

APLICACION DE FRACTALES A MUESTRAS ESTRATIGRAFICAS: CONSIDERACIONES AL ASPECTO METODOLOGICO

Lidia B. Esper¹, Otón M. Grimolizzi² y Marta I. Torres³

¹I.R.G.y S.T - Fac. de Cs. Naturales e I. M. Lillo - UNT, Félix de Olazábal 489.
San M. de Tucumán (CP4000), liesper@yahoo.com.ar;

²CONICET - I.R.G.y S.T - Fac. de Cs. Naturales e I. M. Lillo - UNT, Laprida 888 1D
San M. de Tucumán (CP 4000); grimolizzi@aol.com.

³I.R.G.y S.T - Fac. de Cs. Naturales e I. M. Lillo - UNT, San Juan 865.
San M. de Tucumán (CP4000), pirinchatb@hotmail.com;

RESUMEN

Se evalúa el potencial de esta técnica aplicada al análisis de las dimensiones fractales resultantes de las mediciones de espesores en dos perfiles de la Formación Puncoviscana a orillas de la Quebrada del Toro y del Grupo Mesón en la localidad de la Pedrera, en la provincia de Salta (noroeste argentino), donde aflora una secuencia completa (comprimida) con tres formaciones, que de base a techo son: Lizoite, Campanario y Chaulmayoc.

El comportamiento fractal se evidencia como una línea recta en un gráfica log-log de una ley potencial, donde el eje de las abscisas representa la medida del espesor del estrato y el eje de las ordenadas representa el logaritmo de N, siendo N el número de estrato con un espesor más grande que uno dado. Los apartamientos de esta recta en las zonas extremas de la escala del eje x, son interpretados como límites a la fractalidad; aún mas, algunos autores incluso distinguen intervalos de comportamiento lineal. Esto se contrapone con la esencia misma de la fractalidad cuya característica es la autosimilitud. Cuando se incluyen todas las medidas de espesores de estrato, el comportamiento no es lineal, sino cuadrático, e incluso de tercer orden. Esto se interpreta a un ordenamiento en las estructuras y que se extiende a todos los tamaños de muestras. Podemos concluir que para toda la escala dimensional es un proceso mixto, con componentes fractales de diversos órdenes.

Palabras claves: ley potencial, fractalidad, dimensión fractal, autosimilitud, estratigrafía.

ABSTRACT

Fractal property as an analysis tool is evaluated in fractal dimension calculations carried on data resulting from profile thickness measurements at the Puncoviscana formation bordering the Toro river canyon and the Mesón group in La Pedrera, both in the province of Salta (NW of Argentina). The latter exhibiting a complete (compressed) sequence of three formations (in bottom to top order): Lizoite, Campanario and Chaulmayoc.

Fractal behavior is evidenced as a straight line in a log-log plot of a power law, where abscissas represent strata thickness, ordinates the logarithm of N, N designating the number of strata with a larger thickness than a given one. Some degree of departure from a straight line can be expected both, at the lowest dimension value and at the highest value ends of x, which can be taken as limits to the fractal property. Yet some authors distinguish intervals of linear, that is, fractal behavior. Which is in contraption with fractal primary concepts such as self-similarity.

When all of the data are included, the resultant plot is no longer a straight line rather a quadratic (even a cubic) behavior is exhibited which in turn can be attributed to an order in the structures extending to

the whole sample span. Therefore, it can be concluded we are dealing with a mixed process with higher order fractal components.

Key words: power law, fractal property, fractal dimension, self-similarity, stratigraphy.

INTRODUCCION

Necesidad de métodos fractales

Los métodos estadísticos corrientes suponen que la Función de Densidad de Probabilidad (FDP) de los datos es una distribución normal. Se definen entonces medidas significativas, como por ejemplo: la media y la varianza, para caracterizar el tipo de datos. Sin embargo, cuando estos métodos se aplican a datos que tienen una distribución fractal, los resultados pueden no ser significativos. Para una distribución fractal, tanto la media como la varianza dependerán de la cantidad de datos analizados. Por ello se emplean medidas fractales apropiadas, tales como la dimensión fractal, que permiten caracterizar estos datos de manera significativa.

Las Dimensiones Fractales (D) de las formaciones geológicas del Noroeste Argentino son poco conocidas. Al presente, sólo se han investigado las formaciones terciarias (Mioceno) de la Puna Argentina (Alonso *et al.*, 1996a y b; Egüez *et al.*, 1996a; Heit, 1996, 1997) por ser portadoras de evaporitas económicas (Boratos) y las formaciones terciarias del Subgrupo Metán (Mioceno) de la Cordillera Oriental (Alonso *et al.*, 2000).

El área de distribución de las formaciones estudiadas se encuentra en la provincia de Salta (Fig. 1). Este trabajo complementa los estudios de distribución de frecuencia acumulada vs. tamaño de espesores de capas de estratos en tres perfiles estratigráficos: dos de la Formación Puncoviscana (Precámbrico-Eocámbrico) y uno del Grupo Mesón (Cámbrico s.l.), ubicados en la provincia de Salta (Esper *et al.*, 2001a y b).



Figura 1. Ubicación continental de la provincia de Salta.

Los perfiles que se ubican en afloramientos de la Fm Puncoviscana se encuentran en la ruta nacional N° 51, a orillas de la Quebrada del Toro. El primero a la altura de la localidad de Río Blanco y el segundo en El Alisal, por lo cual se denominará para su estudio, perfil Río Blanco y perfil El Alisal. En ambos aflora una secuencia turbidítica (flysch) conformada por una sucesión bitemática de grauvacas y pelitas gris verdosas levemente metamorizadas. Se trata de sedimentitas oceánicas con restos de trazas fósiles de organismos vermiformes y artropodiformes.

El perfil del Grupo Mesón se ubica en la localidad de la Pedrera, unos 10 km al SE de la ciudad de Salta, en el camino de la cuesta de La Quesera; este último perfil con sus tres formaciones, que de base a techo son: Fm Lizoite, Fm Campanario y Fm Chaualmayoc. El Grupo Mesón se apoya en discordancia angular sobre el basamento Precámbrico-Eocámbrico (Fm Puncoviscana) (Fig. 2). Hacia el techo está cubierto por rocas de edad Ordovicia. Se trata de rocas marinas, silico-

provenientes de un objeto fractal en el espacio o de un proceso fractal en el tiempo consisten en unos pocos valores grandes, muchos valores medianos y un enorme número de pequeños valores. No hay un número único, tal como un promedio, que caracterice adecuadamente tales datos.

La función de densidad de probabilidad (FDP) no es normal. Típicamente, consiste en una línea recta en una gráfica de $\text{Log} [\text{FDP}(x)]$ versus $\text{Log}(x)$, indicando que tiene la forma Ax^α , la que se denomina una "ley de potencia". Uno de los métodos para identificar la propiedad fractal es utilizar la distribución de tamaños, siendo la base de este método y de la geometría fractal la relación:

$$N_n(r) = C r_n^{-D} \quad (1)$$

donde N_n representa el número de estratos con un espesor más grande que uno determinado r_n , C es una constante de proporcionalidad, y D la dimensión fractal (Barton y La Pointe, 1995). Las técnicas fractales son exploradas como herramientas de análisis y, en este caso, se aplicaron a las medidas de espesores (estratos) de los tres perfiles mencionados y oportunamente relevados. En estos valores se basa el cálculo de la dimensión fractal (D).

Los datos extraídos se acomodaron en una tabla, obteniéndose una distribución de frecuencia acumulada (N_n) vs. medida de espesor (r_n). Los logaritmos decimales de estos valores se incluyeron en un sistema de ejes de coordenadas cartesianas. Tomando logaritmo en ambos miembros de (1), resulta:

$$\text{Log } N_n = -D \text{ log } r_n + \text{log } C \quad (2)$$

Los logaritmos decimales de los valores tabulados deben satisfacer la ecuación (2) dentro de sus respectivos rangos de valores, o sea que las variables N_n y r_n deben satisfacer la ley potencial (1).

Si se ajustan a estas ecuaciones, el comportamiento debe ser fractal, lo que sig-

nifica que existe un modelo auto-similar o invariante de escala. Para ello se determina una recta de regresión en cada caso utilizando el método de mínimos cuadrados. Una estimación de la dimensión fractal está dada por el valor absoluto de la pendiente de las rectas de regresión.

Que el tamaño de la muestra aumente o decrezca dependerá del número relativo de valores pequeños comparados con los valores grandes de los datos. Así, si se incluyen muchos valores pequeños a medida que más datos son analizados, el promedio va a decrecer. Por el contrario, si hay unos pocos valores grandes incluidos, el promedio va a crecer. Que suceda alguno de estos dos casos dependerá del número relativo de valores pequeños en los datos comparado con los valores grandes. Esto es lo que el parámetro denominado "dimensión fractal" caracteriza. Para datos fractales, D cuantifica el número relativo de valores pequeños comparado con los grandes y se relaciona con la pendiente de la ecuación (2). Para los objetos fractales, D describe el número de nuevas piezas, N , de un objeto que se encuentran cuando el objeto es mirado con una resolución mas fina, o sea $D = \text{Log}(N) / \text{Log}(1/r)$.

En un contexto tradicional, que estos valores sean diferentes indica que las muestras poseen dimensiones fractales diferentes, característica que se asocia a la posibilidad de distinguir entre grupos fractales de la ley potencial. Sin embargo, no hay razón para que el exponente en una ley potencial asociada con una distribución estadística esté limitado a un rango particular (Barton y La Pointe, 1995). La dimensión (D) puede tomar cualquier valor en estratigrafía como en otros casos.

RESULTADOS

La Figura 3 presenta la gráfica del logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra de las formaciones de Río Blanco

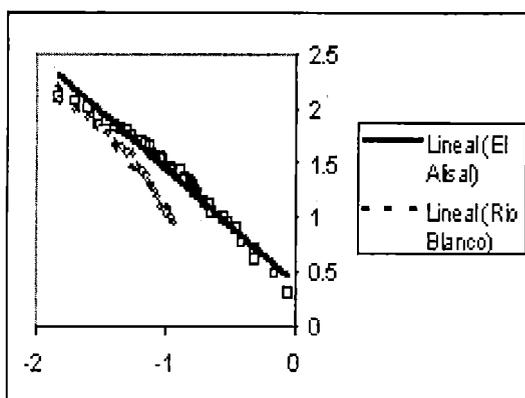
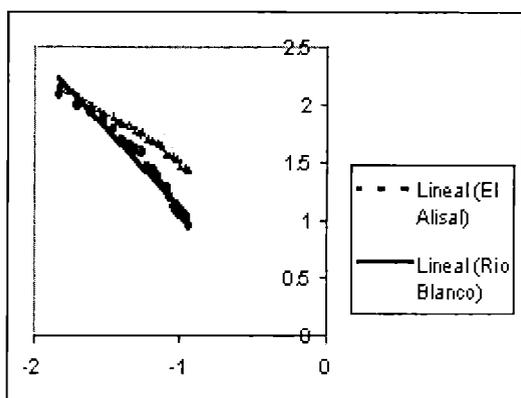


Figura 3. Ajuste lineal que representa la gráfica del logaritmo natural del número vs. tamaño de muestra, aplicado a las formaciones de Río Blanco y El Alisal, tratadas en el intervalo común (0,015 – 0,115) m.

Figura 4. Logaritmo natural del número vs. tamaño de muestra con el ajuste lineal de los datos para todo el rango de muestras disponible, es decir Río Blanco en el rango [0,015 – 0,115] m y El Alisal en el rango [0,015 – 0,9] m.

y El Alisal, con las líneas de tendencia, tratadas en el intervalo común [0,015 – 0,115] m. Las descripciones (intervalos de muestreo) y resultados, es decir líneas de tendencia (recta de regresión) y R^2 (coeficiente de determinación) de las Figuras 1, 2 y 3 se presentan en la Tabla 1.

[0,015 - 0,115] m y El Alisal en el rango [0,015 - 0,9] m. Aquí cambia la pendiente de la recta de ajuste (Tabla 1).

La Figura 4 presenta el logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra con el ajuste lineal de los datos de estas mismas formaciones para todo el rango de muestras disponible, es decir Río Blanco en el rango

La Figura 5 muestra el logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra de las formaciones del Grupo Mesón: Campanario, Chahualmayoc y Lizoite en todo el intervalo [0,05 - 0,65] m y las rectas de tendencia. En esta figura los desajustes son aún mayores y se evidencia claramente que la tendencia admite ajuste cuadrático a los datos.

Tabla 1. Ecuaciones de las rectas de ajuste para las muestras de las figuras 3, 4 y 5. El coeficiente de determinación se presenta en la última columna.

Fig.	Formación	Rango muestras (m)	Ecuación ajuste	R^2
3	Río Blanco	0,015 – 0,115	$y = -1,3484x - 0,2299$ $y = -0,7998x + 0,7121$	0,9610 0,9805
4	Río Blanco	0,015 – 0,115	$y = -1,3484x - 0,2299$	0,9610
4	El Alisal	0,015 – 0,9	$y = -1,0367x + 0,4118$	0,9772
5	Chahualmayoc	0,05 – 0,65	$y = -1,2484x + 0,4256$	0,7200
5	Campanario	0,05 – 0,65	$y = -1,3094x + 0,5085$	0,9413
5	Lizoite	0,05 – 0,65	$y = -1,1467x + 0,9053$	0,8336

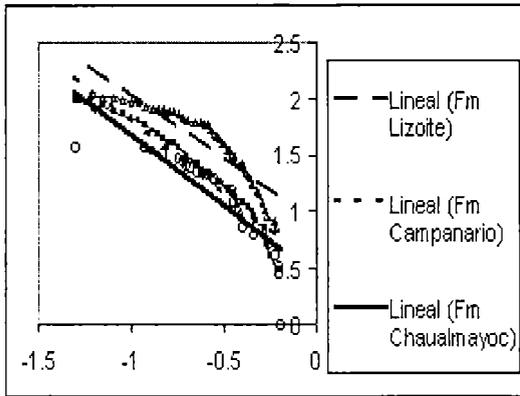


Figura 5. Logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra con el ajuste lineal de los datos para el Grupo Mesón: Campanario, Chaualmayoc y Lizoite en todo el intervalo [0,05-0,65] m y para las formaciones de Río Blanco, intervalo (0,015–0,115) y El Alisal, intervalo (0,015–0,9).

La Figura 6 presenta la gráfica del logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra de las formaciones de Río Blanco en los intervalos de [0,015 - 0,115] m y El Alisal en [0,015 - 0,9] m, con ajuste cuadrático de tendencia. Las ecuaciones del ajuste cuadrático y los coeficientes de determinación se proveen para esta figura y las 5 y 6 en Tabla 2 y su continuación.

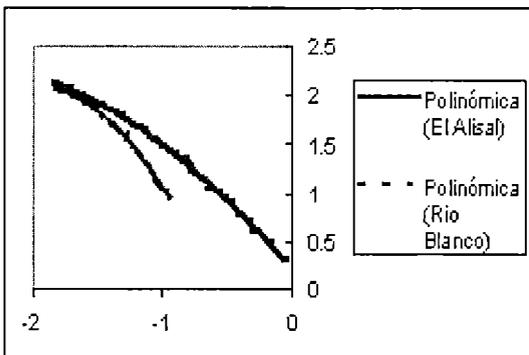


Figura 6. Logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra para las formaciones de Río Blanco en los intervalos de [0,015–0,115] m y El Alisal en [0,015–0,9] m, con ajuste cuadrático.

Tabla 2. Dimensiones fractales calculadas a partir de ajuste lineal para cada una de las formaciones del grupo.

Fig.	Formación	Rango (m)
6	Río Blanco	0,015–0,115
6	El Alisal	0,015–0,9
7	Chahualmayoc	0,05–0,65
7	Campanario	0,05–0,65
7	Lizoite	0,05–0,65
8	Chahualmayoc	0,05–0,65
8	Campanario	0,03–0,67
8	Lizoite	0,04–0,90

Tabla 2 (continuación). Ecuaciones del ajuste cuadrático y los coeficientes de determinación para las Figuras 6, 7 y 8.

Ecuación ajuste	R ²
$y = -1,0148x^2 - 4,0833x - 2,003$	0,9952
$y = -0,2847x^2 - 1,567x + 0,2153$	0,9969
$y = -1,7903x^2 - 3,6825x - 0,261$	0,9257
$y = -0,9887x^2 - 2,7261x + 0,0937$	0,9882
$y = -1,7732x^2 - 3,5591x + 0,2224$	0,9825
$y = -1,7903x^2 - 3,6825x - 0,261$	0,9257
$y = -1,0397x^2 - 2,9121x - 0,0942$	0,974
$y = -1,6588x^3 - 5,3783x^2 - 5,9451x - 0,2734$	0,9914

El logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra de las formaciones del grupo Mesón: Lizoite, Campanario y Chahualmayoc para el intervalo común de muestreo (0,05 - 0,65) m, con ajuste cuadrático de tendencia se muestra en la Figura 7. Las ecuaciones del ajuste cuadrático y los coeficientes de determinación se proveen en Tabla 2. Mientras que el logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra de las mismas formaciones del grupo Mesón: Lizoite, Campanario y Chahualmayoc, con

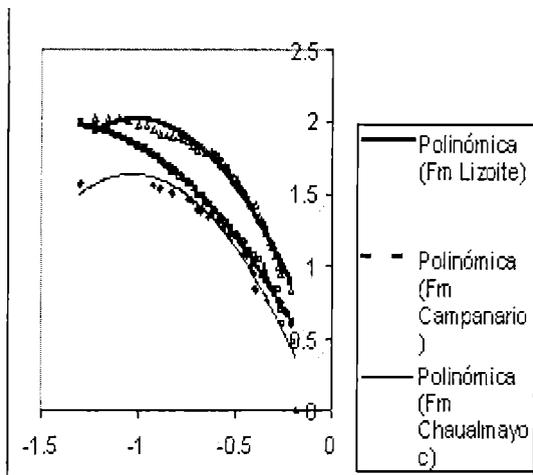


Figura 7. Logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra de las formaciones del grupo Mesón: Lizoite, Campanario y Chahualmayoc para el intervalo común de muestreo (0,05 – 0,65) m con ajuste cuadrático de tendencia.

todos los datos y en los intervalos de muestra Chahualmayoc (0,05 - 0,65) m; Campanario (0,03 - 0,67) m y Lizoite (0,04 - 0,9) m, se

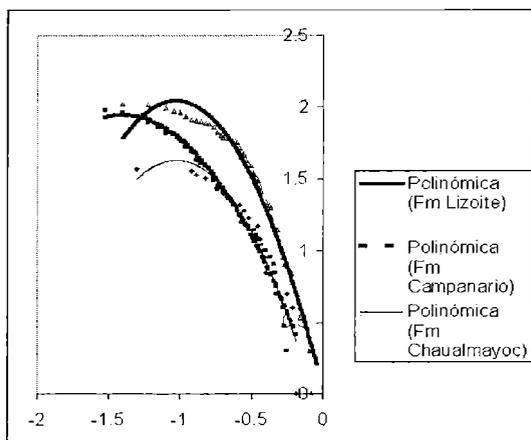


Figura 8. Logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra de las mismas formaciones del grupo Mesón: Lizoite, Campanario y Chahualmayoc, con todos los datos y en los intervalos de muestra Chahualmayoc (0,05 – 0,65) m; Campanario (0,03 – 0,67) m y Lizoite (0,04-0,9) m. La Fm Lizoite admite también un ajuste cúbico, por la dispersión del último valor de muestreo a la izquierda de la gráfica.

muestra en la Figura 8. En esta figura, al incluirse mas datos, la Fm Lizoite admite un ajuste cúbico, por la dispersión del último valor de muestreo a la izquierda de la gráfica. Las ecuaciones del ajuste cuadrático y superior y los coeficientes de determinación se proveen en Tabla 2 y su continuación.

En la Figura 9 se muestra el logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra de las cinco formaciones para el rango completo de muestras. Las ecuaciones ajuste cuadrático son:

Fm Campanario: $y = -1,0282x^2 - 2,8301x + 0,0416$, con $R^2 = 0,9845$

Fm Chahualmayoc: $y = -1,3701x^2 - 2,9712x + 0,0059$, con $R^2 = 0,9744$

Fm El Alisal: $y = -0,3758x^2 - 1,8127x + 0,0554$, con $R^2 = 0,9941$

Fm Lizoite: $y = -1,6512x^2 - 3,4725x + 0,2214$, con $R^2 = 0,9783$

Fm Río Blanco: $y = -1,0148x^2 - 4,0833x - 2,003$, con $R^2 = 0,9952$

En esta figura se ve claramente que el ajuste cuadrático es adecuado para las formaciones estudiadas. Se aprecian dife-

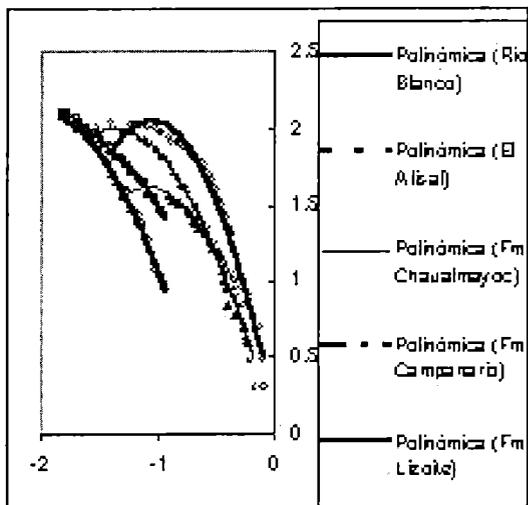


Figura 9. Logaritmo natural del número de muestras vs. tamaño de muestra para las cinco formaciones y para el rango completo de muestras.

rencias en el grado de curvatura, con la concavidad siempre hacia abajo.

La dimensión fractal D ha sido propuesta como parámetro de identificación de estratos. Esta dimensión se calcula a partir de la pendiente de la recta de ajuste. Aquí las rectas de ajuste tienen pendientes distintas y las curvas de ajuste cuadrático diferentes curvaturas y coeficientes, lo que permite inferir diferencia de procedencia. Los estratos se formaron en períodos geológicos diferentes y, aunque presentan efectos similares en sus afloramientos, no necesariamente puede atribuírseles haber sufrido el mismo proceso. Las dimensiones fractales calculadas a partir de ajuste lineal para cada una de las formaciones del grupo se presentan en Tabla 3.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Un problema operacional del cálculo de la dimensión fractal es la estimación de la pendiente. No hay una forma única de su estimación y diferentes métodos pueden dar resultados muy distintos. La pendiente puede ser estimada por una regresión lineal u otras técnicas modelos de curva de ajuste. Lo relevante es emplear la misma técnica para todas las muestras.

Hay autores que utilizan un rango de valores parciales de muestras en el gráfico para calcular la pendiente mientras que otros investigadores utilizan la escala completa. Disentimos con este método pues no representa la independencia de escala requerida. Las gráficas (aún suponiendo ley potencial) evidencian dependencia con la cantidad de datos incluida porque cambian las pendientes de las rectas de ajuste. Y esto sin recurrir a un ajuste cuadrático.

Con un criterio 'tradicional', adoptado por diversos autores, se esperaría que la distribución de frecuencia acumulada vs. medida de espesor de estratos, correspondientes a los perfiles estudiados, sea fractal

Tabla 3. Dimensiones fractales calculadas a partir de ajuste lineal para cada una de las formaciones del grupo.

Rango muestra (m)	Formación/perfil	D
0.015-0.115	Río Blanco	1,35
0.015-0.115	El Alisal	0,80
0.015-0.9	El Alisal	1,04
0.05-0.65	Lizoit	1,5
0.5-0.65	Campanario	1,1
0.05-0.65	Chahualayoc	1,5
0.04-0.2	Lizoite	0,34
0.04-0.2	Campanario	0,75
0.22-0.9	Lizoite	2,64
0.22-0.67	Campanario	2,05
0.12-0.65	Chahualmavoc	1,66

dentro de un cierto rango de valores de la medida de los estratos, lo que implica un comportamiento de invariante de escala para este rango. Esto plantea dudas acerca de la fractalidad de las muestras porque contradice el concepto de invariancia de escala. De hecho, lo verdaderamente significativo en ciencias son los "invariantes" y la ciencia ha consistido básicamente en la búsqueda de esos invariantes. Se ha llegado a atribuirles la realidad del comportamiento y propiedades del sistema a estas entidades que no son tan reales y que parecen diferentes bajo diferentes condiciones, pero resultan invariantes cuando se sabe cómo mirarlas.

Esto cambia la perspectiva: porque hay costumbre de trabajar con datos a partir de experimentos y a aceptar estos datos como medidas de la realidad. Para los sistemas fractales, la realidad es el invariante. Es este invariante, no los datos, los que se reproducen experimento a experimento, proporcionando información acerca del sistema. En nuestro caso, el invariante es la "dimensión fractal", definido en un espacio de variables transformadas. Lo que se analiza en este trabajo es la aplicabilidad de estos conceptos a muestras estratigráficas obtenidas en afloramientos. Son estructuras geológicas sometidas a esfuerzos de compresión en primer lugar, lo

que llevó a plegamientos y luego elevación por encima del nivel. A esto se superpone luego un esfuerzo de corte por deslizamiento que produce el “afloramiento”. Pero aquí aparece un error sistemático: si bien existen trabajos en la literatura que destacan las propiedades fractales de las muestras estratigráficas, cabe preguntar cuáles estratos son reportados y en cuál rango de muestras. Si el estrato quedara al descubierto por un proceso de erosión (por ejemplo: un cañón producido por un río) y no estuvo sujeto a esfuerzos que determinaron su constitución en plegamiento, es muy probable que tenga estructura fractal de primer orden y configure una ley potencial en lo atinente a tamaño vs. número de la muestra. Sin embargo, se persiste en señalar que pueden aparecer apartamientos de esta recta en los extremos de tamaños grandes y pequeños del rango de las muestras y no considerar, como en este caso, que hay un excelente ajuste de orden cuadrático. Los estratos estudiados sufrieron esfuerzos y reflejan estos procesos exhibiendo tensionamiento, que se piensa está vinculado a la aparición de concavidad hacia abajo y consistente predominancia del ajuste cuadrático sobre el lineal.

Yendo a los apartamientos de la línea recta en los límites del intervalo, que parece ser admitido como “normal”, Wright (1996) expresa: “...Hay varios defectos y sutilezas en las diversas definiciones de dimensiones fractales. Un problema serio es que para ciertos subconjuntos compactos, el límite de $\log(N(\epsilon))/\log(\epsilon)$ puede no existir... Sin embargo existen conjuntos compactos para los cuales las dos definiciones distintas de dimensión llevan a resultados diferentes. Los aspectos patológicos de la dimensión han requerido de profundos estudios analíticos para ser delineados. En aplicaciones en ciencias naturales, usualmente uno asume el punto de vista de que los fractales que aparecen en la naturaleza tienen buen comportamiento con respecto al cálculo de sus

dimensiones. Esto es un tanto irónico ya que la génesis de la “geometría fractal de la naturaleza” era el rechazo a que la naturaleza debiera ser descripta por los objetos suaves de la geometría clásica...” Y se está frente a una patología. Lo menos que puede inferirse es que los estratos pueden contener componentes fractales de primer orden y exhibir un “modelado” por esfuerzos mecánicos por los afloramientos. Los tamaños de las muestras que provienen de los estratos reflejarán estos esfuerzos y con mucho más razón la dimensión fractal, más genuina en lo referente a información acerca del sistema.

Pero no debe pensarse que esta “patología” resulte extraña. Sucede simplemente que el esfuerzo de autores se dirige en muchos casos a verificar que las muestras estratigráficas tengan la propiedad del comportamiento fractal (de primer orden). Ahora surge que, de acuerdo a la ley de potencias no es fractal. Y esto es así, pues al ajustarse polinomios de segundo grado (y 3ro. en un caso), resultaron en coeficientes de determinación mucho mejores que a una recta de regresión.

Resta dilucidar cual invariante afecta al comportamiento en estos casos. Para ello deben hacerse algunas consideraciones. Cuando hay ajuste cuadrático, si se desea a toda costa obtener alguna invariancia, como la pendiente de la recta como estimador de la dimensión fractal, necesariamente debe admitirse un segundo orden de invariancia, que podría asociarse a energía potencial (tensionamiento) o trabajo de deformación. También, en algunos ejemplos, se identifica un máximo en esta curva ajustada, indicativo de un tamaño de muestra predominante. Cuando la FDP tiene la forma de una ley de potencia fractal, los promedios medidos dependen de la cantidad de datos analizados. Las medias de la muestra no tienden a un valor límite a medida que se recolecten más datos. No existe un único valor que podamos identificar como el valor medio “correcto”. Por eso mismo no existe una media

de la población. Esto no se desprende de las gráficas resultantes. La idea de características fractales de orden superior al primero, tiene algunos antecedentes (Ait-Kheddache, 1988).

CONCLUSIONES

Si bien del análisis se obtuvo una buena correlación lineal entre las magnitudes, ya que el coeficiente de determinación para los perfiles estudiados llega en algunos casos a superar el valor de 0,91, debe concluirse que una regresión lineal con un alto coeficiente de determinación no es diagnóstica de un comportamiento fractal de primer orden pues, como en este caso, puede existir un ajuste cuadrático y aún cúbico mejor;

- 1) Si se va a trabajar con fractales, sería recomendable definir un parámetro de muestreo geológico concomitante con esta técnica para mejorar la capacidad de diferenciación. En este sentido aventaja a las técnicas estadísticas convencionales por su versatilidad;
- 2) En todos los casos, no es recomendable distinguir de manera inmediata un comportamiento fractal, porque las muestras admitidas como representativas del sistema pueden presentar efectos de procesos que no resulten en comportamiento fractal de primer orden o se superpongan a una fractalidad existente de este orden, o que la fractalidad aparezca después, mas aún, podrían ser simultáneos;
- 3) Puede concluirse entonces que para toda la escala dimensional no es un proceso fractal de primer orden;
- 4) Se propone paralelamente el estudio de esta curvatura para determinar si hay efectivamente invariancia de orden superior, asociada a esfuerzos sobre el sistema;
- 5) Puede trabajarse también en la eliminación de esta característica y desarrollar una mejor estimación de una magnitud invariante fractal de primer orden adecuada a propósitos de identificación de estratos u otros.

REFERENCIAS

- Ait-Kheddache, A., 1988. Classification of textures using higher-order fractal dimensions, Proceedings of the first international conference on Industrial and engineering applications of artificial intelligence and expert systems, vol. 2, Tullahoma, Tennessee, USA, patrocinado por SIGART: ACM Special Interest Group on Artificial Intelligence. ISBN:0-89791-271-3
- Alonso, R.N., R.E. Egüez, B.S. Heit, y M.I. Ibáñez, 1996,a. Análisis Fractal de secuencias boratíferas terciarias de la Puna Argentina. Revista del Inst. de Geología y Minería, 11(1): 1-6. Jujuy.
- Alonso, R.N., R.E. Egüez, B.S. Heit y M.I. Ibáñez, 1996,b. "Característica fractal de una secuencia boratífera terciaria de la mina Santa Rosa. Actas del XII Congreso Geológico de Bolivia, 1:383-389. Tarija (Bolivia).
- Alonso, R.N., R.E. Egüez, C. Galli, I.M. Ibáñez y H. Funes, 2000. Cálculo de la Dimensión Fractal del Subgrupo Metan (Mioceno), Salta, Argentina. Memorias del XIV Congreso Geológico Boliviano, 238-243. La Paz.
- Barton, C.C. and P.R. La Pointe, 1995. Fractals in the Earth Sciences. Plenum Press. New York.
- Cox, B.L. and J.S.Y. Wang, 1993. Fractal Surfaces: measurement and applications in the Earth Sciences. Fractals, 1:87-115.
- Egüez, R.E., R.N. Alonso, M.I. Ibáñez y B.S. Heit, 1996a. Dimensiones fractales de una secuencia boratífera de la Puna argentina. Actas XLVI Reunión Anual de Comunicaciones Científicas de la Unión Matemática Argentina. Salta.
- Esper .L.B., R. Egüez y R. Alonso, 2001a. Cálculo de la Dimensión Fractal de la Formación Puncoviscana (Precámbrico-Eocámbrico), Salta. Publicado en la Serie Monográfica y Didáctica 41:60. (ISSN 0327-5868). V Jornadas de Comunicaciones. F.C.N.e I.M.L., UNT.
- Esper .L.B., R. Egüez y R. Alonso, 2001b. Análisis de la Dimensión Fractal del Grupo Mesón (Cambriano) En La Pedrera, Salta. Publicado en la Serie Monográfica y Didáctica 41:61. (ISSN 0327-5868). V Jornadas de Comunicaciones de F.C.N. e I.M.L., UNT.

- Heit B. (1996): "Análisis fractal de una secuencia evaporítica cuaternaria Laguna Salinas, Perú". Actas de la IV RADEG. U.N.S. Bahía Blanca, Argentina.
- Heit B. (1997): "Estudio del Comportamiento Fractal de Secuencias Cenozoicas de la Puna Argentina". Tesis profesional para obtener el título de Geólogo. Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Naturales. Escuela de Geología. Argentina.
- Mandelbrot, B. B. 1975. Les Objects Fractals: Forme, Hazard et Dimension. Flammarion-París.
- Manning, C.E. 1994. Fractal clustering of metamorphic veins. *Geology*, 22:335-338.
- Sánchez, M.C., 1994. El Grupo Mesón (Cámbrico) en el tramo austral de la Cordillera Oriental Argentina. Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Salta, pp.248.
- Turcotte, D.L. 1992. Fractal and Chaos in Geology and Geophysics. Cambridge University Press. Cambridge.
- Wright, D.J. 1996, página Web:
<http://www.math.okstate.edu/mathdept/dynamics/lecnotes/node37.html>, 19 de agosto.