

VARIACION DE LAS PROPIEDADES DINAMICAS EN PANELES DE CORTE FISURADOS

Alejandro J. Patanella ^a, Marcos D. Actis ^b

^a UID GEMA – Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 116 s/n entre 47 y 48, (1900) La Plata, Buenos Aires, Argentina, ajpatane@ing.unlp.edu.ar, <http://www.gema.ing.unlp.edu.ar>

^b UID GEMA – Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 116 s/n entre 47 y 48, (1900) La Plata, Buenos Aires, Argentina, mactis@ing.unlp.edu.ar, <http://www.gema.ing.unlp.edu.ar>

Palabras clave: campo de tracción diagonal, fisuras, dinámica de estructuras, frecuencias naturales

Resumen. Muchos vehículos aeronáuticos y espaciales, como así también, estructuras portantes fijas fallan de manera espontánea, están sometidos a esfuerzos severos durante su servicio y son muy difíciles de inspeccionar periódicamente. Algunas de las fuentes de fallas más comunes provienen de defectos inherentes en los materiales, defectos en los procesos de fabricación y deficiencias en el diseño. Temas tales como la resistencia a la falla en las etapas de diseño y manufactura deben ser mejorados o cualitativamente controlados, es por eso que el conocimiento de la dinámica de las estructuras desde el punto de vista del desarrollo del daño y su propagación es una prioridad. En particular, es necesario desarrollar una herramienta sistemática para la detección del daño en servicio y la predicción de vida en vehículos aeroespaciales que complemente los análisis estructurales de tales sistemas.

El propósito de este trabajo es analizar la influencia que tienen las fisuras sobre estructuras delgadas pandeadas en sus características de vibración, utilizando para tal fin modelos analíticos. En particular el objeto del trabajo de investigación es definir modelos y métodos de cálculo para incluir estos efectos en el estudio de la dinámica de distintos tipos de estructuras de paredes delgadas que permitan predecir la existencia del daño y su influencia en la estructura. Se muestran resultados de estos métodos y modelos y se comparan con los resultados experimentales. Se demuestra y cuantifica la diferencia que existe en el cálculo de las frecuencias naturales de una estructura “sana”, sin fisuras, y de la misma estructura pero con la presencia de la fisura. Se introdujo este fenómeno con condiciones de pandeo con campos de tracción diagonal desarrollados. Se presentan un modelo para trabajar en estas condiciones de pandeo que puede ser extrapolado a numerosas configuraciones estructurales de paredes delgadas muy utilizadas en la industria aeroespacial.

1 INTRODUCCIÓN

Muchos trabajos de investigación han enfocado en el análisis de la deformación y tensión de las estructuras y hasta muchas de ellas usan los conceptos de la mecánica de la fractura, pero existen pocos reportes sobre investigaciones en el estudio de las características de vibración de estructuras fisuradas. Este análisis se enfoca en la detección del daño en una configuración particular que representa, en muchos casos, el concepto de diseño de los cajones alares de vehículos aéreos en general. En particular se modela la fisura sobre un panel delgado inducida por un campo de tensión diagonal y analizar sus características dinámicas de vibración en particular para el panel fisurado. Este tipo de paneles representa la base fundamental de los elementos resistentes a ser utilizados en estructuras del tipo cajones alares y en otras configuraciones estructurales semimonocasco. Durante el análisis se tendrán en cuenta los efectos de la mecánica de fractura, el corte, y el pandeo en el análisis dinámico. Se desarrollará un modelo utilizando las teorías de la mecánica de la fractura que pueda ser introducido en el modelo estático y dinámico propuesto con anterioridad. Se realizará un modelo analítico el cual se validará experimentalmente.

2 RIGIDEZ DE PLACAS DELGADAS SOMETIDAS AL CORTE - CAMPO DE TRACCIÓN DIAGONAL

El estado tensional de una placa delgada se analiza solo en los dos casos extremos, es decir, cargas bajas y cargas por encima del pandeo. En la mayoría de las estructuras de uso aeronáutico, este tipo de configuraciones estructurales se utiliza en la condición de pandeada. En el caso de que la carga sea pequeña el estado tensional que se encuentra en la placa se muestra en la Figura 1. Posteriormente cuando la carga se incrementa y la tensión de compresión hace pandear la diagonal comprimida (ya que como la placa es delgada no tiene prácticamente resistencia a la compresión) se tiene el estado tensional que se muestra en la Figura 2. Este último estado es el denominado estado de tensión diagonal (Kuhn, 1952; Kuhn 1933).

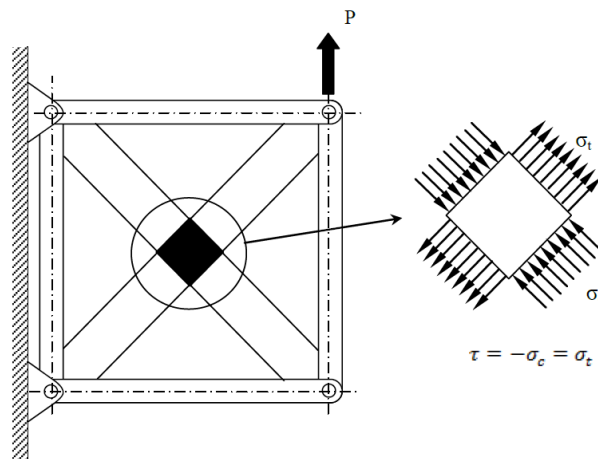


Figura 1.- Marco sometido a una carga previa al pandeo de la placa

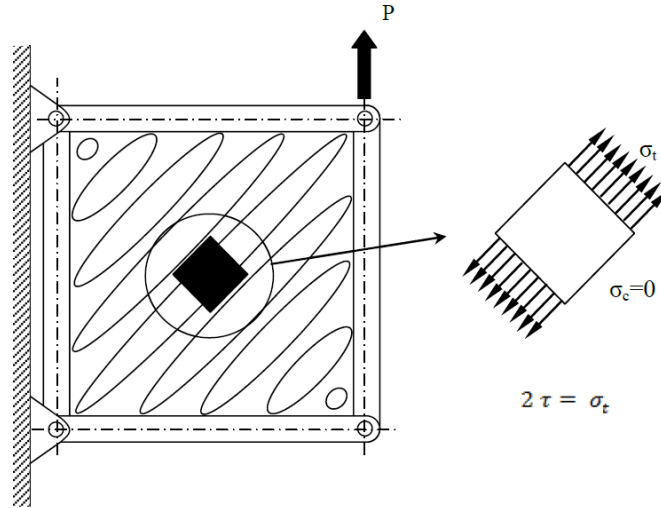


Figura 2.- Marco sometido a una carga luego del pandeo de la placa

Analizando los desplazamientos que aparecen sobre el marco durante la aplicación de la carga P se puede ver que la diagonal está sometida a tracción incrementa su longitud en ΔL , similar longitud se decrementa la diagonal sometida a compresión. (Figura 3).

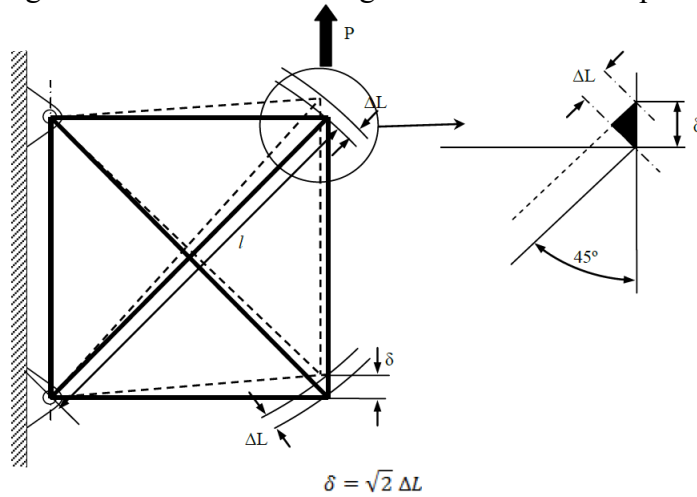


Figura 3.- Deflexión del marco de corte

A partir de distintas consideraciones (Patanella, 2010) se puede escribir que el desplazamiento vertical del vértice de la placa sometida a una fuerza P que hace que la misma trabaje a corte puro con un campo de tracción diagonal desarrollado puede expresarse como,

$$\delta = \frac{P}{ht} \frac{4}{E} b \quad \text{Según (Kuhn 1933)} \quad (1)$$

o

$$\delta = \frac{P}{ht} \frac{2}{G} b \quad \text{Según (Actis 2007)} \quad (2)$$

Teniendo en cuenta que para la mayoría de los metales la relación entre E y G es de aproximadamente 0.385, el modulo de rigidez equivalente propuesto por Kuhn (1933) para el

campo de tracción diagonal desarrollado es de $G_{PDT} = 0.25 E$ y en cambio el propuesto por Actis (2007) es $G_{PDT} = 0.1925 E$

2.1 Validación experimental del campo de tracción diagonal

Para poder continuar con la presentación del modelo que permita evaluar la influencia de una fisura en una placa de corte se realizaron varios ensayos estáticos de placas cuadradas a fin de poder evaluar las hipótesis planteadas en la Ecuación (1) y la Ecuación (2). Estos ensayos permiten definir qué modelo de a utilizar, si el presentado por Kuhn (1933) o por Actis (2007).

Se construyeron varias placas con la configuración que se detalla en la Figura 4. Esto se debe a que la rigidez de la placa en su contorno es mucho menor a la de su marco por lo que puede considerarse que la placa es libre de girar en su periferia. El marco se encuentra articulado en cada uno de sus vértices.

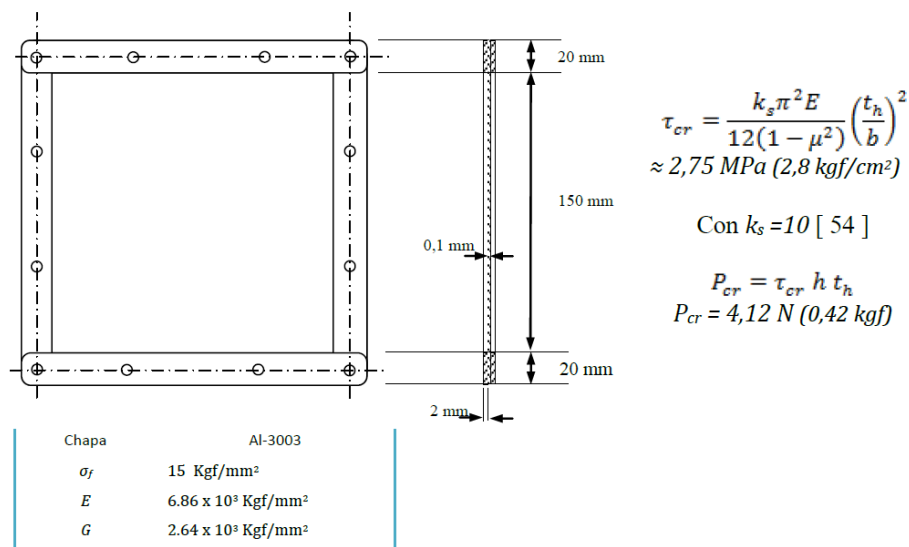


Figura 4.- Configuración de placa a utilizar para validar el modelo de rigidez.

Para evitar problemas con los sistemas de sujeción de la placa se ensayo la misma tirando de sus vértices y midiendo el desplazamiento en la otra diagonal. De esta forma se elimina cualquier incertidumbre en los resultados que pueda introducir un marco de sujeción en la placa ensayada. Este set up de ensayo puede verse en la Figura 5.

Para los ensayos se utilizo una *maquina universal de ensayos Instron Modelo TTCM* de desplazamiento constante con una celda de carga de *100 kgf* de manufactura *Flexar* y un extensómetro marca *Instron Modelo G-51-11M*. Los datos fueron registrados utilizando una placa adquisidora *Keithley DAS58* de *1Gs/s*. La velocidad de desplazamiento de aplicación de la carga se seteo en *5 mm/min* y la frecuencia de adquisición en *5 Hz*.

Se realizaron varias repeticiones de carga por cada placa y se repitió el ensayo en 5 placas distintas con la configuración que se muestra en la Figura 4. En todas ellas se obtuvieron resultados similares que se listan en la Tabla 1

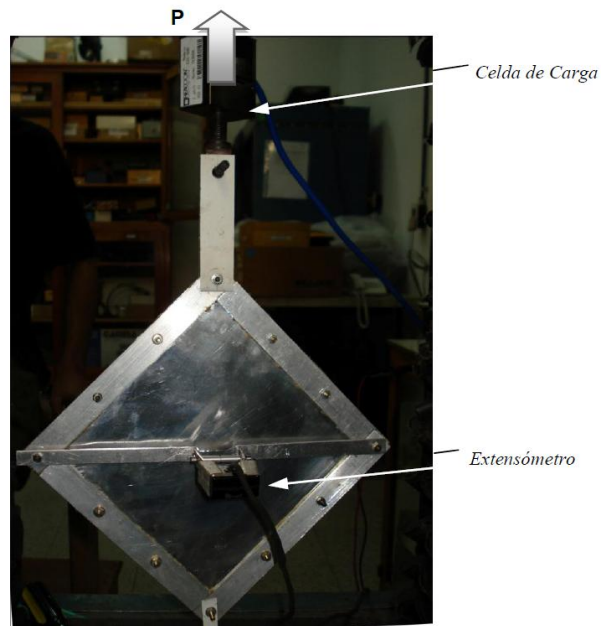


Figura 5.- Set up de ensayo.

PLACA	P/δ (N/m)	P/δ (kgf/mm)
1	1.2841	130.89
2	1.2783	130.30
3	1.2710	129.56
4	1.2618	128.63
5	1.2891	131.41
Promedio	1.2769	130.16
Desviación Standard	0.0108	1.10

Tabla 1. – Resumen de resultados obtenidos

En la Figura 6 se puede ver el resultado global de los ensayos comparándolo el mismo con los modelos de desplazamiento propuestos por Kuhn (1933) o por Actis (2007). Como puede observarse el modelo presentado por Actis (2007) es el que mejor representa el comportamiento de la placa sometida al corte con un campo de tracción diagonal desarrollado. Por ende, este último modelo será utilizado como campo de partida para esta investigación.

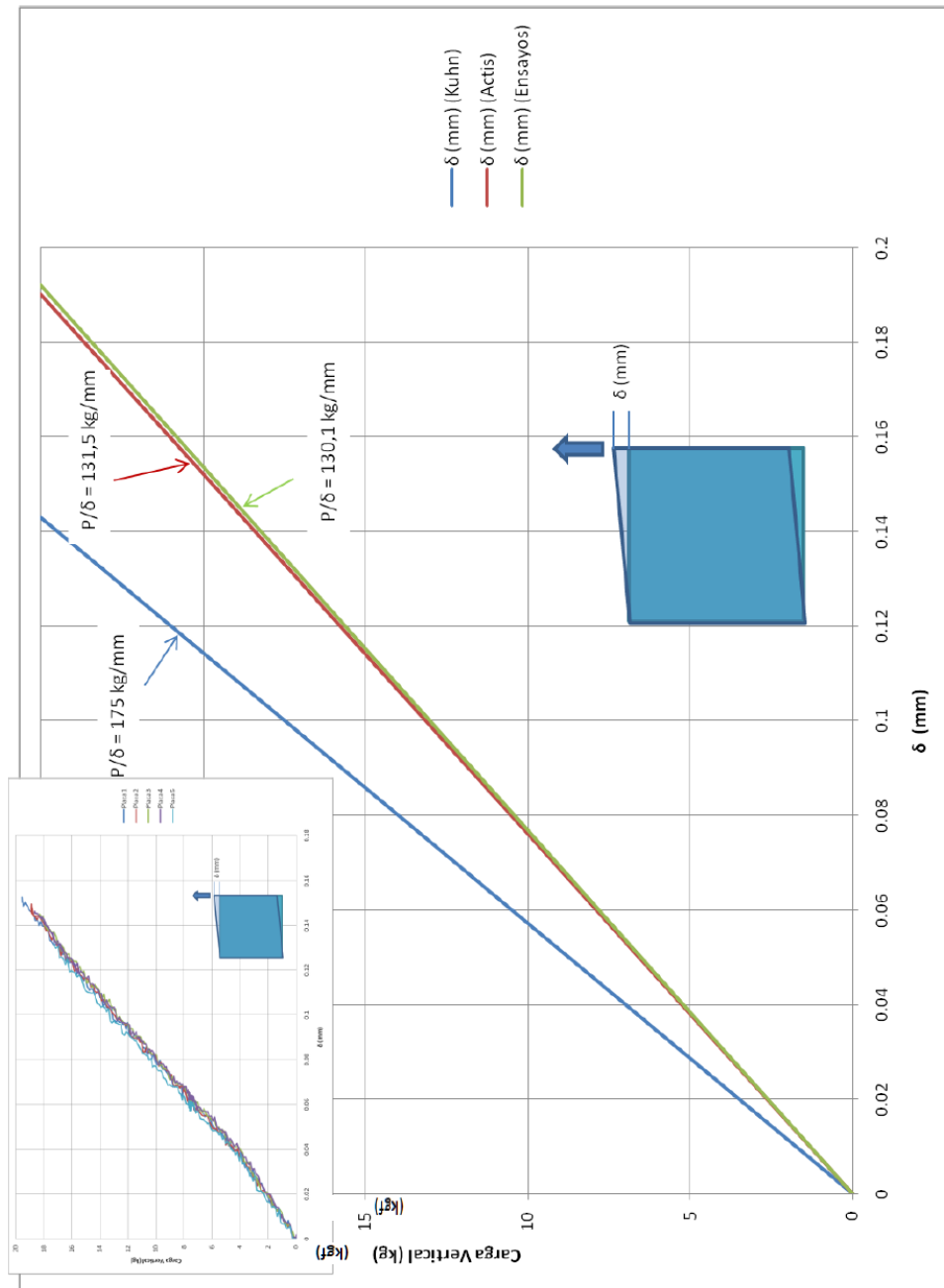


Figura 6.- Comparación de los resultados obtenidos.

3 PLACA DELGADA BAJO LA ACCIÓN DEL CAMPO DE TRACCIÓN DIAGONAL CON FISURA

3.1 Modelo Teorico

Para posteriormente conocer la rigidez de la placa sometida al corte actuando mas allá de su carga de pandeo y con una fisura presente, se hace necesario poder modelar la placa con una configuración más simple pero que no deje de ser válida. Bajo dicha premisa se busca reemplazar la acción del campo de tracción diagonal solamente por la acción de la diagonal, es decir, se reemplaza toda la placa con una tira de chapa de similar espesor con la longitud de la diagonal y con un ancho tal que represente el mismo comportamiento.

La elongación de la banda de la diagonal traccionada se representa según la teoría general de la elasticidad (Timoshenko 1954) como

$$\Delta L = \frac{P_{diag} l}{t_h b_{banda} E} \quad (3)$$

El ancho de la banda diagonal puede determinarse a partir de la carga aplicada P y del desplazamiento vertical de la placa δ .

Para estudiar la nueva contribución al desplazamiento ΔL debido a la presencia de la fisura se puede considerar la distribución de tensiones alrededor de la fisura a partir de una tensión nominal σ_t originaria del campo de tracción diagonal. Debido a que la dimensión de la fisura es pequeña en comparación con las dimensiones de la placa se puede considerar la solución de una fisura pasante en una placa semi-infinita.

Este tipo de configuración se encuentra bien estudiada y sus características mecánicas y fractomecánicas se encuentran bien definidas.

A partir de usar el teorema de *Castigliano* se puede determinar el desplazamiento tanto en la apertura de la fisura como en el campo lejano de la misma. Es decir, el teorema de *Castigliano* dice que el desplazamiento de cualquier carga en su propia dirección puede ser calculado como (Tada, 2000) (Anderson, 1995)

$$\Delta_P = \frac{\partial U_T}{\partial P} = \frac{\partial U_{sin\ fisura}}{\partial P} + \frac{\partial}{\partial P} \int_0^A G dA \quad (4)$$

Y como $E G_i = K_i$ para una condición de tensión plana queda como,

$$\Delta_P = \Delta_{sin\ fisura} + \frac{2}{E} \int_0^A \left(K_{IP} \frac{\partial K_{IP}}{\partial P} + K_{IIP} \frac{\partial K_{IIP}}{\partial P} + \alpha K_{IIIP} \frac{\partial K_{IIIP}}{\partial P} \right) dA \quad (5)$$

A partir de estos conceptos, se puede estimar el desplazamiento adicional que aparece a partir de la existencia de la fisura en la configuración estructural considerada según se detalla en la Figura 7.

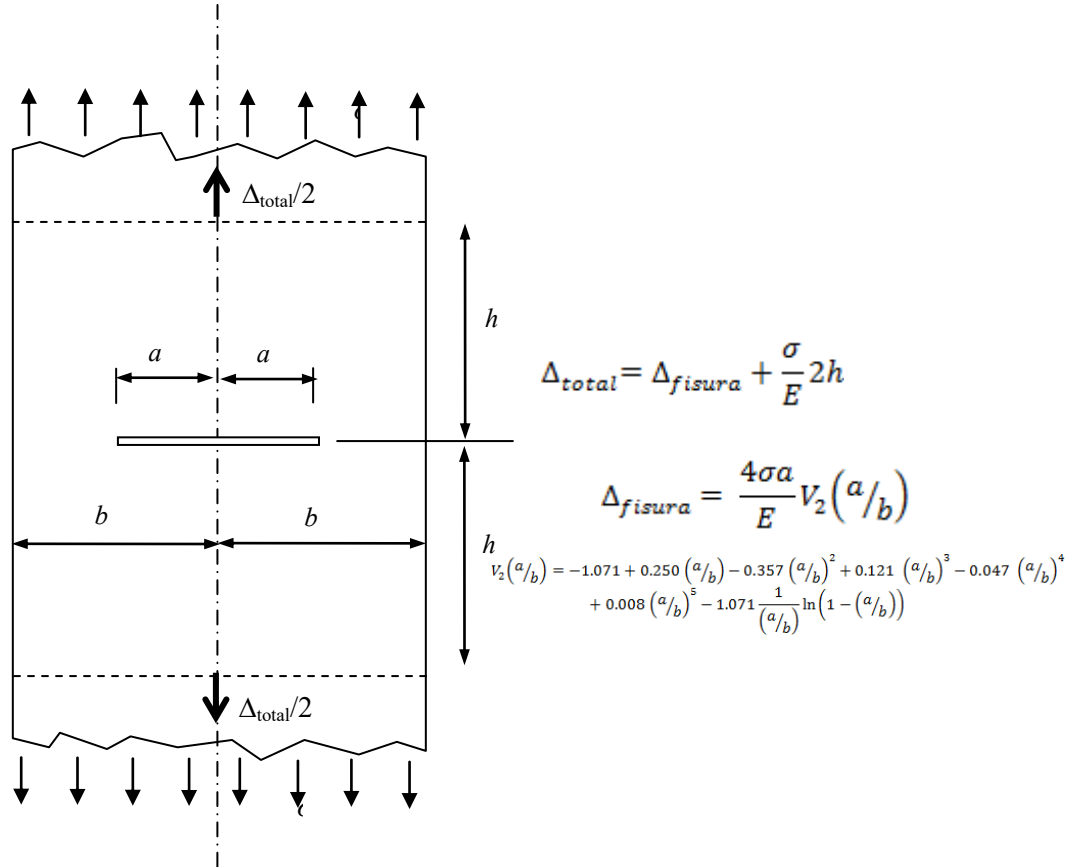


Figura 7.- Desplazamiento adicional en puntos remotos debido a la presencia de una fisura (Tada, 2000)

3.2 Validación experimental del modelo de fisura en la placa con campo de tracción diagonal desarrollado

Para validar el modelo propuesto, se utiliza el mismo set up de ensayos utilizados para validar el modelo de campo de tracción diagonal propuesto (ver la Figura 4.). En este caso se realizan marcas cada 5 mm a fin de poder crear un defecto de 10 mm, 20 mm, 30 mm y 40 mm. En cada uno de los casos se realiza un set de ensayos de tracción tirando de ambos vértices de la placa (ver Figura 8). Para los ensayos se utilizó una *maquina universal de ensayos Instron Modelo TTCM* de desplazamiento constante con una celda de carga de 100 kgf de manufactura *Flexar* y un extensómetro marca *Instron Modelo G-51-11M*. Los datos fueron registrados utilizando una placa adquisidora *Keithley DAS58* de 1Gs/s. La velocidad de desplazamiento de aplicación de la carga se setó en 5 mm/min y la frecuencia de adquisición en 5 Hz.

El ensayo se efectúa aplicando una carga de 0 a 30 kgf en una dirección y se mide el acercamiento de los vértices en la otra dirección. De esta manera se obtiene una curva P_{diag} vs. ΔL la cual puede transformarse en una curva P vs. δ . La idea en todos los casos es determinar la rigidez y compararla con las obtenidas en los modelos teóricos propuestos.

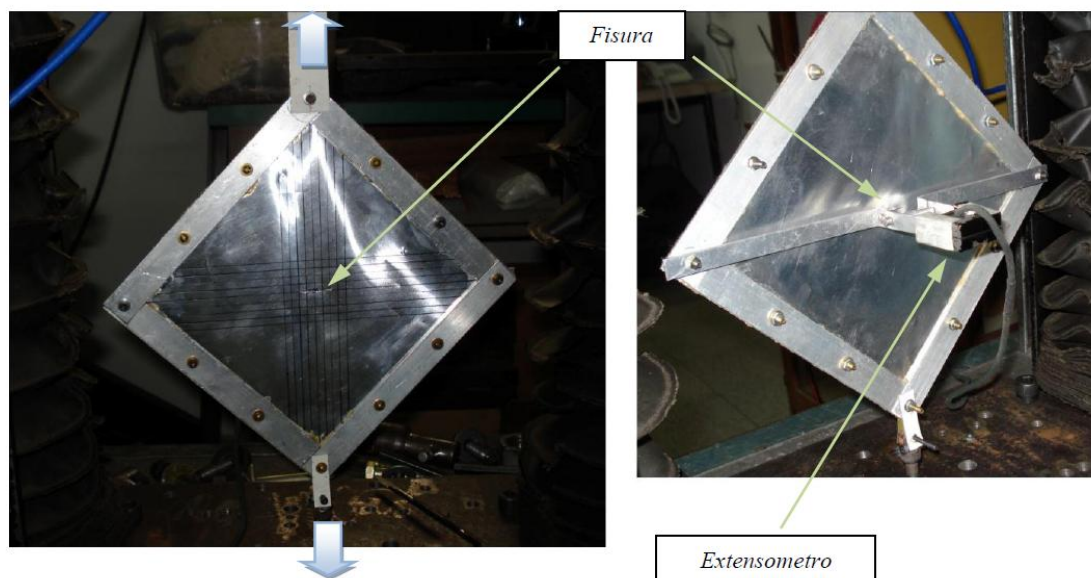


Figura 8.- Ensayo utilizado para la validación del modelo de daño.

Los valores medios obtenidos en los ensayos se comparan con los que se obtienen del modelo teórico propuesto y dicha comparación se muestra en la Tabla 2. Puede apreciarse que la diferencia entre el modelo propuesto y los ensayos realizados no superan el 4%.

Longitud de fisura	P/δ (modelo) (kgf/mm)	P/δ (ensayos) (kgf/mm)	Diferencia (%)
0	131,60	130,16	1,09%
10	129,64	129,44	0,16%
20	123,19	126,98	-3,08%
30	109,26	108,27	0,90%
40	100,94	104,22	-3,25%

Tabla 2.- Comparación de resultados

A partir de comparar los resultados obtenidos por el modelo propuesto con los resultados experimentales se pueden considerar válidas las hipótesis planteadas.

4 DETERMINACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DE UNA PLACA SOMETIDA AL CORTE CON CAMPO DE TRACCIÓN DIAGONAL Y CON EL EFECTO DE UNA FISURA

4.1 Modelo teórico

Para modelar la placa en estudio, determinar la características dinámicas de la placa y así también validar la aplicabilidad del modelo de rigidez propuesto en esta investigación se modela la placa sometida al corte con un campo de tracción diagonal desarrollado como un conjunto de masas. La rigidez de la placa se modela como un resorte con un valor de rigidez que se determina siguiendo el mismo procedimiento que se detallo en párrafos anteriores. Es decir, se concentra cada masa del marco de soporte y se distribuye en el medio de cada lateral, la masa de la placa se desprecia por ser prácticamente nula frente a los perfiles utilizados en el marco. Este modelo dinámico puede verse en la Figura 9.

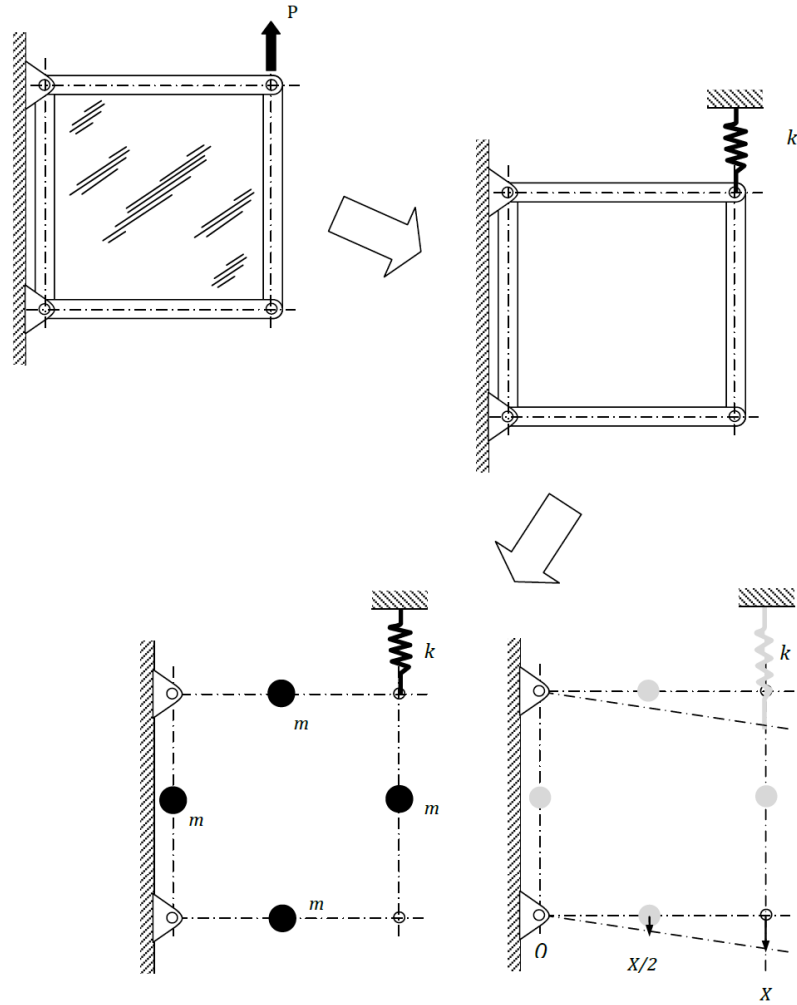


Figura 9.- Modelo dinámico de la placa sometida a corte

A partir de este modelo propuesto, teniendo en cuenta que la masa que se encuentra sobre los apoyos no se mueve, la energía cinética y la energía potencial se conservan entonces, la ecuación diferencial del movimiento puede escribirse como,

$$\ddot{X} + \left(\frac{2k}{3m} \right) X = 0 \quad (6)$$

Pero en la ecuación del movimiento oscilatorio el factor que multiplica el desplazamiento representa la primera frecuencia natural del sistema (Thompson, 1982), por lo tanto

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{3m}} \quad (7)$$

Considerando la geometría de la placa presentada en párrafos anteriores y utilizando las hipótesis consideradas anteriormente para la generación del modelo dinámico se tiene que $m = 0,0375 \text{ kg}$ y k varía dependiendo de la condición de la placa, entonces a partir de la Ecuación (7) se pueden determinar las frecuencias naturales del sistema para cada caso. Los resultados obtenidos a partir de utilizar este modelo se presentan en la Tabla 3.

	k (kgf/mm)	k (N/m)	F_n (Hz)
<i>Sin fisura</i>	131,60	1290996	762,5
$a=10\text{ mm}$	129,64	1271768,4	756,8
$a=20\text{ mm}$	123,19	1208493,9	737,7
$a=30\text{ mm}$	109,26	1071840,6	694,7
$a=40\text{ mm}$	100,94	990221,4	667,8

Tabla 3.- Frecuencias Naturales de la placa al corte calculadas con el modelo dinámico propuesto

Estos resultados determinados a partir del modelo dinámico propuesto alimentado con los datos que se obtuvieron del modelo estructural de la placa al corte con campo de tensión diagonal y fisuras deben ser validados a través de algún resultado experimental.

4.2 Medición experimental de la respuesta en frecuencia de la placa de corte

La determinación de las características dinámicas de la estructura se realiza a través de analizar su estado transitorio, es decir, a través de analizar el espectro (la transformada de *Fourier*) de su respuesta a una fuerza de corta duración (impacto). Esta técnica requiere pocos instrumentos y por ende los costos de implementación son más bajos, así como los tiempos de experimentación. En este caso las frecuencias son encontradas indirectamente luego del análisis de las señales obtenidas (ver Figura 10).

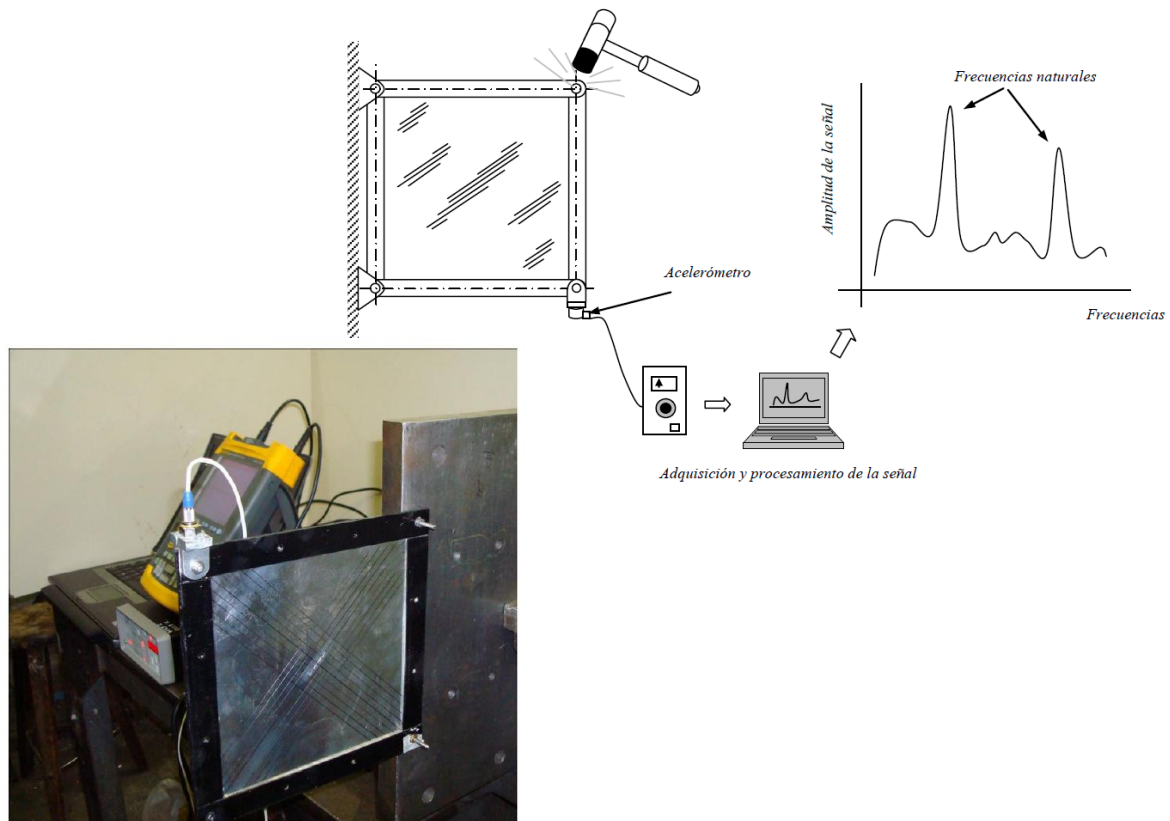


Figura 10.- Esquema de ensayo para la determinación de las frecuencias naturales de una viga a partir de su respuesta transitoria

Se realizaron varias mediciones sobre la placa de corte para distintas longitudes de fisuras. Se utilizó para la medición un acelerómetro *Endevco ISOTRON Modelo 2256A-100*, con un acondicionador y amplificador de señal *Endevco Modelo 133* y la señal fue adquirida utilizando un osciloscopio *FLUKE Scopemeter 196C*. En todos los casos como la carga de pandeo de la placa es muy baja, cualquier impulso generado sobre la misma logra pandear a esta y desarrollar un campo de tracción diagonal que dura lo que dura dicho impulso.

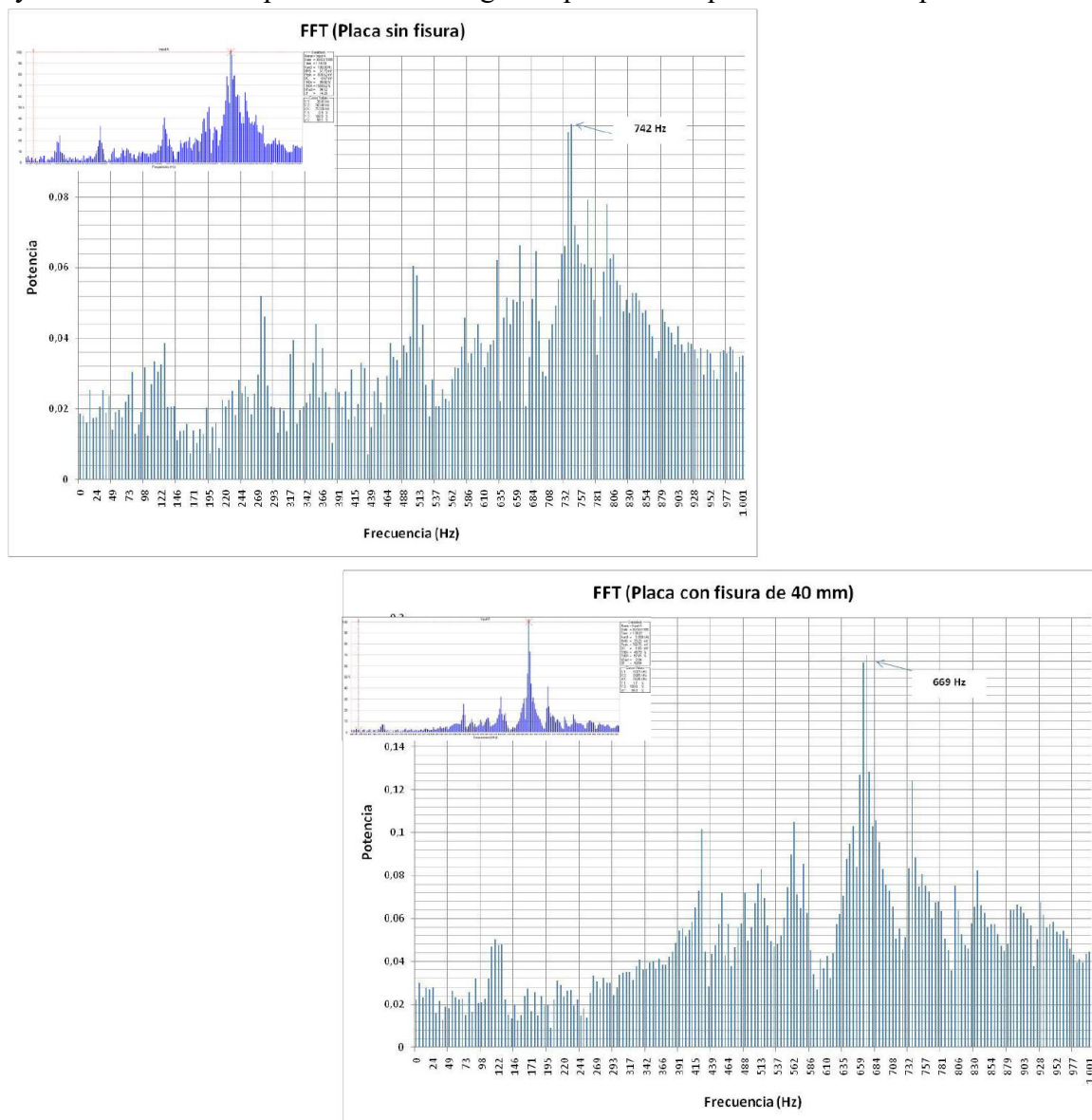


Figura 11.- Espectro de la señal adquirida ($a = 0 \text{ mm}$ y $a=40 \text{ mm}$)

Los resultados obtenidos a partir de procesar todas las señal adquiridas de la respuesta dinámica de la placa de corte en las condiciones extremas de longitud de fisura se muestran en la Tabla 4

	$f_n \text{ (Hz)}$
Sin fisura	743.8 ($s^2=2.8$)
$a = 40 \text{ mm}$	665.7 ($s^2=2.8$)

Tabla 4.- Resultados de los ensayos para la determinación de las características dinámicas de la placa de corte

Al comparar los resultados de la Tabla 3 con los obtenidos en la Tabla 4 puede apreciarse que para el caso de la fisura de 40 mm la frecuencia natural del modelo es prácticamente la misma mientras que para el caso de la placa sin fisura la frecuencia obtenida en el ensayo es mucho menor. Analizando este valor y las señales obtenidas, se puede concluir que esta diferencia se debe a factores como la rigidez del sistema de sujeción de la placa. Más allá de esta diferencia se puede apreciar que el modelo presentado permite conocer la variación de la frecuencia natural de la placa ante la presencia de una fisura y que el valor que se predice se condice bien con los resultados experimentales. Igualmente para poder concluir y extender el rango de validez del modelo se aplicara el mismo a distintas configuraciones estructurales a fin de predecir su comportamiento y compararlo con mediciones experimentales.

5 CONCLUSIONES

El modelo propuesto en una primera etapa fue validado experimentalmente y los valores obtenidos estática y dinámicamente fueron muy similares a los planteados en el modelo. Las diferencias encontradas son del orden del 4% en estos casos. Luego de complejos análisis teóricos se llegó a una solución práctica e ingenieril que simplifica la aplicación de los conceptos desarrollados en esta investigación.

Por lo tanto, esta metodología de trabajo utilizando el modelo propuesto ha demostrado ser válido, ya que el mismo fue comparado con resultados experimentales en distintas configuraciones estructurales obteniendo valores similares en todos los casos.

REFERENCIAS

- Kuhn P., Peterson J., Levin L., A summary of diagonal tension Part I : methods of analysis, *NACA-TN-2661*, Langley Research Center, 1952
- Kuhn P., Peterson J., Levin L., A summary of diagonal tension Part II : experimental evidence, *NACA-TN-2662*, Langley Research Center, 1952
- Kuhn P., A summary of design formulas for beams having thin webs in diagonal tension, *NACA TN 469*, Langley Research Center, 1933
- Kuhn P., *Stress in aircraft and shell structures*, Mc Graw Hill, New York, 1956
- Actis M. D., *Estudio De La Variación De Propiedades Mecánicas De Estructuras De Paredes Delgadas Ante La Presencia De Inestabilidades Elasto-Plásticas*, Tesis de Doctorado presentada en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, 2007.
- Patanella A. J., *Variación de Propiedades Dinámicas de Estructuras de Paredes Delgadas ante la Presencia de Daño*, Tesis de Doctorado presentada en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, 2010.
- Timoshenko, S., *Strength of materials*. Part I : *Elementary theory and problems* , *Strength of materials*. Part II : *Advanced Theory and Problems*, D. Van Nostrand Company, 1954.
- Tada H., Paris P.C., Irwin G. R., *The stress analysis of cracks handbook*, 3rd Edition, New York, ASME, 2000
- Anderson T.L. , *Fracture Mechanics, Fundamentals and Application*, 2nd Edition, CRC Press, Boca Raton, 1995
- Thompson W., *Teoría de las Vibraciones con aplicaciones*, 2nd Edition, Prentice-Hall Int., México, 1982