

**PARAMETROS FOCALES DEL TERREMOTO DE SALTA
DEL 19 DE NOVIEMBRE DE 1973**

C. GERSHANIK, C. GERSHANIK, P. SIERRA, C. PASSARES,
E. JASCHEK, J. VIGGIANI
Observatorio Astronómico de la Universidad de La Plata

Para incrementar el conocimiento de las características del terremoto de Salta del 19 de noviembre de 1973, se hizo un estudio basado en los signos y en los espectros de P y en cierta medida en los registros de S. Se de terminaron los planos nodales, el momento sísmico, el largo de falla, la caída de tensión y la dislocación media. Se expone el método seguido, así como diversos recursos que se idearon para aplicarlo y se dan los resultados obtenidos.

A study based on the signs and spectral components of P, and to some extent on the records of S has been made in order to get more information on the Salta earthquake of november 19, 1973. The nodal planes, and values for the seismic moment, fault length dislocation and stress drop have been determined. The method used is described and the results are given.

INTRODUCCION

El día 19 de noviembre de 1973, a las 11h 19m 35s se produjo en Salta un terremoto cuyo foco según el U.S. Geological Survey estuvo a los $24^{\circ}7$ S, $64^{\circ}6$ W a una profundidad de 40 kilómetros y cuya magnitud fué de 5.8 mb - 5.9 ms en la escala de Richter. Como el aspecto del sismograma con que se registró en La Plata, permitió alentar la posibilidad de extraer de otros registros algo más de información a su respecto, se solicitó copias de sismogramas a diversas estaciones y al Centro de datos de la Institución N.O. A.A., de Estados Unidos. Al contarse con el referido material se decidió emprender con él las siguientes dos investigaciones: a) Determinación en base de ondas internas de planos nodales y eventualmente del sistema de cuplas equivalentes radicado en el foco; b) Determinación del momento sísmico, largo de falla y dislocación media. En lo que sigue pasamos a exponer los fundamentos en que se basaron esas determinaciones, la forma en que se llevó a cabo la tarea y los resultados obtenidos.

FUNDAMENTOS DE LA DETERMINACION DE LOS PLANOS NODALES

Para representar el movimiento ocasionado por un fenómeno sísmico, se suele asimilarlo al que puede ser ocasionado principalmente por fuerzas de corte concentradas en el foco.

Tales fuerzas representarían el colapso de tensión que tiene lugar cuando el material del globo se rompe en el foco.

Según algunos autores puede ser suficiente al efecto sólo una pareja de ellas, actuantes a uno y otro lado del plano de una falla focal. Más plausible, posiblemente, es considerar empero que las parejas equivalentes sean dos, de opuesto momento, ya que solo así puede mantenerse el equilibrio del material en el medio sometido a tensiones de corte antes de la ruptura y además, según la teoría de las dislocaciones, ese es el sistema de fuerzas con el que es más compatible un movimiento translatorio en el foco, movimiento que al parecer ocurre en efecto.

Para describir el movimiento debido a parejas de fuerzas se puede acudir a la siguiente expresión obtenida por H. E. Love (1934) para el movimiento en un punto (x, y, z) de un medio indefinido, debido a una fuerza $\chi(t)$ concentrada en un punto del medio, que se toma como origen de coordenadas, y dirigida según el eje x (Fig.1):

$$u_1 = \frac{\partial^2 r^{-1}}{\partial x^2} F_1 + \frac{x^2}{r^3} F_2 + \frac{1}{r} F_3$$

$$v_1 = \frac{\partial^2 r^{-1}}{\partial x \partial y} F_1 + \frac{xy}{r^3} F_2$$

$$w_1 = \frac{\partial^2 r^{-1}}{\partial x \partial z} F_1 + \frac{xz}{r^3} F_2$$

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\rho} \int_{x/\alpha}^{r/\beta} t' \chi(t-t') dt'$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\rho} \left[\frac{1}{\alpha^2} \chi \left(t - \frac{r}{\alpha} \right) - \frac{1}{\beta^2} \chi \left(t - \frac{r}{\beta} \right) \right]$$

$$F_3 = \frac{1}{4\pi\rho\beta^2} \chi\left(t - \frac{r}{\beta}\right)$$

$$r = \bar{i}x + \bar{j}y + \bar{k}z \quad ; \quad \alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad ; \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Al resultado precedente se puede llegar no solo mediante el camino se-
guido por Love, sino también mediante uno debido a Lamb usándolo del modo
indicado por A. Udías (1972). Si consideramos que $y=0$ es un plano de fa-
lla y que sobre sus caras actúa la pareja $\chi(t)$, $-\chi(t)$ en el plano $z=0$ el
desplazamiento correspondiente a la pareja estará dado por:

$$S_2 = \frac{\partial s_1}{\partial y} \Delta y = \bar{i}u_2 + \bar{j}v_2 + \bar{k}w_2$$

o sea que será proporcional a la derivada de s_1 respecto de y . Efectuándola,
se encuentra que a grandes distancias del origen, o como suele decir-
se, en el campo lejano:

$$\begin{aligned} u_2 &= \left(\frac{xy}{r^3} \frac{x}{r} G_1 + \frac{y}{r^2} G_2 \right) \Delta y \\ v_2 &= \frac{xy}{r^3} \frac{y}{r} G_1 \Delta y \\ w_2 &= \frac{xy}{r^3} \frac{z}{r} G_1 \Delta y \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} G_1 &= - \frac{1}{4\pi\rho} \left[\frac{1}{\alpha^3} \dot{\chi}\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) - \frac{1}{\beta^3} \dot{\chi}\left(t - \frac{r}{\beta}\right) \right] \\ G_2 &= - \frac{1}{4\pi\rho\beta^3} \dot{\chi}\left(t - \frac{r}{\beta}\right) \end{aligned}$$

Se ve en estas expresiones que los términos en G_1 representan un movimien-
to longitudinal, que será nulo en los planos $y=0$ e $x=0$. A dichos planos se
los conoce con el nombre de planos nodales. El primero será el plano de
falla y al segundo se lo conoce con el nombre de plano auxiliar. Los pla-
nos nodales dividen el espacio en cuatro cuadrantes a saber (x, y) , $(x, -y)$,
 $(-x, y)$ $(-x, -y)$. Si el movimiento longitudinal tiene signo positivo en el
cuadrante (xy) , lo tendrá también en el cuadrante $(-x, -y)$, y signo negativo
en los cuadrantes $(-x, y)$ $(x, -y)$ (Figura 1).

El movimiento longitudinal consta de una parte que se propaga con la
velocidad α , o de las ondas P, y otra que se propaga con la velocidad β ,
o de las ondas S. Considerando solo la parte P, cabe entonces esperar na-
rra ella en el campo lejano la distribución de signos por cuadrantes recién
descrita.

El término en G_2 representa un movimiento que se propaga con veloci-
dad β que sumado al debido al 2º término de G_1 constituye el movimiento S.
Multiplicando las componentes de ese movimiento por $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{z}{r}$ y sumando, la

suma resulta ser nula, o sea que S resulta ser ortogonal con el rayo. Examinando sus componentes se ve que se anula para $y=0$, pero no para $x=0$. Con ayuda de S se puede entonces discriminar entre el plano de falla y el plano auxiliar.

El vector S forma con el rayo un plano que se conoce con el nombre de plano de polarización de S. Ese plano forma con el plano de incidencia en la estación un ángulo α_1 que se conoce con el nombre de ángulo de polarización.

En la Figura 2, que representa al globo terrestre, sea: O su centro, E una estación, H el hipocentro y B el epicentro.

El plano de incidencia será el HEO, ya que está formado por el rayo HE y la vertical OE de E. Ese plano contiene evidentemente al radio OB que pasa por el foco. El ángulo α_1 se puede definir por ello también como el formado por el plano de polarización con el formado por los radios OB y OE, o sea con el plano azimutal de B en E o de E en B.

Debajo del plano de falla S tiene el signo de χ y signo contrario encima del mismo.

El signo del comienzo de P no se altera cuando esas ondas emergen en la estación, y por ello se lo puede utilizar para definir los planos nodales. También se puede usar para ello las ondas S, sobretudo si provienen de distancias focales superiores a los 40° , en cuyo caso ejecutan movimientos lineales y por ello conservan el signo y el ángulo α_1 , de polarización. Pero como su registro es menos neto que el de las ondas P es aconsejable considerarlos no como recurso principal, sino como recursos auxiliares. Cuando provienen de estaciones cuya distancia epicentral es menor que 40° , su movimiento no se conserva en el plano de polarización, pero el ángulo puede ser rescataable, aunque con menos precisión que cuando $\Delta > 40^\circ$. Razonando de un modo análogo se puede establecer igualmente los hechos cuando en el foco actúa una doble cupla. Si las fuerzas de una pareja tienen la dirección de y, y las de la otra tienen la dirección de x, y ambos están en el plano $z=0$, el desplazamiento resulta dado por expresiones como las dadas en (1), solo que a los términos en G_1 se los debe duplicar y a v_2 se le debe sumar $x/r^2 G_2$. En este caso también resulta por ello para P una distribución de signos por cuadrantes, separados por dos planos nodales, perpendiculares cada uno, a una de las cuplas; pero ahora S no se anula en esos planos, sino que se presenta con módulos mínimos dentro de los cuadrantes.

DETERMINACION DE LOS PLANOS NODALES

De conformidad con lo recién expuesto nos hemos apoyado principalmente en los signos de P, para lograr la posición de los planos nodales.

Como los rayos sísmicos son curvos, conviene reducir el conjunto de datos a otro tal que la distribución de los signos adquiriera una configuración sencilla. Al efecto se ha visto que lo más recomendable es trasladar el dato de cada estación sísmica E al punto E_1 (Figura 1) en que el rayo que llega a la misma perfora una esfera pequeña que se puede imaginar cen-

trada en el foco. A dicha esfera se la denomina con el nombre de esfera focal. Una vez ubicado ese dato, se tendrá sobre la esfera conjuntos de puntos con signo positivo y otro con signo negativo y en base de ellos se puede buscar el par de círculos máximos ortogonales que los separe por cuadrantes, lo que puede hacerse: a) analíticamente, usando el criterio probabilístico propuesto por L. Knopoff (1960) sistematizado por K. Kasahara (1963), o el criterio de J. Hodgson y J. Wikens (1965); y b) mecánicamente, por tanteos. En el presente trabajo usamos este último método. Como para aplicarlo resulta incómodo operar en el espacio, se acude a una representación de los hechos en un plano. Al efecto la representación estereográfica resulta muy ventajosa porque es conforme y en ella los círculos se proyectan como círculos.

Como se opera con datos del campo lejano y los rayos correspondientes a ese campo emergen con ángulos i_h menores que 90° , conviene tomar como polo de proyección el punto en que la esfera focal es atravesada por la vertical del foco dirigida hacia el exterior del globo. En esa proyección las estaciones quedan ubicadas sobre rectas como la OE (Figura 3) que representa al plano de azimut A_E que pasa por la estación a una distancia $OE = R \operatorname{tg} \frac{i_h}{2}$ del punto O, siendo R el radio del círculo ecuatorial de la proyección estereográfica.

Una vez que se tiene ubicadas las estaciones con el signo P que les corresponde, se procede a buscar la pareja de círculos representativa de los planos nodales. A dicho fin conviene preparar plantillas con representaciones de círculos máximos ortogonales, como los de la Figura 4, con inclinaciones diversas respecto del plano horizontal. Para construir esas plantillas se tiene:

- a) Que si δ es el ángulo entre uno de los círculos máximos y el plano horizontal, el radio de la circunferencia que representa ese círculo está dado por:

$$g = \frac{R}{\cos \delta}$$

- b) Que si δ' es el ángulo del círculo ortogonal al precedente, el ángulo c entre la traza del círculo δ y la traza del círculo δ' estará dado por:

$$\cos c = \operatorname{ctg} \delta \operatorname{ctg} \delta' \quad (2)$$

- c) Los diámetros DF, D'F' constituyen la traza, respectivamente, del círculo δ y del círculo δ' .

- d) Las proyecciones de todos los círculos que son ortogonales con el círculo δ se cortan en un punto K de la normal a la traza DF de ese círculo, que se halla del centro A de la proyección a una distancia:

$$AK = R \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}$$

- e) La propiedad precedente permite trazar a mano levantada proyecciones de círculos δ' de ensayo, ya que para ello se dispone del punto K y de los extremos del diámetro que representa la traza del círculo δ' de ensayo. El valor correcto δ' se puede sacar en base del ángulo c de esa traza y del ángulo δ , mediante la relación (2).

Para efectuar la determinación se contó con los datos que figuran en

la tabla 1. En ella i_p e i_s representan los ángulos de emergencia en el foco respectivamente de P y de S. Los de P para distancias $\Delta > 15^\circ$ se sacaron de las tablas de Nuttli. Los de S, así como los de P para $\Delta < 15^\circ$, se calcularon en base de la tabla de Jeffreys - Bullen. Para juzgar de la bondad de los datos se da en la tabla las amplitudes P_z leídas del comienzo de P en la componente Z. También se da en ella el azimut A_E de las estaciones, azimut A_F del foco medido en la estación, el ángulo de polarización de S, y su módulo obtenido del modo que se indica algo más adelante.

En virtud de sus propiedades conviene representar S por una recta proporcional a su módulo, coincidente con su proyección y centrada en la proyección de E.

Como S es normal al rayo su proyección, coincide con la tangente a la proyección del círculo máximo que representa al plano de polarización, y por ello forma con la recta OE representativa del plano de incidencia, un ángulo igual al ángulo de polarización (Fig. 3).

Para calcular este último se tiene en el triángulo ZIJ de la Figura

$$\operatorname{ctg} \alpha_1 = \frac{\operatorname{sen} c \operatorname{ctg} a - \cos c \cos \beta_1}{\operatorname{sen} \beta_1}; \quad b = 90^\circ; \quad \operatorname{sen} \alpha_1 = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} \beta_1$$

Los ángulos a, c y β_1 por su parte, están dados por las fórmulas:

$$\operatorname{sen} a = \sqrt{\frac{S_E^2 + S_N^2}{|S|}}; \quad \cos a = \frac{S_Z}{|S|}; \quad c = 180^\circ - i_s; \quad \beta_1 = A_s - A_F$$

$$\operatorname{tg} A_s = \frac{S_N}{S_E}$$

En la Figura 6 se da la representación de las diversas estaciones con el signo de P y en algunas también la representación de S, datos ambos extraídos de los sismógrafos de período largo.

Como de S se pensó obtener solo una información auxiliar, nos valimos para representarla de su aceleración en el instante inicial y para obtener esta última asimilamos el sismograma a una función $S(t)$ del tiempo expresable por un polinomio de potencias del tiempo t.

Para definir $S(t)$ cabe tener presente que en el instante inicial tanto el sismógrafo como el galvanómetro se hallan en reposo y por ello que

$$\text{para } t=0 \text{ deberá ser } s=\dot{s}=0; \quad x=\dot{x}=0 \quad (3)$$

entendiéndose por x el movimiento del centro de masa o del centro de oscilación del sismógrafo.

El funcionamiento de los sismógrafos electromagnéticos, como es sabido, queda descripto con bastante aproximación por las ecuaciones:

$$\ddot{x} + 2 \epsilon_1 \dot{x} + n_1^2 x - \sigma_1 \dot{s} = \ddot{s} \quad (4)$$

$$\ddot{s} + 2 \varepsilon_2 \dot{s} + n_2^2 s - \sigma_2 \dot{x} = 0$$

en los cuales η representa el movimiento del suelo, x el movimiento del captor y $\varepsilon_i, n_i, \sigma_i$ son constantes del equipo sismográfico.

Eliminando x de estas ecuaciones y teniendo en cuenta las tres primeras condiciones que figuran en (3) resulta:

$$-\ddot{\eta} = \frac{1}{\sigma_2} \left[a_0 \int_0^t s \, dt + a_1 s + a_2 \dot{s} + a_3 \ddot{s} + \ddot{s}' \right] \quad (5)$$

expresión en la que las a_i dependen de las constantes del equipo sismográfico.

Teniendo en cuenta las dos condiciones (3) aceptamos para nuestro propósito que fuera

$$s = et^3 + gt^4 \quad (6)$$

e y g siendo constantes que se pueden determinar agregando la condición de que para $t=t_1$ sea $s=A_1$ y $\dot{s}=0$; t_1 siendo el instante en que $S(t)$ tiene su primer máximo y A_1 el valor de este último.

Con dichas condiciones resulta:

$$e = \frac{4A_1}{t_1^3} \quad ; \quad g = \frac{3A_1}{t_1^4}$$

y con ello en base de (5), para $t=0$, la sencilla fórmula:

$$-\ddot{\eta} = \frac{24 A_1}{\sigma_2 t_1^3}$$

Como el valor de σ_2 es algo difícil de obtener con precisión y el mismo es proporcional a la amplificación dinámica, optamos por usar en vez de σ_2 el valor máximo de esta última, el cual en los instrumentos de la AWS es numéricamente del mismo orden.

Una vez obtenido $\ddot{\eta}$ procedimos a reducir su valor por el efecto de propagación que podemos designar χ , lo que se hizo dividiéndolo por ese grandor. Dicho efecto se compone de uno G de expansión geométrica, debido a la irradiación esférica y esfericidad del globo; de uno ξ debido a imperfecciones de elasticidad del medio propagante, y de uno ζ debido a particiones de energía en superficies de discontinuidad. Es decir que

$$\chi = G\xi\zeta$$

El efecto G se puede calcular con la fórmula siguiente (M. Bath, 1975) :

$$G = \frac{1}{r_0} \left[\frac{\rho_h \beta_h \operatorname{sen} i_h^s}{\rho_0 \beta_0 \operatorname{sen} \theta \cos i_0} \frac{di}{d\theta} \right]^{1/2} \quad (7)$$

En ella r_0 es el radio terrestre, ρ_0 , ρ_h representan la densidad del

material y β_0 y β_h la velocidad de S en el foco y en la superficie, θ la distancia epicentral, i_s el ángulo de emergencia de S en el foco, e i_0 el ángulo de llegada a la estación.

A la (7) se puede llegar con las consideraciones que B. Gutenberg presentara en uno de sus trabajos (1929) mucho tiempo atrás.

Para calcular G supusimos:

$$r_0 = 6371 \text{ km} ; \rho_h = 3,35 ; \rho_0 = 2,6 ; \beta_h = 4,36 ; \beta_0 = 3,36$$

Los efectos ξ y ζ se pueden determinar en base de sus valores correspondientes a las componentes espectrales de \ddot{u} .

Según Bâth (loc.cit) el efecto ξ en la componente espectral

$$\bar{u}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta(\tau) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau$$

estará dado por:

$$\xi(\nu) = e^{-\int \frac{1}{Q(\nu, \ell)\beta(\ell)} d\ell}$$

expresión en la que ℓ es el largo del rayo, β es la velocidad de las ondas S, y Q un grandor que varía con ℓ , lo que también ocurre con β .

Para nuestro propósito estimamos que podría aceptarse que en total

$$\xi = e^{-k\Delta} \quad (8)$$

Δ siendo la distancia epicentral en kilómetros y $k = 6 \times 10^{-5}$, valor éste que encontrara Gutenberg (1958) para P y S.

Para obtener ζ se puede acudir a los gráficos de Haskell (1960, 1962) para incidencia de ondas S. Tomándolos en cuenta pareció aceptable asignarle un valor único igual a 1.2.

Teniendo presente la influencia del ángulo de incidencia en la polarización de S, nos limitamos en su empleo a solo estaciones cuyo $\Delta > 20^\circ$.

Ensayando con diversas plantillas colocadas sobre la representación de S y de signos de P de la Figura 6, la combinación de planos ortogonales mas plausible para definir los planos nodales pareció ser la que se indica en dicha figura, y según la distribución de las S el sistema de fuerzas podría haber estado formado mas bien por una doble cupla.

De la misma figura se saca que ambos planos nodales forman con la horizontal un ángulo $\delta = 60^\circ$. La traza de uno de ellos tiene rumbo N 14° E y la del otro tiene rumbo N 84° E, por lo que el ángulo entre ellas resulta ser de 70° . Teóricamente ese ángulo debe satisfacer a la fórmula (2), por lo que deberá resultar igual $70,5^\circ$. Como la proyección del movimiento es en uno de los planos perpendicular a la traza del otro, resulta que en el primero su rumbo es de N 76° W, y S 6° E en el segundo.

De la Figura 6 se saca que la región del foco habría estado sometida

a fuerzas de compresión en la dirección NO-SE y de tracción en la dirección normal a esta última, resultado que concide con el que encontraron, al go mas al Norte, Hodgson y Stevens (1964) varios lustros antes.

MOMENTO SISMICO, LARGO DE FALLA Y DISLOCACION

Hanks y Thatcher (1972) sintetizando resultados de J. Brune (1970) y, teniendo presente otros de varios autores más, destacan que si se considera el espectro $F(\nu)$ de las ondas S, ν siendo la frecuencia correspondiente al espectro, se obtendrá para su módulo una función como la que se presenta en la Figura 7. En ella se tiene una parte con escasa pendiente cuando ν es pequeño y otra con pendiente pronunciada cuando ν es grande. Destacan además que, según V.I. Keilis Borek, el momento sísmico M de una de las cuplas se puede determinar con la fórmula:

$$M = 4\pi\rho_h \xi_h^3 R F(o) \tag{9}$$

y que admitiendo un área circular para la falla, su radio ℓ estaría dado según Brune por la fórmula:

$$\ell = \frac{1.17 \beta}{\pi \nu_o} \tag{10}$$

En la (9), $F(o)$ representa el módulo de $F(\nu)$ para $\nu \rightarrow 0$ y R un factor de reducción de $F(o)$ a su valor en el hipocentro; y en la (10), ν_o es la frecuencia en la cual se corta la línea $F=F(o)$ con la tangente a F para $\nu \rightarrow \infty$. A ν_o se la conoce con el nombre de frecuencia de "esquina".

Hanks y Wyss (1972) cotejaron esa fórmula con datos sacados "in situ" y encontraron que son bastante razonables y que los mismos pueden usarse también con ondas P, sustituyendo β por la velocidad α de estas últimas.

A la (10) llegó Brune por consideraciones cualitativas y en parte empíricas. A una fórmula parecida, válida tanto para S como para P, y también a la (9), puede llegarse fácilmente usando las consideraciones de T. Hirasawa y W. Stauder (1965), de K. Khattri (1972), o de J.C. Savage (1972). Tomando las de este último en virtud de las simplificaciones que contiene y teniendo presente las expresiones (1) cabe poner para el desplazamiento de P o de S correspondiente a una falla rectangular coincidente con el plano $z=0$, alargada y deslizante según el eje x :

$$U = \Delta y \frac{G \xi \zeta}{4\pi\rho c^3} K W \int_{-L/2}^{L/2} \dot{\chi}(t - \frac{r}{c} - \tau) d\ell, \tau = \xi \left(\frac{1}{\nu} - \frac{\ell}{|\ell|} \frac{\text{sen } \theta}{c} \right) \tag{11}$$

expresiones en las cuales es:

W el ancho y L el largo de la falla

K un factor que representa la radiación debida a la forma en que está dispuesta la estación respecto del sistema x y z .

θ el ángulo que forma el rayo con x

ℓ la coordenada x de un punto de la falla

v la velocidad de ruptura

c la velocidad de propagación de las ondas

Procediendo con (11) como lo hace Savage con sus expresiones, se saca para la amplitud del espectro de U:

$$|\hat{U}(\omega)| = F(v) = \Delta y \frac{G \xi \zeta}{4\pi\rho c^3} K W \frac{L}{2} \phi(\omega) |\hat{\chi}(\omega)| \quad (12)$$

con

$$\omega = 2\pi\nu, \quad \phi(\omega) = \left[\phi_1^2 + \phi_2^2 + 2 \phi_1 \phi_2 \cos \omega \left(\frac{\tau_1 - \tau_2}{2} \right) \right]^{1/2}$$

$$\phi_1 = \frac{\text{sen } \omega \frac{\tau_1}{2}}{\frac{\tau_1}{2}}, \quad \phi_2 = \frac{\text{sen } \omega \frac{\tau_2}{2}}{\frac{\tau_2}{2}}$$

$$\tau_1 = \frac{L}{2} \left(\frac{1}{v} - \frac{\cos \theta}{c} \right), \quad \tau_2 = \frac{L}{2} \left(\frac{1}{v} + \frac{\cos \theta}{c} \right)$$

Como $\hat{\chi}(\omega) = \frac{\hat{\chi}(\omega)}{i \omega}$ y $\hat{U}(\omega) = F(v)$, la (12) puede escribirse:

$$F(v) = \frac{G \xi \zeta K}{4\pi\rho c^3} \Delta y W \frac{L}{2} \frac{\phi(\omega)}{\omega} |\hat{\chi}(\omega)| \quad (13)$$

Consideremos ahora esa expresión para $\omega=0$. Como $\frac{\phi(\omega)}{\omega} \rightarrow 2$ para $\omega \rightarrow 0$ se tendrá, en base de la (13):

$$\frac{4\pi\rho c^3 F(0)}{G \xi \zeta K} = \Delta y W L |\hat{\chi}(0)|$$

Por otra parte se tiene que:

$$\hat{\chi}(0) = \int_0^\infty \dot{\chi}(t) e^{-i\omega t} dt = \int_0^\infty \dot{\chi}(t) dt$$

$\omega = 0$

y además que:

$$\Delta y W L \int_0^\infty \dot{\chi}(t) dt = M$$

Luego resulta:

$$\frac{4\pi\rho c^3 F(0)}{G \xi \zeta K} = M \quad (14)$$

que no es sino la fórmula (9) en la cual:

$$R = \frac{1}{G \xi \zeta K}$$

Para ampliar la información acerca de $F(v)$ conviene atribuirle a $\chi(t)$ una expresión razonable. Una así puede ser, por vía de prueba, la siguiente análoga a la usada por Haskell (1964):

$$\chi(t) = \frac{D}{\Delta y} H(t) \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) e^{-\gamma t}, \quad \gamma \rightarrow 0 \quad (15)$$

$H(t) \equiv$ función de Heaviside y D una constante

Con (15) resulta:

$$|\hat{\chi}(\omega)| = \frac{D}{\Delta y \omega \sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$$

y por ello:

$$F(v) = \frac{G \xi \zeta K}{8\pi \rho c^3} \frac{\phi(\omega)}{\omega} \frac{WLD}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \quad (16)$$

Comparando (16), escrita para $v = 0$, con (14) se ve que $WLD = M$ por lo que:

$$F(v) = \left(M \frac{G \xi \zeta K}{4\pi \rho c^3}\right) \left(\frac{\phi(\omega)}{2 \omega}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \quad (17)$$

Llamando N al primer factor del 2º miembro y tomando logaritmos resulta:

$$\log F(v) = \log N + \log \frac{\phi(\omega)}{2 \omega} - \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

Por ello para $v = 0$, o sea para $\omega = 0$:

$$\log F(0) = \log N$$

y para valores grandes de v :

$$\log F(v) = \log N + \log \frac{\phi(\omega)}{2} - 2 \log \omega - \log T \quad (18)$$

Con las apreciaciones de Savage (loc cit) podemos poner:

$$\phi(\omega) = 4 \frac{c}{L} \frac{\sqrt{\left(\frac{c}{v}\right)^2 + \cos^2 \theta}}{\left(\frac{c}{v}\right)^2 - \cos^2 \theta} = 4 \frac{c}{L} \Psi(\theta) \quad (19)$$

Con ello la (18) se presenta como ecuación de una recta cuya pendiente que, podemos designar m , es igual a -2 en un sistema cuyas abscisas son $\log \omega$ y cuyas ordenadas son $\log F$. La intersección de esa recta con la recta $\log F = \log N$ se produce cuando

$$\omega_0 = \sqrt{2 \frac{c}{L} \Psi T^{-1}} = 2\pi v_0 \tag{20}$$

Aceptando con Savage que sean:

$$T = \frac{w}{4.6 v} \quad ; \quad v = 0.9 \beta \quad \text{o sea} \quad v = \frac{0.9}{\sqrt{3}} \alpha \tag{21}$$

resulta para $c = \alpha$, o sea para ondas P:

$$\begin{aligned} \Psi(\theta) &= 0.52 & \text{si} & \quad \theta = \frac{\pi}{2} \\ &= 0.80 & \text{si} & \quad \theta = 0 \\ &= 0.64 & \text{si} & \quad \cos^2 \theta = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Se le puede por lo tanto asignar este último valor, con lo que en base de (20) para las citadas ondas resulta:

$$v_0 = \frac{0.875\alpha}{\pi \sqrt{WL}}$$

Por lo tanto si el área de falla fuera circular de radio ℓ , como lo supone Brune:

$$v_0 = \frac{0.49\alpha}{\pi \ell} \tag{22}$$

Fórmula análoga a la de ese autor pero que conduce a un valor de ℓ mucho menor. Para que resulten iguales, será necesario admitir que cuando

$$t = \frac{W}{2v}$$

sea

$$1 - e^{-\frac{t}{T}} = 1 - 2.4 \times 10^{-6} \tag{23}$$

y no igual a 0.9 como supone Savage, con lo que debería ser

$$T = \frac{W}{25.9 v} \tag{24}$$

Como de lo expuesto surge la posibilidad de operar con el espectro de P, y estas ondas estan mejor definidas en el sismograma que las S, optamos por hacerlo solo con ellas, usando al efecto la componente Z por ser la menos afectada por movimientos espúreos.

Para hacer el análisis espectral no dispusimos de una digitizadora adecuada; acudimos por ello al recurso sugerido tiempo atrás por Y. Sâto (1955), consistente en representar el sismograma f(t), en el intervalo que va desde un instante t_k en que se tiene un extremo A_k de f(t) a otro instante inmediato en el que se tiene el extremo A_{k+1}, por la expresión

$$\psi(t) = \frac{A_k + A_{k+1}}{2} + \frac{A_k - A_{k+1}}{2} \cos \pi \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} \tag{25}$$

Esta expresión tiene la virtud de que coincide con f(t) en t_k y en t_{k+1} y para esos instantes sus derivadas se anulan como ocurre con las de f(t) (Fig.8). Tiene empero el defecto de que con ella no resulta satisfecha la exigencia señalada en (3), de que para t=0 sea ẋ=0. La usamos por ello desde el instante t=t₁ en que se tiene el primer extremo de f(t) y desde t=0 hasta t=t₁, identificamos f(t) con el polinomio (6), el cual tiene también la virtud de que su derivada es nula para t=t₁ y por lo tanto empalma bien con (25).

Mediante (25) y ese polinomio se obtiene; siendo k=1,2,...,n:

$$\begin{aligned}
 F(v) &= \sqrt{c^2 + s^2} \quad ; \quad c = eK_3 + gK_4 + \sum_{k=1}^{k=n-1} J_k^{k+1} \\
 s &= eN_3 + gN_4 + \sum_{k=1}^{k=n-1} L_k^{k+1} \quad ; \quad e = \frac{4A_1}{t_1^3} \quad ; \quad g = -\frac{3A_1}{t_1^4} \\
 K_4 &= \frac{t_1^4 \operatorname{sen} \omega t_1}{\omega} - \frac{4}{\omega} N_3 \quad ; \quad N_4 = -\frac{t_1^4 \operatorname{cos} \omega t_1}{\omega} + \frac{4}{\omega} K_3 \\
 N_3 &= \left[-\frac{t_1^3}{\omega} + \frac{6t_1}{\omega^3} \right] \operatorname{cos} \omega t_1 + \left[\frac{3t_1^2}{\omega^2} - \frac{6}{\omega^4} \right] \operatorname{sen} \omega t_1 \\
 K_3 &= \left[\frac{t_1^3}{\omega} - \frac{6t_1}{\omega^3} \right] \operatorname{sen} \omega t_1 + \left[\frac{3t_1^2}{\omega^2} - \frac{6}{\omega^4} \right] \operatorname{cos} \omega t_1 + \frac{6}{\omega^4} \tag{26} \\
 J_k^{k+1} &= \frac{1}{\omega} (X_1 + X_2) \quad ; \quad L_k^{k+1} = \frac{1}{\omega} (Y_1 + Y_2)
 \end{aligned}$$

$$X_1 = \frac{1}{2} (A_k + A_{k+1}) (-\operatorname{sen} \omega t_k + \operatorname{sen} \omega t_{k+1})$$

$$X_2 = \frac{1}{2} (A_k - A_{k+1}) \frac{\omega^2}{m^2 - \omega^2} (\operatorname{sen} \omega t_k + \operatorname{sen} \omega t_{k+1})$$

$$Y_1 = \frac{1}{2} (A_k + A_{k+1}) (\cos \omega t_k - \cos \omega t_{k+1})$$

$$Y_2 = \frac{1}{2} (A_k - A_{k+1}) \frac{\omega^2}{m^2 - \omega^2} (\cos \omega t_k + \cos \omega t_{k+1})$$

$$\omega = 2 \pi \nu \quad ; \quad m = \frac{\pi}{t_{k+1} - t_k}$$

En base de las expresiones de K_3 , K_4 , N_3 y N_4 se obtiene las siguientes expresiones que facilitan el cálculo y por lo tanto conviene introducir en las de c y s :

$$eK_3 + gK_4 = \frac{A_1}{\omega^5 t_1^4} [\gamma_1 \operatorname{sen} \omega t + \gamma_2 (1 + 2 \cos \omega t)]$$

$$eN_3 + gN_4 = \frac{A_1}{\omega^5 t_1^4} [2\gamma_2 \operatorname{sen} \omega t - \gamma_1 \cos \omega t - 72]$$

$$\gamma_1 = \omega^4 t_1^4 + 12 \omega^2 t_1^2 - 72 \quad ; \quad \gamma_2 = 24 \omega_1 t_1$$

El empleo del método de Sato tiene varias virtudes, a saber: el número de datos necesarios para el cálculo es muy pequeño, ya que se usan solo los extremos de la función; el resultado no está afectado por truncamiento, ni por la contaminación denominada "aliasing"; no limita las frecuencias para las cuales se desea determinar el espectro; y por último efectúa automáticamente un considerable filtrado de ruido.

Para operar se eligieron los mejores sismogramas disponibles. En la Figura 9 se dan las curvas que se obtuvo. En ellas las abscisas son $\log \nu$ y las ordenadas representan el logaritmo del valor en mm que arroja el sismograma dividido por la amplificación dinámica $H(\omega)$ extraída de las curvas de los equipos WWSS. Las curvas llenas dan las amplitudes espectrales sacadas de los sismogramas de período largo y las punteadas, las sacadas de los períodos corto.

Observando su desarrollo, parecieron fidedignos solo los valores correspondientes a períodos de 1 a 50 segundos obtenidos con sismogramas de período largo y los correspondientes a períodos de 0.6 a 4^s obtenidos con sismogramas de período corto.

Análogo criterio siguieron Hanks y Wyss (loc. cit). Ese criterio resulta razonable si se tiene presente como lo señala M. Wyss (1973) que para períodos alejados del que corresponde a la máxima respuesta, los sísmógrafos se vuelven escasamente sensibles. Además es de notar, por un lado, que un error de orden δ en los datos se traduce en F en uno de orden

$$\frac{2\delta \operatorname{sen} \frac{\omega t}{2}}{\omega H(\omega)}$$

grandor éste que crece cuando ω disminuye; y por otro lado, porque cuando ω aumenta entran a influir mucho los microsismos.

En la tabla II damos los valores que cabe adjudicar, en base de las curvas obtenidas, a $F(0)$ y al coeficiente m de $\log \omega$ en la ecuación (18), y a v_0 . Estos últimos se obtuvieron solo de las estaciones en que se dispuso de sísmogramas de largo y corto período.

Los valores de m resultaron ser mas altos que los encontrados por Wyss y Hanks (1972). Favorecerían por lo tanto la sugestión de Savage (loc. cit) de que las expresiones de $\chi(t)$ deben caracterizarse por una dislocación, cuya velocidad es nula en el instante inicial, lo que conduce a una variación de $F(v)$ inversamente proporcional a potencias de la frecuencia v mayores que 2, para valores grandes de v .

Los valores adjudicados a $F(0)$ aunque no obtenidos para $v=0$ pueden considerarse aceptables, si se tiene en cuenta que, en base de (17), es

$$\frac{F(v)}{F(0)} = \frac{\phi(\omega)}{2\omega} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \quad \text{Como} \quad \frac{\phi(\omega)}{\omega} \leq 2 \quad \text{y, en base}$$

de (24), es

$$T \approx 0.07 \frac{W}{\alpha}$$

cabe estimar que

$$\frac{F(v)}{F(0)} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (0.07 \frac{W}{\alpha} \omega)^2}}$$

y por ende que para un período de 30 y $\frac{W}{\alpha} = 2$ resultará

$$\frac{F(v)}{F(0)} \approx 0.9996$$

Para poner en evidencia el efecto de los factores de reducción damos también los valores de G, K y del producto $\xi \zeta$.

A ζ se le asignó el valor de 2,5; ξ se calculó con la fórmula (8); G con la fórmula (7), poniendo α en vez de β con $\alpha_h = 7.8$ y $\alpha_o = 6$ km/seg; y K con la fórmula

$$K = \frac{xy}{r^2}$$

que resulta razonable, teniendo presente las expresiones (1) y las consideraciones con las que se obtiene la fórmula (7) para G .

En la Figura 10 se ve que si E representa una estación y $OE=r$

$$\frac{x}{r} = \cos b \qquad \frac{y}{r} = \sin b \cos \phi$$

y en la Figura 11, que

$$\begin{aligned} \cos b &= \cos \delta_x \cos i + \sin \delta_x \sin i_h \cos \beta_E \\ \phi &= \gamma_E - \gamma_y; \quad \beta_E = A_x - A_E; \quad \beta_y = A_x - A_y \\ \sin \gamma_E &= \frac{\sin i \sin \beta_E}{\sin b}; \quad \cos \gamma_E = \frac{\cos i - \cos b \cos \delta_x}{\sin b \sin \delta_x} \\ \sin \gamma_y &= \sin \delta_y \sin \beta_y; \quad \cos \gamma_y = \frac{\cos \delta_y}{\sin \delta_x} \end{aligned}$$

Siendo A_y, A_x, A_E los acimutes de los vectores representativos de las fuerzas en el foco F de la estación E , y δ_y y δ_x los ángulos que forman los citados vectores con la vertical que pasa por el foco. Obviamente estos últimos son iguales a los ángulos que forman con el horizonte los planos nodales a los cuales son perpendiculares.

Como δ_x, δ_y, A_x y A_y son valores sacados del gráfico, los valores de γ_y calculados por el seno y el coseno no resultan exactamente iguales. En vista de ello optamos por el que resulta del coseno porque ello equivale a adjudicarle a β_y el valor que le correspondería teóricamente en base de los valores de δ_x y δ_y . Al contarse con $F(o)$ y v_o se procedió a determinar los valores de M y ℓ , y posteriormente en base de estos, los valores de la dislocación media \bar{u} y de la caída de tensión $\Delta\sigma$. M se calculó con la fórmula (14), y en razón de que $F(o)$ fué obtenido solo de la componente vertical se dividió el resultado por $\cos i_o$.

Para determinar ℓ optamos por la fórmula (10) de Brune teniendo presente las comprobaciones de su eficiencia, que hicieron Hanks y Wyss (loc. cit). Como se desprende de (23) ella implica que el desplazamiento en la falla llega a diferir del total 5.6×10^{-12} cuando la rotura alcanza los

bordes de la misma en el sentido del ancho.

En cuanto a \bar{u} y $\Delta\sigma$ se calcularon respectivamente con la fórmula

$$\bar{u} = \frac{M}{\mu A} \quad ; \quad A = \pi \ell^2$$

sugerida por K. Aki, y

$$\Delta\sigma = \frac{7}{16} \frac{M}{\ell^3}$$

sugerida por Brune (loc.cit)

Los valores obtenidos figuran en la tabla II. Si se tiene presente el tamaño del factor de reducción $|R|$, los valores más fidedignos resultan ser los acusados por Quito, Tucson y Byerly. Admitiendo para ℓ el valor 11.6 km que acusa la última de estas estaciones y asignando a M el valor 1.33×10^{26} c.g.s. que se obtiene como promedio del que se sacara de estaciones, resulta

$$\bar{u} = 50 \text{ cm} \quad \text{y} \quad \Delta\sigma = 37,3 \text{ bar}$$

valores que parecen bastante razonables.

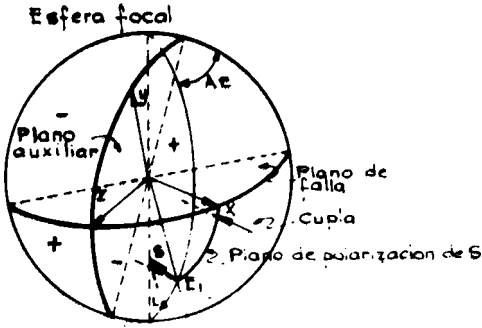


FIG. 1 Rayo sísmico

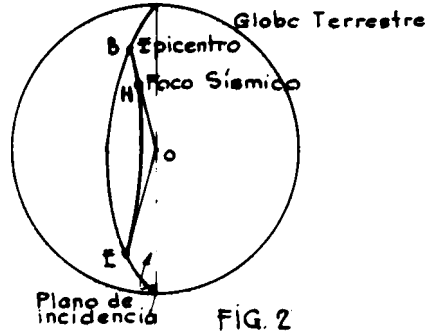


FIG. 2

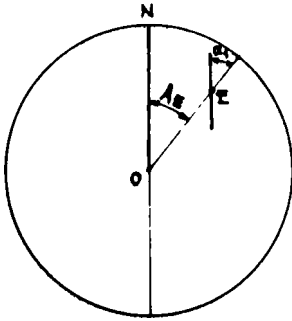


FIG. 3

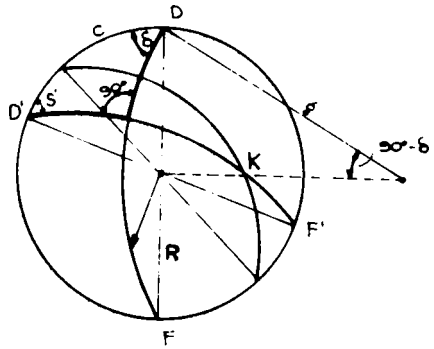


FIG. 4

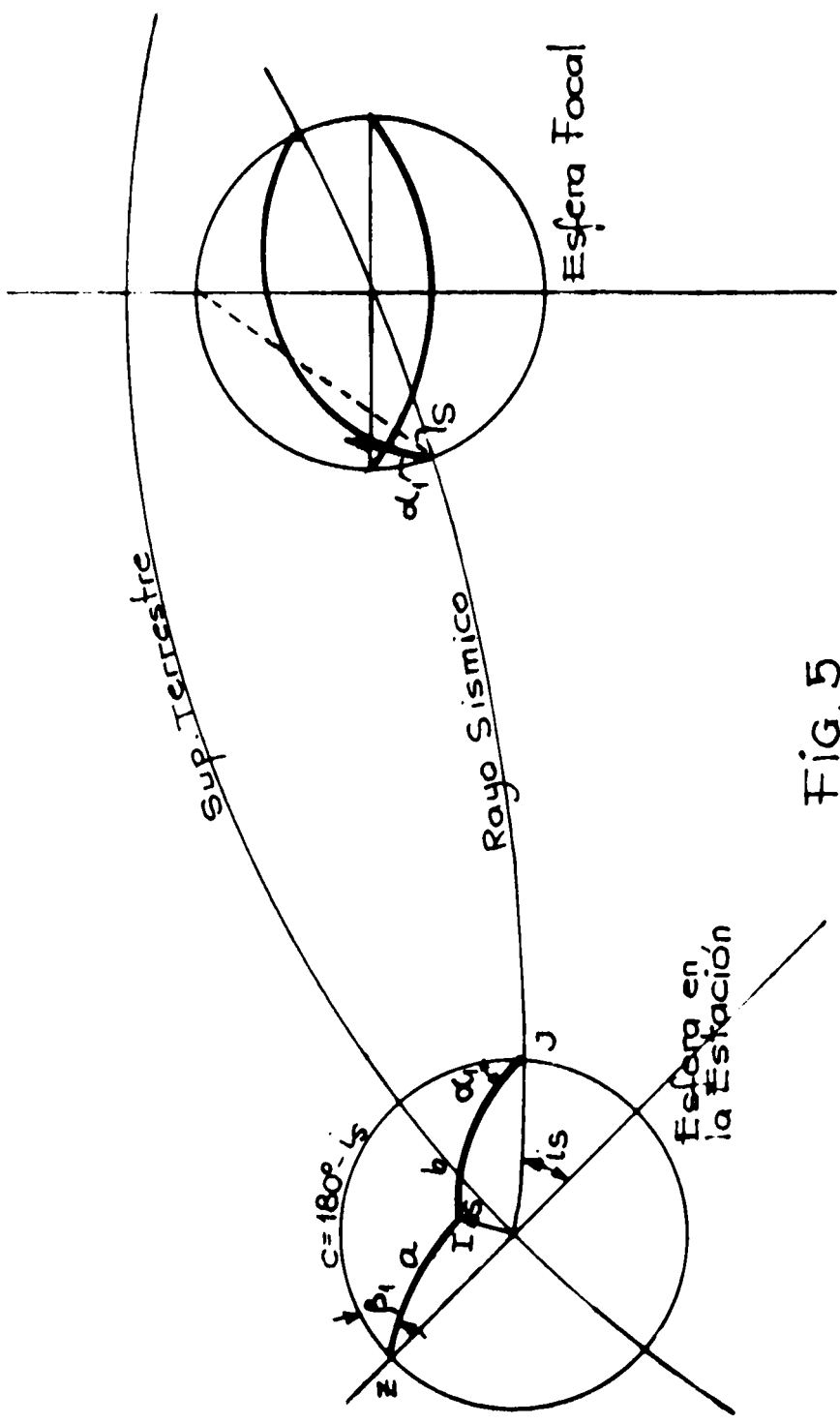


FIG. 5

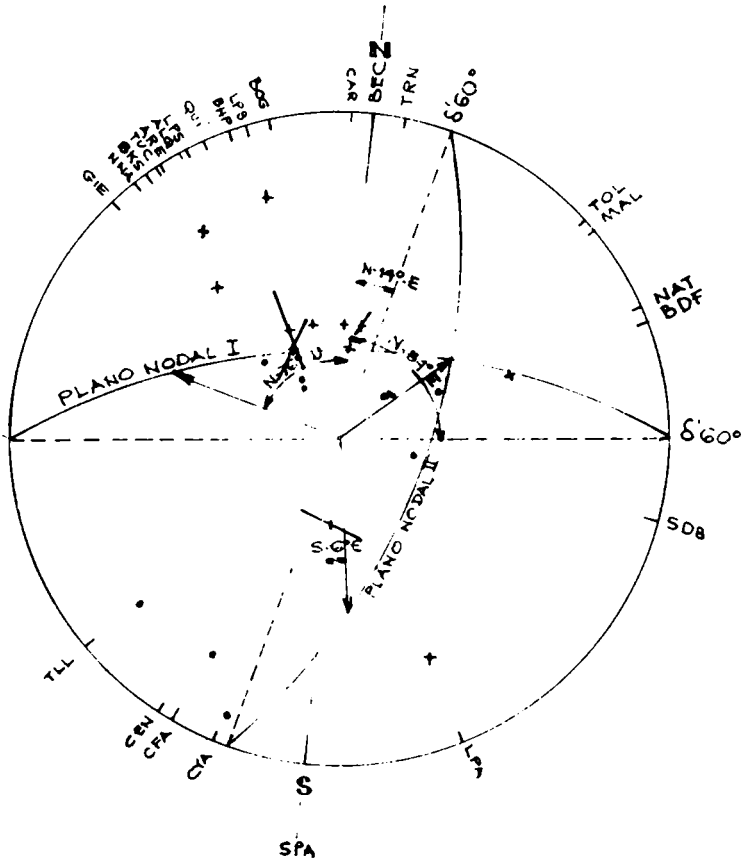


FIG. 6

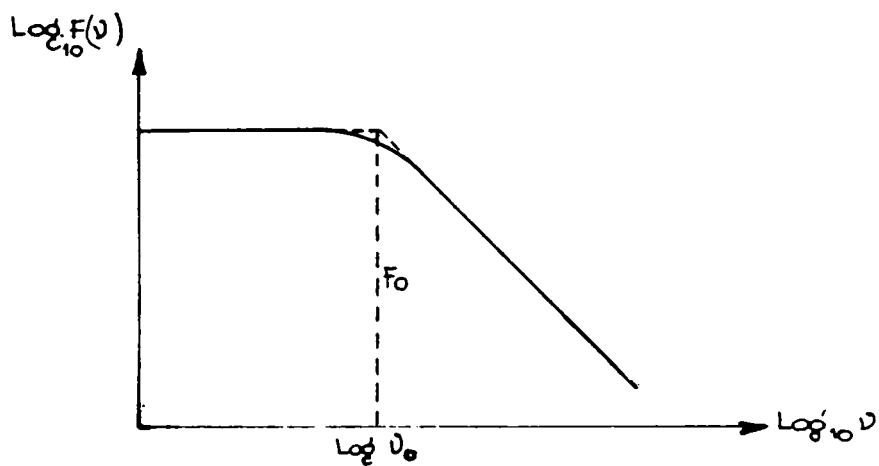


FIG. 7

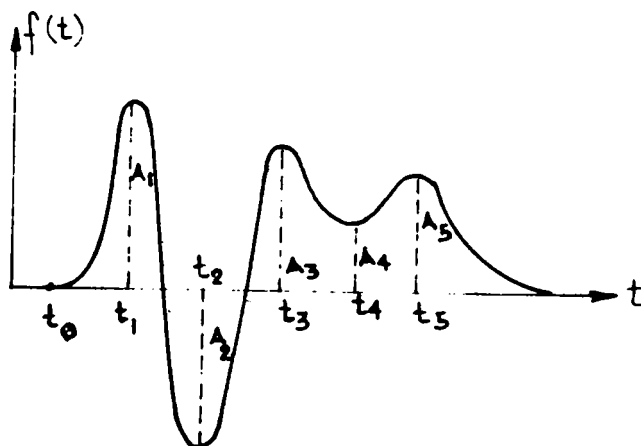


FIG. 8

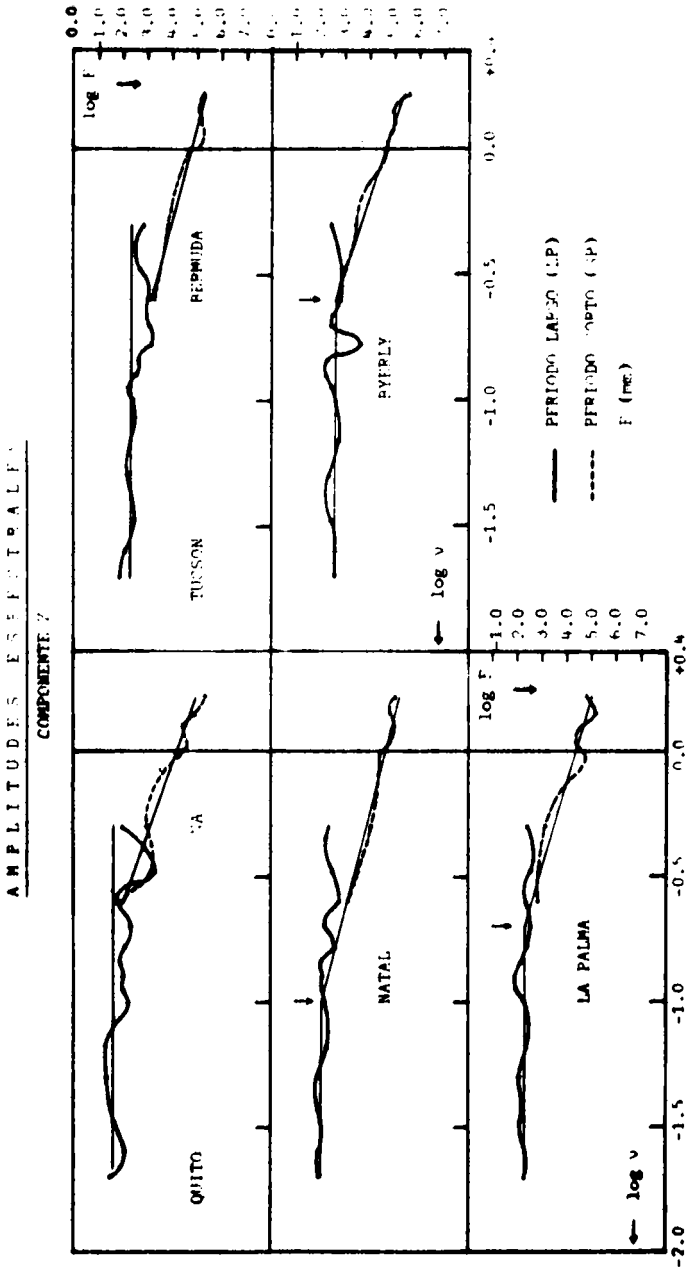


FIG. 9

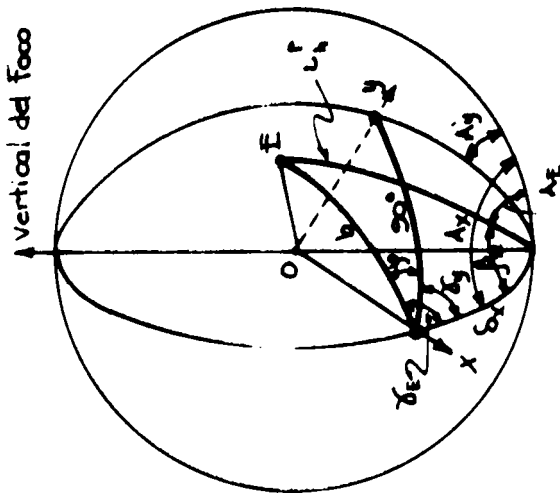


FIG. 10

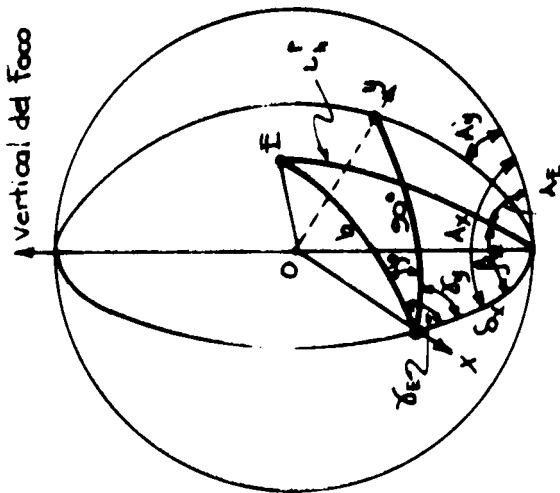


FIG. 11

T A B L A I

TERREMOTO DE SALTA DEL 10 DE NOVIEMBRE DE 1973

Ep: $\delta = 24^{\circ}7' S$ $\lambda = 64^{\circ}6' W$ $h = 40$ km $H = 11^h 19^m 35^s$

ESTACION	Δ	Λ_E	Λ_F	i_p	P_z mm	i_s	i_{s_r}		amplif. instr. máxima
CYA	3°9	196°9	16°5	84°8	- 2.7				
CFA	7°6	204°1	25°8	77°1	- 0.2				
TLL	7°8	223°3	46°7	77°1	- 0.6				
GEN	7°8	207°1	29°1	77°1	+				
LPS	8°7	337°3	158°6	75°4	+ 3.0				1500
PRE	10°4	320°4	142°8	73°2	+ 2.1		59°6		1500
LPA	11°7	152°9	328°7	72°5	+ 0.5				750
HNA	17°1	315°2	139°1	60°7	+ 6.0				3000
UDF	18°0	63°3	237°6	57°4	+ 5.5		97°1		1500
QUI	27°3	320°0	152°1	30°1	+ 4.3	39°5	2575	2°4	1500
BOG	30°5	341°2	152°2	38°7	+ 4.1				3000
GIE	34°4	300°9	135°7	37°6	-				750
HAT	34°4	60°4	232°6	37°6	- 2.3				1500
CAR	35°0	356°0	176°3	37°5	+ 2.2				3000
TRN	35°2	5°4	185°0	37°4	+ 1.5	37°6	757	21°4	3000
BHP	36°5	334°6	156°7	37°0					750
LPS	45°5	325°6	148°0	33°9	+ 2.8	34°4	1915	43°1	3000
BEC	56°7	359°9	179°9	20°9	+ 0.4				1500
SPA	65°6	130°0	0°0			28°9	2125	109°8	375
ALC	71°3	324°6	140°1	25°3					3000
TUC	71°8	320°0	136°3	25°1	- 1.5				1500
SDR	73°3	90°0	248°3	24°6	-				1500
BKS	82°4	317°6	129°2	21°4	- 0.2				3000
MAL	83°3	44°6	232°6			23°3	378	88°8	1500
TOL	85°5	42°2	232°6	20°4	- 0.3	22°6	214	138°1	1500

T A B L A I I

ESTACION	m	v_0	$F(0)$ cm x 10 ⁻³	ζC	G x 10 ⁻⁹	K	R x 10 ⁹	cos i_0	M 10 ²⁵ , cgs	L strune km	\bar{u} cm x 10 ²	\bar{v} bar
MNA	3.62	--	--	2.23	7.79	0.302	0.19	0.7454	--	--	--	--
QUI	--	--	2.5	2.08	1.13	0.081	5.25	0.8761	3.0	--	--	--
MAT	2.70	0.10	1.0	1.93	1.23	0.002	204.27	0.8846	46.1	29.0	2.77	84.7
LPS	2.87	0.20	0.5	1.85	1.19	0.006	75.71	0.9046	8.4	14.5	2.02	120.5
BEC	2.67	--	--	1.71	1.03	0.002	283.88	0.3246	--	--	--	--
TUC	--	--	0.5	1.55	0.88	0.112	6.55	0.9460	0.7	--	--	--
BKS	3.41	0.25	0.25	1.42	0.79	0.155	5.75	0.9603	0.3	11.6	0.11	8.4

BIBLIOGRAFIA

- BATH, M. (1975): *Spectral Analysis in Geophysics* (Elsevier Publ. C°).
- BRUNE, J. (1970): *Tectonic stress and the Spectra of Seismic Shear waves from Earthquakes*, *J. Geophys. Res.*, Vol. 75, p. 4997-5009.
- GUTENBERG, B. (1929): *Theorie der Erdbebenwellen*, *Handbuch der Geophysic Tomo IV, 1* (J. Springer).
- id (1958): *Attenuation of Seismic Waves in the Earth Mantle*, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol 48, p. 269-282.
- HANKS, T.C. y TATCHER, W (1972): *A Graphical Representation of Seismic Source Parameters*, *J. Geophys. Res.*, Vol. 77, p. 4393-4405.
- HANKS, T.C. y WYSS, M. (1972): *The use of body waves spectra in the determination of seismic source parameters*, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 62, p. 561-589.
- HASKELL, N. (1960): *Crustal reflection of plane SH waves*, *J. Geophys. Res.* Vol. 65, p. 4147-4150.
- HIRASAWA, T. y STAUDER, W (1965): *On the Seismic Body Waves from a finite moving source*, *Bull, Seism. Soc. Am.*, Vol. 55 p. 237-262.
- HODGSON, J. y STEVENS A. (1964): *Seismicity and Earthquake Mechanism, Research in Geoph.*, Ch 11 (H. Odishaw Ed. M.I.T. Press).
- HODGSON, J. y WICKENS, A.J. (1965): *Computer determined P nodal solutions for the larger earthquakes of 1959-1962*, *Publ. Dom. Obs. Ottawa*, Vol. 31, p. 123-143.
- KASAHARA, K. (1963): *Computer program for a Fault plane solution*, *Bull. Seism.Soc. Am.*, Vol. 53 p. 1-13.
- KHATTRI, K. (1972): *Body wave directivity function for two dimensional fault model and kinematic parameters of a deep focus earthquake*, *J. Geophys. Res.*, Vol. 77 No 11, p. 2062-2071.
- KNOPOFF, L. (1960): *Analytical Calculation of the Fault Plane Problem*, *Publ. of the Dominion Observatory, Ottawa*, Vol. XXIV, No 10, p. 309-315.
- LOVE, H.E. (1934): *The Mathematical Theory of Elasticity* (Cambridge, Univ. Press, 4th ed.) p. 304-305.
- SATO, Y. (1955): *Analysis of dispersed surface waves by means of Fourier Transform I*, *Bull. of the Earthquake Res. Inst.*, Vol 33, Part I, p. 33-38.
- SAVAGE, J.C. (1972): *Relation of Corner Frequency to Fault Dimensions*, *J. Geophys. Res.*, Vol. 77, p. 3788-3795.

UDIAS VALLINA, A. (1972): *Estudio del mecanismo focal de los terremotos mediante ondas internas*, Revista de Geofísica, Madrid, Vol. 31, Nº 1-4.

WYSS, M. (1973): *Derivation of rupture area and stress drop from body wave displacement spectra and the relative material strength in deep seismic zones*, Phil. Trans. London A, 274, p. 361-368.