



Facultad de Ciencias
**Astronómicas
y Geofísicas**
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Modelado elástico y análisis paramétrico de velocidades de ondas de interfase en sedimentos marinos

María Florencia Varela

Tesis de Grado en Geofísica

Directora: Prof. Dra. Claudia L. Ravazzoli (FCAG - CONICET)

Co-Director: Dr. E. Diego Mercerat (CEREMA Mediterranéé, Francia)

Noviembre de 2021

A mis padres,
y a todas las personas que hicieron esto posible,
en especial a mis amigas.
A mi directora Claudia L. Ravazzoli, por su ayuda, dedicación y esmero.
A mi codirector Diego Mercerat, por su participación y consejo.

Índice

1. Introducción	5
2. Marco teórico y conceptos generales	7
2.1. Ondas sísmicas	7
2.1.1. Ondas de cuerpo	8
2.1.2. Ondas superficiales	8
2.2. Geología de la corteza oceánica	12
2.3. Modelado de ondas Scholte en la interfaz agua-sólido	14
2.3.1. Movimiento y presión en el fluido	15
2.3.2. Movimiento y tensiones en el sólido	17
2.3.3. Propagación de ondas en el sistema acoplado fluido-sólido	21
2.3.4. Velocidad de fase y modos de las ondas Scholte	22
3. Modelos de Física de Rocas	25
3.1. Teoría de Gassmann	25
3.2. Cotas de Voigt, de Reuss y promedio de Hill	26
3.3. Cotas de Hashin-Shtrikman	28
3.4. El concepto de porosidad crítica	29

3.5. Elasticidad de medios granulares: modelo de Hertz y Mindlin	30
3.6. Modelo de Dvorkin et al. (1999)	31
4. Modelado de dispersión de ondas Scholte en el Golfo de Bengala: calibración y análisis paramétrico	36
4.1. Información de la Expedición IODP 362	36
4.2. Espesor sedimentario, unidades litológicas y mineralogía	39
4.3. Caracterización del basamento	41
4.4. Acondicionamiento de los datos y primeros análisis	42
4.5. Ajuste de velocidad de onda P y modelado de la velocidad de onda S . .	44
4.6. Cálculo de curvas de dispersión en medios con múltiples capas	46
4.7. Análisis paramétrico de las curvas de dispersión de ondas Scholte	47
4.7.1. Sensibilidad ante variaciones del número de capas	47
4.7.2. Sensibilidad ante variaciones de densidad	49
4.7.3. Sensibilidad ante variaciones de velocidad de onda P	50
4.7.4. Sensibilidad ante variaciones de velocidad de onda S	50
4.7.5. Sensibilidad ante variaciones de porosidad	51
4.7.6. Sensibilidad ante el uso de la ley de decaimiento de la porosidad con la profundidad	51
5. Conclusiones	72
A. Notas sobre el modelo de Dvorkin et al. (1999)	74

Capítulo 1

Introducción

El estudio y modelado de las propiedades elásticas, amplitudes y velocidades de propagación de ondas elásticas y acústicas en sedimentos del fondo marino es de interés en diversas áreas. En particular, las ondas de corte y las ondas de interfase tales como las Rayleigh (que se propagan y producen deformaciones en la proximidad de una superficie libre) y las *ondas Scholte* (en interfases fluido-sólido, también llamadas *ondas Rayleigh generalizadas*), son de un marcado interés en estudios sísmológicos, ingeniería y acústica oceánica (Ballard y Lee, 2017, Kugler et al. 2007). En ciertos casos, el interés se centra en las ondas de gran amplitud y de baja frecuencia (<10 Hz) generadas por terremotos y explosiones nucleares. En otros, las ondas de corte y de interfase de alta frecuencia (>10 Hz) se utilizan para sondeo del fondo marino y caracterización de sus sedimentos, lo que es de suma importancia para estudios geotécnicos sobre la estabilidad de depósitos de plataforma y prospección geofísica off-shore en general. El estudio de las propiedades de dicha capa de sedimentos de fondo marino también es necesario para el diseño y la ubicación de estructuras de ingeniería civil en el fondo marino (Hovem et al. 1991) y para evaluar la estabilidad y riesgo de deslizamiento de grandes masas de sedimentos submarinos (Madrussani et al. 2018).

La alta correlación existente entre la rigidez o módulo de corte de un medio elástico y las velocidades de las ondas de corte S, Scholte y Rayleigh hacen que las mismas sean de interés para abordar tales problemas. El análisis de dichas velocidades permite caracterizar los sedimentos puesto que, a diferencia de las ondas de compresión P, son mucho más sensibles a las variaciones litológicas que al contenido de fluido. Sin embargo, no se han hecho análisis paramétricos de tales velocidades teniendo en cuenta la influencia de las propiedades petrofísicas y geoacústicas de los sedimentos y su estratificación, observándose que los trabajos existentes se han centrado principalmente en el modelado y predicción de las velocidades de las ondas corpóreas.

Con estas motivaciones, en la presente Tesis de Grado se abordará el análisis e

implementación de modelos de física de rocas para el cálculo de las propiedades elásticas de las rocas sedimentarias poco consolidadas del fondo oceánico y la predicción y ajuste de las velocidades de propagación de ondas P y S en dichos ambientes. A su vez, se realizará el cálculo y análisis de las curvas de dispersión de ondas Scholte asociadas.

Con estos objetivos se utilizará un conjunto de datos de dominio público, adquiridos durante el año 2016 en el marco de la campaña 362 del *International Ocean Drilling Program IODP*, (https://mlp.ldeo.columbia.edu/logdb/scientific_ocean_drilling/), en la cual se perforaron los pozos U1480–U1481. Los mismos se ubican en la placa oceánica Índica, a aproximadamente 250 km al suroeste de la zona de subducción del norte de Sumatra. En ambos sitios se extrajeron coronas y se registraron diversos perfiles, a una profundidad máxima de 1500 metros por debajo del lecho marino. Los datos reales a utilizar son perfiles sísmicos de onda P, de porosidad neutrónica, de densidad bulk y descripción mineralógica de los sedimentos a partir de estudios realizados sobre muestras de coronas en laboratorio. La sucesión sedimentaria en la corteza basáltica de 60–70 Ma de la placa oceánica comprende una capa pelágica basal¹ cubierta por sedimentos del abanico submarino de Nicobar.

El modelo de física de rocas utilizado es el propuesto por Dvorkin et al. (1999), ampliamente aceptado para rocas en ambientes sedimentarios poco consolidados de alta porosidad, como los que se analizan en este estudio. Consiste en una combinación de las teorías de Hertz-Mindlin para medios granulares, una modificación de las cotas elásticas de Hashin-Shtrikman, el concepto de porosidad crítica y las clásicas ecuaciones de Gassmann.

Para cada profundidad calibramos el modelo ajustando el perfil de velocidad de onda P y calculamos la velocidad de onda S. Posteriormente, se construye un modelo estratificado que es utilizado para calcular la curva de dispersión de velocidad de la onda Scholte. Para esto se subdividen los perfiles en intervalos de profundidad, teniendo en cuenta las unidades litológicas y calculando valores medios de las velocidades y densidades, teniendo en cuenta además las propiedades físicas del basamento.

Partiendo de esta calibración, se realiza un análisis de sensibilidad de las velocidades de ondas Scholte y sus curvas de dispersión, frente a parámetros tales como número de capas, porosidad, densidad, módulos elásticos y perfil de porosidad versus profundidad, en un rango de frecuencias que abarca ondas sísmológicas, ruido sísmico y sísmica de exploración. A partir de este estudio se elaboran conclusiones acerca de los parámetros de mayor influencia y la factibilidad de formular, en una segunda etapa, problemas inversos asociados.

¹El término "pelágico" deriva de la palabra griega "pelagos", que significa océano. La zona pelágica es la columna de agua que está sobre el fondo marino.

Capítulo 2

Marco teórico y conceptos generales

El análisis de la propagación de ondas sismo-acústicas es una herramienta importante para el estudio del interior terrestre así como para la gestión de los recursos marinos utilizados tanto por las agencias gubernamentales como por la industria del petróleo y el gas. Con estos fines se realizan estudios sismológicos, geotécnicos, de ingeniería y acústica oceánica. En este capítulo se propone abordar el marco teórico, describiendo los conceptos fundamentales sobre los distintos tipos de ondas sísmicas, con énfasis en las ondas superficiales, su carácter dispersivo y los principales parámetros de influencia sobre sus velocidades de propagación.

2.1. Ondas sísmicas

Las ondas sísmicas se producen ante una brusca liberación de energía originada por una fuente, que puede ser natural, como un terremoto, o artificial, como una explosión, una fuente vibradora o un cañón de aire. Las ondas resultantes se propagan a través del medio, y se registran en un receptor, un esquema de esto puede representado en la Figura 2.1. Un sismograma es el registro del movimiento del suelo en un receptor llamado sismómetro, que contiene información tanto de la fuente como de las propiedades físicas del medio. Más adelante veremos cómo las ondas responden a las variaciones de las propiedades físicas del material que atraviesan.

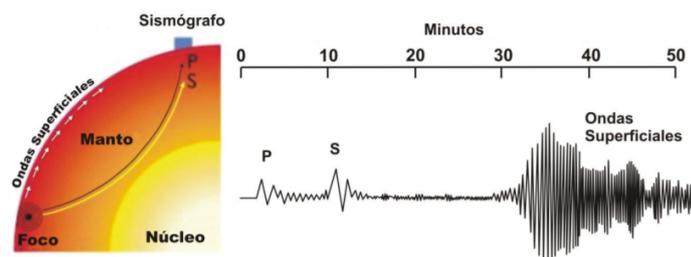


Figura 2.1: Generación de ondas internas y superficiales ilustrando los diferentes trayectos, tiempos de arribo y amplitudes al sismógrafo. Imagen del Instituto Nacional de Prevención Sísmica –INPRES. <http://contenidos.inpres.gob.ar/docs/Terremotos.pdf>

2.1.1. Ondas de cuerpo

Las ondas sísmicas que se propagan por el interior terrestre se dividen en dos tipos. El primero, ondas P u ondas de compresión, donde el material se mueve hacia adelante y hacia atrás en la dirección en la que se propaga la onda, causando compresión y estiramiento del volumen afectado. El segundo tipo de ondas son las ondas S u ondas de corte, en este caso el material se mueve de manera perpendicular a la dirección de propagación, y por lo tanto tiene dos componentes: una vertical (SV) y una horizontal (SH). Estas ondas causan una deformación de cizalla, lo que produce un cambio de forma del medio sin cambio de volumen. En la Figura 2.2, se esquematizan las deformaciones causadas por las ondas P y S.

La onda P viaja más rápido que la onda S, por lo que es el primer pulso que se registra en un sismograma, entre las llegadas posteriores al sismograma se encuentran las fases de la onda de corte. Todas estas fases, que viajaron por el interior de la tierra, se conocen como ondas de cuerpo, corpóreas o internas.

Para discriminar entre distintos medios de propagación la relación entre la velocidad de la onda de corte y la velocidad de la onda de compresión (v_s/v_p) es un mejor clasificador que sólo el valor de la velocidad de la onda de compresión, ya que la onda de corte tiene menor sensibilidad al fluido de los poros.

2.1.2. Ondas superficiales

Además de las ondas corpóreas existen las llamadas *ondas superficiales*, que se propagan a lo largo de trayectorias cercanas a la superficie terrestre. En el sismograma son reconocidas como el tren de ondas de gran amplitud que se registran en un tiempo

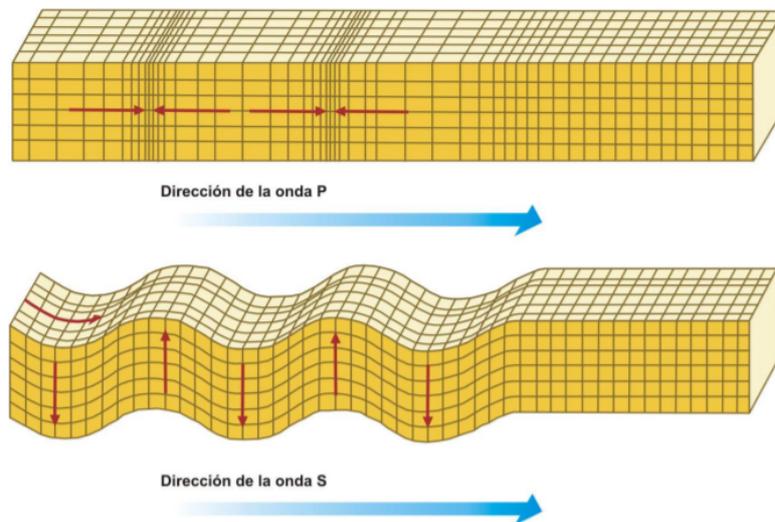


Figura 2.2: Ilustración de las deformaciones que provocan las ondas de cuerpo o internas. Imagen del Instituto Nacional de Prevención Sísmica –INPRES. <http://contenidos.inpres.gob.ar/docs/Terremotos.pdf>

posterior a las ondas de cuerpo. Debido a su gran energía son las más destructivas. Los cuatro tipos fundamentales de ondas acústicas superficiales en medios isotrópicos son: las ondas *Rayleigh*, ondas *Love* (ambas se propagan si se da la configuración semiespacio sólido-vacío. Las ondas *Rayleigh* pueden originarse en un semiespacio o en un medio de múltiples capas mientras que las ondas *Love* necesitan una guía de onda o capa para generarse), ondas *Stoneley* (en interfases sólido-sólido) y ondas **Scholte** (en interfases sólido-fluido).

Las ondas superficiales tienen varias características comunes y sus velocidades de fase están fuertemente relacionadas con la velocidad de la onda de corte. Son evanescentes, es decir, presentan un decaimiento exponencial con la distancia desde la interfaz donde se producen, y si el medio no es homogéneo, también son dispersivas. Al estar localizadas principalmente en las interfases, las ondas superficiales se extienden cilíndricamente y, por lo tanto, decaen menos rápidamente con la distancia recorrida que las ondas compresionales y de corte que se propagan esféricamente. Además, las ondas superficiales se observan y detectan más fácilmente que las ondas en el interior de un sólido.

Las ondas *Rayleigh* (así denominadas en honor al físico y matemático inglés Lord Rayleigh, que en 1885 demostró teóricamente su existencia), se generan por interferencia constructiva de ondas P y SV (componente vertical de la onda S) en la superficie libre de la Tierra. Viajan a lo largo de la misma produciendo un desplazamiento en el plano

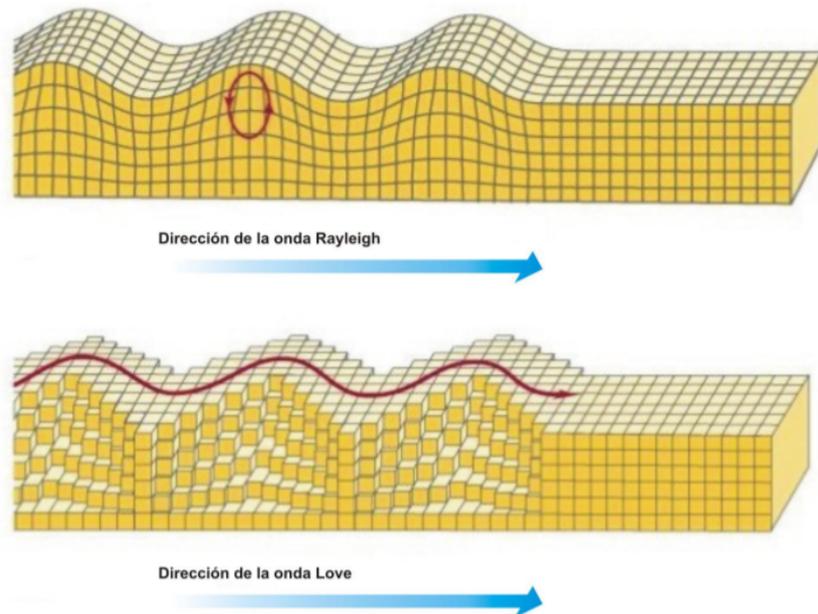


Figura 2.3: Ilustración de las deformaciones que provocan las ondas Rayleigh y Love. Imagen del Instituto Nacional de Prevención Sísmica –INPRES. <http://contenidos.inpres.gob.ar/docs/Terremotos.pdf>

de incidencia en donde las partículas se mueven de forma elipsoidal en el plano vertical que pasa por la dirección de propagación, cambiando de retrógrada en la superficie a directa a una cierta profundidad. Viajan a velocidades que varían entre 2 y 4.5 km/s aproximadamente en zonas continentales.

Las ondas Love, en cambio, son ondas de cizalla que surgen por interferencia constructiva de ondas SH (componente horizontal de la onda S), que se reflejan en la superficie de separación entre una capa y un semiespacio. Las partículas oscilan sólo en la dirección perpendicular al plano de propagación y el movimiento se produce sólo en forma horizontal. Estas ondas toman el nombre del matemático británico A.E.H. Love quien en 1911 logró crear un modelo matemático de las mismas. La velocidad de las ondas Love es ligeramente superior a la de las ondas Rayleigh, entre 2.5 y 4.5 km/s en zonas continentales.

En la prospección sísmica de refracción, las ondas compresionales se utilizan para determinar las velocidades y espesores de las capas sedimentarias, a menudo en áreas donde los sedimentos están sueltos. Tanto en la exploración sísmica de reflexión como de refracción, las ondas de interfaz sismo-acústica se han considerado ruido, porque enmascaran la llegada tardía esperada de las capas profundas.

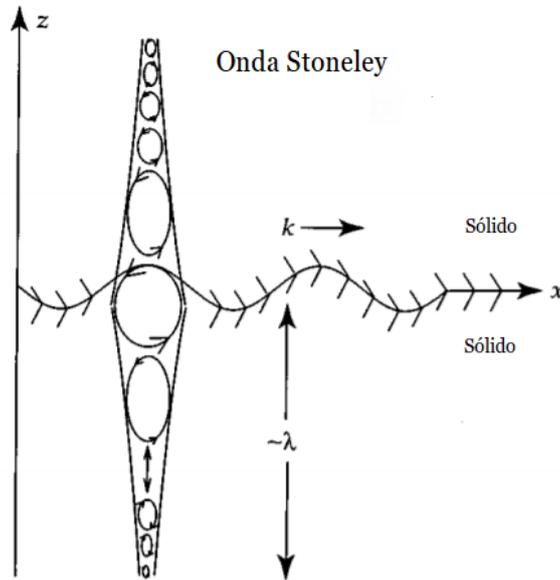


Figura 2.4: Representación de la trayectoria de una partícula para una onda Stoneley. [22]

Las ondas Stoneley (Stoneley, 1924) fueron estudiadas por primera vez en 1924. Estas ondas se propagan a lo largo de una interfaz sólido-sólido y producen un movimiento de partícula rotacional (Figura 2.4). La energía más alta, así como las ondas de Rayleigh, está presente en la interfaz, mostrando una disminución exponencial con la distancia a la misma. El análisis de la onda de Stoneley puede proporcionar información sobre posiciones de fracturas y sobre la permeabilidad del subsuelo, tema de vital importancia en la industria de los hidrocarburos. Estas ondas no sólo brindan mejor información sobre la estructura interna de la Tierra, sino que también son útiles en la evaluación de materiales valiosos debajo de la superficie terrestre. Por otra parte la onda Stoneley puede llegar a ser una fuente importante de ruido en los perfiles sísmicos verticales.

Por último, las ondas Scholte (1947), u ondas Rayleigh generalizadas, se propagan a lo largo de la interfaz entre fluido y sólidos, por ejemplo, en el entorno del contacto entre agua y sedimentos. La onda es prógrada elíptica en su movimiento de partículas, pero cambia su movimiento de rotación más abajo en la estructura (Figura 2.5). Cuando la profundidad del agua va de infinito a cero, la onda pasa de una onda de Scholte a una de Rayleigh. Más adelante dedicaremos una sección a estas ondas y sus características.

Como ya mencionamos, la amplitud del desplazamiento de las ondas superficiales decrece exponencialmente con la profundidad y la mayor parte de su energía se propaga en una región poco profunda, aproximadamente igual a una longitud de onda.

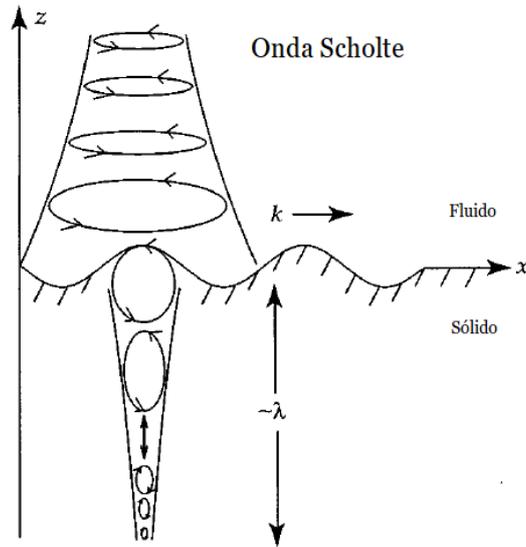


Figura 2.5: Representación de la trayectoria de una partícula para una onda Scholte.

En consecuencia su propagación está influenciada por las propiedades elásticas de esa región delimitada del subsuelo. Por esto, como ya veremos, las propiedades del basamento tienen mayor influencia en las frecuencias pequeñas. Por otra parte las ondas superficiales presentan un modo fundamental y un número finito de modos superiores, para los cuales su amplitud se hace cero y se caracterizan por viajar más rápido que el modo fundamental. En lo que sigue, la propagación de las ondas Scholte en el fondo oceánico (contacto capa agua-semiespacio sólido) será descrita rigurosamente, como una primera aproximación al análisis de las curvas de dispersión de las mismas, lo que constituye uno de los objetivos de esta Tesis.

2.2. Geología de la corteza oceánica

A partir de la información sismológica y de sondeos de reflexión sísmica, se pudo cartografiar el espesor de los sedimentos oceánicos, y pronto se descubrió que, aunque los sedimentos tenían varios miles de metros de espesor cerca de los continentes, eran relativamente delgados, o incluso inexistentes, en las áreas de las dorsales oceánicas. Los estudios sísmicos también mostraron que la corteza es relativamente delgada debajo de los océanos (5 a 6 km) en comparación con los continentes (30 a 60 km) y geológicamente muy consistente, compuesta casi en su totalidad por basalto. La roca ígnea de la corteza oceánica se cubre con capas de sedimentos, que incluyen piedra caliza, limolita, sílex, y

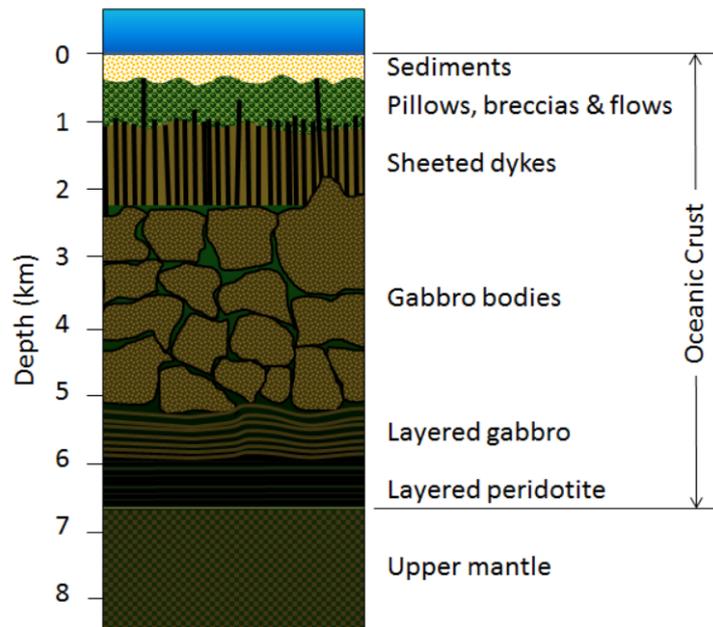


Figura 2.6: Representación de la estructura litológica de la corteza oceánica. [6]

turbiditas. Las diferentes litologías de las capas de la corteza oceánica se muestran en la Figura 2.6, extraída de Earle (2019) .

Como mencionamos, la mayor parte del fondo marino está cubierta de sedimentos. Este material proviene de varias fuentes diferentes y tiene una composición muy variable, dependiendo de la proximidad al continente, la profundidad del agua, las corrientes oceánicas, la actividad biológica y el clima. Los sedimentos del fondo marino (y rocas sedimentarias) pueden variar en espesor desde unos pocos milímetros hasta varias decenas de kilómetros. Cerca de la superficie, los sedimentos del fondo marino permanecen sin consolidar, tendiendo a litificarse a medida que la profundidad aumenta.

Las diversas fuentes de sedimentos del fondo marino se pueden clasificar de la siguiente manera:

- El sedimento terrestre que deriva de fuentes continentales, transportados por ríos, viento, corrientes oceánicas y glaciares. Está dominado por cuarzo, feldespato, minerales arcillosos, óxidos de hierro y materia orgánica terrestre.
- El sedimento de carbonato pelágico se deriva de organismos que viven en el agua del océano (a varias profundidades, pero principalmente cerca de la superficie) cuyos caparazones están compuestos de minerales de carbonato como la calcita.

- El sedimento de sílice pelágico se deriva de organismos marinos (por ejemplo, diatomeas y radiolarios), que producen sus esqueletos con sílice (cuarzo microcristalino).
- La ceniza volcánica y otros materiales volcánicos derivados de erupciones terrestres y submarinas.
- Los nódulos de hierro y manganeso que se forman como precipitados directos del agua del fondo del océano.

Los sedimentos terrestres predominan cerca de los continentes y dentro de los mares interiores y grandes lagos. Estos sedimentos tienden a ser relativamente gruesos y por lo general contienen arena y limo, pero en algunos casos contienen incluso guijarros y cantos rodados. La arcilla se asienta lentamente en ambientes cercanos a la costa, pero gran parte de la misma se dispersa lejos de sus áreas de origen por las corrientes oceánicas. Los minerales arcillosos predominan en amplias áreas en las partes más profundas del océano, y la mayor parte de esta arcilla es de origen terrestre. Los exudados silíceos (derivados de radiolarios y diatomeas) son comunes en la región del polo sur, a lo largo del ecuador en el Pacífico y en grandes partes del océano Índico. Los exudados de carbonato están ampliamente distribuidos en todos los océanos dentro de las regiones ecuatoriales y de latitud media. De hecho, la arcilla se deposita en todas partes de los océanos, pero en áreas donde los organismos productores de sílice y carbonato son prolíficos, producen suficiente sílice o sedimento de carbonato como para dominar sobre la arcilla.

2.3. Modelado de ondas Scholte en la interfaz agua-sólido

Biot (1952) trata el problema de la propagación de ondas de interfase en un estrato fluido (con espesor finito), que cubre un medio elástico infinitamente profundo (es decir, un semiespacio), para el caso bidimensional y sin efectos de atenuación intrínseca. Este análisis nos va a ser útil para lograr entender el decaimiento exponencial que presentan con la distancia desde la interfaz donde se producen; es decir es un primer análisis que nos ayudará a comprender la naturaleza dispersiva de las ondas Scholte desde principios teóricos, su relación con el espesor de agua y parámetros físicos de los medios, comprendiendo además la existencia de modos superiores.

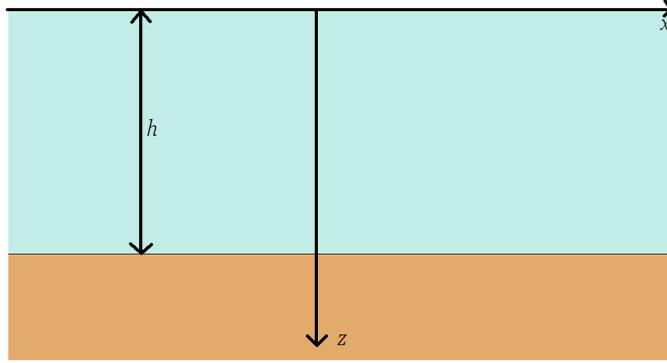


Figura 2.7: Esquema del océano con profundidad finita h que se considera en el desarrollo.

2.3.1. Movimiento y presión en el fluido

En esta sección se estudiará el comportamiento de las ondas en la fase fluida independientemente del fondo. Con este propósito consideramos un océano con profundidad finita h como se muestra en la Figura 2.7.

Los componentes de desplazamiento del fluido se escriben como:

$$\vec{u}_w = (U', V') = \vec{\nabla}(\varphi) \quad (2.3.1)$$

donde φ satisface la ecuación

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (2.3.2)$$

y c es la velocidad aparente del sonido en el **océano**; es decir $c = \sqrt{\frac{K_w}{\rho_w}}$, siendo K_w el módulo de volumen (incompresibilidad) del agua y ρ_w su densidad.

Consideramos que, en términos generales el potencial φ , tiene la siguiente forma:

$$\varphi(x, y, z, \omega, t) = Af(z) \cos(lx - \omega t) \quad (2.3.3)$$

es decir, una onda que se propaga según la dirección x . La función $f(z)$ es el factor de decaimiento con la distancia vertical al contacto agua-sólido y el coeficiente l es el *número de onda* según x asociado a la onda de interfase.

En función del problema consideramos soluciones de la ecuación 2.3.2 de la forma:

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - l^2}} \sin z \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - l^2} \cos(lx - \omega t), \quad \text{para } \frac{\omega^2}{c^2} > l^2 \quad (2.3.4)$$

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{l^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} \sinh z \sqrt{l^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \cos(lx - \omega t), \quad \text{para } \frac{\omega^2}{c^2} < l^2 \quad (2.3.5)$$

donde A es una constante con unidades de longitud.

Nuestro objetivo es relacionar las expresiones anteriores con las variaciones de presión en el fluido asociadas a la propagación de las ondas, la que debemos relacionar con el potencial φ . Recordemos la definición del módulo de volumen k_w :

$$\frac{1}{k_w} = -\frac{1}{v_w} \frac{dv_w}{dp}, \quad (2.3.6)$$

donde v_w es el volumen de un elemento de agua y $\frac{dv_w}{dp}$ representa el cambio del volumen del agua con la presión. Reescribiendo esta última ecuación podemos obtener:

$$\frac{dv_w}{v_w} = -\frac{1}{k_w} dp, \quad (2.3.7)$$

y por lo tanto:

$$dp = -k_w \frac{dv_w}{v_w} = -k_w \theta_w = -k_w \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_w = -k_w \nabla^2 \varphi. \quad (2.3.8)$$

Si llamamos p_w al incremento en la presión que ocurre en el pasaje de la onda (elástica y superficial), entonces

$$p_w = -k_w \nabla^2 \varphi \quad (2.3.9)$$

Ahora bien, como $c^2 = \frac{k_w}{\rho_w}$ y $\nabla^2 \varphi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$, entonces

$$p_w = -\frac{k_w}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\rho_w \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}. \quad (2.3.10)$$

La ecuación anterior finalmente corresponde a la relación entre la presión y el potencial de desplazamiento. Derivando las expresiones 2.3.4 y 2.3.5 vamos a poder obtener una expresión apropiada de la ecuación 2.3.10 para el caso en estudio:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\omega^2 A \frac{1}{\pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - l^2}} \sin \left(\pm z \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - l^2} \right) \cos(lx - \omega t), \quad \text{para } \frac{\omega^2}{c^2} > l^2, \quad (2.3.11)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\omega^2 A \frac{1}{\pm \sqrt{l^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} \sinh \left(\pm z \sqrt{l^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \right) \cos(lx - \omega t), \quad \text{para } \frac{\omega^2}{c^2} < l^2. \quad (2.3.12)$$

Sustituyendo en la expresión 2.3.10 obtenemos:

$$p_w = -\rho_w \omega^2 A \frac{1}{\pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - l^2}} \sin \left(\pm z \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - l^2} \right) \cos(lx - \omega t), \quad (2.3.13)$$

y

$$p_w = -\rho_w \omega^2 A \frac{1}{\pm \sqrt{l^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} \sinh \left(\pm z \sqrt{l^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \right) \cos(lx - \omega t). \quad (2.3.14)$$

Ambas soluciones satisfacen que la presión es cero para $z = 0$, es decir, son consistentes con la condición de superficie libre.

Por conveniencia posterior evaluaremos la componente de desplazamiento vertical en la parte inferior como

$$V' = u_w^z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad \text{para } z = h. \quad (2.3.15)$$

Obteniendo para las ecuaciones 2.3.4 y 2.3.5 los siguientes resultados respectivamente:

$$V' = A \cos \left(\pm h \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - l^2} \right) \cos(lx - \omega t), \quad (2.3.16)$$

y

$$V' = A \cosh \left(\pm h \sqrt{l^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \right) \cos(lx - \omega t). \quad (2.3.17)$$

Para el propósito del análisis necesitamos la relación presión - desplazamiento en el fondo, es decir, en $z = h$. Definiendo

$$\xi = \frac{\omega}{cl}, \quad (2.3.18)$$

podemos escribir las siguientes expresiones:

$$\frac{p_w}{V'} = \frac{\rho_w \omega^2}{\pm l \sqrt{\xi^2 - 1}} \tan(\pm hl \sqrt{\xi^2 - 1}), \quad \text{para } \xi > 1, \quad (2.3.19)$$

y

$$\frac{p_w}{V'} = \frac{\rho_w \omega^2}{\pm l \sqrt{1 - \xi^2}} \tanh(\pm hl \sqrt{1 - \xi^2}) \quad \text{para } \xi < 1. \quad (2.3.20)$$

La relación $\frac{p_w}{V'}$ es relevante por tratarse de una impedancia mecánica. Como tal, agrega importancia física a las condiciones de contorno en la interfaz fluido-sólido.

2.3.2. Movimiento y tensiones en el sólido

En esta sección analizaremos la propagación de las ondas en el sólido independientemente del fluido suprayacente. Tomamos el eje x a lo largo del límite sólido con el

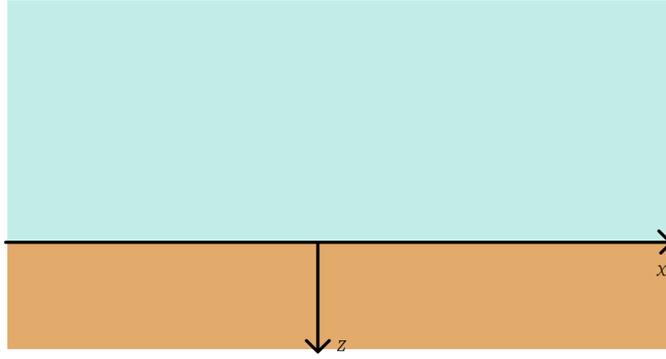


Figura 2.8: Esquema para resolver el movimiento y las tensiones en el sólido.

eje z dirigido hacia abajo, como lo muestra la Figura 2.8. El desplazamiento del sólido se expresa como:

$$\vec{u}_s = (U, V) = \vec{\nabla}\phi - \vec{\nabla} \wedge \vec{\psi}, \quad \text{donde } \vec{\psi} = (0, \psi, 0). \quad (2.3.21)$$

Por lo tanto las componentes de desplazamiento del sólido las podemos escribir como

$$u_x^s = \frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial z} = U \quad (2.3.22)$$

y

$$u_z^s = \frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{\partial\psi}{\partial x} = V, \quad (2.3.23)$$

donde ϕ y ψ satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{v_c^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \quad (2.3.24)$$

y

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{v_s^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}, \quad (2.3.25)$$

donde v_c es la velocidad de las ondas compresionales y v_s la velocidad de ondas de corte en el semiespacio sólido. Utilizando la definición del tensor de tensiones y la ley de Hooke, las componentes de las tensiones normal σ_z y tangencial τ en términos de los potenciales ϕ y ψ están dados por:

$$\sigma_z = \rho_1 b \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + 2v_s^2 \rho_1 \left(\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x \partial z} \right) \quad (2.3.26)$$

y

$$\tau = \rho_1 \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} + 2v_s^2 \rho_1 \left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \right), \quad (2.3.27)$$

donde $b = \nu/(1 - \nu)$, siendo ν el coeficiente de Poisson del sólido y ρ_1 la densidad del sólido. Las soluciones propuestas para las ecuaciones 2.3.24 y 2.3.25 son:

$$\phi = \phi_0 e^{-mz} \cos(lx - \omega t) \quad (2.3.28)$$

y

$$\psi = \psi_0 e^{-kz} \sin(lx - \omega t). \quad (2.3.29)$$

Introducimos la siguiente notación:

$$m = \sqrt{l^2 - \frac{\omega^2}{v_c^2}} \quad y \quad k = \sqrt{l^2 - \frac{\omega^2}{v_s^2}}.$$

Además:

$$\xi_1 = \frac{\omega}{v_s l} \quad y \quad \xi_2 = \frac{\omega}{v_c l}. \quad (2.3.30)$$

Entonces podemos escribir:

$$m = l\sqrt{1 - \xi_2^2}$$

y

$$k = l\sqrt{1 - \xi_1^2}.$$

Cabe destacar que en estas expresiones debe cumplirse que $\xi_1 < 1$ y $\xi_2 < 1$, de manera tal que las soluciones 2.3.28 y 2.3.29 se atenúen para z tendiendo a ∞ en el sólido. Reemplazando en los potenciales y calculando las derivadas parciales correspondientes obtenemos las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\omega^2 \phi_0 e^{-mz} \cos(lx - \omega t),$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \psi_0 e^{-kz} \sin(lx - \omega t),$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = m^2 \phi_0 e^{-mz} \cos(lx - \omega t),$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -l^2 \psi_0 e^{-kz} \sin(lx - \omega t),$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} = -\psi_0 k l e^{-kz} \cos(lx - \omega t),$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = \phi_0 m l e^{-mz} \sin(lx - \omega t).$$

La condición de contorno de la tensión de corte τ para que se atenúe en la interfaz, es decir, se anule en la interfaz agua-sólido, se obtiene imponiendo $\tau = 0$ para $z = 0$, lo que

nos permite obtener una relación para las amplitudes ψ_0/ϕ_0 . Teniendo esto en cuenta y reemplazando en las ecuaciones 2.3.26 y 2.3.27 las derivadas calculadas obtenemos:

$$\sigma_z = [-\rho_1 b \omega^2 \phi_0 e^{-mz} + 2v_s^2 \rho_1 (m^2 \phi_0 e^{-mz} + kl\psi_0 e^{-kz})] \cos(lx - \omega t), \quad (2.3.31)$$

o escrito de otra manera:

$$\frac{\sigma_z}{\rho_1 v_s^2} = \left[-\frac{b\omega^2 \phi_0}{v_s^2} e^{-mz} + 2m^2 \phi_0 e^{-mz} + 2kl\psi_0 e^{-kz} \right] \cos(lx - \omega t). \quad (2.3.32)$$

Evaluando en $z = 0$ obtenemos:

$$\frac{\sigma_z}{\rho_1 v_s^2} \Big|_{z=0} = \left[-\frac{b\omega^2 \phi_0}{v_s^2} + 2m^2 \phi_0 + 2kl\psi_0 \right] \cos(lx - \omega t). \quad (2.3.33)$$

Por otra parte, recordando la ecuación 2.3.27 y reemplazando las derivadas parciales correspondientes:

$$\tau|_{z=0} = [\rho_1(-\omega^2 \psi_0) + 2v_s^2 \rho_1(lm\phi_0 - l^2 \psi_0)] = 0. \quad (2.3.34)$$

Trabajando algebraicamente:

$$\begin{aligned} \psi_0(\omega^2 - 2v_s^2 l^2) &= 2v_s^2 lm\phi_0, \\ \frac{\phi_0}{\psi_0} &= \frac{(\omega^2 - 2v_s^2 l^2)}{2v_s^2 lm} = \frac{1}{2} \frac{(\xi_1^2 - 2)}{\sqrt{1 - \xi_2^2}}. \end{aligned}$$

Escrito de otra manera:

$$\frac{\phi_0}{\psi_0} = -\frac{1}{2} \frac{(2 - \xi_1^2)}{\sqrt{1 - \xi_2^2}}. \quad (2.3.35)$$

Esta va a ser nuestra condición de contorno para $z = 0$. El paso siguiente es obtener el desplazamiento vertical $V = u_z^s = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x}$ en $z = 0$:

$$V = u_z^s = -(m\phi_0 e^{-mz} + l\psi_0 e^{-lz}) \cos(kx - \omega t), \quad (2.3.36)$$

$$V|_{z=0} = u_z^s|_{z=0} = -(m\phi_0 + l\psi_0) \cos(lx - \omega t). \quad (2.3.37)$$

Usando la relación de ϕ_0/ψ_0 obtenemos:

$$V|_{z=0} = u_z^s|_{z=0} = - \left[-\frac{1}{2} \frac{m(2 - \xi_1^2)}{\sqrt{1 - \xi_2^2}} + l \right] \psi_0 \cos(lx - \omega t).$$

Trabajando algebraicamente obtenemos:

$$V|_{z=0} = u_z^s|_{z=0} = -\frac{1}{2} l \xi_1^2 \psi_0 \cos(lx - \omega t). \quad (2.3.38)$$

La expresión que finalmente se necesita es la relación entre el esfuerzo σ_z y el desplazamiento V en el contacto agua-sólido. Para esto utilizamos las expresiones 2.3.33 y 2.3.38 y utilizamos además 2.3.35, obteniendo:

$$\frac{\sigma_z}{\rho_1 v_s^2} \frac{1}{V} = \frac{bl(2 - \rho_1^2)}{\sqrt{1 - \rho_2^2}} + \frac{2l}{\rho_1^2} (2 - \rho_1^2) \sqrt{1 - \rho_2^2} - \frac{4l}{\rho_1^2} \sqrt{1 - \rho_1^2}$$

Finalmente:

$$\frac{\sigma_z}{\rho_1 v_s^2 V l} = \frac{b(2 - \rho_1^2)}{\sqrt{1 - \rho_2^2}} + \frac{2}{\rho_1^2} (2 - \rho_1^2) \sqrt{1 - \rho_2^2} - \frac{4}{\rho_1^2} \sqrt{1 - \rho_1^2}. \quad (2.3.39)$$

Una manera de eliminar el parámetro b es expresarlo en función de ξ_1 y ξ_2 . Para esto tenemos en cuenta la relación entre las velocidades de las ondas compresionales y rotacionales:

$$\frac{\xi_2^2}{\xi_1^2} = \frac{v_s^2}{v_c^2} = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)},$$

Entonces

$$b = 1 - 2 \left(\frac{\xi_2^2}{\xi_1^2} \right)^2,$$

y por lo tanto podemos escribir:

$$\frac{\sigma_z}{\rho_1 v_s^2 l V} = \frac{1}{\xi_1^2} \left[\frac{(2 - \xi_1^2)^2}{\sqrt{1 - \xi_2^2}} - 4\sqrt{1 - \xi_1^2} \right]. \quad (2.3.40)$$

Esta expresión representa el cambio de la tensión normal al desplazamiento y corresponde a la impedancia mecánica, similar a las expresiones 2.3.19 y 2.3.20 para un fluido.

2.3.3. Propagación de ondas en el sistema acoplado fluido-sólido

En esta sección acoplamos los dos sistemas entre sí equiparando la relación entre la tensión normal y el desplazamiento en la interfaz para ambos medios. Este procedimiento tiene la ventaja de resaltar con mayor claridad ciertos aspectos físicos del fenómeno.

Consideramos la siguiente condición de borde para la interfaz¹:

$$-p_w = \sigma_z$$

¹Aclaración sobre el signo en la condición de continuidad de la tensión normal: primero recordemos que por convención de signos, los esfuerzos compresivos son negativos y los extensivos son positivos. Si el agua ejerce una variación de presión hidrostática $p_w > 0$ sobre el fondo, el tensor de esfuerzo asociado (sólo con componentes normales) tendrá la forma $\sigma_{ij}^w = -p_w \delta_{ij}$, lo que explica el signo negativo en la condición $-p_w = \sigma_z$

y

$$V' = V$$

o equivalentemente

$$\frac{p_w}{V'} = -\frac{\sigma_z}{V}. \quad (2.3.41)$$

La condición de contorno 2.3.41 implica que si $V = V'$ entonces $-p_w = \sigma_z$. Por otra parte $V = V'$ no tiene que ser introducida de manera explícita, ya que la amplitud de las soluciones obtenidas anteriormente contiene los factores arbitrarios A y ψ_0 . La condición corresponde a una impedancia conjunta.

Teniendo en cuenta la expresión 2.3.41 y utilizando las expresiones 2.3.19 y 2.3.40 obtenemos:

$$\frac{\omega^2 \rho}{l\sqrt{\xi^2 - 1}} = \frac{\rho_1 v_s^2 l}{\xi_1^2} \left[\frac{(2 - \xi_1^2)^2}{\sqrt{1 - \xi_2^2}} - 4\sqrt{1 - \xi_1^2} \right].$$

Trabajando algebraicamente:

$$4\sqrt{1 - \xi_1^2} - \frac{(2 - \xi_1^2)^2}{\sqrt{1 - \xi_2^2}} = \frac{\rho}{\rho_1} \frac{\xi_1^4}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \tan \left(lh\sqrt{\xi^2 - 1} \right) \quad \text{para } \xi > 1 \quad (2.3.42)$$

Utilizando esta vez la ecuación 2.3.20 y nuevamente la 2.3.40, obtenemos:

$$\frac{\omega^2 \rho}{l\sqrt{1 - \xi^2}} \tan \left(lh\sqrt{1 - \xi^2} \right) = -\frac{\rho_1 v_s^2 l}{\xi_1^2} \left[\frac{(2 - \xi_1^2)^2}{\sqrt{1 - \xi_2^2}} - 4\sqrt{1 - \xi_1^2} \right]$$

y

$$4\sqrt{1 - \xi_1^2} - \frac{(2 - \xi_1^2)^2}{\sqrt{1 - \xi_2^2}} = \frac{\rho}{\rho_1} \frac{\xi_1^4}{\sqrt{1 - \xi^2}} \tanh \left(lh\sqrt{1 - \xi^2} \right), \quad \text{para } \xi < 1. \quad (2.3.43)$$

Recordando las definiciones de ξ , ξ_1 y ξ_2 dadas en las ecuaciones 2.3.18 y 2.3.30, las ecuaciones previas pueden expresarse únicamente en función de la variable ξ , que es de gran importancia en este problema.

2.3.4. Velocidad de fase y modos de las ondas Scholte

Teniendo en cuenta que el cociente entre la frecuencia ω y el número de onda l es la velocidad a la que viajan los planos de fase constante a lo largo del eje x , definimos la *velocidad de fase de las ondas Scholte* para una frecuencia $\omega = 2\pi f$ como

$$v_{SH} = \frac{\omega}{l}, \quad (2.3.44)$$

y su longitud de onda asociada

$$\lambda = \frac{v_{SH}}{f}. \quad (2.3.45)$$

De esta manera tendremos que

$$\text{para } \xi < 1, \quad v_{SH} < c, \quad (2.3.46)$$

y

$$\text{para } \xi > 1, \quad v_{SH} > c. \quad (2.3.47)$$

La velocidad v_{SH} por lo tanto puede determinarse analítica o numéricamente resolviendo las ecuaciones 2.3.42 y 2.3.43, y dependerá de la frecuencia ω , lo que demuestra que la onda Scholte es dispersiva. Además depende de la profundidad del agua h y de las propiedades físicas de ambos medios.

Una forma simple de determinar V_{SH} para $\xi > 1$ consiste en despejar de la ecuación 2.3.42 la siguiente relación de dispersión:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\xi^2 - 1}} \text{atan} \left\{ \frac{\rho_1 \sqrt{\xi^2 - 1}}{\rho \xi_1^4} \left[4\sqrt{1 - \xi_1^2} - \frac{(2 - \xi_1^2)^2}{\sqrt{1 - \xi_2^2}} \right] \right\}. \quad (2.3.48)$$

Utilizando las ecuaciones 2.3.18, 2.3.30 y 2.3.45, obtenemos:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{V_{SH}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\xi^2 - 1}} \text{atan} \left\{ \frac{\rho_1 \sqrt{\xi^2 - 1}}{\rho \left(\frac{c}{v_s}\xi\right)^4} \left[4\sqrt{1 - \left(\frac{c}{v_s}\xi\right)^2} - \frac{(2 - \left(\frac{c}{v_s}\xi\right)^2)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{v_c}\xi\right)^2}} \right] \right\}, \quad (2.3.49)$$

donde puede observarse que, dada la periodicidad de la función tangente y su inversa, existirá un número infinito de soluciones, las que se denominan *modos*, cada una con su velocidad correspondiente. La primera solución, con la velocidad aparente más baja, corresponde al llamado *modo fundamental*, mientras que las demás soluciones serán los *modos superiores*, o *armónicos*, los que se enumeran de 1 a n .

En las aplicaciones que analizaremos más adelante centraremos la atención en las velocidades para el modo fundamental y el primer modo superior, teniendo en cuenta que este último, por tener mayor velocidad, tendrá una longitud de onda mayor, y por lo tanto alcanzará una mayor profundidad.

Para comprender esta afirmación, podemos observar en la ecuación 2.3.36 que los factores de decaimiento exponencial m y l son inversamente proporcionales a la longitud de onda λ , lo que implica que las longitudes de onda más cortas decaen más rápido con la distancia vertical que las longitudes de onda largas. Para el caso de ondas Scholte en la interfaz entre dos semiespacios homogéneos, Frivik (1998) encontró que la profundidad de penetración de la onda es del orden de una longitud de onda.

Por otro lado, es interesante comprender el comportamiento asintótico de la velocidad de la onda Scholte en el límite de bajas frecuencias: para $f \rightarrow 0$, $\lambda \rightarrow \infty$, con lo cual la onda alcanzará gran profundidad ignorando la presencia de la capa de agua, por lo que su velocidad tiende a la de una onda Rayleigh [3], [16].

Para concluir, cabe aclarar que las ondas Scholte en la interfaz entre un semiespacio fluido y uno sólido no son dispersivas. La velocidad de fase en este caso es aproximadamente $v_{SH} = 0,9v_s$. Con un semiespacio estratificado y con una capa de agua de espesor finito, la onda de Scholte se vuelve dispersiva, como ya se demostró.

Capítulo 3

Modelos de Física de Rocas

El objetivo de esta sección es describir los modelos propuestos y analizados en los trabajos de Dvorkin et al. (1999) y Prasad y Dvorkin (2001), ampliamente aceptados para modelar las propiedades elásticas y velocidades de las capas sedimentarias porosas del fondo oceánico. Dichos modelos se basan en una modificación de las cotas clásicas de Hashin-Shtrikman (1963), que permiten calcular los módulos de la matriz conectando en un extremo el modelo de contacto de Hertz-Mindlin (1949) para un paquete denso de esferas elásticas con una porosidad igual a la *porosidad crítica*, y en el otro, el caso de 100 % de porosidad. Luego, los módulos elásticos de los sedimentos saturados se evalúan mediante la teoría de Gassmann (1951). De esta manera las velocidades resultantes dependen de la porosidad, los parámetros elásticos y densidad de los minerales, fluidos y la presión diferencial.

3.1. Teoría de Gassmann

Uno de los problemas más importantes en el análisis de física de rocas aplicados a registros, coronas, testigos de pozo y datos sísmicos es el uso de las velocidades en rocas saturadas con un fluido para predecir las velocidades de esas mismas rocas saturadas con otro fluido diferente al anterior, o de forma equivalente predecir las velocidades en rocas saturadas a partir de las velocidades en rocas secas y viceversa. Este problema es conocido como sustitución de fluidos. La aproximación teórica más usada para este problema es la teoría de baja frecuencia de Gassmann (1951). Las ecuaciones de Gassmann permiten relacionar los módulos elásticos de la roca seca con los módulos elásticos de la misma

roca saturada por un fluido, a partir de las siguientes ecuaciones:

$$K_{sat} = K_{dry} + \frac{(1 - K_{dry}/K)^2}{\phi/K_{fl} + (1 - \phi)/K - K_{dry}/K^2} \quad (3.1.1)$$

$$G_{sat} = G_{dry} \quad (3.1.2)$$

donde K_{sat} es el módulo de volumen de la roca totalmente saturada, K_{dry} es el módulo de volumen de la roca seca, K es el módulo de volumen de los granos sólidos, K_{fl} es el módulo de volumen del fluido saturante, ϕ es la porosidad, G_{sat} es el módulo de corte de la roca totalmente saturada y G_{dry} es el módulo de corte de la roca seca, los que se suponen iguales. Estas ecuaciones se pueden aplicar asumiendo que:

- La roca es homogénea e isotrópica.
- El espacio poral está totalmente conectado permitiendo el equilibrio de presiones.
- La roca está totalmente saturada, es decir, el espacio poral se encuentra completamente lleno de fluido.
- No importa la geometría del espacio poral.
- El módulo de rigidez es mecánicamente independiente de la presencia del fluido y es igual al de la roca seca.

Estas ecuaciones son válidas para frecuencias lo suficientemente bajas. Funcionan bien para frecuencias sísmicas (<100 Hz), disminuyendo su aplicabilidad para frecuencias sónicas ($\approx 10^4$ Hz) y ultrasónicas ($\approx 10^6$ Hz).

3.2. Cotas de Voigt, de Reuss y promedio de Hill

Si deseamos predecir teóricamente los módulos elásticos efectivos de una mezcla de granos minerales y poros, generalmente necesitamos especificar:

- las fracciones de volumen de las diversas fases,
- los módulos elásticos de las mismas, y
- los detalles geométricos de cómo se disponen estas fases entre sí.

Si sólo es posible especificar las fracciones de volumen y los módulos elásticos de los constituyentes, lo mejor que podemos hacer es predecir los límites superior e inferior de los módulos elásticos. Los límites más simples, son los **límites de Voigt y Reuss**.

El **límite superior de Voigt** del módulo elástico efectivo, M_V , de N fases es:

$$M_V = \sum_{i=1}^N f_i M_i, \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^N f_i = 1, \quad (3.2.3)$$

donde f_i es la fracción de volumen y M_i es el módulo elástico de la i -ésima fase. El límite de Voigt también se denomina “*isostrain average*” porque relaciona el esfuerzo promedio y la deformación promedio cuando se supone que todos los constituyentes están sometidos a la misma deformación.

El **límite inferior de Reuss** de un módulo elástico efectivo, M_R de N fases, está dado por:

$$\frac{1}{M_R} = \sum_{i=1}^N \frac{f_i}{M_i}, \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^N f_i = 1, \quad (3.2.4)$$

y también se denomina “*isostress average*” porque da la relación entre la tensión promedio aplicada y la deformación resultante promedio cuando se supone que todos los elementos constituyentes de la roca sufren la misma tensión. Cuando uno de los constituyentes es un líquido o un gas con módulo de corte cero, el promedio de Reuss y los módulos de corte para el compuesto son exactamente los mismos que los dados por el límite inferior de Hashin-Shtrikman, que veremos más adelante [20].

El promedio de Reuss describe exactamente los módulos efectivos de una suspensión de granos sólidos en un fluido. Cuando todos los constituyentes son gases y/o líquidos, con módulos de corte nulos, el promedio de Reuss dá exactamente los módulos elásticos efectivos de la mezcla.

Matemáticamente, M en la fórmula de promedio de Reuss puede representar cualquier módulo: K , G , E , etc. Sin embargo, tiene más sentido calcular solo los promedios de Reuss del módulo de corte, $M = G$, y el módulo de volumen, $M = K$, y luego calcular los otros módulos a partir de estos. Esto se debe a que estas ecuaciones se derivan de estados tensionales simples, escalares, que involucran un único módulo elástico. Cabe remarcar que las hipótesis de los métodos presuponen que cada constituyente es isótropo, lineal y elástico.

Finalmente el promedio de **Hill** es simplemente la media aritmética del límite superior de Voigt y el límite inferior de Reuss, es decir

$$M_H = \frac{M_V + M_R}{2}. \quad (3.2.5)$$

Este promedio es útil cuando es necesario estimar un módulo elástico efectivo y no únicamente un rango de valores. El promedio de Hill se utiliza para estimar módulos elásticos efectivos de una roca en términos de sus componentes y los del espacio poral. Varios autores han demostrado que el promedio de estos límites puede ser una estimación útil y, a veces, precisa de las propiedades de la roca, bajo hipótesis de isotropía y en especial cuando sus módulos elásticos no son muy diferentes entre sí.

En las aplicaciones que veremos en el Capítulo 4 el promedio de Hill se utilizará para calcular el rango estimado del módulo mineral efectivo de las rocas sedimentarias del fondo oceánico, constituidas por mezclas de minerales.

3.3. Cotas de Hashin-Shtrikman

Una alternativa más adecuada para determinar las cotas elásticas para un compuesto elástico, lineal e isótropo, sin especificar la geometría de los constituyentes, son los límites de Hashin-Shtrikman (1963). Cuando sólo hay dos elementos constituyentes en la roca, los límites para los módulos de volumen y de corte resultan:

$$K^{HS\pm} = K_1 + \frac{f_2}{(K_2 - K_1)^{-1} + f_1(K_1 + \frac{4}{3}G_1)^{-1}}, \quad (3.3.6)$$

$$G^{HS\pm} = G_1 + \frac{f_2}{(G_2 - G_1)^{-1} + 2f_1(K_1 + 2G_1)/[5G_1(K_1 + \frac{4}{3}G_1)]}, \quad (3.3.7)$$

donde K_1 y K_2 son los módulos de volumen, G_1 y G_2 son los módulos de corte, y f_1 y f_2 son las fracciones de volumen de las fases individuales.

Con las ecuaciones 3.3.6 y 3.3.7, los límites superior e inferior se calculan intercambiando qué material se denomina 1 y cuál se denomina 2. Las expresiones producen el límite superior cuando el material más rígido se denomina 1 y el límite inferior cuando el material más blando se denomina 1. El uso de las ecuaciones anteriores supone que el componente con el módulo de volumen más grande también tiene el módulo de cizallamiento más grande y el componente con el módulo de volumen más pequeño también tiene el módulo de corte más pequeño. La interpretación física de los límites de Hashin-Shtrikman para el módulo de volumen se muestra esquemáticamente en la Figura 3.1. El espacio se llena con un conjunto de esferas de material 2, cada una rodeada por una capa de material 1. Cada esfera y su capa tienen precisamente las fracciones de volumen f_1 y f_2 . El límite superior se obtiene cuando el material más rígido forma la cáscara; el límite inferior se alcanza cuando está en el núcleo. La interpretación física implica una distribución muy amplia de tamaños de las esferas.

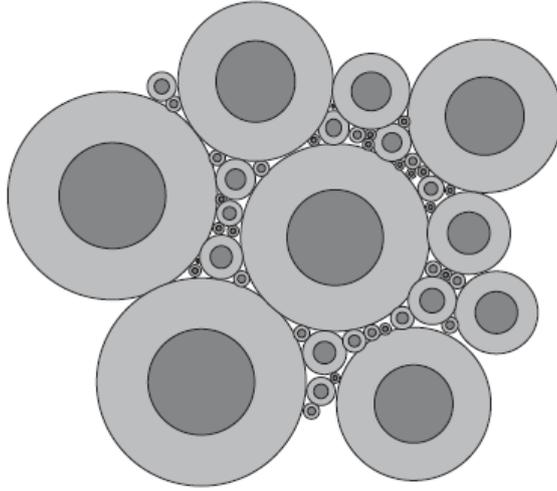


Figura 3.1: Interpretación física de los límites de Hashin-Shtrikman para el módulo de volumen de un material formado por dos elementos [20].

La importancia de estas cotas es que definen el rango más estrecho posible, lo que es especialmente importante cuando las propiedades elásticas de los constituyentes son muy diferentes.

3.4. El concepto de porosidad crítica

Como es sabido la porosidad es uno de los parámetros petrofísicos que rigen el comportamiento mecánico de las rocas. A medida que ésta aumenta, los granos van perdiendo contacto entre ellos y la roca disminuye su rigidez, generando una disminución en las velocidades y en los módulos elásticos de la misma. Esto ha despertado el interés de diversos autores tratando de establecer relaciones velocidad-porosidad en rocas clásticas.

Para estudiar este efecto Nur et al. (1998) introducen el concepto de *porosidad crítica*, ϕ_c , definiéndola como la máxima porosidad que puede tener una roca consolidada. Una vez superado dicho umbral la roca pasa a ser una mezcla de granos en suspensión en un fluido, por lo tanto la porosidad crítica define un límite entre dos dominios:

- el *dominio en suspensión*, cuando $\phi > \phi_c$; el módulo de volumen de la roca puede ser determinado con exactitud a partir de la **cota de Reuss**; y
- el *dominio consolidado*, cuando $\phi < \phi_c$; los módulos elásticos efectivos de la roca

Material	Porosidad Crítica [%]
Rocas Naturales	
Areniscas	40
Calizas	60
Dolomitas	40
Piedras Pómez	80
Rocas salinas	40
Rocas ígneas agrietadas	5
Basaltos oceánicos	20
Rocas Artificiales	
Perlas de vidrio sintéticas	40
Espuma de vidrio	90

Cuadro 3.1: Valores típicos de porosidad crítica para distintas rocas [20].

aumentan rápidamente conforme disminuye la porosidad desde el valor crítico hasta la porosidad nula.

A partir de estas ideas, Nur et al.(1998) proponen un modelo lineal de porosidad para los módulos de volumen y el módulo de corte en rocas secas.

El valor de porosidad crítica de una roca depende de su estructura interna y en Mavko et al. (2009) se dan valores de ϕ_c para diferentes rocas (ver Tabla 3.1), considerándose que el valor $\phi_c = 0,4$ es adecuado para rocas sedimentarias clásticas.

3.5. Elasticidad de medios granulares: modelo de Hertz y Mindlin

Se denominan medios granulares a aquellos formados por un conjunto de partículas macroscópicas sólidas lo suficientemente grandes para que exista entre ellas una fuerza de fricción. Colectivamente, este tipo de materia presenta propiedades que pueden semejar, dependiendo del tipo de fuerzas a las que esté sometida, a las del estado sólido o fluido. Este modelo conceptual resulta razonable para modelar el comportamiento elástico de minerales en suspensión en agua o muy poco consolidados como veremos en lo que sigue.

Considerando un arreglo de esferas idénticas secas, **Hertz** analizó la compresión normal de las mismas bajo una presión de confinamiento hidrostática P y determinó su

módulo de volumen (incompresibilidad), en la forma:

$$K_{eff} = \left[\frac{n^2(1-\phi)^2 G^2}{18\pi^2(1-\nu)^2} P \right]^{1/3}, \quad (3.5.8)$$

donde G y ν son el módulo de corte y la relación de Poisson del material de grano, respectivamente, siendo ϕ la porosidad del arreglo y n el número de coordinación (número de contactos promedio por cada esfera).

Posteriormente **Mindlin** (1949) analizó el esfuerzo tangencial sobre el mismo arreglo, determinando el módulo de corte efectivo, resultando:

$$G_{eff} = \frac{5-4\nu}{5(2-\nu)} \left[\frac{3n^2(1-\phi)^2 G^2}{2\pi^2(1-\nu)^2} P \right]^{1/3}. \quad (3.5.9)$$

Las ecuaciones de Hertz-Mindlin se utilizarán para describir las propiedades de la matriz de roca no consolidada.

3.6. Modelo de Dvorkin et al. (1999)

Para las aplicaciones a mostrar en el Capítulo 4, necesitamos contar con un modelo físico que nos permita calcular las propiedades elásticas y velocidades en el espesor sedimentario de la corteza oceánica, relacionándolas con sus parámetros fundamentales.

Para esto, existen ecuaciones empíricas específicas para calcular la velocidad del sonido en los sedimentos marinos en función de la profundidad, la porosidad y la presión efectiva, por ejemplo, Hamilton, (1971, 1976); Richardson y Briggs (1993), Wilkens et al. (1992), Lee et al. (1996) y otros.

Uno de los primeros modelos basados en conceptos físicos fue el de Wood (1941), donde se asume que el sedimento es una suspensión sin rigidez y el módulo volumétrico efectivo es el promedio isostress de Reuss de las propiedades del sólido y la fase fluida. Sin embargo, se ha observado que *las ondas de corte se propagan en los sedimentos marinos*, lo que demuestra que la matriz (o esqueleto) de estos sedimentos tienen una rigidez de corte distinta de cero (ver por ejemplo, Hamilton (1976)).

Siguiendo las ideas de Dvorkin et al. (1999), los módulos elásticos de la roca sedimentaria saturada se calculan a partir de la roca seca utilizando la ecuación de Gassmann combinada con una modificación de las ecuaciones de Hashin-Strikman que describiremos más abajo. Según este enfoque la matriz de los sedimentos tiene módulo de

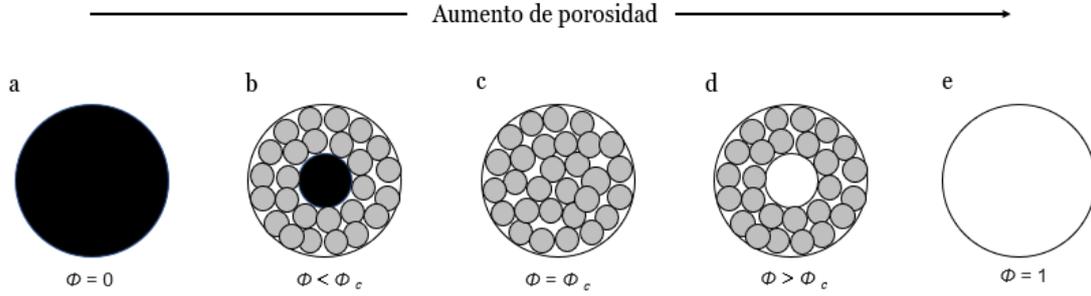


Figura 3.2: Arreglos de esferas, sólido y vacío. De izquierda a derecha: sólido puro con porosidad cero; sólido envuelto por un paquete de esferas; paquete de esferas en porosidad crítica; vacío envuelto por paquetes de esferas y vacío al 100 % de porosidad [5].

rigidez y por ende, velocidad de onda de corte no nulos (aún para altas porosidades). Este modelo tiene en cuenta la presión efectiva, la porosidad y la mineralogía del sedimento.

La principal suposición del modelo es que el comportamiento elástico de la matriz de la roca a una porosidad del 36 al 40 % (valor crítico), puede describirse mediante el de un paquete denso de esferas elásticas idénticas. El módulo elástico de este paquete sirve como umbral para definir dos rangos, los que se vinculan mediante una modificación de la cota superior de Hashin-Shtrikman (1963), como se describe a continuación. Para mayores detalles sobre este modelo se refiere al lector al Apéndice A.

Porosidad por debajo de la crítica

Para una roca no consolidada cuya porosidad está por debajo de la crítica, con ϕ_c entre 36-40 %, este modelo de medio efectivo conecta dos extremos: uno con porosidad $\phi = 0$, donde los módulos elásticos de la roca son los de la fase sólida pura (Figura 3.2a) y el otro en el cual la roca se modela como un paquete aleatorio de esferas idénticas con $\phi = \phi_c$ (Figura 3.2c).

A porosidad cero, los módulos de volumen y de corte de la roca son K y G , respectivamente. Para ϕ_c , el módulo de volumen efectivo y el módulo de cizallamiento de este paquete (en seco) están dados por la teoría de contacto de Hertz-Mindlin ya descripta, es decir:

$$K_{HM} = \left[\frac{n^2(1 - \phi_c)^2 G^2}{18\pi^2(1 - \nu)^2} P_e \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (3.6.10)$$

y

$$G_{HM} = \frac{5 - 4\nu}{5(2 - \nu)} \left[\frac{3n^2(1 - \phi_c)^2 G^2}{2\pi^2(1 - \nu)^2} P_e \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (3.6.11)$$

donde P_e es la presión efectiva; K, G y ν son el módulo de Bulk, el módulo de corte de la fase sólida, y su coeficiente de Poisson, respectivamente, y n es el número promedio de contactos por grano en el paquete de esferas (cuyo valor se encuentra entre 8 y 9). Estos valores extremos de los módulos se pueden conectar mediante las curvas dadas por los límites superior o inferior de Hashin-Shtrikman (1963) para la mezcla de dos componentes: la fase sólida pura y la fase modelada con el paquete de esferas. El límite inferior es el más apropiado porque estamos modelando sedimentos no consolidados y, por lo tanto, buscando la disposición más blanda de los dos materiales. Una realización física de este arreglo (pero no necesariamente la textura real de una roca) se muestra en la Figura 3.2b, donde el componente más blando (el paquete de esferas) envuelve al componente más rígido (el sólido puro).

Para expresar matemáticamente este límite inferior, notamos que para una porosidad ϕ la concentración de la fase sólida pura en la roca es $1 - \phi/\phi_c$ y la de la fase del paquete de esferas es ϕ/ϕ_c . Entonces, los módulos de Bulk (K_{Dry}) y de corte (G_{Dry}) de la matriz (siguiendo la notación de Dvorkin(1999)) son:

$$K_{Dry} = \left[\frac{\frac{\phi}{\phi_c}}{K_{HM} + \frac{4}{3}G_{HM}} + \frac{1 - \frac{\phi}{\phi_c}}{K + \frac{4}{3}G_{HM}} \right]^{-1} - \frac{4}{3}G_{HM}, \quad (3.6.12)$$

y

$$G_{Dry} = \left[\frac{\frac{\phi}{\phi_c}}{G_{HM} + Z} + \frac{1 - \frac{\phi}{\phi_c}}{G + Z} \right]^{-1} - Z, \quad (3.6.13)$$

donde

$$Z = \frac{G_{HM}}{6} \left(\frac{9K_{HM} + 8G_{HM}}{K_{HM} + 2G_{HM}} \right). \quad (3.6.14)$$

Porosidad mayor al valor crítico

En este intervalo de porosidades, la idea es conectar el punto a ϕ_c , correspondiente a la Figura 3.2c y cuyos módulos son K_{HM} y G_{HM} dados por las ecs. 3.6.10 y 3.6.11, con el extremo a 100 % de porosidad, representado por la Figura 3.2e.

Consideremos las dos cotas de Hashin-Shtrikman para la matriz en este caso. La inferior, donde domina el componente más blando (huecos de rigidez cero), tiene módulos elásticos cero. La cota superior (Figura 3.2d) tiene una realización física (que no debe confundirse con la textura real del sedimento), donde el componente más rígido, es decir,

el paquete de esferas, se coloca alrededor del componente más blando (el vacío). Dado que la intención es modelar la matriz del sedimento con una rigidez no nula, en este caso se adopta el límite superior de Hashin-Shtrikman.

Para el rango de porosidad $\phi > \phi_c$ puede demostrarse que la fracción volumétrica de la fase vacía es $(\phi - \phi_c)/(1 - \phi_c)$ y la del paquete de esferas es $(1 - \phi)/(1 - \phi_c)$. Entonces los módulos de matriz seca efectivos son:

$$K_{Dry} = \left[\frac{1-\phi}{1-\phi_c} + \frac{\phi-\phi_c}{\frac{4}{3}G_{HM}} \right]^{-1} - \frac{4}{3}G_{HM} \quad (3.6.15)$$

y

$$G_{Dry} = \left[\frac{1-\phi}{G_{HM} + Z} + \frac{\phi-\phi_c}{Z} \right]^{-1} - Z, \quad (3.6.16)$$

donde

$$Z = \frac{G_{HM}}{6} \left(\frac{9K_{HM} + 8G_{HM}}{K_{HM} + 2G_{HM}} \right). \quad (3.6.17)$$

Sedimentos saturados

Cuando el espacio poral se satura (en nuestro caso con agua de mar), los módulos de bulk K_{sat} y de corte G_{sat} se evalúan mediante las ecuaciones de Gassmann (1951), ecuación 3.1.1 y 3.1.2. Luego, las velocidades de las ondas elásticas están relacionadas con los módulos elásticos y la densidad total ρ_b de la siguiente manera:

$$V_p = \sqrt{\frac{K_{sat} + \frac{4}{3}G_{Sat}}{\rho_b}} \quad y \quad V_s = \sqrt{\frac{G_{Sat}}{\rho_b}}$$

siendo ρ_b la *densidad bulk* dada por

$$\rho_b = (1 - \phi)\rho_{sed} + \phi\rho_w \quad (3.6.18)$$

donde ρ_{sed} se calcula utilizando la densidad de los distintos minerales junto con sus fracciones volumetricas y ρ_w es la densidad del agua.

Efecto de la mineralogía

Las constantes elásticas de la fase sólida se calculan a partir de las de los componentes minerales individuales utilizando el **promedio de Hill** que ya describimos anteriormente.

Presión efectiva

En una primera aproximación la presión efectiva es la diferencia entre la presión litostática y la hidrostática: $P_e = (\rho_b - \rho_w)gD$, donde ρ_b es la densidad bulk de los sedimentos saturados, ρ_w es la densidad del agua; g es la aceleración de la gravedad; y D es la profundidad por debajo del lecho marino. Con respecto a la influencia de la presión efectiva y su utilización en las ecuaciones de Hertz-Mindlin 3.6.10 y 3.6.11, es necesario recordar que la misma cuantifica la presión soportada por la matriz sólida de un medio poroso saturado, cuyo fluido se encuentra a una cierta presión poral. Esto justifica el cambio de P por P_e en las expresiones 3.5.8 y 3.5.9.

Con esta formulación, en el siguiente capítulo podremos modelar las velocidades P y S en los sedimentos saturados, analizar su sensibilidad ante variaciones de los parámetros de mayor interés, y a su vez evaluar su impacto en las curvas de dispersión de las ondas Scholte.

A modo de resumen, a lo largo de este capítulo (y en combinación con el Apéndice A) analizamos diversos conceptos y modelos de física de rocas con el objetivo de comprender en profundidad el modelo de Dvorkin et al. (1999) que nos es útil para ajustar la velocidad de onda P y modelar la velocidad de onda S, siendo el modelo adoptado para las aplicaciones de este trabajo.

Capítulo 4

Modelado de dispersión de ondas Scholte en el Golfo de Bengala: calibración y análisis paramétrico

Aplicando los modelos previamente descritos, en este capítulo utilizaremos datos medidos en perfiles de pozo e información mineralógica obtenida a partir de muestras de coronas, en primer lugar para calibrar un modelo de velocidades de onda P y S en el espesor sedimentario y luego para modelar y cuantificar la sensibilidad de las curvas de dispersión de las ondas Scholte a los diferentes parámetros involucrados. Se analizará paraméricamente el efecto de las variaciones en los módulos elásticos de los sedimentos, cambios en las velocidades de propagación de las ondas sísmicas, variaciones en el número de capas que conforman el espesor sedimentario, etc. Utilizando el modelo de Dvorkin et al. (1999), ajustaremos las velocidades de onda P, estimaremos la de ondas S y calcularemos las curvas de dispersión de Scholte en el pozo IODP U1481A (combinado con el U1480), ambos correspondientes a la Expedición 362 del proyecto IODP en el Océano Índico. A modo de antecedente cabe mencionar que un análisis similar fué presentado recientemente por Varela et al.(2021) con datos de la Expedición 161, pozo 719B.

4.1. Información de la Expedición IODP 362

La Expedición 362, realizada durante octubre de 2016, consta de dos sitios de perforación: U1480 y U1481. El sitio U1480 está ubicado a $3^{\circ}2.04'N$, $91^{\circ}36.35'E$, la profundidad del agua en este punto es de 4148 m y se alcanzó una profundidad de perforación

de 2510.2 mbsf (*meters below sea floor*). Las coordenadas del pozo U1481 son 2°45.26'N, 91°45.58'E, la columna de agua en este sitio es de 4178 m y se perforó un espesor sedimentario total de aproximadamente 1500 mbsf.

En esta primera sección haremos una descripción del área de interés, los objetivos de la perforación, marco geológico general e información disponible.

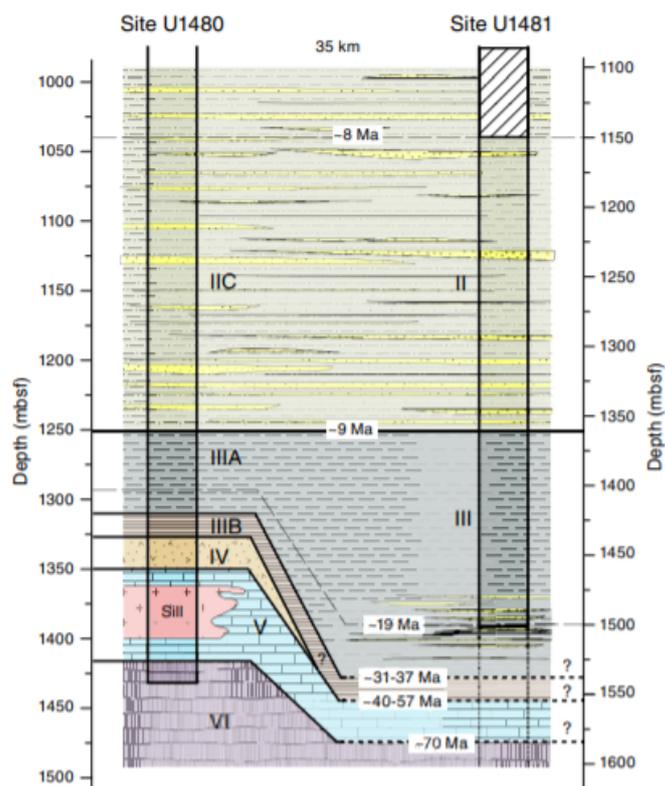


Figura 4.1: Litoestratigrafía comparativa esquemática para los sitios U1480 y U1481, que muestra similitudes, diferencias y correlaciones entre los dos sitios. Las correlaciones se basan en análisis de núcleos bioestratigráficos y litológicos. Por debajo del intervalo de núcleo en el sitio U1481, las correlaciones se infieren a partir de los datos sísmicos.[21]

La Expedición 362 del *International Ocean Drilling Program (IODP)* <http://publications.iodp.org/proceedings/362/362title.html> se localizó frente a la costa del antearco norte de Sumatra. La sucesión sedimentaria de 60–70 Ma de la placa oceánica, comprende una capa pelágica basal cubierta por sedimentos del abanico submarino de Nicobar. Esta sucesión puede ser comparable a algunos otros márgenes de subducción, pero aquí los sedimentos son más espesos. En la Figura 4.1 podemos observar un perfil esquemático de los pozos.

El objetivo central de la expedición consistió en recopilar datos de coronas y registros (perfiles) de la corteza oceánica que ayuden a comprender la sismicidad en el norte de Sumatra, y como objetivo a largo plazo comprender los procesos sismogénicos en los márgenes relacionados. Este proyecto de perforación recopiló muestras y datos necesarios para investigar cómo los materiales entrantes impulsan deslizamientos poco profundos e influyen en la morfología del antearco.

Con estas ideas, se perforaron dos sitios: U1480 y U1481 (ver Figura 4.2). Se planificaron operaciones combinadas en los sitios para muestrear la sucesión sedimentaria completa, la interfaz sedimento/basamento y el basalto de la corteza oceánica (en el sitio U1480). Los dos sitios fueron diseñados para detectar variaciones locales en estratigrafía, litología, propiedades físicas, estado térmico y geoquímica de fluidos. La gran cantidad de información obtenida en estos pozos fue la principal motivación para la elección de esta zona de estudio. En tal sentido, cabe destacar que son pocos los pozos que perfilan la capa sedimentaria completamente y más difícil aún que penetren en la capa basáltica.

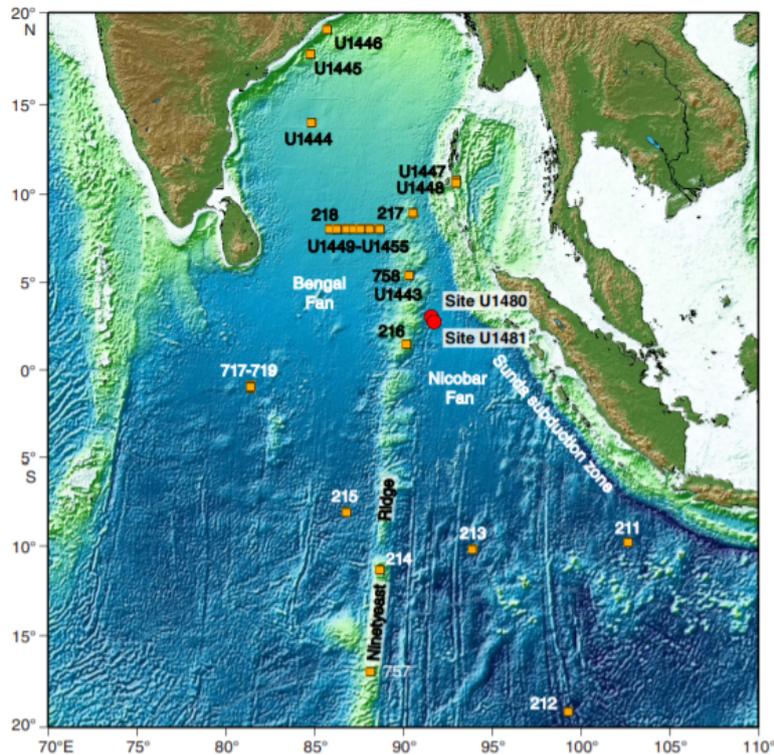


Figura 4.2: Mapa regional del Océano Índico oriental con sitios de perforación existentes (cuadrados naranjas), incluidos los sitios U1480 y U1481 de la Expedición 362 (círculos rojos)[21], utilizados en esta tesis).

En este trabajo utilizaremos los siguientes perfiles y datos: del pozo U1480 emplearemos la porosidad y densidad bulk obtenidas a partir de muestras de coronas extraídas in situ (la densidad bulk es un indicador de la compactación, se calcula como el peso seco del material dividido por su volumen, este volumen incluye el volumen de partículas del material y el volumen de poros entre las partículas del mismo). Por otra parte del pozo U1481 usaremos el perfil sónico y de porosidad-neutrón (registro de porosidad basado en el efecto de la formación sobre los neutrones rápidos emitidos por una fuente). Cabe destacar que el análisis estará centrado en el pozo U1481 y que utilizaremos el pozo U1480 de manera complementaria, debido a la cercanía y similitudes en la columna estratigráfica, especialmente en la parte más somera.

La Figura 4.1 muestra esquemáticamente la interpretación de las diferentes unidades litológicas que atraviesan ambos pozos, donde puede observarse que comparten la misma unidad litológica para la parte somera. La información de porosidad, densidad y análisis mineralógico del pozo U1481 comienza aproximadamente a los 1150 mbsf, por este motivo usaremos la densidad, porosidad y mineralogía obtenidas en el pozo U1480 para completar el perfil.

4.2. Espesor sedimentario, unidades litológicas y mineralogía

Las principales litologías encontradas en los Sitios U1480 y U1481 son lodo con nanofósiles, lodo siliciclástico y arena siliciclástica. Las litologías siliciclásticas dominantes son arcilla (dominada por los minerales arcillosos), arcilla limosa y arena de grano fino bien clasificada, mientras que las menos abundantes son mezclas de arcilla, limo y arena. A continuación presentamos un breve resumen de las unidades de interés[21]:

Sub-unidad IA: Profundidad: Pozo U1480 de 0.00 a 5.60 mbsf. Edad: Pleistoceno tardío-reciente. Litología: arcilla calcárea con poca ceniza volcánica.

Sub-unidad IB: Profundidad: Pozo U1480 de 5.60 a 18.80 mbsf. Edad: Pleistoceno medio-Pleistoceno tardío. Litología: arena y arcilla de grano fino con arcilla calcárea.

Sub-unidad IC: Profundidad: Pozo U1480 de 18.80 a 26.42 mbsf. Edad: Pleistoceno temprano-Pleistoceno medio. Litología: arcilla limosa y calcárea con poca ceniza.

Sub-unidad IIA: Profundidad: Pozo U1480 de 26.42 a 343.67 mbsf. Edad: Plioceno tardío-Pleistoceno temprano. Litología: alternancia de capas finas a medianas, arena laminada de grano fino sin estructura y arcilla limosa a limo.

Unidad	Litología	Arcilla(%)	Cuarzo(%)	Plagioclasa(%)	Calcita(%)
IA	lodo calcáreo	36.4	6.5	4.5	52.6
	lodo siliciclástico	68.1	11.5	9.1	11.4
IB	lodo siliciclástico	66.3	17.8	11.9	4.0
	lodo siliciclástico	66.3	17.8	11.9	4.0
	arena	32.9	39.7	24.3	3.1
IC	lodo calcáreo	43.0	8.3	5.2	43.6
	lodo siliciclástico	61.9	19.0	11.7	7.3
IIA	lodo calcáreo	48.3	9.8	6.5	35.4
	lodo siliciclástico	60	23	15	2
	arena	26.9	42.7	29.1	1.4
IIB	lodo calcáreo	56.6	14.5	8.0	20.9
	lodo siliciclástico	64.2	21.8	12.4	1.6
	arena	44.0	36.3	18.4	1.3
IIC	lodo siliciclástico	63.8	21.1	11.8	3.3
	arena	40.2	35.6	19.2	4.9
IIIA	lodo siliciclástico/lutita	63.8	22.7	12.5	0.9
	arena/arenisca	33.2	42.3	24.5	0.0
IIIB	lodo siliciclástico	69.8	16.9	12.0	1.3

Cuadro 4.1: Distribución y composición de litologías seleccionadas basadas en análisis de difracción de rayos X (porcentaje de volumen en la fase sólida).

Sub-unidad IIB: Profundidad: Pozo U1480 de 343.67 a 1149.70 mbsf. Edad: Mioceno tardío-Plioceno tardío. Litología: estratos delgados a muy delgados de limo y arcilla alternados, cruzados y laminados.

Sub-unidad IIC: Profundidad: Pozo U1481 de 1149.70 a 1360.12 mbsf. Edad: Mioceno tardío. Litología: arcilla gris y negra bioturbada, arcilla limosa y arena fangosa/arenisca sin estructura con material vegetal y clastos de barro.

Sub-unidad IIIA: Profundidad: Pozo U1481 de 1360.12 a 1430 mbsf. Edad: Mioceno temprano-Mioceno tardío. Litología: arcillita gris-verde y marrón rojiza con ceniza y arenisca fangosa de grano muy fino a fino sin estructura con material vegetal y clastos de fango.

Sub-unidad IIIB: Profundidad: Pozo U1481 de 1430 a 1498.72 mbsf. Edad: Mioceno temprano-Mioceno tardío. Litología: arcillita limosa tobácea de color marrón rojizo con detritos biológicos silíceos.

Todas estas unidades litológicas poseen distribución y composición de litologías según análisis semicuantitativo de difracción de rayos X, cuyos resultados se encuentran volcados en el Cuadro 4.1.

	Arcilla	Cuarzo	Plagioclasa	Calcita
Módulo de bulk (GPa)	21	36.6	76	62
Módulo de corte (GPa)	7	45	26	32
Densidad (g/cm ³)	2.77	2.65	2.5	2.71

Cuadro 4.2: Modulos elásticos y densidad de los minerales.

Estos porcentajes de arcilla, cuarzo, plagioclasa y calcita, junto con sus correspondientes valores de módulo de bulk, módulo de corte y densidad (Cuadro 4.2), fueron los empleados para realizar el ajuste de las velocidades de onda P, y la estimación de la velocidad de onda S, utilizando el modelos de física de rocas propuesto por Dvorkin.

4.3. Caracterización del basamento

Durante la campaña de perforación tomaron muestras del basamento oceánico en el Sitio U1480 con sedimentos suprayacentes que confirman una edad del Cretácico Tardío. En el Sitio U1481 no se alcanzó el basamento oceánico. En el sitio U1480 se extrajeron muestras de una variedad de litologías ígneas en la base de la sección, incluidos los flujos basálticos, a menudo alterados de composición intermedia y basalto de la corteza oceánica. Los sedimentos volcánicos contienen vidrio volcánico y capas de cenizas discretas. Los fragmentos de vidrio incluyen composiciones máficas (probablemente fuente proximal) y félsicas (probablemente fuente distal) que han sufrido niveles significativos de alteración. La velocidad promedio del basamento basáltico es de aproximadamente $5500m/s$. Los análisis de *Moisture and Density* (MAD) en muestras del basamento arrojan una densidad bulk de $2,75g/cm$ y una densidad de granos de $2,9g/cm$. Para nuestro análisis utilizaremos la densidad bulk. Además estas rocas ígneas muestran porosidades del 13 %.

En este caso no teníamos una medición de la velocidad de onda S en el basamento, por eso recurrimos a una aproximación. Brocher (2005) encontró la siguiente relación empírica para V_S en función de V_P :

$$V_S = 0,7858 - 1,2344V_P + 0,7949V_P^2 - 0,1238V_P^3 + 0,0064V_P^4 \quad (4.3.1)$$

la que se describe como *Brocher's regression fit* y ajusta los datos con un coeficiente de correlación R^2 de 0.979 para V_p entre $1,5$ y $8km/s$. En la Figura 4.3 se muestran las regresiones publicadas en dicho trabajo. Evaluando la ecuación 4.3.1 con nuestros datos, es decir, para una velocidad de onda P de $5,5km/s$ arroja una velocidad de onda S aproximada de $3,3015km/s$. Consideramos que dicha estimación además es consistente con los valores medios del modelo CRUST 2 para corteza oceánica, por lo que será utilizada para los análisis siguientes.

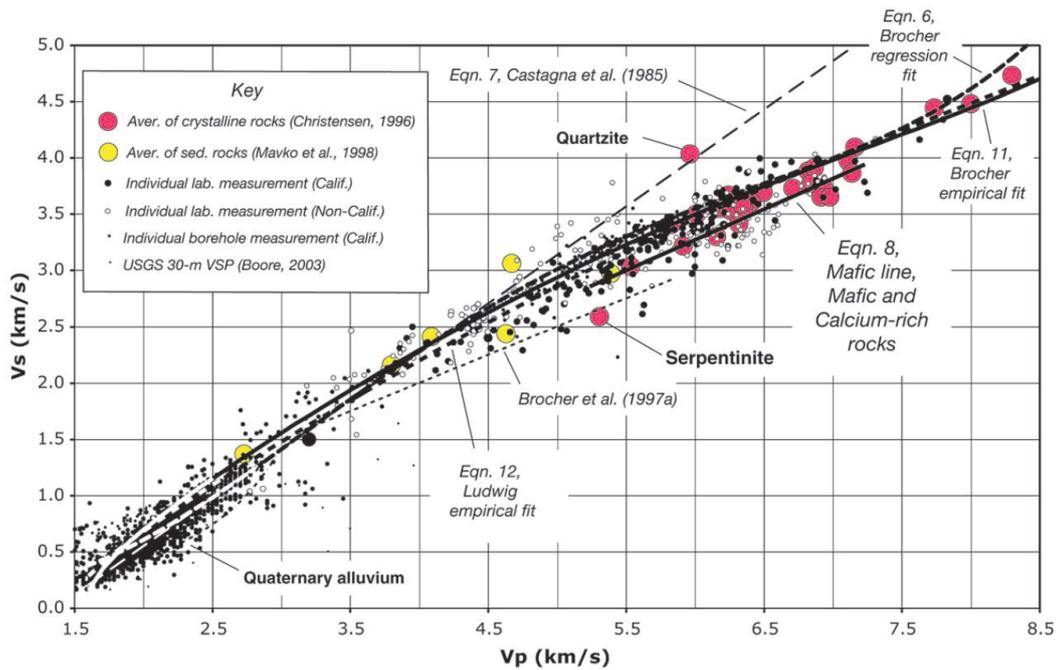


Figura 4.3: V_s en función de V_p para rocas cristalinas y sedimentarias obtenidas por Brocher (2005) a partir de datos de pozos y de laboratorio.

4.4. Acondicionamiento de los datos y primeros análisis

Un primer paso para comenzar a trabajar con el pozo U1481, fue verificar que no haya mediciones anómalas o fuera de los rangos razonables en los perfiles de densidad, velocidad de onda P medida y porosidad resultantes (luego de combinar los datos del pozo U1480 con los del U1481), los perfiles se muestran en la Figura 4.4. Dada la alta variabilidad vertical de los datos a su vez se empleó un filtro suavizante para apreciar mejor la tendencia de los mismos. El filtro aplicado fue el de Savitzky-Golay, que es un método de suavizado de datos basado en la aproximación polinomial de mínimos cuadrados locales, tiene como ventaja reducir el ruido y preservar características de la distribución inicial tales como los máximos y mínimos relativos, así como la forma y la altura de los picos de forma de onda, que normalmente desaparecen con otras técnicas de promediado. El método ajusta un polinomio a un conjunto de muestras de entrada y luego se evalúa el polinomio resultante en un solo punto dentro del intervalo. Los parámetros a elegir son el tamaño de la ventana y el orden del polinomio. Para esta tesis, utilizamos una ventana de 51 muestras, lo que significa que la función tomará 51 puntos de la señal inicial para calcular un promedio y el orden de las funciones polinomiales utilizadas en el procedimiento de ajuste es dos.

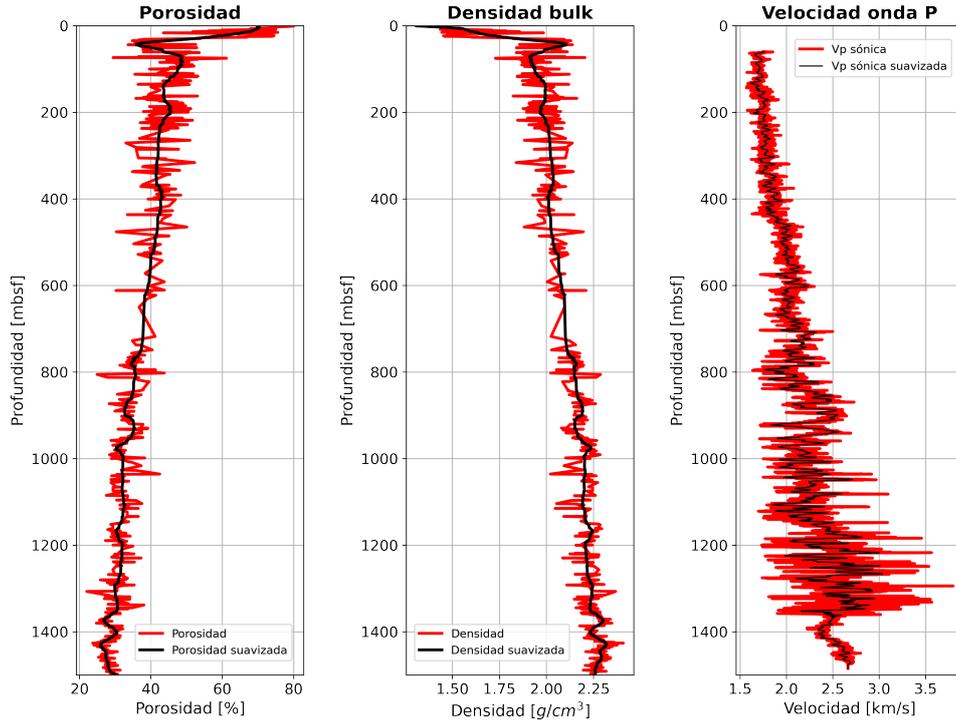


Figura 4.4: Perfiles de porosidad neutrónica, densidad y velocidad sónica de onda P que serán utilizados en este trabajo. En rojo se muestran los datos originales y en negro las curvas suavizadas.

Luego, realizamos diferentes pruebas que se muestran en la Figura 4.5 y detallamos a continuación:

- Cross-plot entre velocidad de onda P y porosidad, para corroborar la tendencia esperable en los datos, es decir, el decaimiento de la velocidad con la porosidad.
- Gráfico de coeficiente de Poisson calculado vs. profundidad. Según los análisis de Hamilton en sus trabajos para el Pacífico (Jackson y Isackson (2007)), concluye que valores del coeficiente de Poisson entre 0.2 a 0.4 son adecuados para la mayor parte del material rocoso. En contraste, los sedimentos marinos poco consolidados tienen un coeficiente de Poisson cercano a 0.5. Esto se confirma ya que para la zona somera, el coeficiente de Poisson se acerca a 0.48 y a medida que aumenta la profundidad llega a valores cercanos a 0.36. Cabe destacar que el coeficiente de Poisson fue calculado punto a punto

$$\nu = \frac{V_p^2 - 2V_s^2}{2(V_p^2 - V_s^2)} \quad (4.4.2)$$

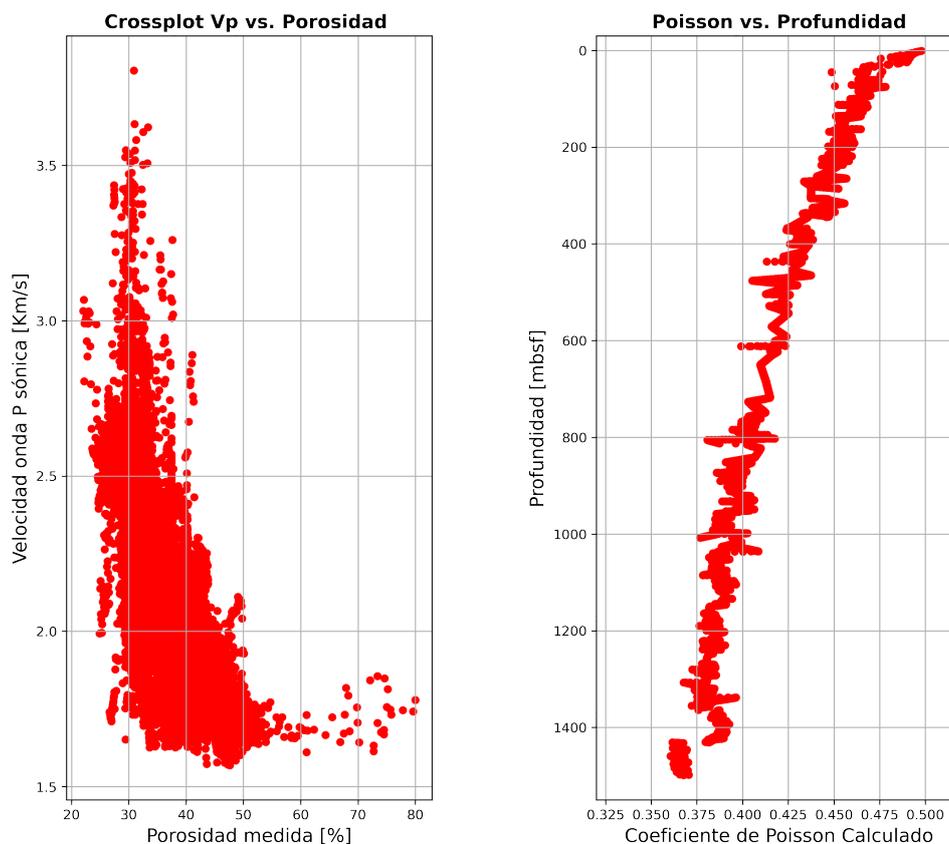


Figura 4.5: Análisis de los datos del pozo U1481, combinados con los del pozo U1480.

4.5. Ajuste de velocidad de onda P y modelado de la velocidad de onda S

Utilizando el modelo de física de rocas descrito en el Capítulo 3, la información de composición mineralógica antes mencionada y densidad medida, aproximamos (dentro de cierta tolerancia) la velocidad de onda P para cada profundidad del perfil sísmico, logrando así calibrar el modelo. En principio hicimos dos ajustes, uno teniendo únicamente en cuenta la diferenciación por unidades litológicas y en una segunda aproximación, agregamos una mayor cantidad de capas, logrando obtener mejores resultados.

Esto se ilustra en la Figura 4.6, donde las líneas rojas discontinuas indican las capas delimitadas por las unidades litológicas, en total 10 capas y en color magenta las capas agregadas posteriormente, realizando un ajuste más fino teniendo en cuenta las variaciones de la velocidad de onda P, lo que nos lleva a un total de 17 capas. Este

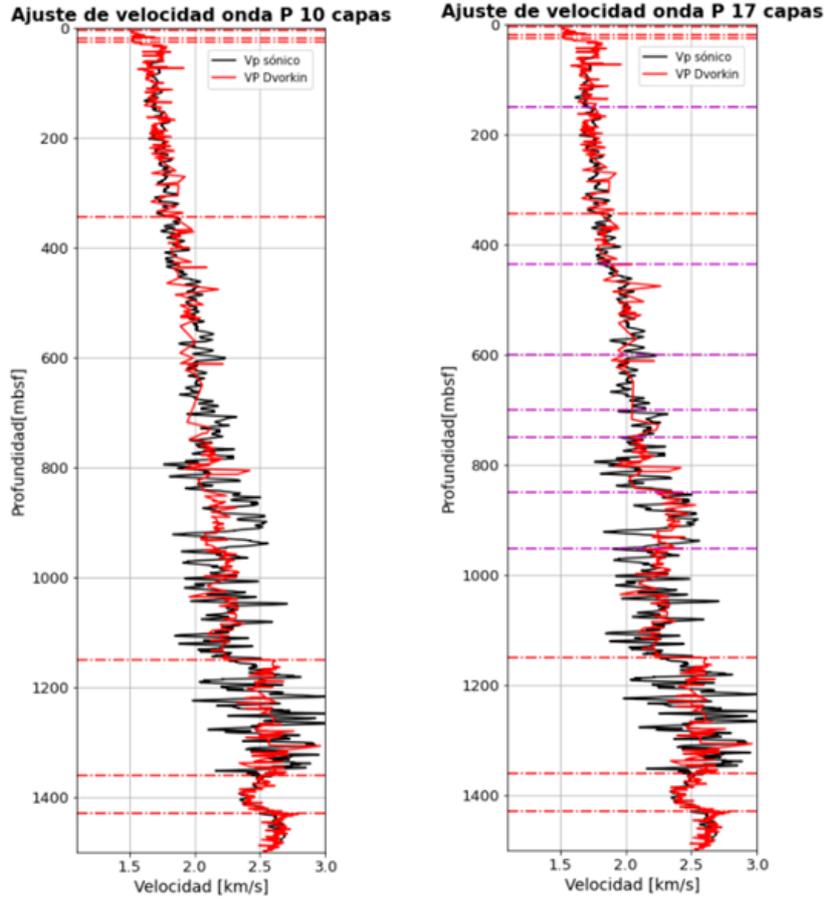


Figura 4.6: Ajuste de la velocidad de onda P para los modelos de 10 capas (izquierda) y 17 capas (derecha). En negro se muestran los datos originales y en rojo la velocidad modelada.

ajuste se obtuvo variando la proporción de los minerales constitutivos, dentro de valores razonables teniendo en cuenta los parámetros dados en la Tabla 4.1. Como podemos observar, en el gráfico de la derecha se logra un mejor ajuste, especialmente para las profundidades cercanas a los 900 mbsf. Para cuantificar el grado de ajuste de las mismas respecto de los datos reales, se procede a realizar el cálculo del error medio cuadrático (RMS) dado por

$$RMS(V_P) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left[\frac{V_{P_{medida(i)}} - V_{P_{modelada(i)}}}{V_{P_{medida(i)}}} \right]^2} \times 100 \%, \quad (4.5.3)$$

siendo M , el número total de muestras. Aplicando este concepto, el ajuste realizado considerando 10 capas arroja un error medio cuadrático de 7.13 %, mientras que el ajuste

con 17 capas 6.71 %. Más adelante analizaremos la influencia del número de capas sobre las curvas de dispersión de onda Scholte.

Cabe aclarar que el desajuste observado en ciertos intervalos de profundidad se debe a la falta de detalle acerca de la descripción mineralógica en dichos tramos, debido a la baja densidad de muestras extraídas de las coronas. No obstante, consideramos que el grado de ajuste logrado con 17 capas es aceptable teniendo en cuenta que será utilizado para modelar curvas de dispersión de las ondas Scholte en un rango de longitudes largas o bajas frecuencias, las que abarcan desde el rango de ondas sismológicas, ruido sísmico y fuentes sísmicas marinas artificiales.

Una vez que consideramos que el ajuste de la velocidad de onda P era lo suficientemente bueno, calculamos la velocidad de onda S siguiendo los lineamientos del modelo de Dvorkin et al.(1999) antes mencionados. En la Figura 4.7 vemos los resultados finales de los ajustes.

Cabe señalar que la estimación de velocidades de corte a partir de V_P en ambientes sedimentarios es un problema de interés práctico en exploración geofísica, abordado por diferentes autores (por ejemplo Lee (2006) y Wang (2019)), y que hasta el momento no había sido realizado con el modelo que estamos empleando.

4.6. Cálculo de curvas de dispersión en medios con múltiples capas

Si se supone un modelo de tierra estratificado y lateralmente homogéneo, se puede encontrar una solución para la ecuación de desplazamiento, con este fin se han propuesto muchas técnicas de solución: integración numérica, diferencias finitas, elementos finitos, elementos espectrales, entre otros. Los métodos de matriz de propagación (Gilbert y Backus 1966) son los más utilizados: el método de Thomson-Haskell de matriz de transferencia (Thomson 1950; Haskell 1953) es un caso especial del método de matriz de propagación aplicable a un conjunto de estratos homogéneos sobre un semi-espacio. Los problemas numéricos originales del enfoque de Thomson-Haskell han sido resueltos por Knopoff (1964) y Dunkin (1965), y varios autores han trabajado en la optimización de los algoritmos, entre ellos Herrmann (1996) que ha dado una implementación completa.

Para el cálculo de las curvas de dispersión de las ondas Scholte que veremos en las secciones siguientes, utilizamos el código *calc_disp.c*, una adaptación de la rutina *disper96.f* basada en el modelo 1D desarrollado por Herrmann (2013) (<http://www.eas.slu.edu/People/RBHerrmann/ComputerPrograms>).

La rutina utilizada en este trabajo permite obtener la dispersión de las ondas Love y Rayleigh para un modelo de tierra con un número de capas arbitrario. Dicha rutina es adecuada para el caso en estudio ya que permite realizar el cálculo teniendo en cuenta una capa de agua (lo que implica velocidad de corte nula), lo cual es imprescindible para este problema. Como parámetros de entrada, se requiere para cada capa especificar su espesor, velocidad de onda P, de onda S y densidad promedio. Para este análisis asumimos que no hay efectos de atenuación, aunque los mismos podrían introducirse especificando un factor de calidad para cada capa.

4.7. Análisis paramétrico de las curvas de dispersión de ondas Scholte

Teniendo en cuenta la multiplicidad de parámetros que pueden tener influencia sobre el comportamiento de las curvas de dispersión, tomando como referencia el modelo calibrado, analizaremos la sensibilidad de la velocidad de onda Scholte ante variaciones del número de capas que representan el espesor sedimentario (lo que implica distinto grado de detalle vertical), variaciones de densidad, de porosidad, de V_P , de V_S y para diferentes leyes de decaimiento de la porosidad con la profundidad. Cabe destacar que los valores de densidad y parámetros elásticos del basamento se mantendrán fijos para todos los análisis, ya que el objetivo fundamental se centró en estudiar la sensibilidad de las curvas de dispersión de la onda Scholte ante cambios en los parámetros del espesor sedimentario, que es el intervalo de interés exploratorio y geotécnico.

Para el pozo U1481, los parámetros utilizados para el espesor de agua de 4178 m son: velocidad de onda P de 1500 m/s, velocidad de onda S nula y densidad de 1,010 g/cm³ (valor obtenido a partir de los informes del área).

4.7.1. Sensibilidad ante variaciones del número de capas

En este punto calculamos las curvas de dispersión teniendo en cuenta diferentes números de capas, para de esta forma observar la sensibilidad de la velocidad de Scholte ante las mismas. Cabe destacar que la cantidad máxima de capas que admite la rutina es de 99.

Para esto consideramos cinco modelos de estratificaciones diferentes, en dos de ellos tomamos todo el espesor sedimentario y lo simplificamos en una sola capa homogénea considerando diferentes métodos de promediación. En todos los casos se incluye la capa

de agua y el semiespacio basáltico (basamento). Para obtener una capa de sedimentos homogénea, promediamos todo el espesor utilizando, por un lado, una aproximación de medio efectivo (ilustrado en la Figura 4.8), que considera el *límite de onda larga*, para $\lambda \gg h_i$, en la forma Mavko (2009):

$$\frac{1}{V_{ef}^2} = \rho_{prom} \sum_{i=1}^M \frac{f_i}{\rho_i V_i^2}, \quad \text{con} \quad \rho_{prom} = \sum_{i=1}^M f_i \rho_i \quad (4.7.4)$$

seguida por una sola capa homogénea de sedimentos y por último la capa basáltica. donde cada capa tiene propiedades ρ_i, V_i y espesor h_i , siendo en este caso $f_i = \frac{h_i}{\sum_{i=1}^M h_i}$ y M el número de capas.

Por otra parte, consideramos la promediación dada por la teoría de rayos (mostrada en la Figura 4.9), que tiene en cuenta el *límite de onda corta*, dado por Mavko(2009):

$$\frac{1}{V_{TR}} = \sum_{i=1}^N \frac{f_i}{V_i}, \quad (4.7.5)$$

Se puede demostrar que $V_{TR} > V_{ef}$, es decir que la onda viaja más rápido cuando $\lambda \ll h_i$.

Aplicando la aproximación de medio efectivo, obtuvimos una capa homogénea con $V_P = 2012.57\text{m/s}$ y $V_S = 631.31\text{ m/s}$. En cambio si consideramos la promediación dada por la teoría de rayos obtenemos una $V_P = 2051.52\text{ m/s}$ y $V_S = 723.32\text{ m/s}$.

Consideramos importante hacer tal distinción para observar su efecto tanto en los valores de velocidad como en los efectos de dispersión. Paralelamente, volvemos a considerar los modelos de 10 y 17 capas mencionados en la Sección 4.5 (Figuras 4.10 y 4.11, respectivamente) y agregamos un modelo adicional de 99 capas (Figura 4.12), estas capas se obtuvieron promediando los valores de V_P, V_S y densidad para intervalos que contienen entre 5 y 6 datos.

En la Figura 4.13 podemos observar las curvas de dispersión correspondientes al modo fundamental y al primer modo superior del conjunto de modelos. Notamos que para bajas frecuencias los modelos no presentan mayores diferencias, mientras que para frecuencias mayores, las discrepancias debidas a la estratificación son más evidentes. Este efecto es esperable teniendo en cuenta que a mayores frecuencias, menores longitudes de onda y menor profundidad de penetración de la onda, con lo cual la velocidad de onda Scholte es más sensible a las propiedades de los sedimentos. Además es notable que el modo superior es el que presenta mayor variabilidad ante cambios en la estratificación y, por lo tanto, mayor sensibilidad.

A partir de este análisis concluimos que, si bien existen discrepancias entre las curvas de dispersión para diferentes números de estratos, a los fines prácticos, la discreti-

zación de 17 capas continúa siendo el modelo elegido para los análisis siguientes, ya que el ajuste de V_P resultó bueno y el tiempo de calculo de los parámetros es conveniente.

Por otro lado, al homogeneizar el espesor sedimentario, se observa que el rango dispersivo se desplaza significativamente hacia frecuencias más bajas, notando además subestimaciones y sobreestimaciones en las velocidades, según el intervalo de frecuencias, con respecto a los modelos que poseen una estratificación con mayor cantidad de capas. Esto pone de manifiesto la importancia de una discretización vertical criteriosa, evitando la sub-parametrización del modelo.

4.7.2. Sensibilidad ante variaciones de densidad

A continuación, tomando como referencia los valores del perfil de densidad medido en el espesor sedimentario, aplicamos variaciones de ± 10 , 20 y 30 % punto a punto del perfil, como se muestra en la Figura 4.14. Para este análisis los parámetros elásticos del espesor sedimentario se mantuvieron fijos, así como los parámetros del basamento.

Una vez realizadas las variaciones, se promediaron los valores de V_P , V_S y densidad para asignar valores constantes a cada capa utilizando la media aritmética, para luego calcular las curvas de dispersión. En la Figura 4.15, graficamos la curva de dispersión obtenida, tanto para el modo fundamental como para el superior, del modelo original de 17 capas y para cada una de las variaciones de la densidad. En este caso, los apartamientos entre las curvas de dispersión es pequeño, siendo más notable para las variaciones de densidad del 20 %, tanto positivas como negativas. Además para frecuencias menores a 1 Hz % las curvas muestran un comportamiento casi idéntico.

Denominando $V_{SH}(f)$ a la velocidad de Scholte *de referencia* para una frecuencia f (calculada con el modelo calibrado de 17 capas), $V_{SH}^P(f)$ a la velocidad resultante para cada perturbación de parámetros. De aquí en adelante para cuantificar el cambio relativo a las diferentes variaciones, definimos la siguiente función:

$$CR(f) = \left[\frac{V_{SH}^P(f) - V_{SH}(f)}{V_{SH}(f)} \right] \%, \quad (4.7.6)$$

que puede ser utilizada como una medida de la sensibilidad.

Una vez obtenido los cambios relativos, los graficamos en función de la frecuencia para cada perturbación, como se observa en la Figura 4.16, tanto para el modo fundamental, como para el primer modo superior. Para el primero vemos que para frecuencias menores a 1 Hz no hay cambios significativos, debido a la mayor influencia del basamento en ese rango y no hemos modificado la densidad del mismo. No obstante, vemos que

el modo superior es más sensible a cambios de densidad, en comparación con el modo fundamental y en un rango de frecuencias más amplio. Las variaciones más significativas se dan para cambios en la densidad de $\pm 20\%$, como era de esperar. Analizando los resultados obtenidos, se observa una sensibilidad relativa menor al 25% tanto para el modo fundamental como para el superior, para todo el rango de frecuencias analizado. El mayor apartamiento se da en las frecuencias mayores a 10 Hz .

4.7.3. Sensibilidad ante variaciones de velocidad de onda P

Para continuar los análisis de sensibilidad, en esta instancia, variamos el perfil de velocidad de la onda P de la capa sedimentaria, en los mismos porcentajes mencionados anteriormente, manteniendo el resto de los parámetros fijos. Las variaciones se muestran en la Figura 4.17. Como en los casos anteriores, mostramos las curvas de dispersión para cada variación y las curvas de cambio relativo en las Figuras 4.18 y 4.19, respectivamente. En este caso los resultados muestran una sensibilidad relativa menor al 10% para la fundamental y menor a 20% para el modo superior, en una banda de frecuencias correspondiente a ruido sísmico y ondas sismológicas. En este caso a medida que la velocidad de onda P aumenta, la velocidad de la onda Scholte también lo hace, es decir, presentan una correlación débil pero directa.

4.7.4. Sensibilidad ante variaciones de velocidad de onda S

Uno de los temas de mayor interés práctico consiste en observar las correlaciones entre las velocidades de Scholte y las de ondas de corte. Con esta motivación aplicamos las mismas variaciones, esta vez para la velocidad de onda S de la capa de sedimentos, dejando el resto de los parámetros invariantes, lo que se observa en la Figura 4.20. Las curvas de dispersión del modo fundamental y el superior se muestran en la Figura 4.21.

Como se observa a simple vista, la velocidad de la onda Scholte es más sensible a variaciones de la onda S que a variaciones de la onda P y de densidad. Nuevamente vemos que, al no variar las propiedades del basamento, las frecuencias bajas no presentan perturbaciones en estas pruebas. Por otra parte, a medida que aumenta la velocidad de onda S, aumenta la velocidad de onda Scholte, y viceversa. Esto confirma que aún para medios estratificados existe una correlación fuerte y directa entre velocidades de Scholte y velocidades de corte. En la Figura 4.22, se grafican las curvas de cambio relativo, nuevamente para el modo fundamental y superior. Teniendo en cuenta las variaciones que realizamos, el cambio relativo estimado resulta entre $\pm 40\%$. Los mismos se observan en un rango de frecuencias mayores a 0.1 Hz para ambos modos.

4.7.5. Sensibilidad ante variaciones de porosidad

En este caso nos proponemos perturbar el perfil de porosidad del espesor sedimentario para cada profundidad, lo que implica *variar simultáneamente los parámetros elásticos, la densidad y por ende, V_P y V_S* . Como en la prueba anterior, aplicamos variaciones tanto negativas como positivas, de ± 10 y ± 20 %, como se muestra en la Figura 4.23.

Las nuevas curvas de dispersión se muestran en la Figura 4.24 y el cambio relativo en la Figura 4.25. Las mayores variaciones se dan para frecuencias mayores a 0.1 Hz, siendo en este caso muy notorias, alcanzando valores mayores al 50 %, tanto positivas como negativas.

En las figuras se observa que a mayores porosidades la velocidad de onda Scholte es menor, para todas las frecuencias. En base a los análisis precedentes llegamos a la conclusión de que esto se debe a la fuerte sensibilidad de la velocidad de Scholte a la velocidad de corte. A mayor porosidad de los sedimentos ambas velocidades decrecen pero la de mayor influencia es la velocidad de onda S.

4.7.6. Sensibilidad ante el uso de la ley de decaimiento de la porosidad con la profundidad

Varios autores han estudiado y verificado la hipótesis de que en ambientes sedimentarios la relación entre porosidad y profundidad exhibe un decaimiento exponencial y dependiente de la litología, siendo el trabajo de Athy (1930) el pionero en este campo. Dicho decaimiento es la principal manifestación de los efectos de compactación sufridos por los sedimentos durante su diagénesis. El objetivo de esta sección consiste en determinar, por un lado, cómo se ve influenciada la curva de dispersión al utilizar como dato de porosidad una curva exponencial aproximada en lugar de los valores de porosidad medidos en el pozo, siguiendo los lineamientos de Kominz et al. (2011). Por otro lado, analizaremos si las velocidades de Scholte son sensibles a las variaciones en la constante de decaimiento mencionada. Con esta idea, comenzamos ajustando una relación exponencial a todo el conjunto de datos de porosidad utilizando un método de mínimos cuadrados, de la forma:

$$\phi = \phi_0 e^{-\left(\frac{z}{\alpha}\right)}, \quad (4.7.7)$$

donde z denota la profundidad por debajo del fondo oceánico en metros, ϕ_0 la porosidad es porcentual, z es la profundidad cuyas unidad es de longitud y α es la constante de decaimiento. En el ajuste realizado utilizando los datos se obtuvo: $\phi_0 = 51.79$, $\alpha = 2153$

m, con un coeficiente de correlación entre las porosidades predichas y las porosidades observadas es de 0.77.

Una vez obtenido el ajuste exponencial, calculamos las velocidades de onda P y onda S utilizando nuevamente el modelo de física de rocas propuesto por Dvorkin y procedemos a tomar los promedios para los 17 intervalos de profundidad utilizados en análisis previos. Además realizamos variaciones del valor α tanto negativas como positivas, de ± 10 y ± 20 %, lo que se puede ver en la Figura 4.26, y repetimos el procedimiento anterior, calculando las velocidades y sus promedios, para así, obtener las curvas de dispersión y compararlas con la original (Figura 4.27). Como en todos los análisis anteriores, las velocidades y densidades del basamento se mantienen inalteradas.

En la Figura 4.28 mostramos las curvas de cambio relativo. Como podemos ver, nuevamente, para frecuencias bajas, la velocidad de onda Scholte se mantiene inalterada, pero en este caso, al utilizar una curva de porosidad exponencial, la velocidad de onda Scholte se ve sobreestimada con respecto a la original, siendo esta alteración relativa superior al 60 % para frecuencias entre 10 y 100 Hz.

Con este análisis concluimos que al utilizar una aproximación exponencial de la curva de porosidad (y no el perfil medido), se podrían obtener importantes variaciones de la velocidad de la onda Scholte, factor que se debe tener en cuenta. No obstante, no se aprecian diferencias significativas variando la constante de decaimiento del perfil de porosidad, efecto que no había sido estudiado hasta el momento.

Con respecto al comportamiento general de las curvas de cambio relativo cabe remarcar que al tratarse de variaciones relativas respecto de un valor de referencia, sus valores para frecuencias altas se pueden ver magnificados, ya que las velocidades en las mismas son relativamente bajas. Por otro lado, los gráficos de velocidades al abarcar un rango de valores muy amplio (entre 0 y 3000 m/s), no permiten apreciar en forma directa dichas variaciones detalladamente, de ahí la conveniencia de analizar los gráficos de cambio relativo.

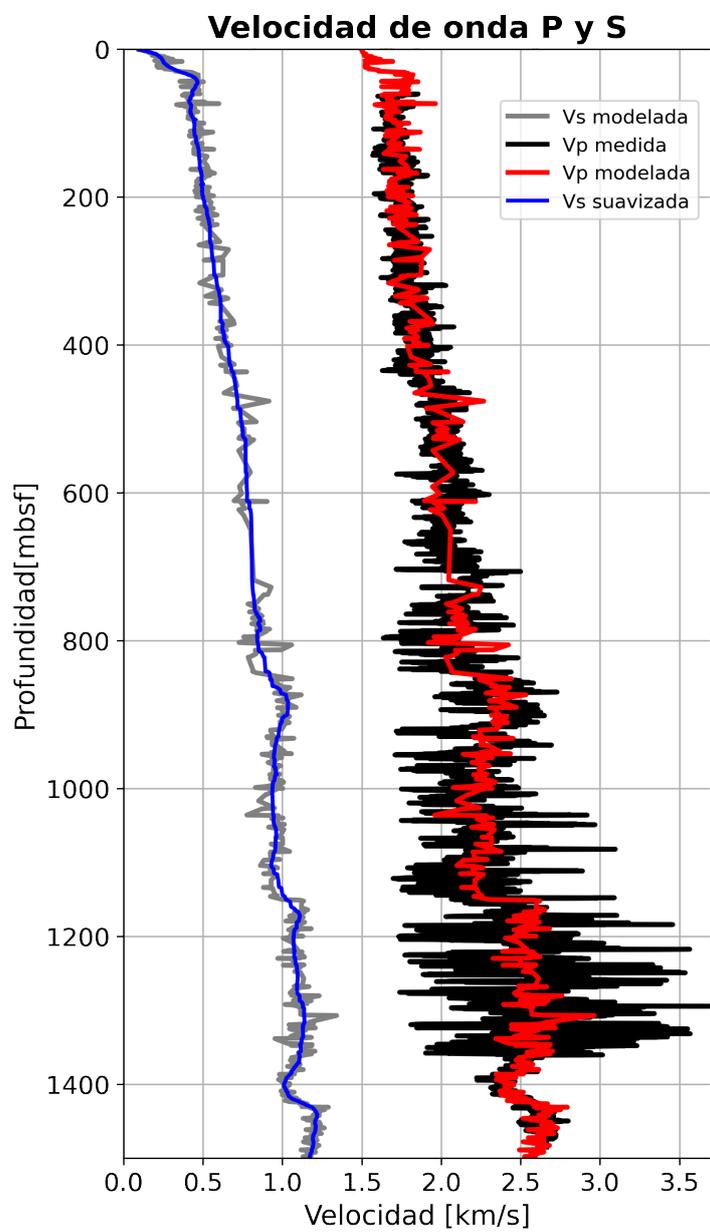


Figura 4.7: Ajuste final de la velocidad de onda P y modelado de la velocidad de onda S utilizando 17 capas.

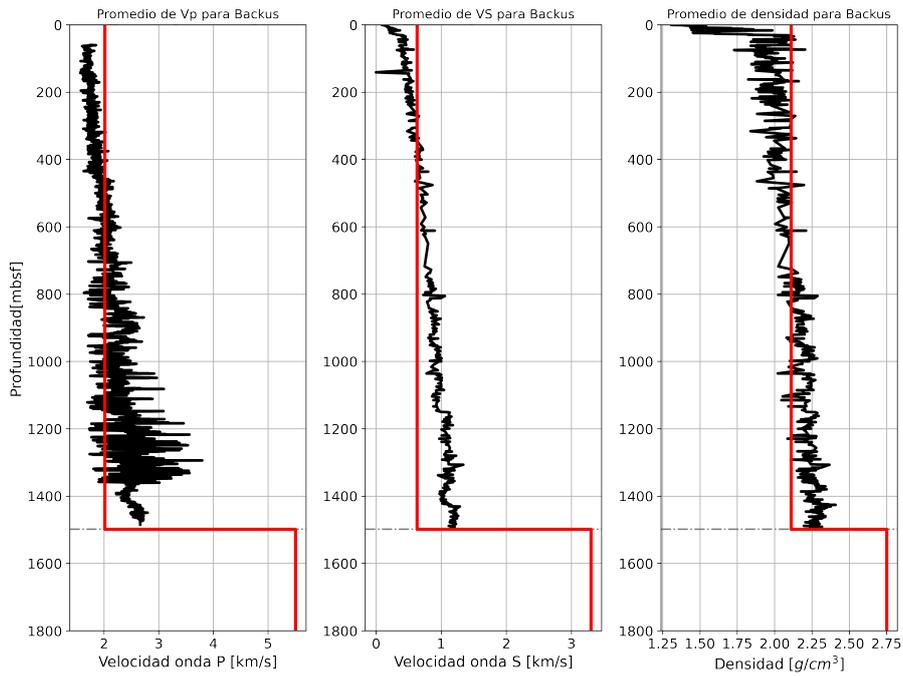


Figura 4.8: Promedio de velocidades de ondas P, S y densidad para el límite de onda larga.

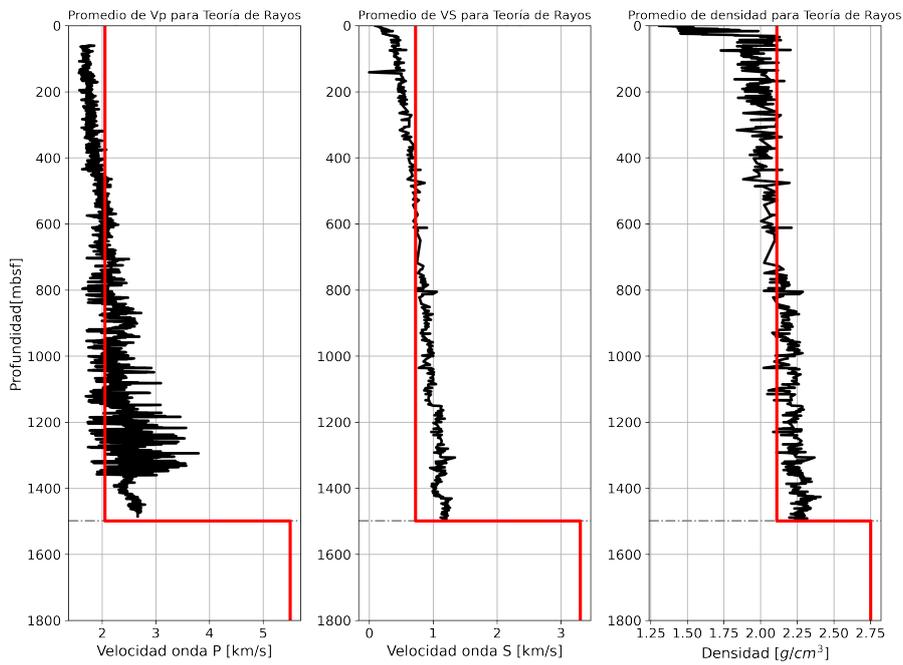


Figura 4.9: Promedio de velocidades P, S y densidad para el límite de onda corta.

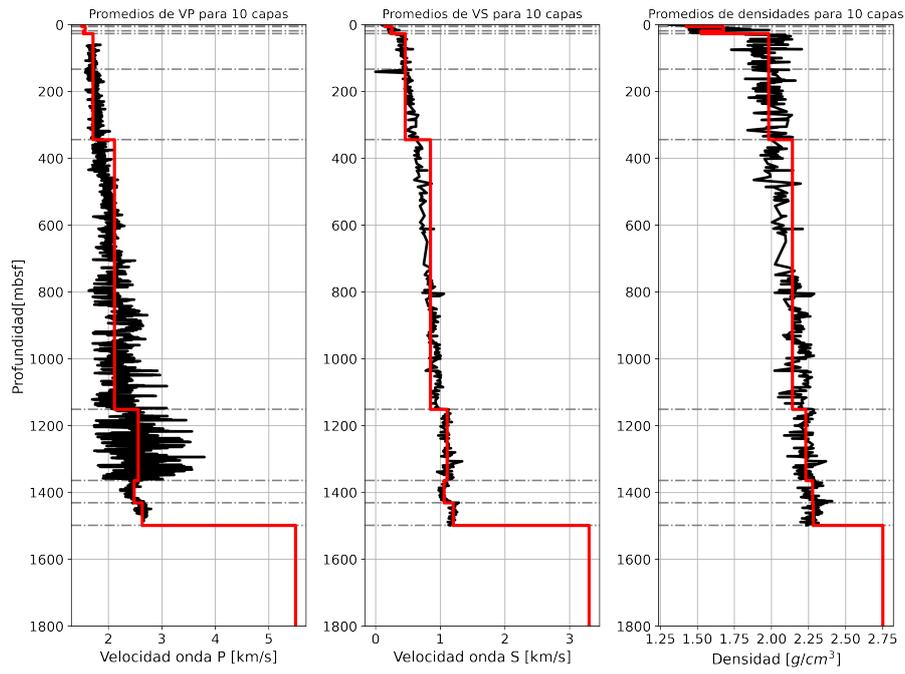


Figura 4.10: Promedio de velocidad de onda P, onda S y densidad considerando 10 capas.

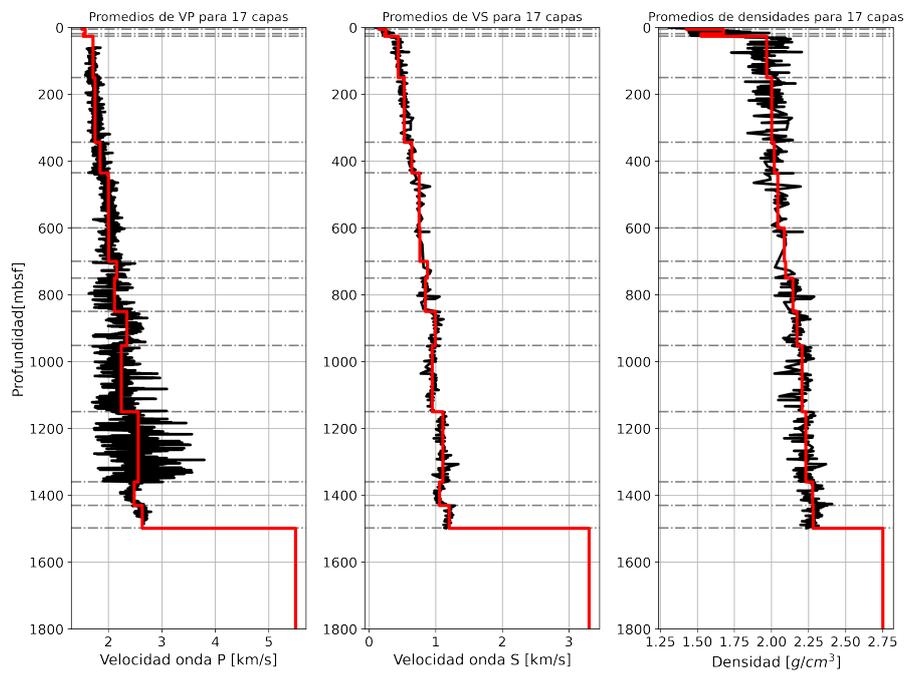


Figura 4.11: Promedio de velocidad de onda P, onda S y densidad considerando 17 capas.

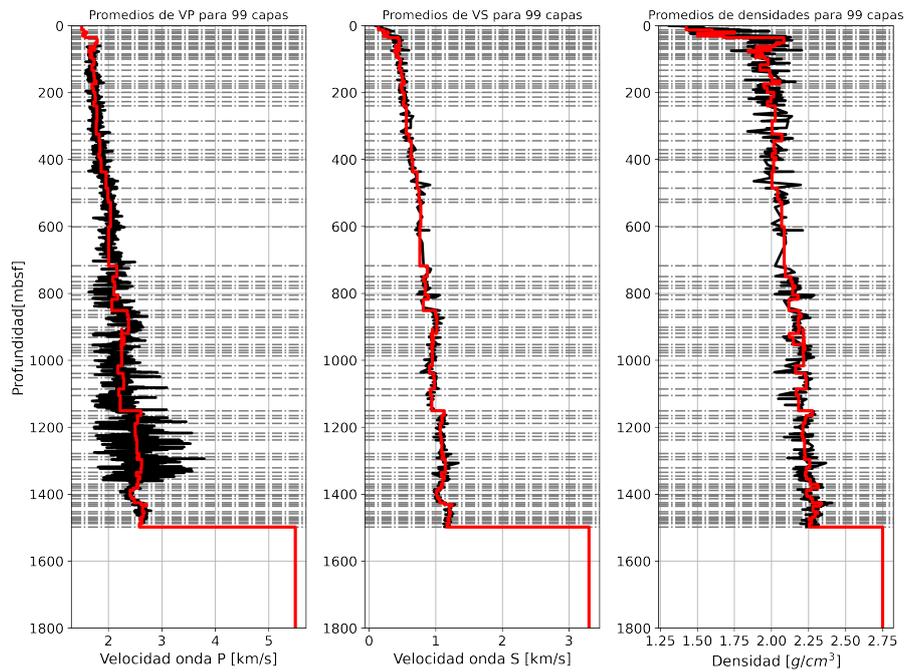


Figura 4.12: Promedio de velocidad de onda P, onda S y densidad considerando 99 capas.

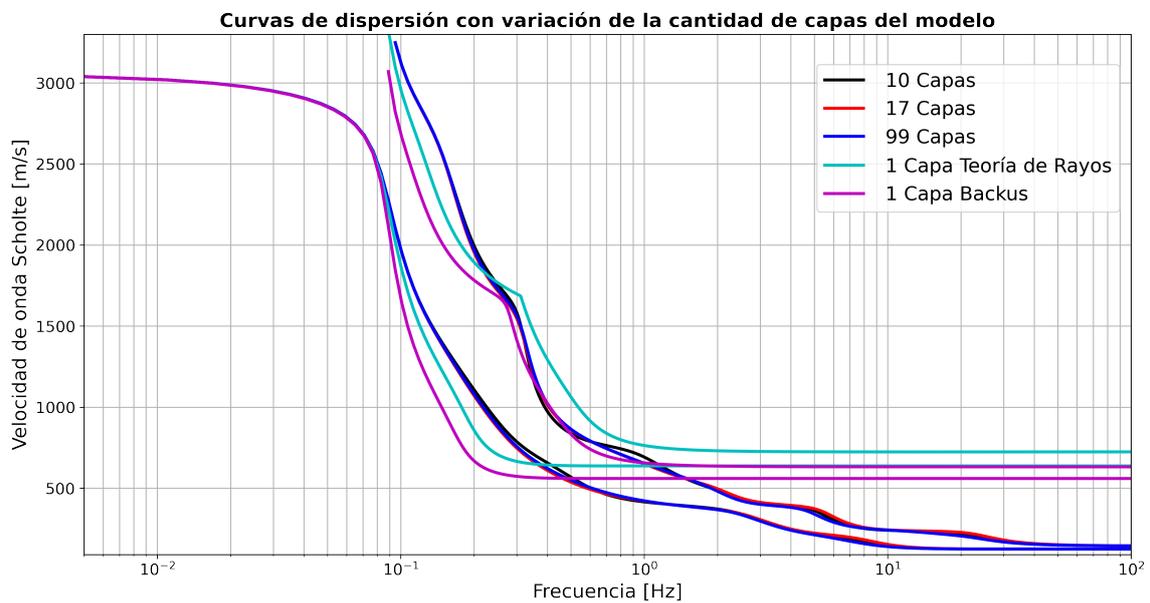


Figura 4.13: Modo superior y fundamental de las curvas de dispersión de ondas Scholte para diferentes números de capas en el ajuste de la V_P .

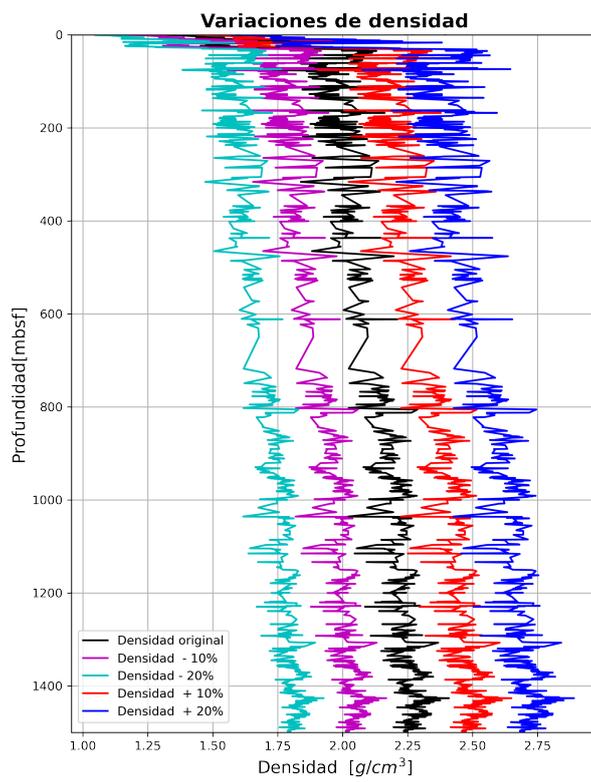


Figura 4.14: Variaciones aplicadas a la densidad.

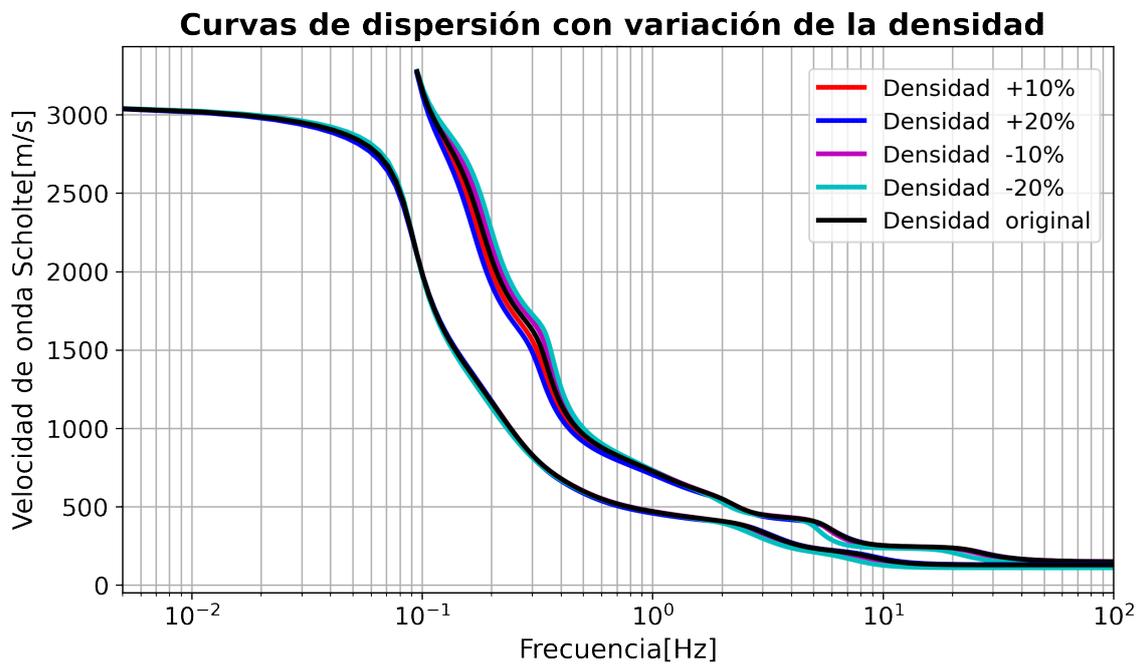


Figura 4.15: Curvas de dispersión, calculadas para diferentes variaciones de la densidad.

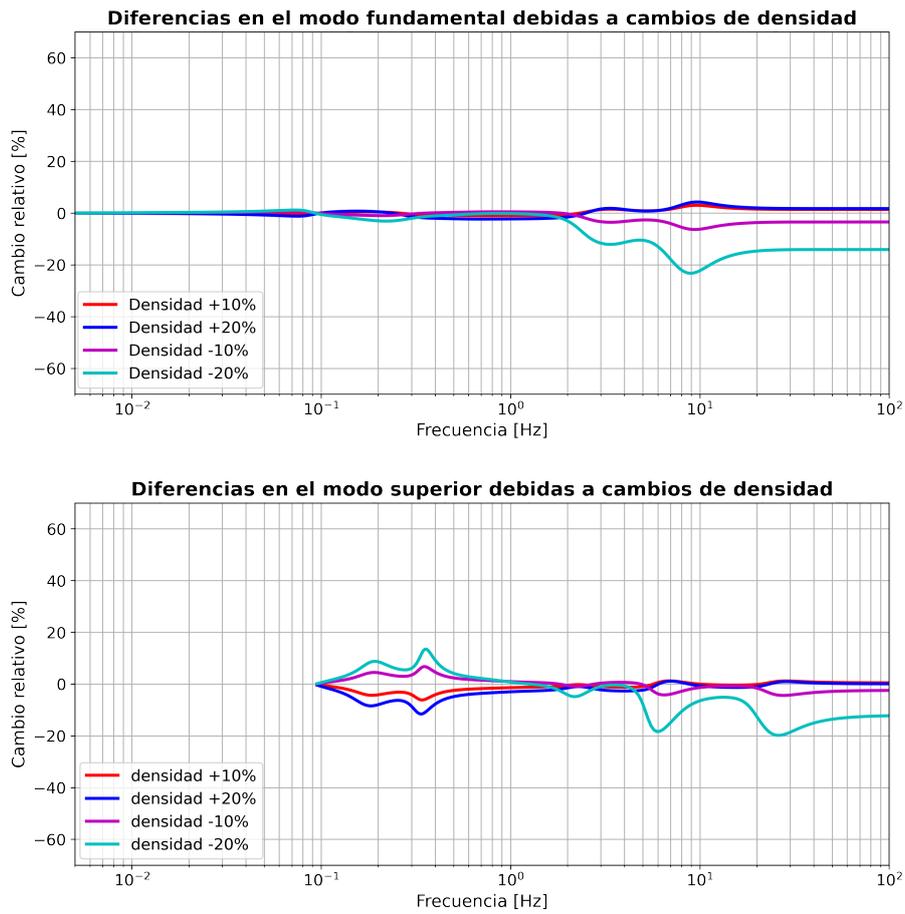


Figura 4.16: Cambios relativos de la dispersión ante variaciones de densidad.

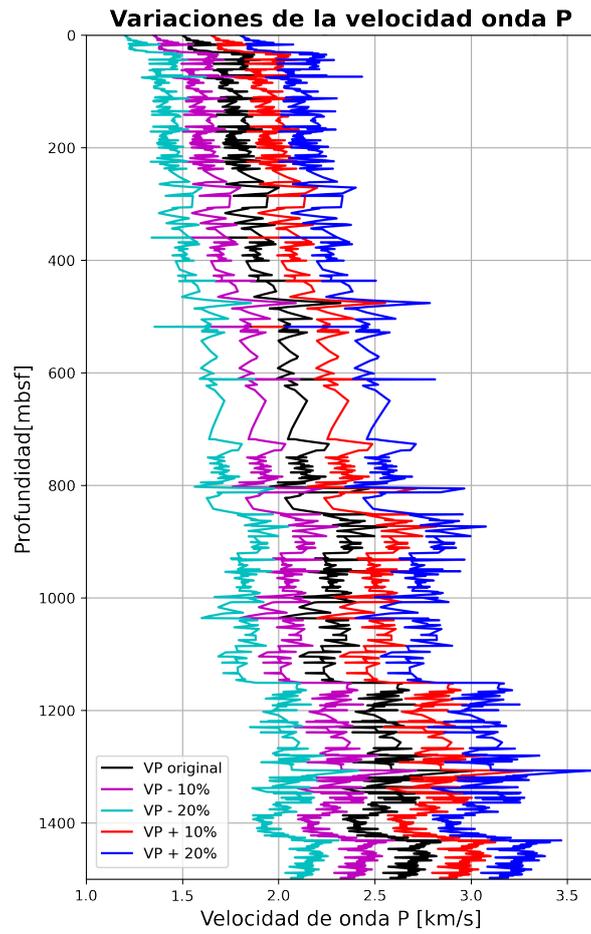


Figura 4.17: Variaciones aplicadas a la velocidad de onda P.

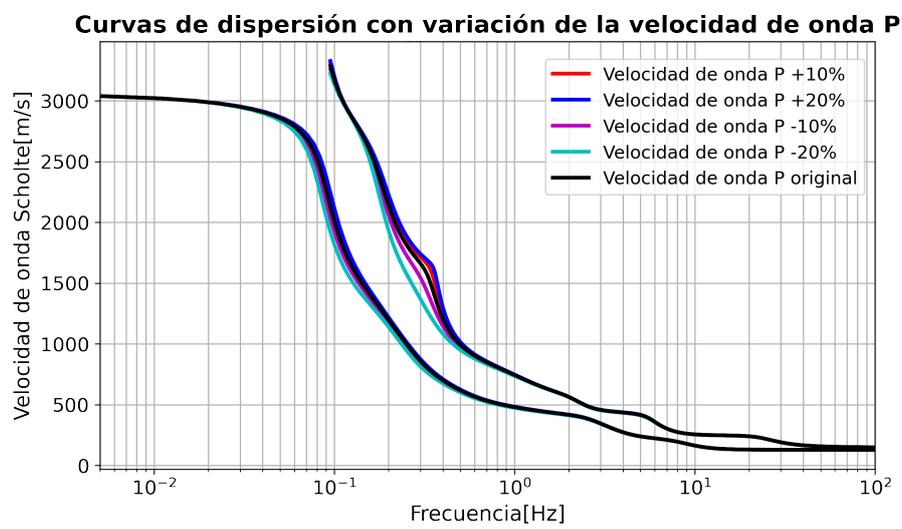


Figura 4.18: Curvas de dispersión, calculadas para diferentes variaciones de la velocidad de onda P.

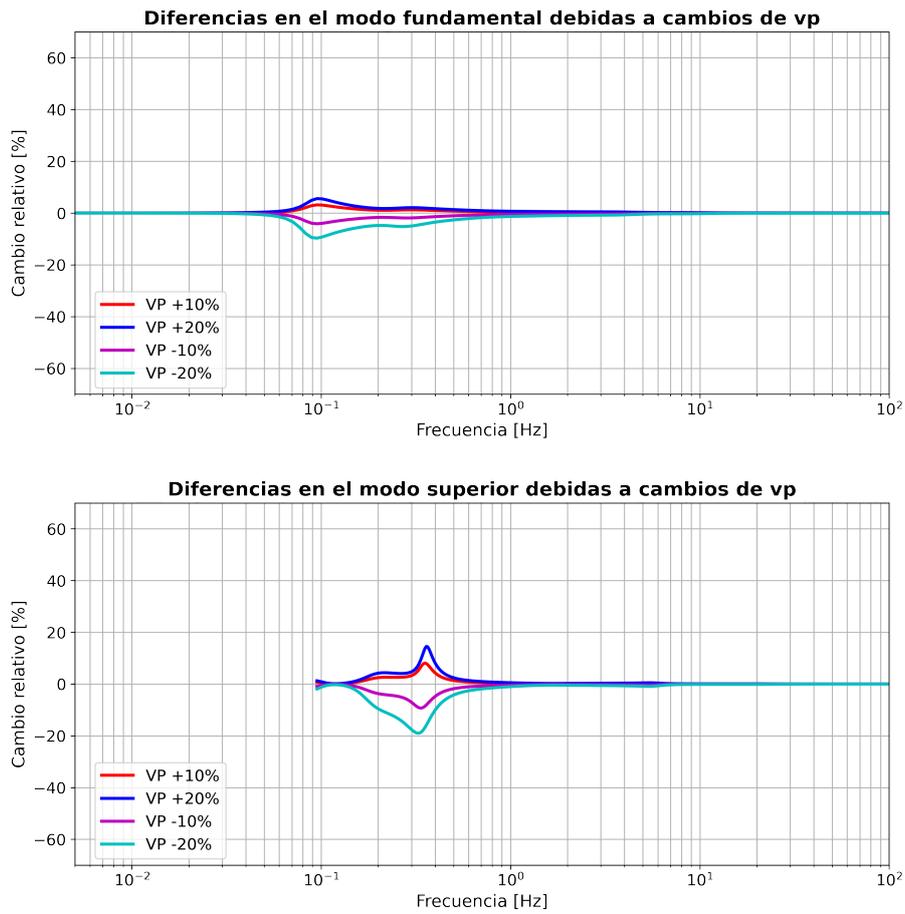


Figura 4.19: Sensibilidad a las variaciones en la velocidad de ondas P.

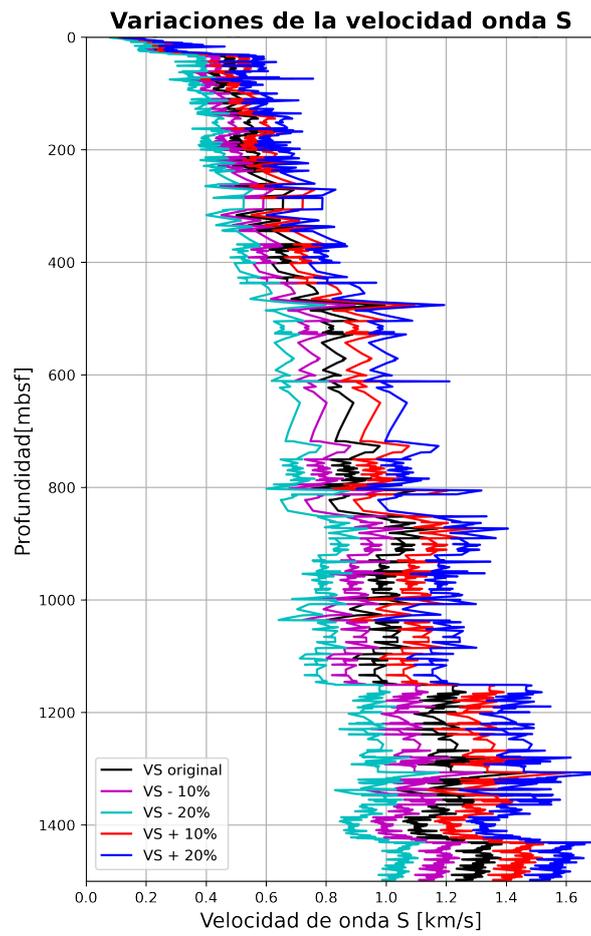


Figura 4.20: Variaciones aplicadas a la velocidad de onda S.

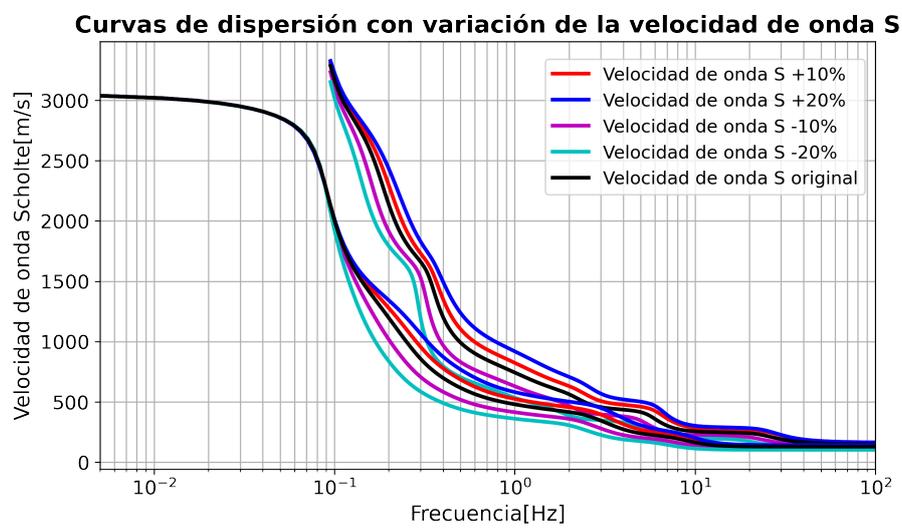


Figura 4.21: Curvas de dispersión, calculadas para diferentes variaciones de la velocidad de onda S.

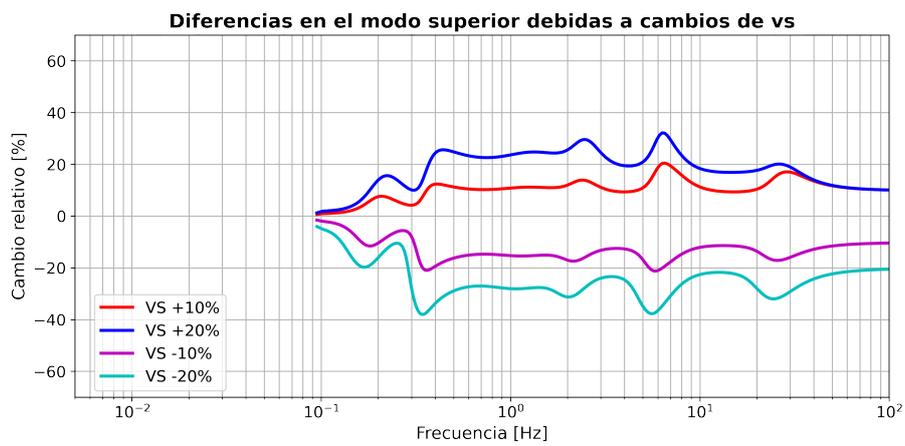
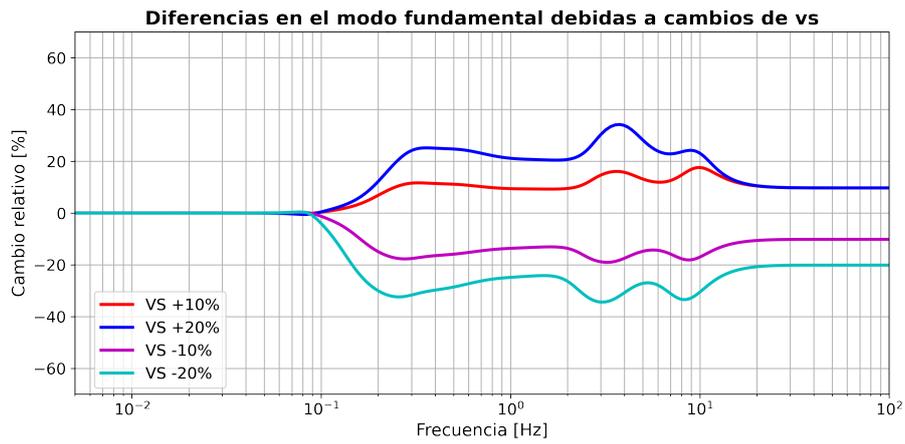


Figura 4.22: Sensibilidad a las variaciones en la velocidad de ondas S.

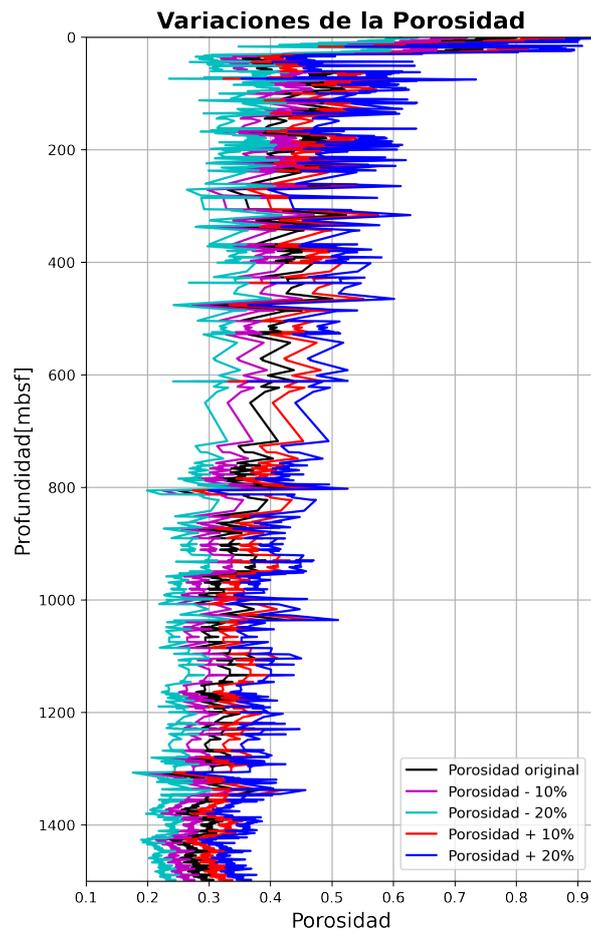


Figura 4.23: Variaciones aplicadas al perfil de porosidad.

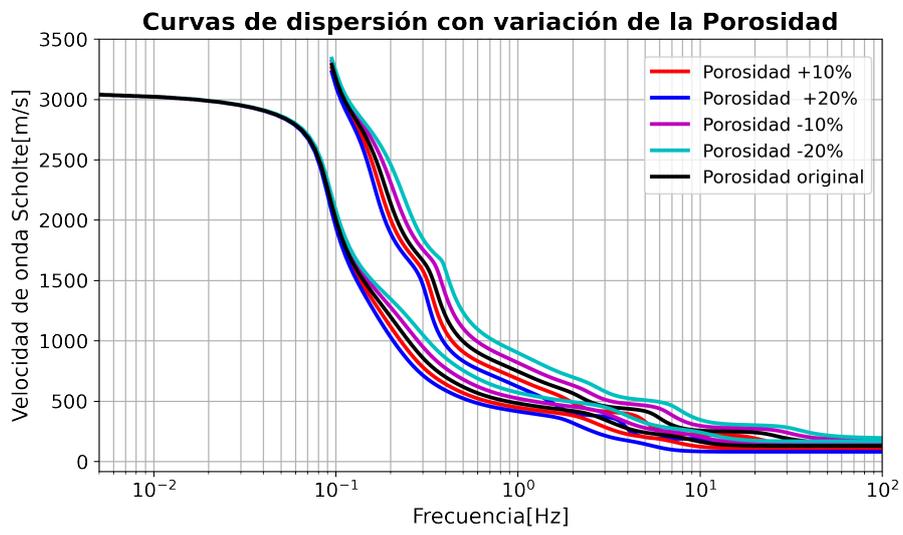


Figura 4.24: Curvas de dispersión, calculadas para diferentes variaciones de la porosidad.

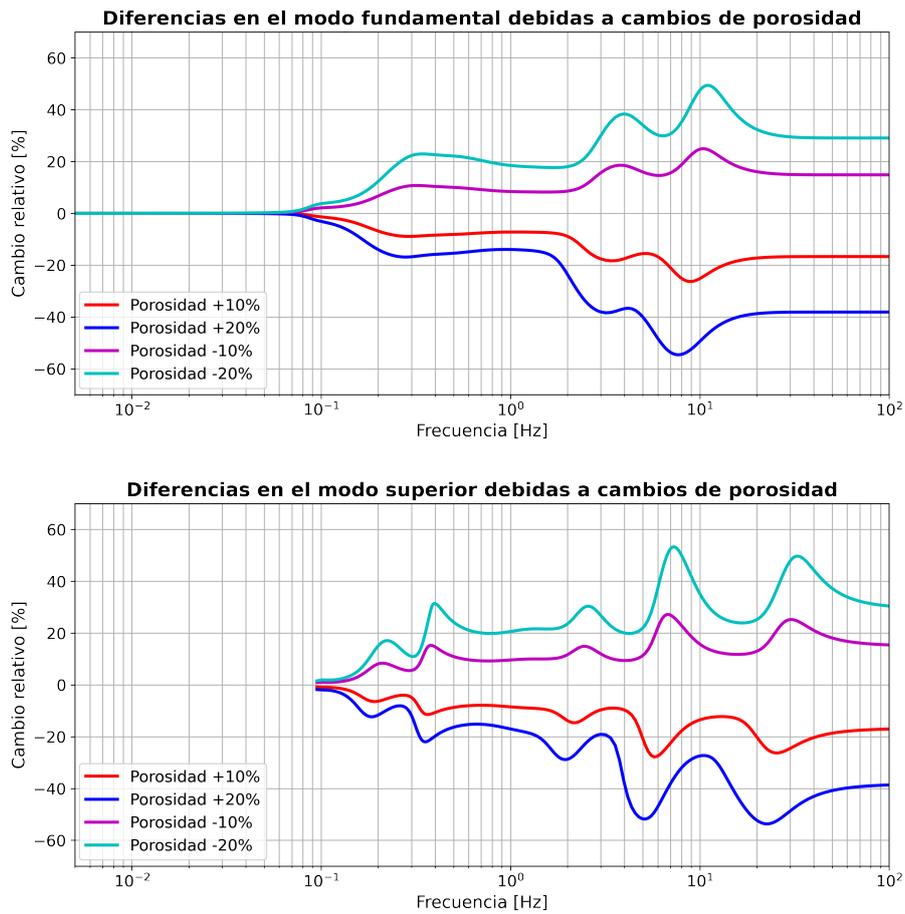


Figura 4.25: Sensibilidad de la dispersión ante variaciones de porosidad para el modo fundamental y el primer modo superior.

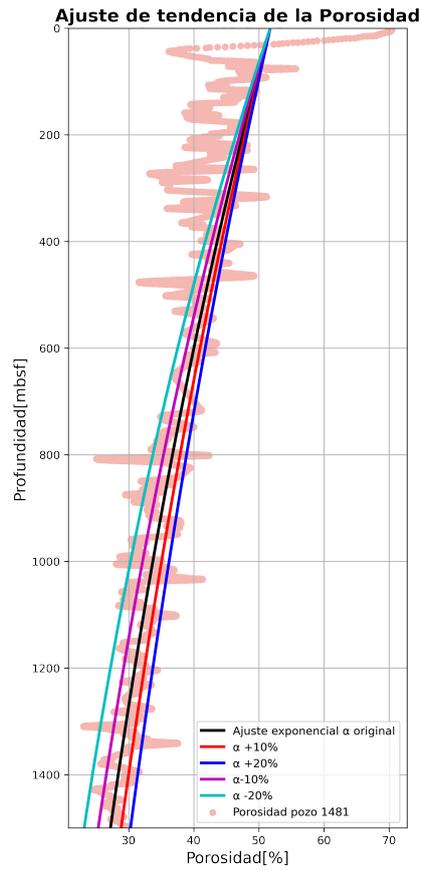


Figura 4.26: Ajustes exponenciales, con variaciones en la constante de decaimiento.

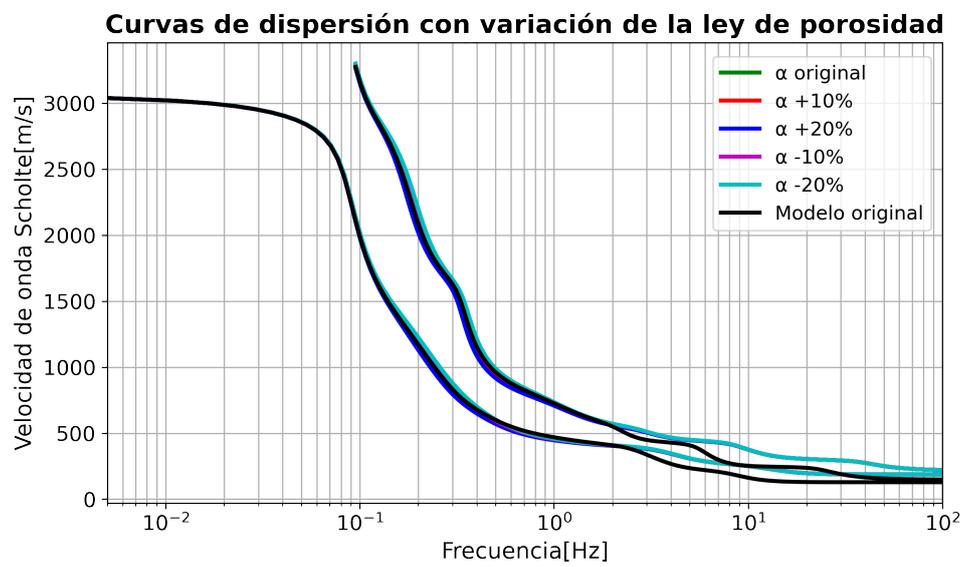


Figura 4.27: Curvas de dispersión para el modo fundamental y el primer modo superior, considerando un ajuste exponencial de la porosidad y variaciones en la constante de decaimiento.

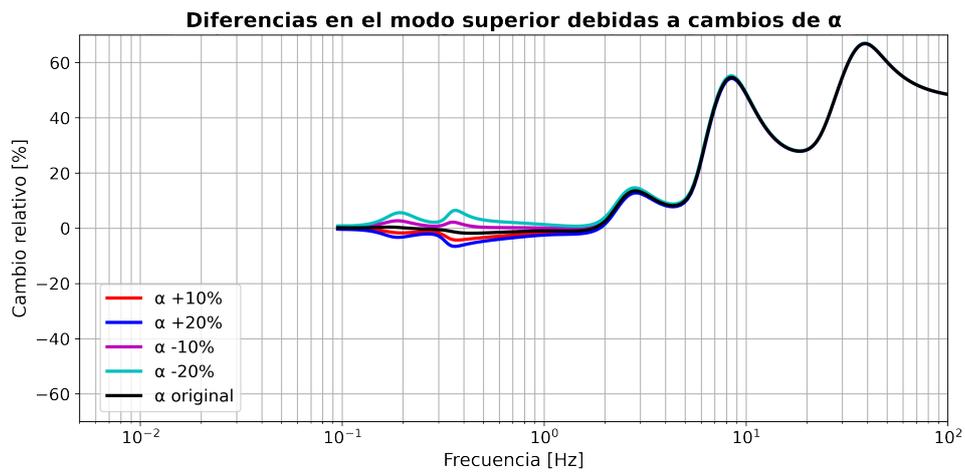
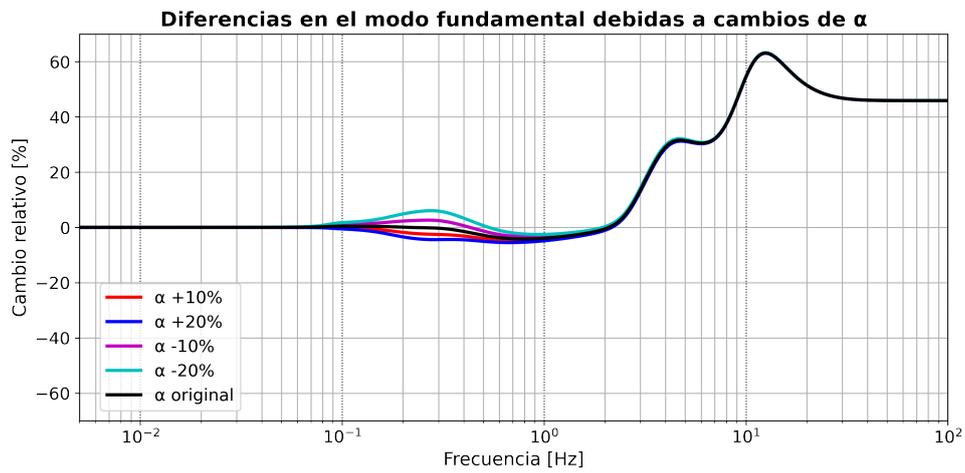


Figura 4.28: Sensibilidad al cambio en el ajuste de la porosidad con constante de decaimiento variable.

Capítulo 5

Conclusiones

En esta Tesis de Grado hemos abordado la implementación de modelos de física de rocas para el cálculo de las propiedades elásticas de las rocas sedimentarias poco consolidadas de la corteza oceánica, el ajuste de las velocidades de propagación de ondas P, la predicción de las velocidades de onda S y el cálculo y análisis de las curvas de dispersión de ondas Scholte en un pozo de estudio.

El trabajo implicó una minuciosa tarea de búsqueda y recopilación de datos de dominio público, habiéndose adoptado los adquiridos en los pozos U1480–U1481 durante la campaña 362 del programa IODP en la zona del Golfo de Bengala (océano Índico) en el año 2016. Como datos de entrada se utilizan las mediciones de densidad, porosidad, fracciones mineralógicas y espesores de la secuencia sedimentaria. Además, las propiedades físicas del basamento basáltico, del agua de mar y su profundidad.

A partir del modelo calibrado mediante ajuste de las velocidades de ondas P, se realizaron diversos análisis de sensibilidad de las velocidades de ondas Scholte y sus curvas de dispersión, en un rango de frecuencias que abarca ondas sismológicas, ruido sísmico y fuentes sísmicas de exploración. Las principales conclusiones de este estudio se sintetizan a continuación:

- La velocidad de la onda Scholte en el límite de bajas frecuencias (como es el caso de fuentes naturales), es controlada por las propiedades del basamento, tanto para el modo fundamental como para el primer modo superior.
- La presencia de estratificación y el número de capas sedimentarias tienen gran influencia en las curvas de dispersión. Al describir tal espesor utilizando una escasa cantidad de capas, la velocidad de onda Scholte se ve alterada, lo que resalta la importancia de una discretización vertical criteriosa, evitando la sub-parametrización del problema.

- Cuando consideramos a los sedimentos como una capa homogénea (tanto para el límite de onda larga como de onda corta), el rango dispersivo se corre notablemente hacia frecuencias menores, observándose además subestimaciones y sobreestimaciones en las velocidades, según el intervalo de frecuencias.
- Las variaciones en la densidad de los estratos sedimentarios producen cambios leves pero detectables en la velocidad de las ondas Scholte siendo el modo superior más sensible a este parámetro.
- La sensibilidad de la velocidad de Scholte ante cambios de velocidad de onda S (tal como se espera) es mucho más marcada en comparación a la de la onda P, teniendo correlación directa con ambas para todo el rango de frecuencias.
- Con respecto a la porosidad, observamos una alta sensibilidad de la velocidad de onda Scholte a la misma para ambos modos, observándose una correlación inversa entre ambas magnitudes. Esto se interpreta principalmente debido al decaimiento de la rigidez del medio con el aumento de porosidad.
- En el caso de utilizar un modelo exponencial para aproximar la porosidad versus profundidad (en lugar del perfil medido), las velocidades se van a ver afectadas, tendiendo a ser sobreestimadas, para frecuencias mayores a 1 Hz. Sin embargo, no se observa sensibilidad apreciable respecto de la constante de decaimiento del perfil de porosidad dentro del rango estudiado ($\pm 10 - 20 \%$).

A partir de este análisis concluimos que los parámetros críticos en este problema son: las características de la estratificación (número de capas y sus espesores), las velocidades de corte, la porosidad de las capas y las propiedades del basamento (para muy bajas frecuencias). Esto hace pensar en la factibilidad de formular problemas inversos para su determinación a partir de datos reales. No obstante, se espera ampliar la validez de estas conclusiones utilizando datos de otros pozos y en lo posible, analizando curvas de dispersión de ondas Scholte obtenidas a partir de datos reales, lo que requiere de técnicas de adquisición y procesamiento de datos especializadas.

Dado que las presentes conclusiones se han obtenido considerando medios lateralmente homogéneos, para ampliar este análisis a medios con algún grado de heterogeneidad lateral sería necesario generar datos sintéticos basados en la resolución de ecuaciones de onda para el sistema acoplado sólido-fluido empleando técnicas de simulación numérica apropiadas.

Apéndice A

Notas sobre el modelo de Dvorkin et al. (1999)

Este modelo se basa en una modificación de las cotas de Hashin-Shtrikman para los módulos de la matriz seca en sedimentos marinos poco consolidados, el que posteriormente es combinado con el módulo de Gassmann (1951). Para tener en cuenta el carácter no consolidado utilizan la teoría de medio granular de Hertz y Mindlin.

La idea de estos autores consiste en calcular los parámetros de la matriz mezclando los de un paquete de pequeñas esferas (medio granular) con porosidad fija e igual a la crítica, con los de un sólido puro en un extremo y con vacío en el otro extremo, lo cual determina dos rangos de porosidad (ver figura A).

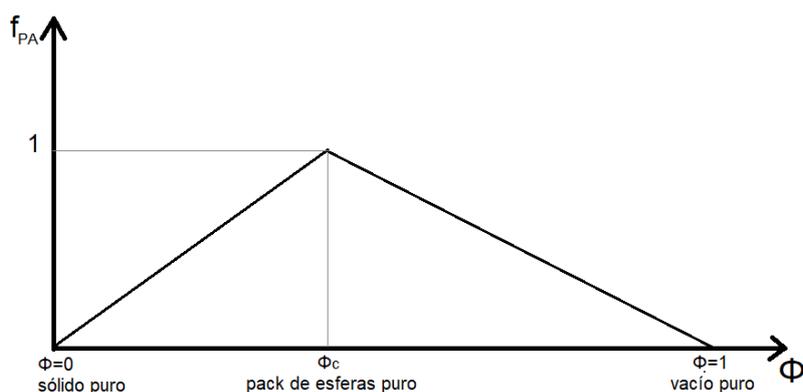


Figura A.1: Fracción volumétrica del pack de esferas para porosidad variable.

A.1 Análisis de fracciones volumétricas

Denominamos:

f_{PA} = fracción ocupada por el pack de esferas (medio poroso),

f_S = fracción ocupada por el sólido puro (sin poros),

f_V = fracción ocupada con vacío,

y para el análisis se definen dos rangos: $\phi < \phi_c$ y $\phi > \phi_c$. Por hipótesis para $\phi = \phi_c$ $f_{PA} = 1$, como se observa en la figura A. El problema es determinar el valor de $f_{PA}(\phi)$ para porosidades variables, según dicho esquema conceptual.

a) Para el rango $\phi < \phi_c$ tendremos:

- extremo $\phi = 0$, $f_{PA} = 0$, $f_S = 1$
- extremo $\phi = \phi_c$, $f_{PA} = 1$, $f_S = 0$
- en porosidades intermedios debemos determinar $f_{PA}(\phi)$, donde debe cumplirse que $f_{PA}(\phi) + f_S(\phi) = 1$.

Para determinar $f_{PA}(\phi)$ tenemos en cuenta la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos conocidos.

$$f_{PA}(\phi) = a\phi + b \longrightarrow f_{PA}(0) = 0 = b$$

$$f_{PA}(\phi_c) = 1 = a\phi_c + b = a\phi_c \longrightarrow a = \frac{1}{\phi_c}$$

$$\text{Luego } f_{PA}(\phi) = \frac{\phi}{\phi_c} \text{ y } f_S = 1 - f_{PA} = 1 - \frac{\phi}{\phi_c}$$

b) Para el rango $\phi > \phi_c$ tenemos que:

- extremo $\phi = 1$, $f_{PA} = 0$, $f_V = 1$
- extremo $\phi = \phi_c$, $f_{PA} = 1$, $f_V = 0$
- en porosidades intermedias determinamos $f_{PA}(\phi)$, tal que $f_{PA}(\phi) + f_V(\phi) = 1$.

La ecuación de la recta en este caso será:

$$f_{PA}(\phi) = c\phi + d$$

$$f_{PA}(\phi_c) = 1 = c\phi_c + d$$

$$f_{PA}(1) = 0 = c + d \longrightarrow c = -d$$

$$\text{Entonces } d(-\phi_c + 1) = 1 \longrightarrow d = \frac{1}{1-\phi_c}$$

$$\text{Por lo tanto } f_{PA} = d(1 - \phi) = \frac{1-\phi}{1-\phi_c} \text{ y } f_V = 1 - f_{PA} = \frac{\phi-\phi_c}{1-\phi_c}$$

Nótese que estos resultados coinciden con los del trabajo de Dvorkin (1999) nociteDvorkin1999 y verifican que en ϕ_c $f_{PA} = 1$, tanto por izquierda como por derecha.

A.2 Forma de las cotas de Hashin-Shtrikman

Para entender las ecuaciones que usan en Dvorkin (1999), debemos utilizar la forma alternativa de las cotas de Hashin-Shtrikman dada por Berryman (1995). Denominando μ_{min}, μ_{max} a los valores mínimo y máximo de los módulos de rigidez y análogamente K_{min}, K_{max} para los módulos de volumen, es fácil demostrar que para el caso de dos materiales las cotas resultan:

$$K_{HS}^+ = \left[\frac{f_1}{K_1 + \frac{4}{3}\mu_{max}} + \frac{f_2}{K_2 + \frac{4}{3}\mu_{max}} \right]^{-1} - \frac{4}{3}\mu_{max}$$

$$K_{HS}^- = \left[\frac{f_1}{K_1 + \frac{4}{3}\mu_{min}} + \frac{f_2}{K_2 + \frac{4}{3}\mu_{min}} \right]^{-1} - \frac{4}{3}\mu_{min}$$

$$\mu_{HS}^+ = \left[\frac{f_1}{\mu_1 + \frac{4}{3}\xi_{max}} + \frac{f_2}{\mu_2 + \frac{4}{3}\xi_{max}} \right]^{-1} - \xi_{max} \quad \text{con } \xi_{max} = \frac{\mu_{max}}{6} \left[\frac{9K_{max} + 8\mu_{max}}{K_{max} + 2\mu_{max}} \right]$$

$$\mu_{HS}^- = \left[\frac{f_1}{\mu_1 + \frac{4}{3}\xi_{min}} + \frac{f_2}{\mu_2 + \frac{4}{3}\xi_{min}} \right]^{-1} - \xi_{min} \quad \text{con } \xi_{min} = \frac{\mu_{min}}{6} \left[\frac{9K_{min} + 8\mu_{min}}{K_{min} + 2\mu_{min}} \right]$$

Para el rango $\phi < \phi_c$ se adopta la cota inferior, tomando $f_1 = f_{PA} = \frac{\phi}{\phi_c}$ y $f_2 = f_S = 1 - f_{PA} = 1 - \frac{\phi}{\phi_c}$.

Para unificar la notación con Dvorkin consideraremos: $Z = \xi_{min}$, $K_1 = K_{HM}$, $\mu_1 = G_{HM}$, $K_2 = K$, $\mu_2 = G$. Entonces:

$$K_{HS}^- = \left[\frac{\frac{\phi}{\phi_c}}{K_{HM} + \frac{4}{3}G_{HM}} + \frac{1-\frac{\phi}{\phi_c}}{K + \frac{4}{3}G_{HM}} \right]^{-1} - \frac{4}{3}G_{HM}$$

$$G_{HS}^- = \left[\frac{\frac{\phi}{\phi_c}}{G_{HM} + Z} + \frac{1-\frac{\phi}{\phi_c}}{K + Z} \right]^{-1} - Z \quad \text{con } Z = \frac{G_{HM}}{6} \left[\frac{9K_{HM} + 8G_{HM}}{K_{HM} + 2G_{HM}} \right] = \xi_{min}$$

Para el rango $\phi > \phi_c$ se toma la cota superior (pues la inferior es nula). En este caso: $f_1 = f_{PA} = \frac{1-\phi}{1-\phi_c}$, $f_2 = f_V = \frac{\phi-\phi_c}{1-\phi_c}$, $K_1 = K_{HM}$, $\mu_i = G_{HM} = \mu_{max}$. $K_2 = 0$, $\mu_2 = 0$, resultando:

$$K_{HS}^+ = \left[\frac{\frac{1-\phi}{1-\phi_c}}{G_{HM}+Z} + \frac{1-\frac{\phi-\phi_c}{1-\phi_c}}{\frac{4}{3}G_{HM}} \right]^{-1} - \frac{4}{3}G_{HM}$$

$$G_{HS}^- = \left[\frac{\frac{1-\phi}{1-\phi_c}}{G_{HM}+Z} + \frac{1-\frac{\phi-\phi_c}{1-\phi_c}}{Z} \right]^{-1} - Z \quad \text{donde, en este caso:}$$

$$Z = \frac{G_{HM}}{6} \left[\frac{9K_{HM}+8G_{HM}}{K_{HM}+2G_{HM}} \right] = \xi_{max},$$

expresiones que concuerdan con las ecuaciones 3.6.12 a 3.6.17 utilizadas en el Capítulo 3.

Bibliografía

- [1] ATHY, L. Density, porosity, and compaction of sedimentary rocks. *American Association of Petroleum Geologists, Bulletin 14* (1930), 1–24.
- [2] BALLARD, M., AND LEE, K. The acoustics of marine sediments. *Acoustics Today 13*, 3 (2003), 2081–2092.
- [3] BIOT, M. The interaction of Rayleigh and Stoneley waves in the ocean bottom. *Bulletin of the Seismological Society of America 42*, 1 (1952), 81–83.
- [4] BROCHER, T. M. Empirical relations between elastic wavespeeds and density in the Earth’s Crust. *Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 95, No. 6, pp. 2081–2092* (2005).
- [5] DVORKIN, J., AND PRASAD, M. Elasticity of marine sediments: Rock physics modeling. *Geophysical Research Letters 26*, 12 (1999), 1781–1784.
- [6] EARLE, S. *Physical Geology– 2nd Edition*. BCcampus, 2019.
- [7] FRIVIK, S. A. *Determinationn of Shear Properties in the Upper Seafloor Using Seismo-acoustic Interface Waves*. IEEE Oceanic Engineering Society., 1998.
- [8] GASSMANN, F. Über die elastizitat poroser medien. *Vierteljahrschrift der Naturforschenden Gessellshaft in Zurich 96* (1951), 1–23.
- [9] HAMILTON, E. Elastic properties of marine sediment. *JGR 76* (1971), 579–604.
- [10] HAMILTON, E. Shear-wave velocity versus depth in marine sediments: A review. *Geophysics 41* (1976), 85–996.
- [11] HASHIN, Z., AND SHTRIKMAN, S. A variational approach to the elastic behavior of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids 11*, 2 (1963), 127–140.

- [12] HERRMANN, R. B. Computer programs in seismology: An evolving tool for instruction and research. *Seismological Research Letters* 84, 6 (2013), 1081–1088.
- [13] HOVEM, J. *Shear waves in marine sediments*. Springer Science+Business Media, 1991.
- [14] JACKSON, D., AND RICHARDSON, M. *High frequency seafloor acoustics*. Springer, 2007.
- [15] JIANWEN LUO, K. Y., AND BAI, J. Savitzky–golay smoothing and differentiation filter for even number data. *Signal Processing* 85, 7 (2005), 1429–1434.
- [16] KUGLER, S., BOHLEN, T., FORBRIGER, T., BUSSAT, S., AND KLEIN, G. Scholte-wave tomography for shallow-water marine sediments. *Geophysical Journal* 168, 2 (2007), 551–570.
- [17] LEE, M., HUTCHINSON, D., COLLET, T., AND W.P.DILLON. Seismic velocities for hydrate-bearing sediments using weighted equation. *JGR* 101, 20 (1996), 347–358.
- [18] LEE, M. W. A simple method of predicting s-wave velocity. *Geophysics* 71, 6 (2006), 161–164.
- [19] MADRUSSANI, G., ROSSI, G., REBESCO, M., AND PICOTTI, S. Sediment properties in submarine mass-transport deposits using seismic and rock-physics off NW Barents Sea. *Marine Geology* 402 (2018), 264–278.
- [20] MAVKO, G., MUKERJI, T., AND DVORKIN, J. *The Rock Physics Handbook: Tools for Seismic Analysis of Porous Media. 2nd Edn.* Cambridge University Press, New York, 2009.
- [21] MCNEILL, L. C., AND DUGAN, B. Expedition 362 scientific prospectus: the Sumatra Subduction Zone. *International Ocean Discovery Program* (2016).
- [22] MEEGAN, G., HAMILTON, IL'INSKII, M. Y. A., AND ZABOLOTSKAYA, E. A. Non-linear Stoneley and Scholte waves. *The Journal of the Acoustical Society of America* 106, 4 (1999), 1712–1723.
- [23] MICHELLE A. KOMINZ, K. P., AND ODETTE, D. Lithology dependence of porosity in slope and deep marina sediments. *Journal of Sedimentary Research* 81 (2011), 730–742.
- [24] MINDLIN, R. Compliance of elastic bodies in contact. *Trans. ASME* 71 (1949), A-259.

- [25] NUR, A., MAVKO, G., DVORKIN, J., AND GALMUDI, D. Critical porosity: A key to relating physical properties to porosity in rocks. *The Leading Edge* 17, 3 (1998), 357–362.
- [26] PRASAD, M., AND DVORKIN, J. Velocity to porosity transform in marine sediments. *Petrophysics* 42 (2001), 429–437.
- [27] RICHARDSON, M. D., AND BRIGGS, K. B. On the use of acoustic impedance values to determine sediment properties. *Proceedings of the Institute of Acoustics* 15 (1993), 15–23.
- [28] ROSA, M. L. Tomografía de ondas superficiales en sudamérica: Estructura litosférica en la cuenca chaco-paraná. *Tesis doctoral* (2015).
- [29] SCHAFER, R. W. What is a savitzky-golay filter? *IEEE Signal Processing Magazine* 28 (2011), 111–117.
- [30] SCHOLTE, J. G. The range of existence of rayleigh and stoneley waves. *Geophysical Journal International* 5, 5 (1947), 120–126.
- [31] SOCCO, L., AND STROBBIA, C. Surface-wave method for near-surface characterization: a tutorial. *Near Surface Geophysics* 2, 22 (2004), 168–185.
- [32] STONELEY, R. Elastic waves at the surface of separation of two solids. *Proceedings Mathematical Physical and Engineering Sciences* 106, 738 (1924), 416–428.
- [33] VARELA, M. F., RAVAZZOLI, C., AND MERCERAT, E. D. Análisis de velocidades de ondas P, S y de interfase en sedimentos marinos mediante modelos de física de rocas. In *Libro de Resúmenes, Reunión Científica de la Asociación Argentina de Geofísicos y Geodestas, AAGG2021* <https://drive.google.com/file/d/1QkrxNDI5oV0105CeI1RapUx6A0yUIyNE/view>, ISBN 978-987-25291-4-7 (2021), pp. 217–219.
- [34] WANG, J., WU, S., ZHAO, L., WANG, W., WEI, J., AND SUN, J. An effective method for shear-wave velocity prediction in sandstones. *Marine Geophysical Research* (2019), 655–664.
- [35] WILKENS, R., CHENG, C., AND MEREDITH, J. Evaluation and prediction of shear wave velocities in calcareous marine sediment and rocks. *JGR* 97, 9 (1992), 297–305.
- [36] WOOD, A. *A textbook of sound*. G. Bell and Sons, Ltd., 1941.