

## DINAMICA DE LA TERMOSEFERA ECUATORIAL: I, MODELO TEORICO

A.A.Louro y S. Duhau<sup>\*</sup>

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

### RESUMEN

Se analiza un modelo teórico de la dinámica de la capa F ecuatorial basado en el acoplamiento eléctrico de esta capa con la capa E considerada como una lámina delgada de corriente. Dentro del modelo se resuelve simultáneamente la ecuación de movimiento de la atmósfera neutra. Se analizan exhaustivamente las hipótesis del modelo, haciendo énfasis en la condición de contorno sobre la corriente en el límite entre las capas E y F.

### ABSTRACT

A theoretical model of the dynamics of the equatorial F-region based on the electrical coupling between this layer and the E-region, considered as a thin current layer, is analyzed. In the model, the equation of motion of the neutral atmosphere is solved simultaneously. The hypotheses of the model are exhaustively analyzed, with particular emphasis on the boundary condition for the current at the limit between the E- and F-layers.

\* Miembro de la Carrera del Investigador del CONICET

## 1. INTRODUCCION

En un trabajo anterior (Duhau y Louro, 1980) se estudió la dinámica de la termósfera ecuatorial utilizando las ecuaciones de Rishbeth (1971), las cuales describen un circuito formado por la capa E considerada como una lámina delgada de corriente y las líneas de campo geomagnético que la conectan con la capa F, y un modelo semiempírico de la densidad electrónica más acorde con las observaciones que el de Chapman de usual aplicación.

Entre los resultados de ese cálculo, se destaca la importancia del flujo de corriente normal a las líneas de campo magnético a través de la interfase entre las regiones E y F en un entorno alrededor del ecuador magnético. En el presente trabajo se muestra que de hecho la contribución de la corriente paralela a la corriente vertical total es despreciable frente a la de la corriente normal en esa zona, lo que conduce a modificar la condición de contorno para la corriente en la base de la región F.

Este resultado, junto con la eliminación de la suposición de que la velocidad relativa entre iones y neutros fuese constante con la altura, hipótesis introducida anteriormente por conveniencia matemática, permite formular un nuevo modelo de la dinámica de la termósfera ecuatorial.

## 2. DISCUSION DEL ACOPLAMIENTO ELECTRICO ENTRE LAS REGIONES E Y F

## 2.1. Geometría del modelo y coordenadas

Se considera la tierra plana, y la atmósfera neutra y ionósfera horizontalmente estratificadas; esta simplificación de la geometría del problema resulta adecuada, pues se estudia un pequeño intervalo de latitudes alrededor del ecuador. Adicionalmente, se desprecian los gradientes longitudinales de las magnitudes ionosféricas involucradas. En particular, suponer que las velocidades iónica y electrónica son constantes en la dirección este-oeste implica suponer que es nulo el campo eléctrico en esa dirección. También se supone que no fluye corriente a través del ecuador en condiciones equinocciales, ni a través de la base de la capa E.

Las direcciones paralela y normal a las líneas de campo geomagnético son designadas l y n respectivamente, mientras que las coordenadas x, y, z representan las direcciones este, norte y vertical respectivamente.

## 2.2. Ecuaciones de la ionósfera y atmósfera neutra

## 2.2.1. La región F

La región F se considera compuesta por dos flúidos cargados, de iones  $O^+$  y

electrones respectivamente, que obedecen a la siguiente ecuación de movimiento:

$$n_j m_j \partial \vec{V}_j / \partial t + (\vec{V}_j \cdot \nabla) \vec{V}_j + \nabla \cdot \vec{p}_j - n_j q_j (\vec{E} + \vec{V}_j \times \vec{B}) - n_j m_j \vec{g} = \Delta M_{1j}, \quad (1)$$

donde el subíndice  $j$  denota iones o electrones;  $n$  es la densidad numérica,  $m$  es la masa,  $\vec{V}$  la velocidad,  $\vec{p}$  el tensor intrínseco de presión y  $q$  la carga eléctrica de las partículas pertinentes,  $\vec{E}$  es el campo eléctrico y  $\vec{B}$  el campo geomagnético. El miembro derecho de (1) representa la variación del impulso de las partículas de la especie  $j$  debida a las colisiones con partículas de la otra especie. Este término suele aproximarse (ver por ejemplo Rishbeth y Garriott, 1969):

$$\sum_k n_j m_j v_{jk} (\vec{V}_j - \vec{V}_k), \quad (2)$$

donde  $k$  designa las especies neutras o cargadas que chocan con partículas de la especie  $j$ , y  $v_{jk}$  es la frecuencia de colisión de partículas de la especie  $j$  con partículas de la especie  $k$ . Esta aproximación del término de colisiones ha sido fundamentada para estados de cuasiequilibrio (Morse, 1966). Si bien se desconocen las funciones de distribución ionosféricas la hipótesis de cuasiequilibrio es razonable, dado que los tiempos característicos de los procesos hidromagnéticos son mucho mayores que  $v_{in}^{-1}$  (ver Tabla I), en la práctica la única frecuencia de colisión de interés para la dinámica de la termósfera, como se verá (ec. (6)).

Si se definen la densidad media y velocidad media de los iones y electrones,

$$\rho \equiv \rho_i + \rho_e, \quad (3)$$

donde  $\rho_j \equiv n_j m_j$ , ( $j = i, e$ ), y

$$\vec{V} \equiv (\rho_i \vec{V}_i + \rho_e \vec{V}_e) / \rho, \quad (4)$$

la suma y de la diferencia de las ecuaciones de movimiento de los iones y electrones dan un sistema de ecuaciones para un único fluido: la ecuación de movimiento y la ley de Ohm. Con los valores típicos de los parámetros termosféricos involucrados que se detallan en las Tablas I y II

TABLA I

h (km)	$v_i (s^{-1})$	$v_e (s^{-1})$	$v_{ei} (s^{-1})$
150	$3 \times 10^1$	$2 \times 10^3$	$5 \times 10^2$
200	$10^1$	$2 \times 10^3$	$4 \times 10^2$
300	$5 \times 10^{-1}$	$2 \times 10^1$	$4 \times 10^2$

Valores típicos de las frecuencias de colisión ión-neutros, electrón-neutros y electrón-ión en función de la altura.

TABLA II

Masa del ión $O^+$	$m_i = 2.68 \times 10^{-26} \text{ kg}$
Masa del electrón	$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Girofrecuencia iónica	$\Omega_i = 160 \text{ s}^{-1}$
Girofrecuencia electrónica	$\Omega_e = 4.71 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$
Campo geomagnético	$B_0 = 2.7 \times 10^{-5} \text{ T}$
Campo magnético debido a corrientes locales	$b \sim 10^{-9} \text{ T}$
Temperatura	$T \sim 1000 \text{ K}$
Escala de altura	$H \sim 50 \text{ km}$
Densidad electrónica	$n_e \sim 10^{11} \text{ m}^{-3}$
Frecuencia de plasma	$\omega_p \sim 1.8 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$

Valores típicos de magnitudes características de la capa F de la ionósfera.

y teniendo en cuenta que a frecuencias hidromagnéticas, vale que:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0, \quad (5)$$

la ecuación de movimiento y la ley de Ohm se reducen respectivamente a:

$$\vec{j} \times \vec{B} - \rho v_i (\vec{V} - \vec{U}) = 0, \quad (6)$$

donde  $v_i$  es la frecuencia de colisión entre iones y neutros, y

$$\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} = 0. \quad (7)$$

Puesto que  $n_i = n_e$  y  $m_i \gg m_e$ , entonces  $\rho = \rho_i$ , y de (6) se obtiene que:

$$\vec{j}_n = n_e e (v_i / \Omega_i) (\vec{V}_x - \vec{U}_x). \quad (8)$$

Nótese también que  $\vec{V} \approx \vec{V}_i$  con excelente aproximación.

### 2.2.2. La región E

La región E es considerada como una lámina delgada de corriente horizontal, de modo que  $j_z = 0$ , y no se incluye el efecto del viento neutro. Entonces, la corriente meridional integrada en altura en la capa E es:

$$J_E = \Sigma_1 E_\theta = \Sigma_1 E_n \sin i, \quad (9)$$

donde

$$\Sigma_1 = 1/\sin^2 i \int_{90}^{140} \sigma_1 dh, \quad (10)$$

$i$  es la inclinación magnética,  $h$  la altura, y  $\sigma_1$  es la conductividad de Pedersen.

Un sencillo modelo de la conductividad de la región E (Rishbeth, 1971) conduce a la siguiente ecuación para  $J_E$ :

$$J_E = (\pi/2) e N_E H_E (E_n/B) \operatorname{cosec} I, \quad (11)$$

donde  $N_E$  es la densidad electrónica máxima de la capa E,  $H_E$  es la altura de escala, y B es el campo geomagnético.

### 2.2.3. La atmósfera neutra

A alturas de la región F la atmósfera neutra actúa como un único fluido (Rishbeth, 1972) que obedece la ecuación de movimiento de Navier-Stokes (Conrad y Schunk, 1979) que en un sistema de coordenadas que rota junto con la tierra con velocidad angular  $\vec{\Omega}$ , es:

$$\begin{aligned} \partial \vec{U} / \partial t + (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} + 2\vec{\Omega} \times \vec{U} + (1/\delta) \vec{\nabla} p - \vec{g} - (\mu/\delta) \Delta \vec{U} + \\ + n_i m_i v_{in} (\vec{U} - \vec{V}_i) + n_e m_e v_{en} (\vec{U} - \vec{V}_e) = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

donde  $\delta$  y  $p$  son la densidad y presión de la atmósfera neutra respectivamente, y  $\mu$  es el coeficiente de viscosidad. Se ha omitido la aceleración centrípeta, considerándola como una pequeña corrección a la aceleración de la gravedad (Rishbeth, 1972).

Esta ecuación, cuya componente zonal interesa aquí, puede simplificarse con siderando que:

- 1)  $m_i v_{in} \gg m_e v_{en}$  (ver Tablas I y II), y  $\vec{V}_i \approx \vec{V}$ , de donde los términos de colisiones se reducen a:

$$n_e m_i v_{in} (\vec{U} - \vec{V}), \quad (13)$$

si se considera además que  $n_i \approx n_e$ .

- 2) La componente zonal del término de Coriolis se anula en el ecuador.
- 3) Es posible desprestigiar el efecto de la viscosidad a alturas termosféricas (Kohl y King, 1967; Rishbeth, 1971; Rishbeth, 1972; III y otros, 1975).

Luego, la componente este-oeste de la ecuación (12) se reduce a (Rishbeth, 1971):

$$\partial U_x / \partial t (1 - U_x/v_t) = (-1/v_t) \partial p / \partial t - N_e m_i v_{in} (U_x - V_x), \quad (14)$$

donde además se ha tenido en cuenta la equivalencia entre las variaciones longitudinales y las variaciones temporales:

$$\partial / \partial x = (1/v_t) \partial / \partial t, \quad (15)$$

siendo  $v_t$  la velocidad tangencial de rotación terrestre a la altura pertinente.

### 2.3. Condición de contorno en la interfase entre las capas E y F.

La condición

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0, \quad (16)$$

aplicada a un segmento de la capa E comprendido entre el ecuador y una latitud no nula, implica que:

$$j_z^* = (1/R_E) \partial J_E / \partial \theta \quad (17)$$

a esa latitud, donde se designan con un asterisco los valores de las magnitudes en la base de la capa F.  $R_E$  es la distancia geocéntrica de la capa E, y  $\theta$  es la latitud.

Es usual suponer que  $j_z^* = j_1^* \sin I$  (Maeda y Murata, 1965; Rishbeth, 1971; Schieldge y otros, 1973; Heelis y otros, 1974). Sin embargo, la condición de contorno exacta para una corriente que circula en una lámina delgada es:

$$j_z^* = j_1^* \sin I + j_n^* \cos I. \quad (18)$$

Duhau (1978) y Duhau y Louro (1980) han encontrado que la contribución de la corriente normal a las líneas de campo a la corriente vertical total a través de la base de la capa F, es significativa. En lo que sigue, por lo tanto, se ha utilizado la condición de contorno completa (18).

Por su parte,  $j_1^*$  puede expresarse en términos de  $j_n^*$ , integrando (16) a lo largo de una línea de campo:

$$j_1^* = - \int_{h=150}^{h=\zeta} \partial j_n^* / \partial l \, dl, \quad (19)$$

donde  $\zeta$  es la altura de la línea de campo en el ecuador.

Suponiendo que  $U' \equiv U_x - V_x$  no depende de la altura ni de la latitud a efectos de la integral en (19), de las ecuaciones (7), (8), (11), (17), (18) y (19) se obtiene el denominado factor de polarización (Rishbeth, 1971), definido como:

$$\Pi \equiv V_x / U_x, \quad (20)$$

expresado en términos de los parámetros ionosféricos. La inclusión de este factor en la ecuación (12) permite calcular  $U_x$ , y luego  $V_x$  por definición de  $\Pi$ .

#### 2.4. La corriente vertical en la base de la capa F

Las proyecciones verticales de las corrientes normal y paralela a las líneas de campo, y la suma de ambas, calculadas según el modelo descrito arriba, están ilustradas en las Figuras 1, 2 y 3 respectivamente; también se han graficado las últimas dos calculadas representando la densidad electrónica en la región F por el modelo de Chapman. Los cálculos se realizaron para dos latitudes diferentes, a las cuales cruzan la base de la capa F las líneas de campo de 250 km y 300 km de altura sobre el ecuador. Como se puede ver, resulta en general:

$$j_n^* \cos I \gg j_1^* \sin I \quad (21)$$

al representar la densidad electrónica por el modelo semiempírico antes mencionado. Por lo tanto, la expresión (18) debe ser reemplazada por:

$$j_z^* \approx j_n \cos I . \quad (22)$$

Asimismo, la Figura 3 muestra que al representar la densidad electrónica de acuerdo a las mediciones, en vez de mediante el modelo de Chapman, resulta una significativa corriente vertical en la base de la capa F.

### 2.5. La hipótesis $U' = \text{constante}$ .

Para calcular el factor de polarización sin conocer previamente  $U'$  se supone que esta magnitud podía considerarse independiente de la altura y la latitud a efectos del cálculo de la integral de la ecuación (19) (Rishbeth, 1971). Interesa, por lo tanto, saber si esta hipótesis es consistente con los valores calculados de  $U'$ .

Dada la expresión (8) de  $j_n$ ,  $U'$  puede considerarse independiente de la altura  $h$ , si vale que:

$$|(1/n_e v_i) \partial (n_e v_i) / \partial h| / |(1/U') \partial U' / \partial h| \gg 1 . \quad (23)$$

Este cociente se ha graficado en la Figura 4 en función de la altura, estimando el denominador en (23) mediante la diferencia entre los valores de  $U'$  a los 250 km y 300 km, lo que da un valor de  $5 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ .

## 3. EL NUEVO MODELO

Teniendo en cuenta la nueva condición de contorno (22) para la corriente vertical en la base de la región F, la ecuación (17) puede escribirse:

$$(1/R_E) \partial J_E / \partial \theta = j_n^* \cos I . \quad (24)$$

La ecuación (24), junto con (7), (8) y (11), permiten formular la siguiente ecuación diferencial para  $V_x^*(\theta)$ :

$$\partial / \partial \theta (V_x^* \operatorname{cosec} I^*) = a \cos I^* - b V_x^* \cos I^* , \quad (25)$$

donde  $a = (2/\pi) n_e^* R_E v_i^* U_x^* / N_E H_E$ ; y  $b = a/U_x^*$ . La condición inicial para resolver (25) es que  $V_x^*(\theta=0) = 0$ , lo que según (11) equivale a que  $J_E = 0$  en el ecuador.

$U_x^*$  es calculado de su ecuación de movimiento independientemente de  $V_x^*$ , pues a los 150 km la fuerza de arrastre iónico es despreciable frente al gradiente de presión, en (14). Por otra parte, conocer  $V(\theta)$  a una altura fija implica conocer su variación con la altura en el ecuador, puesto que las líneas de campo son equipotenciales eléctricos, y por lo tanto, según (7),  $V_x$  también se conserva sobre una línea de campo.  $V_x$  puede entonces reemplazarse en (14), cuya resolución a distintas alturas da como resultado  $U_x(h)$ . Finalmente, los valores obtenidos de  $U'$  permiten calcular  $j_n$ .

## 4. CONCLUSIONES

Se ha hallado que la contribución a la corriente vertical total en la base de la región F de la corriente paralela a las líneas de campo es despreciable frente a la de la corriente normal, lo que ha conducido a formular un nuevo modelo de la dinámica de la termosfera ecuatorial. El sistema de ecuaciones resultante es además sencillo, al encontrarse desacopladas las ecuaciones que rigen las velocidades iónica y neutra.

Agradecimientos: Este trabajo fue subvencionado por el CONICET como parte del Programa Nacional de Radiopropagación.

## BIBLIOGRAFIA

- Conrad, J.R. y Schunk, R.W., 1979: On the validity of the Navier-Stokes equation for thermosphere dynamics calculations; *J. Geophys. Res.*, 84, 5355.
- Duhau, S., 1978: La corriente vertical en la base de la capa F ecuatorial; *Rev. Geoffs. IPGH* (en prensa).
- Duhau, S. y Louro, A.A., 1980: La superrotación de la atmósfera en las proximidades del ecuador magnético; *GEOACTA*, 10, 79.
- Heelis, R.A., Kendall, P.C., Moffett, R.J., Windle, D.W. y Rishbeth, H., 1974: Electrical coupling of the E- and F-regions and its effect on F-region drifts and winds; *Planet. Space Sci.*, 22, 743.
- Ill, M., Clairemidi, J. y Falin, J.L., 1975: Neutral winds in the F-region; *Planet. Space Sci.*, 23, 401.
- Kohl, H. y King, J.W., 1967: Atmospheric winds between 100 and 700 km and their effects on the ionosphere; *J. Atmos. Terr. Phys.*, 29, 1045.
- Maeda, K.I. y Murata, H., 1965: Ionospheric dynamo theory with consideration for magnetospheric current along the geomagnetic lines of force; *Rep. Ionos. Space Res. Japan*, 19, 272.
- Morse, T.F., 1966: Energy and momentum exchange between non-equipartition gases; *Phys. Fl.* 6, 1420.
- Rishbeth, H., 1971: Polarization fields produced by winds in the equatorial F-region; *Planet. Space Sci.*, 19, 357.
- Rishbeth, H., 1972: Thermospheric winds and the F-region: a review; *J. Atmos. Terr. Phys.*, 34, 1.
- Rishbeth, H. y Garriott, K.G., 1969: Introduction to ionospheric physics, Academic Press, New York.
- Schildge, J.P. y Venkateswaran, S.V., 1973: The ionospheric dynamo and equatorial magnetic variations; *J. Atmos. Terr. Phys.*, 35, 1045.

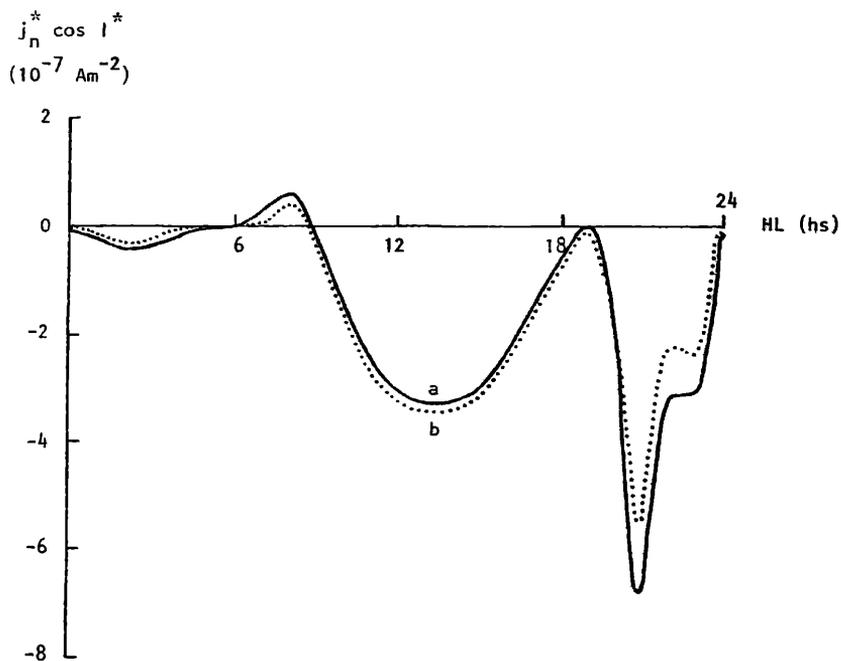


FIGURA 1

Variación con la hora local de  $j_n^* \cos l^*$  en la base de la capa F a las latitudes de  $7,1^\circ$  (curva (a)) y  $8,6^\circ$  (curva (b)).

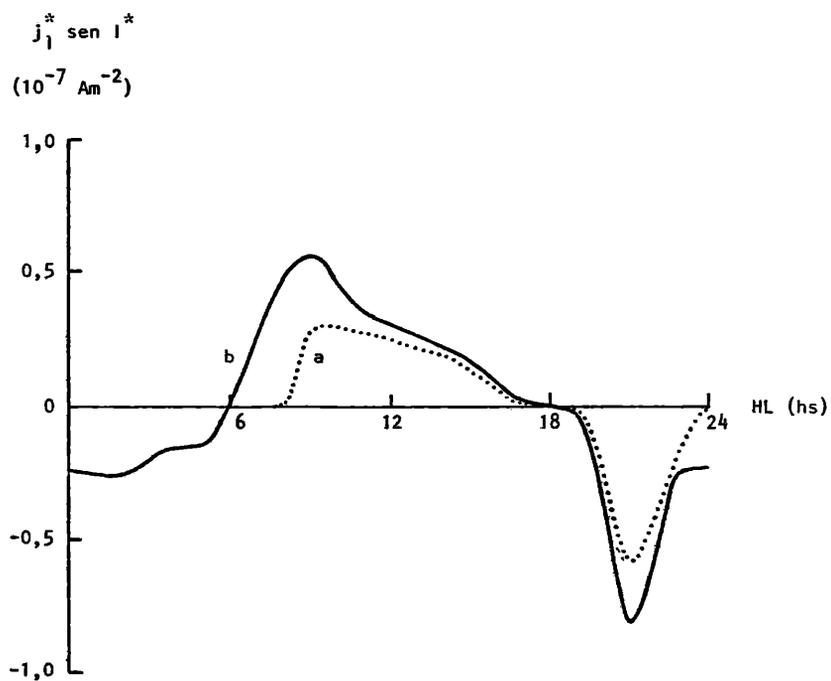


FIGURA 2

Variación con la hora local de  $j_1^* \text{ sen } l^*$  en la base de la capa F a las latitudes de  $7,1^\circ$  (curva (a)) y  $8,6^\circ$  (curva (b)).

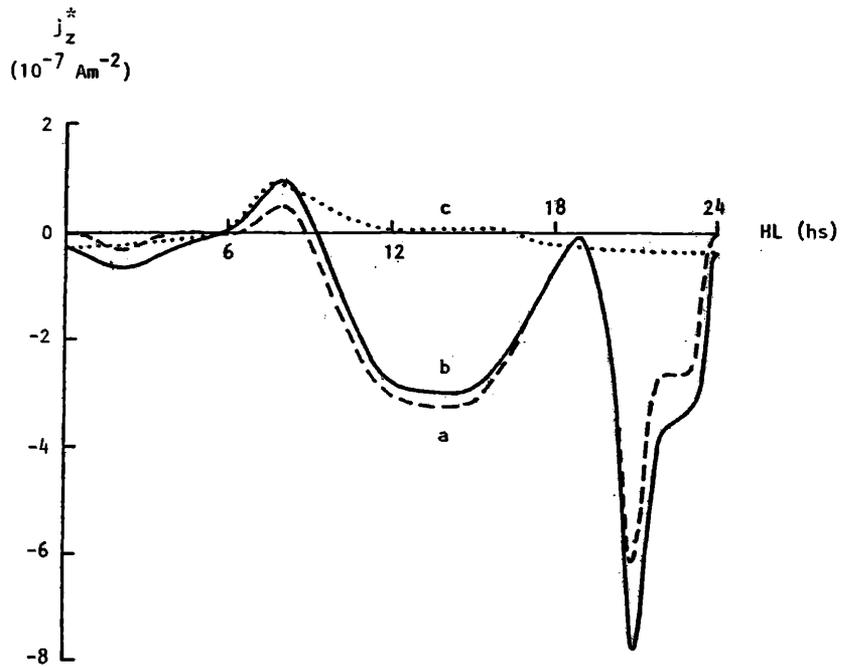


FIGURA 3

Variación con la hora local de la corriente vertical  $j_z = j_1 \sin I + j_2 \cos I$  en la base de la capa F a las latitudes de  $7,1^\circ$  (curva (a)) y  $8,6^\circ$  (curva (b)), y  $j_z = j_1 \sin I$  de acuerdo con Rishbeth (1971) (curva (c)).

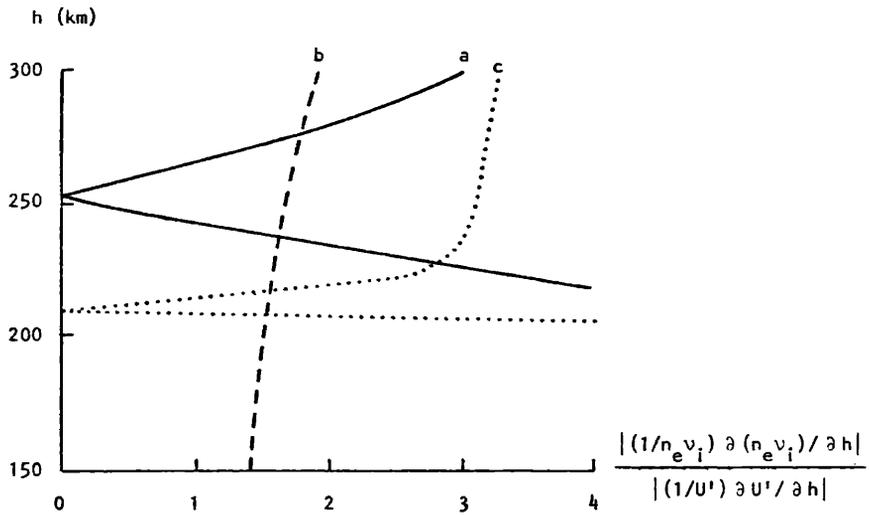


FIGURA 4

Variación con la altura de  $\frac{|(1/n_e v_i) \partial(n_e v_i) / \partial h|}{|(1/U') \partial U' / \partial h|}$  para el modelo de densidad electrónica utilizado por Rishbeth (1971) (curva (a)) y para el modelo de este trabajo a las 12 HL (curva (b)) y 0 HL (curva (c)).