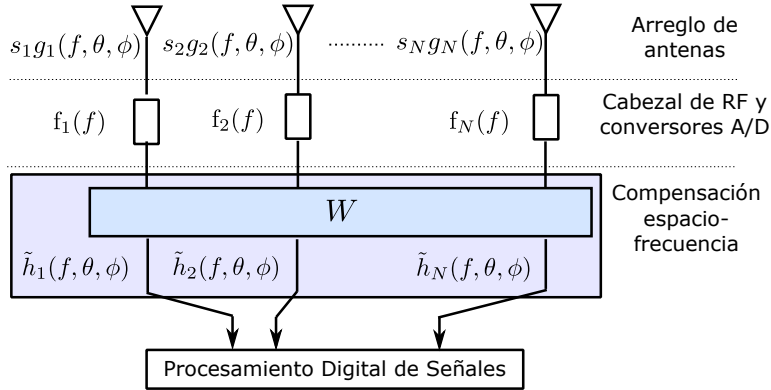


Fig. 8.1: Modelo de un receptor GNSS con procesamiento espacio-frecuencia.

Las señales GNSS que se emiten desde los satélites inciden en las antenas del receptor luego de transcurrido un tiempo  $\tau_0$ . Al ser captadas por ellas y distribuidas por los canales del receptor, las señales resultan distorsionadas por las respuestas de cada canal  $h_n(f, \theta, \phi)$  para la

## 8.1. Influencia del sistema receptor en la determinación de pseudorange

dirección  $(\theta, \phi)$  de procedencia, o por la respuesta equivalente  $h_{BF/NF}(f, \theta, \phi)$  que resulta de aplicar BF/NF. En consecuencia, en el receptor se obtiene una réplica de la señal distorsionada, y parte de esa distorsión se traduce en la aparición de retardos adicionales a su tiempo de viaje. La representación gráfica se ilustra en la Fig. 8.2, donde por simplicidad se han omitido factores como la conversión A/D, el ruido aditivo y otros efectos de distorsión sobre las señales. Por lo tanto, las características importantes que nos interesa rescatar para la determinación de PVT son los sesgos en retardo de grupo  $\delta\tau_0$  y de fase  $\delta\phi_0$  que incorporan los canales del receptor y/o el resultante de su combinación. En términos de las soluciones de navegación, los sesgos de retardo de grupo pueden producir errores de posición del orden de  $c \cdot \delta\tau_0$  metros, siendo  $c \cong 3 \cdot 10^8$  m/s la velocidad de la luz en el vacío. Los retardos de fase tienen influencia en mediciones más precisas ya que su efecto es del orden de los centímetros.

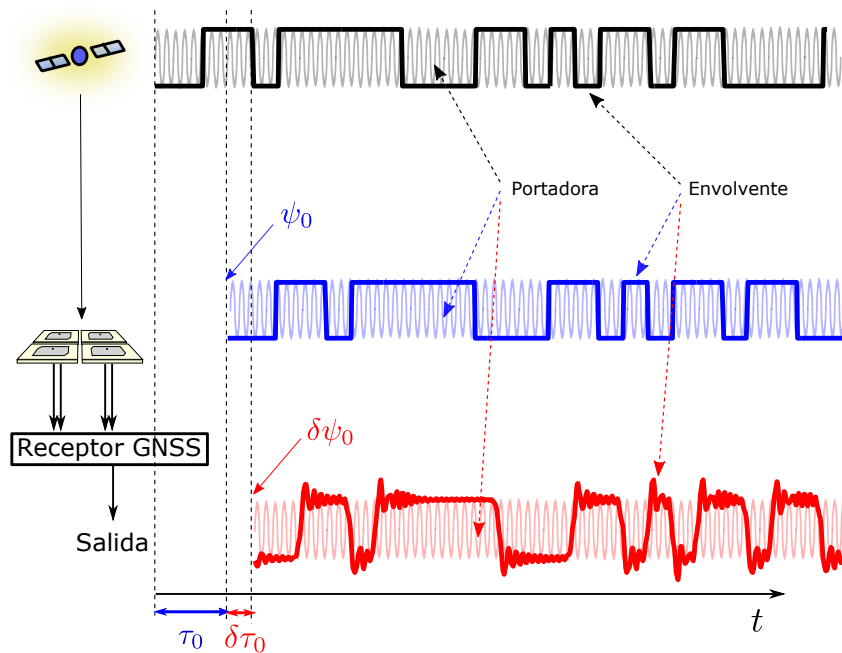


Fig. 8.2: Retardos de fase y de grupo en la señal GNSS.

Asumiendo que el receptor y los satélites se encuentran perfectamente sincronizados en tiempo y que el canal inalámbrico es ideal, se desprecian todos los posibles factores de influencia sobre el pseudo-rango. Por lo tanto, se considera únicamente el tiempo de viaje de la señal deseada en conjunto con los posibles sesgos incorporados por el sistema receptor. Suponiendo que la señal de un satélite GNSS expresada en banda base es  $d(t)$ , al incidir sobre el AA del sistema receptor resulta igual a  $A_0 d(t - \tau_0) e^{j\phi_0}$ , donde  $A_0$  es la amplitud de la señal,  $\phi_0$  la fase referida a la frecuencia central de operación (particularmente  $f_c = 1575,42$  MHz para la banda L1 de GPS), y  $\tau_0$  es el tiempo de viaje de la señal hasta llegar al punto de referencia del AA. Si además se considera la existencia de  $J$  señales de interferencia, la señal resultante es,

---

## 8. Compensación Espacio-Frecuencia con Matriz Unitaria

$$y(t) = A_0 d(t - \tau_0) e^{j\phi_0} + \sum_{j=1}^J I_j(t), \quad (8.2)$$

Su función de autocorrelación (promediada en tiempo, para señales de potencia cicloestacionarias) se obtiene de la siguiente forma:

$$R_{yy}(\tau) = \langle E\{y(t), y^*(t - \tau)\} \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E\{y(t), y^*(t - \tau)\} dt \quad (8.3)$$

donde  $E\{\cdot\}$  denota la esperanza matemática, a fin de poder incluir señales aleatorias en el modelo. Realizando los cálculos y utilizando definiciones similares para las autocorrelaciones de las señales de GNSS,  $R_{dd}(\tau)$  y de las interferencias,  $R_{I_j I_j}(\tau)$ , se obtiene

$$R_{yy}(\tau) = A_0^2 R_{dd}(\tau) + \sum_{j=1}^J R_{I_j I_j}(\tau), \quad (8.4)$$

donde la igualdad vale cuando la señal y cada una de las interferencias se encuentran completamente descorrelacionadas entre sí. De acuerdo al teorema de Wiener-Khintchine, aplicando la transformada de Fourier obtenemos la Densidad Espectral de Potencia (DEP):

$$S_{yy}(f) = A_0^2 S_{dd}(f) + \sum_{j=1}^J S_{I_j I_j}(f), \quad (8.5)$$

siendo  $S_{dd}$  la DEP de la señal en banda base, y  $S_{I_j I_j}$  la DEP de la interferencia  $j$ -ésima.

El vector de señales captadas por el receptor,  $\mathbf{x}(t)$ , está compuesto por la señal GNSS,  $d(t)$ , sumada a la presencia de un conjunto de  $J$  interferencias,  $I_j(t)$ , cada una afectada por las funciones de transferencia de los canales del receptor a la DOA correspondiente. Además, debemos incorporar el ruido captado por las antenas,  $\mathbf{e}(t)$ , pesado por las funciones de transferencia del cabezal de RF.

Por lo tanto, la densidad espectral del vector de señal GNSS, sumando la presencia de las interferencias y el ruido captado por las antenas, supuesto blanco con DEP  $N_0/2$ , resulta entonces [15, 109],

$$S_{\mathbf{xx}}(f) = A_0^2 S_{dd}(f) |\mathbf{h}(f, \theta_0, \phi_0)|^2 + \sum_{j=1}^J S_{I_j I_j}(f) |\mathbf{h}(f, \theta_j, \phi_j)|^2 + \frac{N_0}{2} |\mathbf{f}(f)|^2, \quad (8.6)$$

La función de autocorrelación correspondiente de  $\mathbf{x}(t)$  es,

$$R_{\mathbf{xx}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mathbf{xx}}(f) e^{j2\pi f\tau} df. \quad (8.7)$$

Por su parte la función de intercorrelación entre el vector de señales del arreglo con la señal de referencia local  $d(t)$  puede expresarse como,

$$R_{\mathbf{x}d}(\tau) = \langle E\{\mathbf{x}(t) d^*(t - \tau)\} \rangle. \quad (8.8)$$

## 8.1. Influencia del sistema receptor en la determinación de pseudorange

Suponiendo que tomamos una antena de referencia, y que la misma presenta una respuesta ideal  $h(f, \theta_0, \phi_0) = 1$  para el ancho de banda de diseño, entonces la intercorrelación resulta,

$$R_{xd}^{h=1}(\tau) = A_0 e^{j\phi_0} R_{dd}(\tau - \tau_0) + \sum_{j=1}^J R_{I_j d}(\tau) + R_{ed}(\tau). \quad (8.9)$$

donde se espera que los dos últimos términos sean aproximadamente nulos ya que se supone que la señal se encuentra completamente descorrelacionada de las interferencias  $R_{I_j d}(\tau) = 0$  y del ruido  $R_{ed}(\tau) = 0$ . Por lo tanto,  $R_{xd}^{h=1}(\tau)$  es máxima cuando  $\tau = \arg_{\tau} \max\{|R_{xd}^{h=1}(\tau)|\} = \tau_0$ , y en dicho caso la fase de la intercorrelación coincide con  $\phi_0$ . Por lo tanto, si la respuesta de antena fuese ideal,  $h = 1$ , la búsqueda del máximo de  $R_{xd}^{h=1}(\tau)$  permitiría obtener estimaciones insesgadas de  $\tau_0$  y  $\phi_0$ . En el dominio de la frecuencia se puede expresar la misma información mediante la interdensidad de potencia:

$$R_{xd}^{h=1}(\tau) \xrightarrow{F} S_{xd}^{h=1}(f) = A_0 e^{j\phi_0} S_{dd}(f) e^{-j2\pi f \tau_0}, \quad (8.10)$$

Para una antena ideal cuyo centro de fase no coincide con el punto tomado como referencia su respuesta es  $h = s = e^{j2\pi f \mathbf{o}_0^T \mathbf{P}/c}$ , siendo  $\mathbf{p}$  el vector de posición de antena y  $\mathbf{o}_0$  el vector de cosenos directores en la DOA de observación  $(\theta_0, \phi_0)$ . La interdensidad espectral de potencia en este caso resulta,

$$S_{xd}^{h=s}(f) = A_0 e^{j\phi_0} S_{dd}(f) e^{j2\pi f (-\tau_0 + \mathbf{o}_0^T \mathbf{P}/c)}, \quad (8.11)$$

y la función de intercorrelación correspondiente es,

$$R_{xd}^{h=s}(\tau) = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} S_{dd}(f) e^{j\phi_0 + j2\pi f (\tau - \tau_0 + \mathbf{o}_0^T \mathbf{P}/c)} df = A_0 e^{j\phi_0} R_{dd}(\tau - \dot{\tau}_0), \quad (8.12)$$

siendo  $\dot{\tau}_0 = \tau_0 - \mathbf{o}_0^T \mathbf{P}/c$ , mientras que el retardo de fase  $\phi_0$  no se ve modificado.

Si consideramos finalmente una antena y cabezal de RF cuya respuesta tiene la forma  $h(f, \theta_0, \phi_0) = g(f, \theta_0, \phi_0) f(f) e^{j2\pi f \mathbf{o}_0^T \mathbf{P}/c}$ , la interdensidad de potencia se ve afectada tanto en módulo como en fase, y en consecuencia la intercorrelación también resulta afectada. Y matemáticamente queda expresada como,

$$R_{xd}^h(\tau) = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} S_{dd}(f) |h(f, \theta_0, \phi_0)|^2 e^{j\phi_0 + j2\pi f (\tau - \tau_0) + j\angle h(f, \theta_0, \phi_0)} df. \quad (8.13)$$

Si bien es evidente la influencia de la respuesta  $h(f, \theta_0, \phi_0)$ , cuyos efectos se representan de forma cualitativa en la Fig. 8.2, queda por determinar cómo se traduce en términos del retardo de grupo  $\dot{\tau}_0 = \tau_0 + \delta\tau_0$  y fase de portadora  $\dot{\phi}_0 = \phi_0 + \delta\phi_0$ , donde  $\delta\tau_0$  y  $\delta\phi_0$  son los sesgos incorporados. Dado que una deducción por vía analítica no resulta inmediata, en la subsección siguiente se analiza una aproximación numérica basada en una estimación por mínimos cuadrados.

Por último, si tenemos un arreglo de antenas, al realizar la conformación de haz mediante SP obtenemos una respuesta equivalente  $h_{BF/NF} = \sum_{n=1}^N c_n h_n(f, \theta_0, \phi_0)$ . En este caso, la intercorrelación es variable en función del vector de coeficientes  $\mathbf{c}$  que se utilicen, y debe tenerse en

cuenta que modifica los retardos tanto para el caso de respuestas de antenas ideales como no ideales.

### 8.1.1. Estimación de retardos de fase y de grupo

Típicamente, la función de transferencia o respuesta en frecuencia de las antenas se diseña para que su amplitud sea prácticamente constante en el ancho de banda de interés, y su fase varíe de forma lineal, es decir de forma  $\sim j2\pi f\delta\tau_0$ , siendo  $\delta\tau_0$  la pendiente con la cual evoluciona la fase en función de la frecuencia. En caso que se consiga ese comportamiento ideal, lo cual es una aproximación apropiada principalmente para antenas de banda angosta, su efecto más notorio se traduce en un sesgo  $\delta\tau_0$  del retardo de grupo. En [109] se define una aproximación simple basada en mínimos cuadrados para la estimación de los retardos de grupo y de fase. El desarrollo consiste en definir la fase de la función de transferencia expresada en (8.13) como  $\alpha(f, \theta_0, \phi_0)$ , y suponer que dicha función puede ser aproximada por una recta, hallar el polinomio de grado 1 que mejor la represente mediante un ajuste discreto ponderado. El factor de ponderación tiene en cuenta que la DEP de señal,  $S_{dd}(f)$ , se encuentra pesada por la ganancia de antena y cabezal de RF. Por lo tanto, el ajuste se realiza considerando  $\alpha(f, \theta_0, \phi_0) \approx \alpha_0 + \alpha_1 f$ , donde se espera que dichos parámetros aproximen a la fase de portadora  $\psi_0 \cong \alpha_0$ , y el retardo de código  $\tau_0 \cong -\alpha_1/2\pi$ , a fin de discriminar los sesgos  $\delta\psi_0$  y  $\delta\tau_0$ . El ajuste requiere evaluar un conjunto de frecuencias distintas  $\{f_l\}_{l=1}^L$  que cubran el ancho de banda de señal y de las antenas, y puede ser expresado de la siguiente manera,

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = (A^T B A)^{-1} A^T B \boldsymbol{\alpha}, \quad (8.14)$$

donde  $A$  es una matriz de tamaño  $L \times 2$  dada por,

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ f_1 & \cdots & f_L \end{bmatrix}, \quad (8.15)$$

$B$  es una matriz de tamaño  $L \times L$  dada por,

$$B = \text{diag} \left\{ \left[ S_{dd}(f_1) |h(f_1, \theta_0, \phi_0)|^2, \dots, S_{dd}(f_L) |h(f_L, \theta_0, \phi_0)|^2 \right] \right\}, \quad (8.16)$$

y  $\boldsymbol{\alpha}$  es un vector de largo  $L$  dado por,

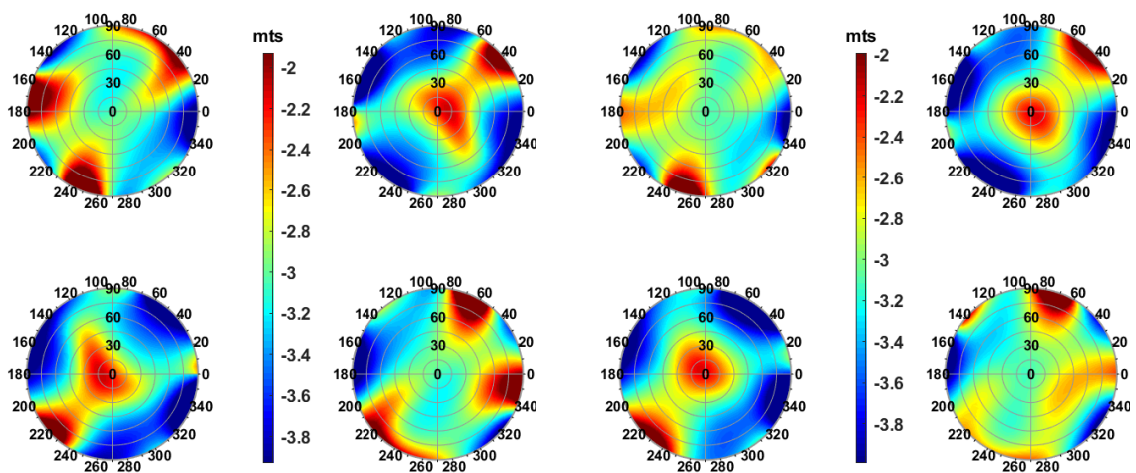
$$\boldsymbol{\alpha}^T = [\alpha(f_1, \theta_0, \phi_0), \dots, \alpha(f_L, \theta_0, \phi_0)]. \quad (8.17)$$

El desarrollo presentado es válido para ser evaluado tanto para las respuestas reales de cada antena, como también a las correspondientes a las de un AA compensado. Por lo tanto, el ajuste propuesto será utilizado para estimar los sesgos en los ensayos realizados a continuación.

## 8.1. Influencia del sistema receptor en la determinación de pseudorange

### 8.1.2. Respuesta en frecuencia propia del AA utilizado

En la Fig. 8.3(a) se presenta un gráfico del retardo de grupo que poseen cada una de las antenas del arreglo propuesto en el Capítulo 7 para cada DOA en el hemisferio de radiación. Dicho retardo ha sido traducido a sesgo de pseudo-rango. En líneas generales, se verifica que existe un error promedio de aproximadamente  $-3$  m en gran parte del espacio. Luego se observan variaciones que rondan entre  $\pm 1$  m en varios sectores, incluso alcanzando diferencias de hasta  $\pm 2$  m, principalmente para ángulos de elevación bajos. Luego de aplicar la transformación unitaria propuesta en el Capítulo anterior se producen algunos cambios sobre el mapa de retardo, tal como se muestra en la Fig. 8.3(b). A pesar de que no son cambios significativos, puede notarse que las desviaciones alrededor de la media se han reducido ligeramente en ciertas regiones, lo cual es mérito de la propia matriz unitaria sin que haya sido obtenida intencionalmente para tal fin. En ambos casos se tiene un retardo promedio claramente definido, pero las variaciones que dependen de cada DOA y cada antena son considerables e influyen en la incertidumbre final si se utiliza por ejemplo para BF/NF, ya que la respuesta equivalente produce sesgos que pueden variar según el vector de pesos necesarios para la combinación [3].



(a) Sin compensación.

(b) Con compensación espacial con matriz unitaria.

Fig. 8.3: Patrón de retardo de grupo del AA del Capítulo 7.

### Retardo de grupo al realizar BF

Con la combinación en fase, o BF, de las respuestas de antenas se obtiene un patrón de retardo de grupo equivalente en función del vector de pesos particular que se haya utilizado para dirigir el haz en la dirección en la cual proviene la señal. Para cada combinación nos interesa conocer el retardo únicamente en la DOA de incidencia de la señal. Por lo tanto, en la Fig. 8.4 se presenta el mapa de retardo resultante para cada DOA en el que se realiza BF. Puede observarse que el

## 8. Compensación Espacio-Frecuencia con Matriz Unitaria

mapa resultante es bastante homogéneo, con variaciones suaves y de rango relativamente menor, donde además no se aprecian diferencias significativas entre los casos sin compensación y con compensación espacial con matriz unitaria. Por lo tanto, al realizar BF la incertidumbre en el retardo de grupo se reduce notablemente, cuyo valor medio es de aproximadamente  $-2,8$  m en gran parte del hemisferio.

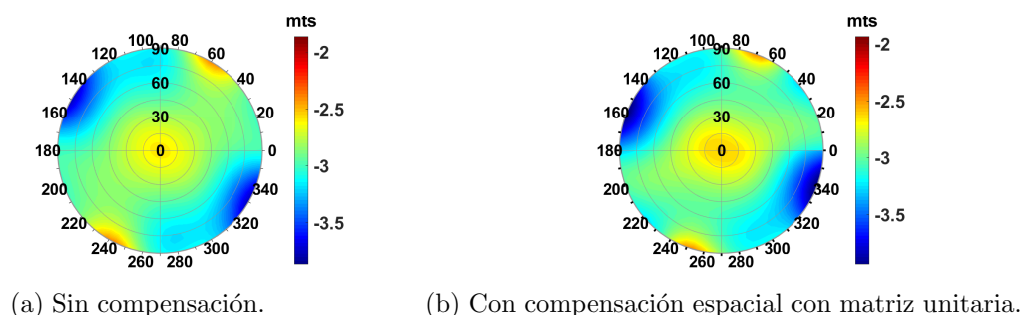


Fig. 8.4: Retardo de grupo obtenido al realizar BF en cada DOA.

### Retardo de grupo al realizar NF

Frente a la existencia de interferencias, el retardo de grupo en la dirección de la señal deseada también depende de la ubicación de la o las interferencias. Supongamos un caso particular en el que existe una interferencia ubicada en la DOA  $(90^\circ, 270^\circ)$ , y se aplica OPB para mitigarla y a su vez maximizar la ganancia en cada una de las direcciones posibles en las que podría provenir la señal deseada. Los mapas de retardo de grupo se presentan en la Fig. 8.5. Este caso particular confirma las suposiciones y pone de manifiesto que ante estas situaciones se obtienen variaciones indeseadas de retardo que son aproximadamente iguales o incluso mayores que al trabajar con las respuestas de cada antena por separado.

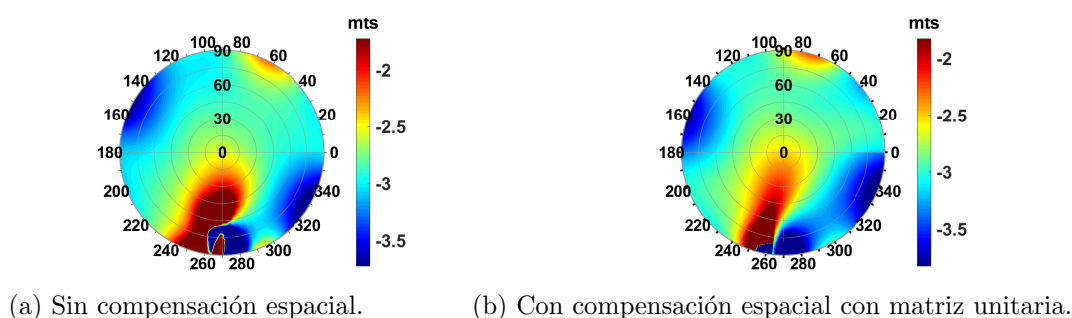


Fig. 8.5: Retardo de grupo obtenido al realizar NF con OPB en dirección a  $(90^\circ, 270^\circ)$ .



## 8.2. Compensación espacio-frecuencia

Los métodos de compensación enunciados en capítulos anteriores no permiten corregir las características de las respuestas en frecuencia de las antenas. Es por eso que a los fines de compensar estos efectos se desarrollará a continuación una compensación conjunta espacio-frecuencia. El arreglo propuesto en el Capítulo 7 se diseñó para ser utilizado en conjunto con una matriz de compensación unitaria. A continuación, se utilizará el mismo arreglo junto con un algoritmo definido para compensar con matriz unitaria en espacio y en frecuencia.

### 8.2.1. Esquema de compensación

Esta compensación está destinada a ecualizar la fase de la respuesta en frecuencia de las antenas así como también reducir la anisotropía en las ganancias de antenas. En la Fig. 8.6 se representa el esquema de compensación propuesto. Cada una de las muestras de señal recibida por una antena  $n$  en un dado instante  $t_i$  es  $x_n[i]$ . Mediante el uso de bloques de retardo temporal  $z^{-1} = e^{-j2\pi f/f_m}$  de tiempo  $T = 1/f_m$ , siendo  $f_m$  la frecuencia de muestreo, se almacenan en memoria las muestras de  $K$  instantes de tiempo. Asumiendo  $K$  impar, para cada instante de tiempo  $t_i$  se tienen almacenados los datos  $x_n[i-k]$ , con  $k = -(K-1)/2, \dots, 0, \dots, (K-1)/2$ . Esta definición con instantes anteriores y posteriores al punto central es conveniente ya que brinda simetría en la evolución de fase que es de ayuda para conseguir que luego de la compensación la fase presente una dependencia lineal con la frecuencia. Además, el instante central es en el que se consiguen mejores resultados en este tipo de desarrollos [110]. Si se agrupan las distintas muestras en una misma dimension vectorial, se puede construir el vector  $\mathbf{x}$  que presenta un total de  $N \cdot K$  filas y cuyos elementos se indican como  $x_{n,[i-k]}$ . Sin pérdida de generalidad, asumimos  $i = 0$  y que sólo existe la señal proveniente de  $(\theta_0, \phi_0)$ . El espectro de cada una de estas señales resulta afectado por,  $h_n(f, \theta_0, \phi_0) z^{-k}$ .

Al efectuar una transformación se consigue el vector de señales  $\tilde{\mathbf{x}}$ , el cual posee las mismas dimensiones y por lo tanto representa las señales de  $N$  antenas y  $K$  instantes de tiempo consecutivos, esta vez dependiente de las respuestas del arreglo virtual compensado,  $\tilde{h}_n(f, \theta_0, \phi_0) z^{-k}$ . Puede notarse que el término  $z^{-k}$  ya posee una dependencia lineal con la frecuencia, por lo tanto no es necesario incorporarlo en el proceso de búsqueda de la respuesta objetivo  $\hat{\mathbf{h}}$ . La compensación se va a realizar para el conjunto discreto de DOA's,  $(\theta_p, \phi_p)$  con  $p = 1, \dots, P$ , que cubren el hemisferio de radiación de las antenas, y para un cierto conjunto de frecuencias,  $f_l$  con  $l = 1, \dots, L$ , que sean representativas del ancho de banda de señal y de las antenas. Por lo tanto, las condiciones deseadas para la respuesta del arreglo objetivo deben definirse acordemente. En consecuencia, se definen la matriz del arreglo diseñado  $H$  y la del arreglo objetivo  $\hat{H}$ , donde cada una de ellas posee dimensiones  $N \times (P \cdot L)$ .

La propuesta para hallar las características de las respuestas compensadas y la matriz de transformación es similar al desarrollo presentado en el Capítulo 7. Los pasos a realizar son los mismos, comenzando por la matriz objetivo inicial  $\hat{H}_A$ , pasando a obtener la respuesta optimizada  $\hat{H}_B$ , y finalmente la respuesta del arreglo objetivo  $\hat{H}$ .

## 8. Compensación Espacio-Frecuencia con Matriz Unitaria

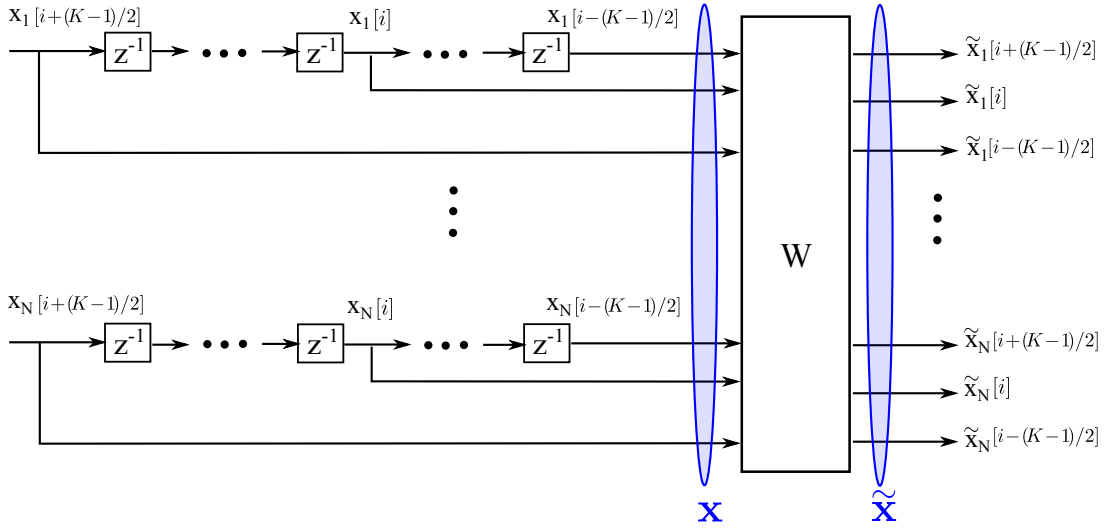


Fig. 8.6: Esquema de compensación espacio-frecuencia.

### Respuesta inicial del arreglo objetivo, $\hat{H}_A$

La magnitud y la fase de la respuesta inicial se definen como,

$$|\hat{h}_{n,pl}^A| = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N |h_{m,pl}|^2}, \quad (8.18)$$

$$\angle \hat{h}_{n,pl}^A = \frac{2\pi f_l d_n}{c} \sin(\theta_p) \cos(\phi_p - \varphi_n), \quad (8.19)$$

donde  $d_n = d/\sqrt{2} = c/(3\sqrt{2}f_c)$  y  $\varphi_n = \varphi_{ref} - 2\pi \frac{(n-1)}{N}$  son las coordenadas polares de cada antena relativas al centro geométrico del arreglo,  $\varphi_{ref} = 3\pi/4$  es el ángulo de referencia que coincide con la orientación de la antena etiquetada como 1,  $f_c$  es la frecuencia central de diseño, y  $pl = p + (l-1) \cdot P$  es el índice que combina a  $p$  y  $l$  en una misma dimensión matricial.

### Respuesta optimizada del arreglo objetivo, $\hat{H}_B$

El proceso iterativo para la optimización de las fases de  $\hat{H}_A$ , ahora se da en un conjunto de  $N \times (P \cdot L)$  datos. La estructura del algoritmo es:

1. Inicializar  $\hat{H}_B = \hat{H}_A$ ,  $R = H^H H$ ,  $\hat{R}_B = \hat{H}_B^H \hat{H}_B$ ,  $\gamma_B = \|R - \hat{R}_B\|_F^2$ , y el tamaño del paso  $\alpha$ .
2. El gradiente de  $\gamma_B$  en relación a la fase de cada término de  $\hat{H}_B$  es la matriz  $\delta$  calculada como,

$$\delta_{n,pl} = 4 \Re \left\{ \sum_{ql=1}^{P \cdot L} \left[ j \hat{h}_{n,pl} \hat{h}_{n,ql}^* (\hat{r}_{pl,ql} - r_{pl,ql}) \right] \right\}. \quad (8.20)$$

## 8.2. Compensación espacio-frecuencia

---

donde  $r_{pl,ql}$  y  $\hat{r}_{pl,ql}$  son los elementos de las matrices  $R$  y  $\hat{R}_B$  respectivamente.

3. Actualizar las fases en la dirección opuesta al gradiente con paso  $\alpha$ ,

$$\angle \hat{H}_B = \angle \hat{H}_B - \alpha \delta, \quad (8.21)$$

y luego la matriz de correlación  $\hat{R}_B$  y la función de costo  $\gamma_B$ .

4. Si aún no se ha conseguido un valor aceptable para  $\gamma_B$ , o no se ha cumplido alguna otra condición de corte, verificar la convergencia de  $\gamma_B$ , actualizar  $\alpha$  en caso de ser necesario, y luego retornar al punto 2.

### Respuesta del arreglo objetivo, $\hat{H}$

Al igual que en los planteos previos, se espera que las respuestas de fase de las antenas virtuales sean tales que se puedan asumir iguales y rotadas  $2\pi/N$  una respecto de la otra, pero además se desea imponer que su dependencia con la frecuencia sea prácticamente constante para las DOA's que se evalúan. Distinguiamos nuevamente entre las ganancias de antenas  $\hat{G}$  y vectores de steering  $\hat{S}$ . Para las ganancias, se preservan sus magnitudes tal como fueron definidas previamente, y las fases se promedian,

$$|\hat{g}_{n,pl}| = |\hat{h}_{n,pl}^B|, \quad \angle \hat{g}_{n,pl} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \angle \hat{h}_{m,pl}^B. \quad (8.22)$$

Las variaciones remanentes de las componentes de fase de  $\hat{H}_B$  se incorporan a la matriz  $\hat{S}$  como se indica a continuación,

$$\angle \hat{s}_1(f_l, \theta_p, \phi_p) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \psi_m(f_l, \theta_p, \phi_p + 2\pi(m-1)/N), \quad (8.23)$$

$$\angle \hat{s}_{n+1}(f_l, \theta_p, \phi_p) = \angle \hat{s}_n(f_l, \theta_p, \phi_p + 2\pi/N), \quad (8.24)$$

donde  $\psi_m(f_l, \theta_p, \phi_p) = \angle \hat{h}_{m,pl}^B - \angle \hat{g}_{m,pl}$ .

De esta forma se logra conseguir la matriz de respuestas promediadas,

$$\hat{H} = \hat{S} \circ \hat{G}. \quad (8.25)$$

### Transformación ortonormal y arreglo virtual

Dado que ya tenemos la estructura de las matrices  $H$  y  $\hat{H}$ , ahora podemos incorporar los retardos temporales. Definimos las matrices llamadas  $H^z$  y  $\hat{H}^z$ , cuyos elementos son,

$$h_{nk,pl}^z = h_n(f_l, \theta_p, \phi_p) e^{-j2\pi f_l k / f_c}; \quad \hat{h}_{nk,pl}^z = \hat{h}_n(f_l, \theta_p, \phi_p) e^{-j2\pi f_l k / f_c}. \quad (8.26)$$

siendo  $nk = n + (k-1) \cdot N$  el índice combinado de  $n$  y  $k$ . Consecuentemente, podemos calcular la matriz unitaria  $W$  con,

$$W = UV^H, \quad (8.27)$$

siendo  $U$  y  $V$  las matrices unitarias de autovectores a izquierda y a derecha respectivamente de la SVD de la matriz  $\hat{H}^z Q Q^H H^{zH}$ , donde  $Q$  es una matriz diagonal que permite asignar distintos pesos a cada DOA. Esto conduce a la siguiente igualdad aproximada,

$$WH^z = \tilde{H}^z \approx \hat{H}^z. \quad (8.28)$$

Si bien el presente desarrollo no difiere considerablemente en comparación a la compensación espacial, debe tenerse en cuenta que existe un incremento notable en la cantidad de datos a procesar a igual cantidad de DOA's, lo cual implica una mayor demanda de memoria y de capacidad de procesamiento a fin de realizar los cálculos. Sin embargo, es importante remarcar también que estos cálculos se realizan sólo una vez, previo al uso del arreglo.

### 8.2.2. Validación

A continuación se realiza la compensación espacio-frecuencia del arreglo presentado en el Capítulo 7. Para el desarrollo se consideraron  $P$  DOA's separadas cada  $5^\circ$  en el rango  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  y  $0^\circ \leq \phi < 360^\circ$ . Las  $L$  frecuencias se definieron en un ancho de banda de 10 MHz alrededor de  $f_c$ , las cuales corresponden al conjunto  $\{f_l\}_{l=1}^{11} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5\}$ .

#### Caracterización de las antenas compensadas

Al aplicar la compensación se verifica que las propiedades de radiación de las antenas virtuales se corrigen apropiadamente, es decir que la calidad de compensación para el rango de frecuencias seleccionado es similar a la presentada con el uso de una transformación espacial únicamente. Si bien se logra una mejora gradual a medida que se procesan mayor cantidad de instantes de tiempo  $K$ , debe tenerse en cuenta que se trata de antenas de banda angosta, por lo tanto la respuesta en frecuencia para cada DOA es aproximadamente plana en magnitud y de fase lineal. En consecuencia, las correcciones en las respuestas de antenas virtuales convergen rápidamente sin presentar grandes diferencias para  $K$  altos. Una conclusión similar puede obtenerse en relación al mapa de retardo de grupo, es por eso que para el siguiente análisis nos enfocamos únicamente en el caso  $K = 3$ . En la Fig. 8.7 se presentan los resultados correspondientes al caso  $K = 3$ , donde puede observarse que se corrigió considerablemente el valor medio de retardo mientras que se redujeron las desviaciones alrededor del valor medio en varias DOA's. Esto último puede apreciarse gráficamente para algunas DOA's, mientras que en otras no se presentan grandes cambios.

#### Caracterización del sesgo de retardo de grupo para BF

En una nueva comparación analizamos el diagrama de retardo de grupo resultante al realizar BF en dirección a la señal deseada, la cual se encuentra en cada una de las posibles DOA's del hemisferio superior con un paso de  $5^\circ$ . En la Fig. 8.8 se presentan los mapas de retardo de

## 8.2. Compensación espacio-frecuencia

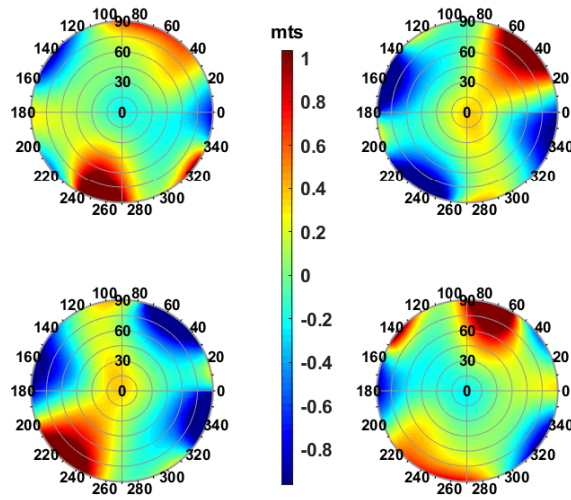


Fig. 8.7: Patrón de retardo de grupo del AA compensado ( $K = 3$ ).

grupo al realizar BF con el arreglo para cada esquema de procesamiento, es decir, NC,  $K = 1$  y  $K = 3$ . Los primeros dos casos han sido comparados en la subsección 8.1.2, mientras que el caso  $K = 3$  presenta diferencias significativas respecto a los anteriores. Las variaciones de retardo de grupo se han reducido notablemente a elevaciones bajas, manteniendo un valor prácticamente constante como es deseable. A elevaciones más altas no se han logrado corregir las variaciones. En cierta forma, esto tiene que ver con que la compensación apunta a neutralizar las diferencias entre antenas, pero no asegura que en la conformación de haz se obtengan mejores resultados. En ese sentido, si bien se encontraron algunas mejoras al aumentar  $K$ , en general los resultados no difieren mucho en relación a los que se observan al utilizar  $K = 3$ .

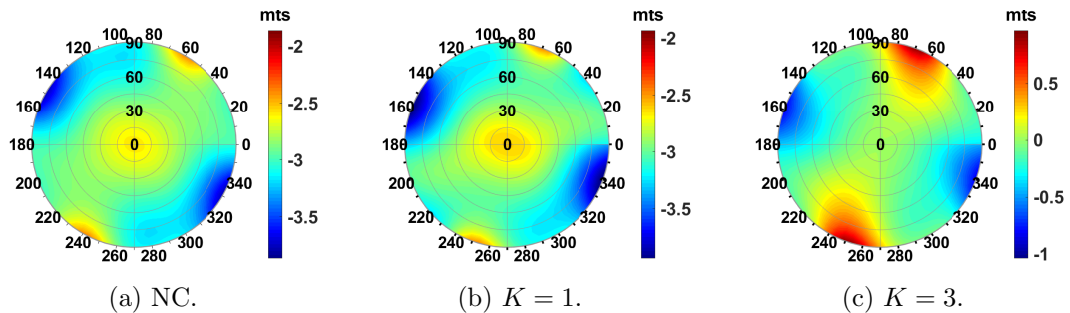


Fig. 8.8: Retardo de grupo obtenido al realizar BF en cada DOA. Comparación sin y con compensación

Si bien el cálculo de la matriz de compensación  $W$  toma en cuenta las respuestas de las antenas, naturalmente tienen mayor influencia aquellas DOA's donde su ganancia es mayor. Por

## 8. Compensación Espacio-Frecuencia con Matriz Unitaria

medio de la matriz de pesos  $Q$  se puede graduar el peso relativo que adquiere cada DOA en una relación de compromiso que permite mejorar la compensación en ciertos sectores frente a otros. Los resultados presentados en la Fig. 8.8 son equivalentes a utilizar una matriz identidad llamada  $Q0$ . Si en cambio se utiliza una matriz de pesos  $Q1$  cuyos elementos sobre la diagonal sean,

$$Q1_{pl,pl} = \frac{1}{|h_{n,pl}|}, \quad (8.29)$$

con  $pl = p + (k - 1) \cdot P$ , y  $n = 1$  ya que todas las antenas objetivo presentan la misma magnitud de respuesta, entonces se consigue reducir el desbalance de prioridad entre las distintas DOA's en términos del cálculo de la matriz  $W$ . En la Fig. 8.9 se presentan los nuevos gráficos de sesgo de retardo, donde puede notarse que se logran reducir en cierta medida las variaciones de retardo a elevaciones altas, mientras que no se encuentran cambios significativos para elevaciones menores. Por lo tanto, el uso de una matriz de pesos puede ser de ayuda para mejorar el desempeño a elevaciones altas en casos en que se lo requiera.

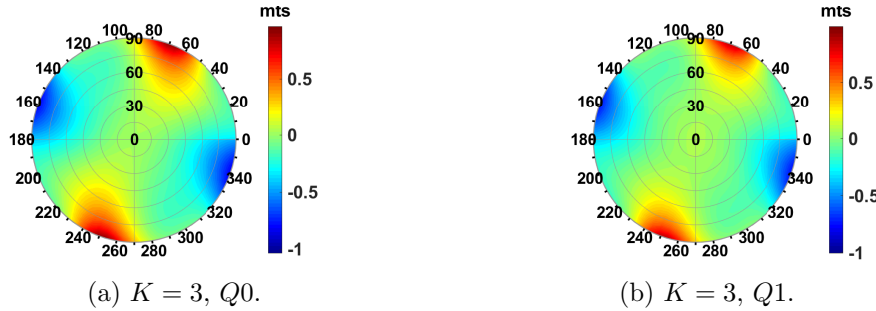


Fig. 8.9: Retardo de grupo obtenido al realizar BF en cada DOA. Comparación respecto al uso de una matriz de pesos.

### Caracterización del sesgo de retardo de grupo para NF

Tal como se mostró en la subsección 8.1.2, los sesgos de retardo de grupo se ven incrementados al realizar NF. En la Fig. 8.10 puede observarse que el arreglo incorpora sesgos de retardo con variaciones considerables al intentar cancelar una interferencia ubicada en  $(90^\circ, 270^\circ)$  y maximizar la ganancia en otras DOA's. Al igual que con BF, la compensación  $K = 3$  logra reducir notablemente las variaciones para elevaciones bajas. En la región cercana a la interferencia, es en vano analizar el retardo debido a que la respuesta del arreglo presenta muy baja ganancia por estar próxima a un nulo. Observando otros sectores, puede concluirse que tampoco se ha logrado corregir completamente las variaciones a elevaciones altas. Nuevamente, es posible considerar el uso de una matriz de pesos  $Q1$  a fin de reducir las variaciones a elevaciones altas. Los resultados de este último caso se presentan en la Fig. 8.11, en donde se observa una mejora significativa al incluir la matriz de pesos.

### 8.3. Conclusiones

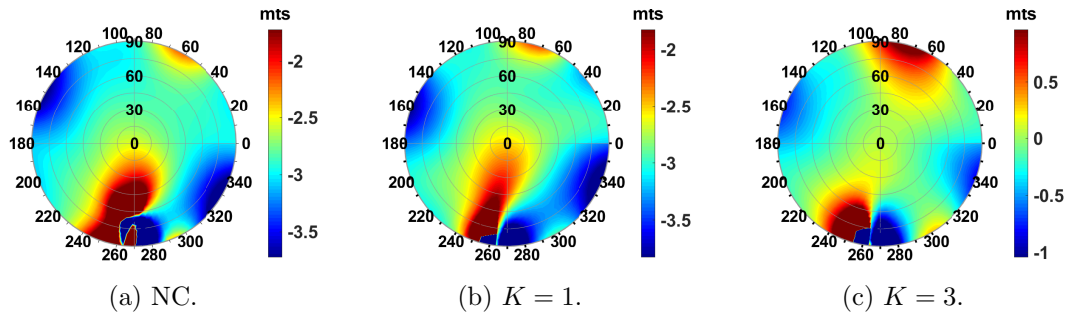


Fig. 8.10: Retardo de grupo obtenido al realizar NF en cada DOA. Comparación sin y con compensación.

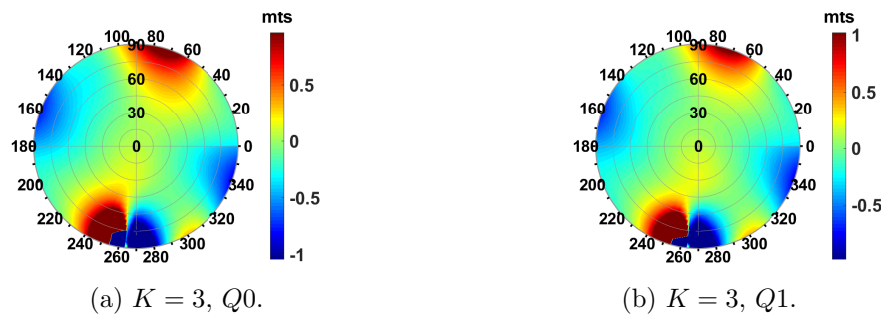


Fig. 8.11: Retardo de grupo obtenido al realizar NF en cada DOA. Comparación respecto al uso de una matriz de pesos.

### 8.3. Conclusiones

La determinación del tiempo de viaje de las señales de satélites es el objetivo principal de los receptores GNSS. Para aplicaciones de precisión, debe ser determinado con una exactitud del orden 1 ns para lograr errores no mayores a algunos centímetros. Por lo tanto, no puede soslayarse la influencia de las respuestas de las antenas ya que pueden introducir retardos del orden de 10 ns lo que se traduce en errores de algunos metros. En este Capítulo se ha verificado dicho nivel de incertidumbre tanto al realizar BF como NF. Si bien es posible relevar un diagrama de sesgos de antenas al realizar BF de tal manera que pueda descontarse en etapas de post-procesamiento, esto resultaría complejo para el caso de NF dada la multiplicidad de situaciones posibles. Por otro lado, con el uso de métodos adaptivos para la conformación de haz, en lugar de una técnica determinística como OPB, no siempre se tiene pleno conocimiento del efecto que se puede generar, a menos que se realice un procesamiento en tiempo real con la información almacenada de las respuestas de antenas al momento de estar operando el receptor. Desde este punto de vista, el desarrollo de técnicas de compensación de banda ancha es interesante porque ayudan a evitar la necesidad de recurrir permanentemente a las respuestas en frecuencia de las antenas a fin de descontar sus efectos. Los resultados obtenidos muestran que es posible reducir la incertidumbre de manera global con una matriz de transformación única que a su vez es unitaria y, por lo tanto,

## 8. Compensación Espacio-Frecuencia con Matriz Unitaria

---

posee las virtudes ya analizadas en los Capítulos previos.

El análisis del presente Capítulo brinda un posible esquema para el procesamiento de señales con AA's en banda ancha. En efecto, la transformación propuesta logra compensar un conjunto de  $K$  instantes de tiempo y  $N$  antenas, de manera que se realiza sin alterar la estadística del ruido entre muestras y entre canales. Dado que el uso de técnicas STP para NF requiere estimar y descontar los sesgos incorporados [107, 110–112], una compensación de banda ancha con matriz unitaria puede simplificar el proceso y mejorar la solución de PVT en GNSS. También puede considerarse para otros tipos de aplicaciones que requieran mejorar y a la vez simplificar el control de la respuesta en frecuencia.



## 9 Conclusiones finales

El uso de arreglos de antenas compactos y de pocos elementos ha cobrado gran interés en los últimos años en varias aplicaciones, por lo tanto han surgido diversas estrategias de diseño, caracterización y control, que a su vez van evolucionando con diferentes enfoques [16, 52, 86, 113]. El criterio mayormente difundido hoy en día considera al acoplamiento mutuo entre antenas como un problema que debe ser evitado o eliminado en la medida de lo posible [51, 87, 89, 91, 92]. Son prácticamente inexistentes los casos en los que se propone favorecer el acoplamiento de manera criteriosa para optimizar ciertas características en un arreglo compacto [114, 115]. En esta tesis ha sido posible deconstruir las causas e implicancias del acoplamiento mutuo. El concepto de AM-DE brinda una visión completa acerca de la interacción EM que existe entre las antenas, y su simplificación a una matriz de acoplamiento sólo es apropiada para antenas de bajo nivel de difracción, como por ejemplo las antenas de tipo alambre. Se ha probado que dicho fenómeno no necesariamente se corresponde con pérdidas de potencia útil, y que una estrategia apropiada para diseñar arreglos eficientes muchas veces consiste en favorecer cierta interacción electromagnética entre antenas en lugar de evitarla. Particularmente, el primer requisito es lograr desarrollar antenas cuyas respuestas cumplan con la restricción de ortogonalidad entre sus patrones de radiación. Cuando las antenas se encuentran separadas a  $\lambda/2$ , la ortogonalidad se da gracias a las diferencias de fase propias de la geometría. Pero si la distancia es menor se requiere que las antenas difieran en sus propiedades de radiación.

A fin de trabajar con antenas acopladas, se han desarrollado múltiples técnicas tanto analógicas como digitales de compensación y/o desacoplamiento [56, 68, 71, 72]. Ambos tipos de técnicas pueden estar destinados a permitir que las señales puedan ser interpretadas como si fueran recibidas por un PA. Sin embargo, las técnicas analógicas también influyen en las pérdidas por desadaptación y acoplamiento del arreglo, por lo tanto son principalmente útiles cuando se requiere adaptar la red multi-puerto. Sin embargo, considerando que uno de los objetivos propuestos en esta tesis ha sido el aprovechamiento del acoplamiento mutuo para favorecer las propiedades de radiación del arreglo, no ha sido necesario recurrir al uso de este tipo de redes que intentan optimizar arreglos ineficientes. Por otro lado, las técnicas digitales se enfocan únicamente en simplificar el procesamiento de las señales mediante la traducción de las respuestas de antenas, objetivo que se ha preservado mediante el enfoque propuesto. Luego del análisis y evaluación de distintas técnicas de compensación existentes, ha sido posible verificar que sin incorporar restricciones adicionales adecuadas se obtienen soluciones sub-óptimas que no necesariamente aprovechan la capacidad de discriminación espacial del arreglo, sino que incluso pueden degradarla. En general tampoco se consideran los efectos secundarios que estas compensaciones generan sobre el ruido recibido. En la presente tesis se ha desarrollado una técnica de transformación novedosa basada

en matrices unitarias (ortonormales) que al ser aplicada no altera las propiedades estadísticas de las señales recibidas. Esto es de suma importancia porque una matriz unitaria siempre está bien condicionada, no distorsiona la capacidad de resolución espacial del arreglo ni altera la suposición de ruido IID recibido. El uso de este método permite hallar una equivalencia entre un arreglo real y uno virtual, por lo que con un diseño apropiado, la compensación permite aproximar el desempeño del arreglo a un esquema simplificado tal como es el modelo PA. Desde este punto de vista, se ha propuesto un nuevo mecanismo de diseño de arreglos que aprovecha las cualidades naturales que puede aportar el AM-DE, y que además permite que sea controlado de manera simple sin necesidad de trabajar con tablas de calibración de las respuestas reales de las antenas.

Desde el punto de vista del diseño e implementación de arreglos acoplados apropiados para aplicaciones GNSS de alta precisión, se ha logrado aprovechar el acoplamiento para crear un arreglo compacto de cuatro antenas que es equivalente, mediante una transformación con matriz unitaria, a un arreglo ideal con antenas a mayor distancia entre sí. Esto comprueba que sus dimensiones reducidas y el acoplamiento existente combinados de manera inteligente permiten favorecer las propiedades naturales de radiación e incluso aumentar su capacidad de resolución espacial. Con la verificación experimental desarrollada se ha demostrado la validez de las formulaciones teóricas y prácticas. Los conceptos enunciados y la metodología de trabajo han resultado sumamente útiles en este proyecto, y se espera que cumplan con el mismo propósito en el futuro de la ciencia y la tecnología.

Por otro lado, también se ha explorado la viabilidad del uso de una transformación unitaria de banda ancha que permite compensar tanto en espacio como en frecuencia. Particularmente en GNSS, la ecualización en frecuencia permite complementar la compensación espacial de forma que se reduzca la incertidumbre en los sesgos que podría incorporar el arreglo a la determinación de pseudo-rango de señal [108], los cuales se vuelven aún más considerables frente a situaciones en las que se deben contrarrestar ataques de interferencias. Se ha demostrado la utilidad práctica de esta herramienta, y puede llegar a explorarse su perfeccionamiento mediante nuevos diseños de AA's específicamente destinados a cumplir con este propósito.

Finalmente, se recalca que si bien la tesis se enfocó en arreglos de antenas de microtira para GNSS, los métodos desarrollados también son aplicables a otros tipos de antenas y otras aplicaciones.

## Bibliografía

- [1] E. A. Marranghelli, G. R. L. La Valle, and P. A. Roncagliolo, “Mutual coupling and electromagnetic diffraction influence on GPS microstrip antenna arrays,” in *16th Work. Inf. Process. Control. RPIC 2015*, Cordoba.
- [2] E. A. Marranghelli, G. R. López La Valle, and P. A. Roncagliolo, “Método de Compensación de Acoplamiento Mutuo y Difracción Electromagnética en Arreglos de Antenas de Microtira para GNSS,” in *IEEE Argencon 2016*, Buenos Aires, 2016, pp. 1–6.
- [3] E. A. Marranghelli, G. Ramon Lopez La Valle, and P. A. Roncagliolo, “A Spatial Signal Processing Review for Practical GNSS Antenna Arrays,” in *2018 IEEE Bienn. Congr. Argentina, ARGENCON 2018*, San Miguel de Tucumán, Argentina.
- [4] E. A. Marranghelli, G. R. López La Valle, and P. A. Roncagliolo, “Orthonormal method for compact Global Navigation Satellite Systems antenna array designs,” *Int. J. RF Microw. Comput. Eng.*, vol. 29, no. 12, dec 2019.
- [5] E. A. Marranghelli, R. L. L. Valle, and P. A. Roncagliolo, “Simple and Effective GNSS Spatial Processing Using a Low-Cost Compact Antenna Array,” *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 57, no. 5, pp. 3479–3491, may 2021.
- [6] F. Gross, *Smart antennas for wireless communications: with MATLAB*. McGraw-Hill, Inc, 2005.
- [7] S. Haykin and R. Liu, *Handbook on Array Processing and Sensor Networks*. Hoboken: Wiley, 2009.
- [8] H. L. Van Trees, *Optimum Array Processing - Part IV of Detection, Estimation and Modulation Theory*. New York, NY: Wiley, 2002.
- [9] R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, 2nd ed. Boston - London: Artech House, 2005.
- [10] H. W. Ott, *Electromagnetic Compatibility Engineering*, 1st ed. New Jersey: Wiley, 2009.
- [11] E. Kaplan and C. J. Hegarty, *Understanding GPS. Principles and applications*, 2nd ed. Boston - London: Artech House, 2006.
- [12] P. J. G. Teunissen and O. Montenbruck (Eds), *Handbook of Global Navigation Satellite Systems*. Springer, 2012.

- 
- [13] B. Parkinson, J. Spilker, P. Axelrad, and P. K. Enge, *Global Positioning System. Theory and Applications, Volume I*, 1996.
- [14] S. Irteza, N. Murtaza, S. Caizzone, R. Stephan, and M. A. Hein, "Compact Planar L-band Antenna Arrays with Optimal Diversity Performance," *IEEE*, pp. 512–515, apr 2011.
- [15] I. J. Gupta, I. M. Weiss, and A. W. Morrison, "Desired Features of Adaptive Antenna Arrays for GNSS Receivers," *Proc. IEEE*, vol. 104, no. 6, pp. 1195–1206, jun 2016.
- [16] S. Caizzone, G. Buchner, M. S. Circiu, M. Cuntz, W. Elmarissi, and M. E. Pérez, "A Miniaturized Multiband Antenna Array for Robust Navigation in Aerial Applications," *Sensors (Basel)*, vol. 19, no. 10, may 2019.
- [17] S. Daneshmand, "GNSS Interference Mitigation Using Antenna Array Processing," Ph.D. dissertation, Calgary, 2013.
- [18] D. S. De Lorenzo, J. Rife, P. Enge, and D. M. Akos, "Navigation accuracy and interference rejection for an adaptive GPS antenna array," *Proc. Inst. Navig. - 19th Int. Tech. Meet. Satell. Div. ION GNSS 2006*, vol. 2, no. August, pp. 763–773, 2006.
- [19] S. Irteza, M. Ibraheam, T. Harz, Y. Bulbin, R. Stephan, and M. Hein, "Compact Satellite Navigation Antenna Array using Off-the-Shelf Ceramic Patch Antennas," in *9th Eur. Conf. Antennas Propag.*, Lisbon, 2015.
- [20] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 3rd ed. New Jersey: Wiley, 2005.
- [21] X. Chen, C. G. Parini, B. Collins, Y. Yao, and M. Ur Rehman, *Antennas for Global Navigation Satellite Systems*. Wiley, 2012.
- [22] S. S. Gao, Q. Luo, and F. Zhu, *Circularly polarized antennas*. Wiley, 2014.
- [23] J. D. Jackson, "Classical Electrodynamics," p. 641, 1962.
- [24] T. Weiland, "Time domain electromagnetic field computation with finite difference methods," *Int. J. Numer. Model. Electron. Networks, Devices Fields*, vol. 9, no. 4, pp. 295–319, 1996.
- [25] D. Pozar, *Microwave Engineering Fourth Edition*, 2005.
- [26] R. C. Johnson, *Antenna Engineering Handbook*, 3rd ed., J. Henry, Ed. Atlanta Georgia: McGraw-Hill, Inc, 1993.
- [27] A. C. Ludwig, "The definition of cross polarization," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 21, pp. 116–119, jan 1973.
- [28] A. C. Newell and G. Hindman, "Antenna Spherical Coordinate System and their Application in Combining Results from Different Antenna Orientations," 1999.

- [29] A. Kumar, A. D. Sarma, E. Ansari, and K. Yedukondalu, "Improved phase center estimation for GNSS patch antenna," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 4, pp. 1909–1915, jul 2013.
- [30] K. Dawidowicz, "Antenna Phase Center Variations Corrections in Processing of Gps Observations with Use of Commercial Software," *Tech. Sci.*, vol. 13, pp. 120–132, 2010.
- [31] S. R. Best, "Distance-measurement error associated with antenna phase-center displacement in time-reference radio positioning systems," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 46, no. 2, pp. 13–22, apr 2004.
- [32] W. L. Stutzman and G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, 3rd ed. New Jersey: Wiley, 2013.
- [33] S. Backén, D. Akos, and M. Nordenvaad, "Post-processing dynamic GNSS antenna array calibration and deterministic beamforming," *ION GNSS*, 2008.
- [34] Johnson, "Thermal agitation of electricity in conductors," *Phys. Rev.*, vol. 32, pp. 97–109, 1928.
- [35] H. Nyquist, "Thermal agitation of electric charge in conductors," *Phys. Rev.*, vol. 32, no. 1, pp. 110–113, 1928.
- [36] P. Misra and P. Enge, *Global Positioning Systems*, 2nd ed. Ganga-Jamuna Press, 2006.
- [37] S. Bancroft, "Algorithmic Solution of the GPS Equations," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-21, no. 7, 1985.
- [38] E. A. Marranghelli, G. R. L. La Valle, and P. A. Roncagliolo, "Antena Doble Banda para Receptores de GPS de Precisión," in *15th Work. Inf. Process. Control. RPIC 2013*, Bariloche.
- [39] M. Brennehan, J. Morton, C. Yang, and F. van Graas, "Mitigation of GPS multipath using polarization and spatial diversities," *Proc. 20th Int. Tech. Meet. Satell. Div. Inst. Navig. ION GNSS 2007*, pp. 1221–1229, sep 2007.
- [40] S. Daneshmand, A. Broumandan, and G. Lachapelle, "GNSS Interference and Multipath Suppression Using an Antenna Array," in *ION GNSS*, Portland, 2011.
- [41] J. L. Vicario, M. Barcelo, M. Mañosas, G. Seco-Granados, F. Antreich, J. M. Cebrian, J. Picanyol, and F. Amarillo, "A novel look into digital beamforming techniques for multipath and interference mitigation in Galileo Ground Stations," in *ASMS/SPSC*, no. October, 2010, pp. 240–247.
- [42] Z. Fu, A. Hornbostel, J. Hammesfahr, and A. Konovaltsev, "Suppression of multipath and jamming signals by digital beamforming for GPS/Galileo applications," *GPS Solut.*, vol. 6, no. 4, pp. 257–264, feb 2003.

- 
- [43] M. Amin and W. Sun, "A Novel Interference Suppression Scheme for Global Navigation Satellite Systems Using Antenna Array," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 23, no. 5, pp. 999–1012, may 2005.
- [44] M. G. Pralon, "Compact Antenna Arrays for Efficient Direction of Arrival Estimation (Thesis)," Ph.D. dissertation, Ilmenau, 2017.
- [45] S. Irteza, "Compact Adaptive Planar Antenna Arrays for Robust Satellite Navigation Systems," Ph.D. dissertation, Ilmenau, 2016.
- [46] M. Cuntz, A. Konovaltsev, and M. Meurer, "Concepts, Development, and Validation of Multiantenna GNSS Receivers for Resilient Navigation," *Proc. IEEE*, vol. 104, no. 6, pp. 1288–1301, 2016.
- [47] J. Arribas, C. Fernandez-Prades, and P. Closas, "Antenna array based GNSS signal acquisition for interference mitigation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 49, no. 1, pp. 223–243, jan 2013.
- [48] B. Lindmark, "Comparison of mutual coupling compensation to dummy columns in adaptive antenna systems," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, no. 4, pp. 1332–1336, apr 2005.
- [49] S. Gleason, D. Gebre-Egziabher, and G.-E. D. Gleason Scott, *GNSS Applications and Methods*. London: Artech House, 2009.
- [50] S. Caizzzone, W. Elmarissi, G. Buchner, and M. Sgammini, "Compact 6 + 1 Antenna Array for Robust GNSS Applications," in *Int. Conf. Localization GNSS*, 2016, pp. 1–4.
- [51] W. Qiao, X. Gao, X. Y. Yu, S. M. Li, Y. N. Jiang, and H. F. Ma, "Ultra-Compact Microstrip Antenna Array and Miniaturized Feeding Network," *Prog. Electromagn. Res. Lett.*, vol. 71, no. January, pp. 111–122, feb 2017.
- [52] M. Ibraheam, S. Irteza, and M. Hein, "Compact Dual-Band Dual-Polarized Antenna Array for Robust Satellite Navigation Receivers," no. May, 2015, pp. 2–7.
- [53] D. S. De Lorenzo, S. C. Lo, P. K. Enge, and J. Rife, "Calibrating adaptive antenna arrays for high-integrity GPS," *GPS Solut.*, vol. 16, no. 2, pp. 221–230, apr 2012.
- [54] A. R. Thompson, M. J. M., and G. W. Swenson, *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*, 3rd ed. Cham: Springer, 2017.
- [55] T. Svantesson, "The effects of mutual coupling using a linear array of thin dipoles of finite length," in *9th IEEE Signal Process. Work. Stat. Signal Array Process.*, Portland, 1998, pp. 232–235.
- [56] S. Henault and Y. M. Antar, "Unifying the Theory of Mutual Coupling Compensation in Antenna Arrays," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 57, no. 2, pp. 104–122, apr 2015.

- [57] I. Proгри, *Geolocation of RF signals: Principles and simulations*, 2011.
- [58] M. Zamłyński and P. Słobodzian, “Influence of the Aperture Edge Diffraction Effects on the Mutual Coupling Compensation Technique in Small Planar Antenna Arrays,” *Int. J. Electron. Telecommun.*, vol. 57, no. 1, pp. 115–120, feb 2011.
- [59] I. J. Gupta, J. R. Baxter, S. W. Ellingson, H.-G. Park, H. S. Oh, and M. G. Kyeong, “An Experimental Study of Antenna Array Calibration,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 2, pp. 59–61, mar 2003.
- [60] S. P. B. Kumar and G. S. Ranganath, “Geometrical theory of propagation,” *J. Phys.*, vol. 37, no. 6, pp. 457–488, dec 1991.
- [61] D. D. F. Kelley and W. L. W. Stutzman, “Array Antenna Pattern Modeling Methods That Include Mutual Coupling Effects,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 41, no. 12, pp. 1625–1632, dec 1993.
- [62] C. Craeye and D. González-Ovejero, “A review on array mutual coupling analysis,” *Radio Sci.*, vol. 46, no. 2, pp. 1–25, apr 2011.
- [63] R. Garg, P. Bhartia, I. Bahl, and I. Apisak, *Microstrip Antenna Design Handbook*. Norwood, MA: Artech House, 2001.
- [64] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. New Jersey: Wiley, 1988.
- [65] Rogers, “RT/duroid  $\text{\textcircled{R}}$  6002 Datasheet.”
- [66] J. D. Kraus, *Antennas*, 2nd ed., McGraw-Hill, Ed., New York, NY, 1988.
- [67] S. Stein, “On Cross Coupling in Multiple-Beam Antennas,” *IRE Trans. Antennas Propag.*, pp. 548–557, sep 1962.
- [68] C. Volmer, J. Weber, R. Stephan, K. Blau, and M. A. Hein, “An eigen-analysis of compact antenna arrays and its application to port decoupling,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 2, pp. 360–370, 2008.
- [69] H. Singh, H. L. Sneha, and R. M. Jha, “Mutual coupling in phased arrays: A review,” *Int. J. Antennas Propag.*, vol. 2013, pp. 1–24, 2013.
- [70] H. S. Lui, H. T. Hui, and M. Bialkowski, “Mutual Coupling in Antenna Arrays 2011,” *Int. J. Antennas Propag.*, pp. 1–2, 2011.
- [71] X. Tang, K. Mouthaan, and J. Coetzee, “Tunable decoupling and matching network for diversity enhancement of closely spaced antennas,” *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 268–271, feb 2012.
- [72] T. Sarkar, M. Wicks, and R. Bonneau, *Smart Antennas*. New Jersey: Wiley, 2005.

- 
- [73] A. J. Weiss and B. Friedlander, "Performance Analysis of Spatial Smoothing with Interpolated Arrays," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, no. 5, pp. 1881–1892, may 1993.
- [74] H. Steyskal and J. S. Herd, "Mutual Coupling Compensation in Small Array Antennas," vol. 38, no. 12, pp. 1971–1975, dec 1990.
- [75] M. Mowlér, B. Lindmark, E. G. Larsson, and B. Ottersten, "Joint Estimation of Mutual Coupling, Element Factor, and Phase Center in Antenna Arrays," *Hindawi, J. Wirel. Commun. Netw.*, 2007.
- [76] G. Strang, *Linear Algebra and Its Applications*, 4th ed. Brooks Cole, 2006.
- [77] J. G. Díaz, G. R. López La Valle, S. Rodríguez, G. Scillone, L. Mártire, E. M. López, G. L. Puga, J. Cogo, J. A. Smidt, J. G. García, and P. A. Roncagliolo, "An Experimental High Precision GNSS Receiver for Small Satellites Navigation," in *1st IAA Lat. Am. Symp. Small Satell.*, Buenos Aires, 2017.
- [78] J. G. Díaz, G. Scillone, and J. G. García, "Multi-channel FPGA acquisition system for SDR receivers," in *Argentine Conf. Autom. Control*, Buenos Aires, 2018.
- [79] R. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 34, no. 3, pp. 276–280, mar 1986.
- [80] J. Smidt, S. Ozafrain, P. A. Roncagliolo, and C. Muravchik, "New Technique for Weak GNSS Signal Acquisition," *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 12, no. 5, pp. 889–894, aug 2014.
- [81] K. Kim, T. K. Sarkar, and M. S. Palma, "Adaptive Processing Using a Single Snapshot for a Nonuniformly Spaced Array in the Presence of Mutual Coupling and Near-Field Scatterers," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 50, no. 5, pp. 582–590, may 2002.
- [82] S. Daneshmand, N. Sokhandan, M. Zaeri-Amirani, and G. Lachapelle, "Precise calibration of a GNSS antenna array for adaptive beamforming applications," *Sensors (Switzerland)*, vol. 14, no. 6, pp. 9669–9691, may 2014.
- [83] M. Akçakaya, C. H. Muravchik, and A. Nehorai, "Biologically Inspired Coupled Antenna Array for Direction-of-Arrival Estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 10, pp. 4795–4808, oct 2011.
- [84] C. R. Hansen, "Fundamental Limitations in Antennas," *Proc. IEE*, vol. 69, no. 2, pp. 170–182, feb 1981.
- [85] R. Horn and C. Johnson, *Matrix Analysis*, 2nd ed. New York: Cambridge, 2013.
- [86] C. Volmer, J. Weber, R. Stephan, K. Blau, M. A. Hein, and S. Member, "An Eigen-Analysis of Compact Antenna Arrays and Its Application to Port Decoupling," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 2, pp. 360–370, feb 2008.



- [87] X. M. Yang, X. G. Liu, X. Y. Zhou, and T. J. Cui, "Reduction of Mutual Coupling Between Closely Packed Patch Antennas Using Waveguided Metamaterials," *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 389–391, apr 2012.
- [88] S. Irteza, E. Schäfer, M. Sgammini, R. Stephan, and M. Hein, "Four-Element Compact Planar Antenna Array for Robust Satellite Navigation Systems," in *EuCAP*, 2013, pp. 19–23.
- [89] S. Caizzone, "Miniaturized E5a/E1 Antenna Array for Robust GNSS Navigation," *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, vol. 16, pp. 485–488, 2017.
- [90] M. Frater and M. Ryan, *Electronic Warfare for the Digitized Battlefield*, 1st ed. Boston - London: Artech House, 2001.
- [91] J. Li, J. Shi, K. Feng, Z. Xiao, J. Chen, and A. Zhang, "Isolation enhanced circularly polarized patch antenna array using modified electric-field coupled-resonator," *Int. J. RF Microw. Comput. Eng.*, no. September, pp. 1–7, sep 2018.
- [92] A. A. Gheethan, P. A. Herzig, G. Mumcu, S. Member, P. A. Herzig, and G. Mumcu, "Compact 2 x 2 Coupled Double Loop GPS Antenna Array Loaded With Broadside Coupled Split Ring Resonators," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 6, pp. 3000–3008, jun 2013.
- [93] C. H. Wu, C. L. Chiu, and T. G. Ma, "Very Compact Fully Lumped Decoupling Network for a Coupled Two-Element Array," *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, vol. 15, pp. 158–161, may 2015.
- [94] M. Ibraheam, B. Bieske, K. Blau, E. Schafer, A. Jager, S. I. Butt, R. Stephan, and M. A. Hein, "Feasibility of dual-polarized antenna arrays for GNSS receivers at low elevations," in *11th Eur. Conf. Antennas Propagation, EUCAP 2017*, Paris, pp. 857–861.
- [95] D. Sheet, "RO4000  $\text{\textcircled{R}}$  Series High Frequency Circuit Materials."
- [96] D. G. Luenberger and Y. Ye, *Linear and Nonlinear Programming*, 3rd ed. New York, NY: Springer, 2008.
- [97] B. Friedlander, "Direction finding using an interpolated array," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process. ICASSP*, vol. 5, may 1990, pp. 2951–2954.
- [98] M. Yang, X. Zhu, Y. Zhang, N. Ta, and Z. Rao, "Parameter study of time-delay magnification in a biologically inspired, mechanically coupled acoustic sensor array," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 140, no. 5, nov 2016.
- [99] A. Konovaltsev, S. Caizzone, M. Cuntz, and M. Meurer, "Autonomous Spoofing Detection and Mitigation with a Miniaturized Adaptive Antenna Array," in *Proc. 27th Int. Tech. Meet. Satell. Div. Inst. Navig. ION GNSS 2014*, vol. 4, Florida, sep 2014, pp. 2937–2948.

- 
- [100] J. Zhang, X. Cui, H. Xu, and M. Lu, "A two-stage interference suppression scheme based on antenna array for GNSS jamming and spoofing," *Sensors (Basel)*, vol. 19, no. 18, sep 2019.
- [101] A. Konovaltsev, D. S. De Lorenzo, A. Hornbostel, and P. Enge, "Mitigation of continuous and pulsed radio interference with GNSS antenna arrays," in *21st Int. Tech. Meet. Satell. Div. Inst. Navig. ION GNSS 2008*, pp. 1291–1300.
- [102] I. J. Gupta, I. M. Weiss, and A. W. Morrison, "Desired Features of Adaptive Antenna Arrays for GNSS Receivers," *Proc. IEEE*, vol. 104, no. 6, pp. 1195–1206, 2016.
- [103] U. S. Kim, D. De Lorenzo, J. Gautier, P. Enge, J. A. Orr, D. D. Lorenzo, J. Gautier, P. Enge, and J. A. Orr, "Phase Effects Analysis of Patch Antenna CRPAs for JPALS," *17th Int. Tech. Meet. Satell. Div. Inst. Navig. ION GNSS 2004*, pp. 1531–1538, sep 2000.
- [104] U. S. Kim, "Analysis of Carrier Phase and Group Delay Biases Introduced by CRPA Hardware," in *Proc. 18th Int. Tech. Meet. Satell. Div. Inst. Navig. ION GNSS 2005*, 2005, pp. 635–642.
- [105] A. Konovaltsev, M. Cuntz, L. A. Greda, M. V. T. Heckler, and M. Meurer, "Antenna and RF front end calibration in a GNSS array receiver," *Proc. IEEE IMWS RF Front. Softw. Defn. Cogn. Radio Solut.*, pp. 103–106, oct 2010.
- [106] S. Daneshmand, N. Sokhandan, M. Zaeri-Amirani, and G. Lachapelle, "Precise calibration of a GNSS antenna array for adaptive beamforming applications," *Sensors (Switzerland)*, vol. 14, no. 6, pp. 9669–9691, 2014.
- [107] A. J. O'Brien and I. J. Gupta, "Mitigation of adaptive antenna induced bias errors in GNSS receivers," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 47, no. 1, pp. 524–538, sep 2011.
- [108] R. L. Fante and J. J. Vaccaro, "Wideband cancellation of interference in a GPS receive array," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 36, no. 2, pp. 549–564, 2000.
- [109] C. M. Church and I. J. Gupta, "Estimation of adaptive antenna induced code and carrier phase bias in GNSS receivers," *Navig. J. Inst. Navig.*, vol. 56, no. 3, pp. 151–160, jun 2009.
- [110] T. D. Moore and L. Landau, "Analytic study of STAP and SFAP for RFI suppression (Thesis)," Ph.D. dissertation, 2002.
- [111] H. Zhao, B. Lian, and J. Feng, "Adaptive beamforming and phase bias compensation for GNSS receiver," *J. Syst. Eng. Electron.*, vol. 26, no. 1, pp. 10–18, feb 2015.
- [112] M. Buchanan, Y. C. Chuang, A. J. O'Brien, and I. J. Gupta, "Verification of an Optimal Adaptive Filtering Algorithm for GNSS Antenna Arrays," *J. Inst. Navig.*, vol. 63, no. 4, pp. 393–404, jul 2016.

- [113] J. Li, H. Shi, J. Guo, and A. Zhang, “Compact Four-Element Antenna Array Design for BeiDou Navigation Satellite System Applications,” *Prog. Electromagn. Res. Lett.*, vol. 57, no. October, pp. 117–123, nov 2015.
- [114] P. Gruner, I. Dorsch, and C. Waldschmidt, “N-Element Biomimetic Antenna Arrays,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, pp. 1–14, nov 2020.
- [115] J. He, Z. Huang, and X. Feng, “Biologically inspired direction-finding for short baseline,” *IET Radar, Sonar Navig.*, no. April, 2021.