

SOBRE LA CALIBRACION DE MEDIDORES DE IMPACTO

Carlos Lac Prugent, Marfa C. Pomposiello, Alicia B. Trigubó, Etel B. Falcoff  
Comisión Nacional de Investigaciones Espaciales  
San Miguel, República Argentina

RESUMEN

En este trabajo los autores proponen una metodología para el tratamiento de la información obtenida a partir de los medidores de impacto, con el fin de dar pautas para la evaluación físico-estadística de la experiencia de lucha antigranizo encarada en la provincia de Mendoza por la Comisión Nacional de Investigaciones Espaciales (C.N.I.E.).

Se abordan los aspectos teóricos y prácticos de la calibración de los medidores de impacto. Además, se discuten los problemas emergentes de la curva de calibración que relacionan los diámetros reales con los medidos.

Mediante experiencias basadas en la caída de esferas de acero, se obtuvo una función lineal entre el tamaño real y el diámetro medido mediante el ajuste por mínimos cuadrados.

El diámetro real es mayor que el diámetro medido y se nota la imposibilidad de medir granizos con un diámetro menor de 0,5 cm.

Se encontró que la distribución de frecuencias de los tamaños reales del granizo se ajusta mejor a la función gamma.

ABSTRACT

In this paper the authors propose a methodology to treat the information which has been collected from the hailpads aimed to establish some points for the physical-statistical evaluation of the anti-hail experience which is being conducted in the province of Mendoza.

Theoretical and empirical aspects related to the hailpads calibration are examined. Besides, the problems resulting from the use of the calibration curve which relates real and measured diameters are discussed.

By means of experiences based on fallings of steel balls, it was obtained a linear function real and mesured diameters, by the minimum square method.

The real diameters is always longer than the mesured one, and untill now it is impossible to detect hail diameters less than 0,5 cm.

It was found that frequency distribution of real sizes is almost well fitted by the gamma distribution.

## 1. INTRODUCCION

Las experiencias destinadas a la modificación artificial del tiempo se basan en el supuesto que el sembrado de nubes trae aparejado cambios en los parámetros observables de la precipitación. En particular, las acciones conducidas con el propósito de evitar o disminuir la acción destructiva del granizo han utilizado los daños a cultivos o bienes materiales, medidos por compañías de seguro o como medida de la intensidad y extensión del fenómeno granizo. Con el tiempo, algunos investigadores introdujeron los medidores de impacto como elemento que permite una medición más objetiva de la ocurrencia del meteoro sobre la tierra.

Para poder determinar el espectro de tamaño de las piedras y por ende un conjunto de parámetros tales como la masa y la energía cinética de impacto es necesario calibrar los medidores. Esta operación se realiza dejando caer esferas de distintos diámetros sobre ellos bajo ciertas aproximaciones que permitan que las mismas simulen a los granizos.

El análisis de los espectros de tamaños de las piedras es de fundamental importancia puesto que facilita una evaluación cuantitativa de la eficacia del método de siembra utilizado. Con tal motivo se procede al ajuste de las distribuciones de frecuencias empíricas mediante funciones de densidad de probabilidad.

## 2. CALIBRACION DE LOS MEDIDORES DE IMPACTO

### 2.1 Material utilizado

Los medidores de impacto calibrados (Pomposiello y otros, 1979), que consisten en chapas de poliuretano expandido de  $1/8 \text{ m}^2$  cubiertas con una película de aluminio, fueron descritos en el informe interno de Banus y Cardoso (1976).

Se usó papel de aluminio temple blando de 40, 60 y 80 micrones de espesor. La calibración fue realizada usando esferas de acero de diámetros comprendidos entre  $1/8''$  y  $2''$ . Se construyó un dispositivo para dejar caer las esferas desde distintas alturas. La altura máxima que corresponde a la esfera de mayor diámetro es aproximadamente 5,7 m.

Los diámetros de las huellas fueron medidos con un calibre, para las más chicas ( $1/8''$  y  $1/4''$ ) se usó una lupa con un micrómetro que aprecia 0,05 mm.

### 2.2. Hipótesis de trabajo

Teniendo en cuenta los trabajos de Strong (1974) entre otros, se adoptó la energía cinética y no el momento para realizar la calibración de los medidores de impacto. Es decir, se considera que esferas de distinto material pero de igual

diámetro y energía cinética dejan la misma huella sobre los medidores.

Se supuso que los granizos son esféricos. Esta hipótesis fue adoptada teniendo en cuenta que los granizos recogidos de diámetro  $D \leq 4$  centímetros son aproximadamente esféricos.

Para las esferas lisas (acero) se tomó el coeficiente de drag  $C_D = 0,45$  y para los granizos se adoptó el valor  $C_D = 0,55$ .

Se supuso que los granizos tienen una densidad igual a  $0,89 \text{ gr/cm}^3$ .

La densidad del aire en Mendoza se adoptó la correspondiente al aire seco a 930 mb y  $18^\circ\text{C}$ . Estos datos fueron tomados del estudio de Grandozo (1966). La densidad del aire en Buenos Aires fue calculada para 1013,25 mb y  $15^\circ\text{C}$ . Estos valores corresponden aproximadamente a los valores medios de presión y temperatura para la época en que se realizó la calibración. Además, se consideró que la densidad del aire es constante para intervalos de altura del orden de 50 m.

Ni la fusión ni la acreación de gotas de agua produce cambios significativos en la velocidad terminal cuando los granizos llegan a tierra. La velocidad se ajusta rápidamente durante la caída compensándose los cambios debidos a la densidad del aire, viscosidad o masa (fusión o acreación).

### 2.3 Derivación de las ecuaciones

La ecuación de movimiento para un esfera de masa  $m$  y radio  $r$  y densidad  $\rho$  que cae con velocidad  $v$ , a través del aire de densidad  $\rho_a$  es la siguiente.

$$m \cdot a = m \cdot g - E - F_A$$

Siendo  $a$  la aceleración,  $g$  la aceleración de la gravedad  $E$  el empuje y  $F_A$  la fuerza viscosa e igual a:

$$F_A = 1/2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot C_D \cdot \rho_a \cdot v^2$$

La esfera alcanza la velocidad terminal  $v_T$  cuando la fuerza neta que actúa sobre la esfera es igual a cero,

$$v_T = \left\{ 8/3 \cdot [(\rho - \rho_a) / \rho_a] \cdot g \cdot r / C_D \right\}^{1/2}$$

La altura a la que se debe arrojar la esfera de acero para que tenga igual energía cinética al llegar a tierra es la siguiente:

$$h = -v_{TA} / 2.g \cdot \ln \left[ 1 - v_A^2 / v_{TA}^2 \right]$$

siendo  $v_{TA}$  y  $v_A$  la velocidad terminal y la velocidad requerida de la esfera de acero.

#### 2.4 Realización de la experiencia

Se dejaron caer las esferas de acero tratando que estas impactaran en la zona central del medidor y con incidencia normal.

Se observó que las huellas son bastante esféricas con los bordes muy poco precisos. Se considera que esto lleva a cometer errores sobre todo cuando trabajan varios observadores.

Se estimó, que el error en la velocidad terminal de los granizos debidos al coeficiente  $C_D$ , a la densidad del aire y la densidad de granizo es alrededor del 12,5%. Este error conduce a una variación del 25% en la energía cinética.

Por otro lado, el error relativo en la determinación de las huellas medidas en la calibración es menor que el 7,5%. Esta variación produce en la energía cinética calculada un error relativo menor del 30%.

#### 2.5 Obtención de la curva de calibración

Las curvas de calibración para los distintos papeles fueron trazadas uniendo los puntos experimentales por una poligonal. Esto fue adoptado suponiendo que de esta manera se tiene mejor en cuenta la respuesta del sensor para los distintos diámetros. Las tres curvas son bastante semejantes, se observa que para los diámetros mayores tienden a un comportamiento lineal, pero que para los diámetros pequeños se separan de este comportamiento.

Las curvas fueron suavizadas por el método de cuadrados mínimos. Los coeficientes de determinación son aproximadamente 99% con lo que se concluye que las ajustes son óptimos. Sin embargo, en la zona de diámetros pequeños el ajuste no es tan bueno como en el resto. Por ejemplo, al utilizar la curva  $D_x = F_1(D_A)$  (siendo  $D_x$  y  $D_A$  el diámetro real y el de la huella) se sobreestima el valor real para los diámetros pequeños. Por otro lado, para  $D_A = F_2(D_x)$  en el caso del diámetro real menor, el diámetro de la huella correspondiente es negativo. En la Fig. 1 se presentan la curva de calibración y la ajustada por cuadrados mínimos para el papel de 40 micrones.

De la recta de calibración se desprende que el diámetro medido es menor que diámetro real (en todo el rango) y que existe un cierto diámetro mínimo real, por debajo del cual es imposible la medición con el medidor de impacto.

### 3. ESPECTRO DE TAMAÑOS DE PIEDRAS DE GRANIZO

#### 3.1 Obtención de la información

La información que se utiliza en este trabajo, proviene de la red instrumental que se encuentra destacada en las zonas de defensa y control en torno a la base de operaciones en la localidad de San Martín (provincia de Mendoza).

Está constituida por cerca de 120 puestos de medidores de impacto. La densidad instrumental media es de una estación cada 36 km<sup>2</sup>.

Las chapas son leídas por personal especializado volcando la información en unas planillas. Se mide los diámetros de las huellas y a partir de 0,2 cm y en intervalos de 0,2 cm. A las huellas leídas se les asigna el diámetro correspondiente al extremo superior de la clase. Cuando la chapa está muy impactada se hace un muestreo de 1/5 de la superficie total (Vento, 1980).

Los datos se depuran usando la información de las planillas pluviométricas que llevan los agricultores, los datos del pluviogranizómetro, datos sinópticos, daños, radar, etc.

En este trabajo se tomaron los datos de los medidores de impacto correspondientes a las campañas 76/77, 77/78, 78/79. Se agruparon los datos en intervalos de 0,5 cm. La limitación del método no permite detectar granizos cuyos diámetros sean inferior a 0,5 cm.

#### 3.3 Ajuste de las distribuciones de frecuencia empíricas de los diámetros medidos y de los diámetros reales.

Los histogramas correspondientes a las distribuciones de frecuencias de las variables "diámetro medido" y "diámetro real" (Tabla N° 1) fueron ajustados mediante el método de máxima verosimilitud. Este método fue utilizado para la estimación de los parámetros de las siguientes distribuciones: Log-normal, Gamma, Rayleigh, Maxwell y Erlang. Estas distribuciones fueron seleccionadas dado que tienen una marcada asimetría a la derecha y por ende son adecuadas para la descripción de variables meteorológicas (Lac Prugent, 1980). En el caso de la distribución logaritmo-normal se ensayaron diferentes valores de  $x_0$  con el propósito de lograr un mejor ajuste al cambiar el origen. Sin embargo, ninguna de las distribuciones, según la prueba de hipótesis de Kolmogorov-Smirnov se mostró adecuada al propósito perseguido, para diferentes niveles de significación (Tabla N°2).

Una alternativa digna de ser probada a los fines del ajuste es la utilización del método de Karl Pearson. Este aporta un sistema elástico para la descripción de distribuciones en términos matemáticos.

Este método consiste en la resolución de la ecuación siguiente:

$$p'(x) / p(x) = p_1(x) / p_2(x)$$

siendo  $p(x)$  la densidad de probabilidad,  $p_1(x)$  y  $p_2(x)$  polinomios de grado uno y dos respectivamente.

Multiplicando por  $x^n$  e integrado ambos miembros entre las raíces de  $p_2(x)$ , se obtiene:

$$- \left[ n \cdot b_0 \cdot m_{n-1} + (n+1) \cdot b_1 \cdot m_n + (n+2) \cdot b_2 \cdot m_{n+1} \right] = a \cdot m_n - m_{n+1}$$

siendo  $m_n$  el momento ordinario de orden  $n$ . Haciendo  $n = 0, 1, 2, 3$  resulta un sistema de ecuaciones, en las que al reemplazar los momentos teóricos por los empíricos, lleva a la obtención de los coeficientes  $a, b_0, b_1$  y  $b_2$  de los polinomios. Al reemplazar estos valores numéricos en la ecuación diferencial, e integrarla se obtiene la función incógnita  $p(x)$ .

En nuestro caso resultó para la distribución de los diámetros medidos:

$$p(x) = K \cdot (33,42703044 - x)^{65,7234035} \cdot (x - 0,2252384338)^{-0,838106464}$$

La constante  $K$  se determina mediante la condición:

$$\int_{x_1}^{x_2} p(x) \cdot dx = 1$$

La integral se resolvió por el método de Simpson tomando un paso  $H = 1$  mm y con los siguientes límites de integración (0,3 y 33,4 cm).

El ajuste de esta función de densidad de probabilidad fue probado mediante el test no-parámétrico de Kolmogorov-Smirnov. La máxima diferencia es mayor que la aceptada por el test. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula que señala que la distribución empírica es una muestra de una población con tal densidad.

Para el caso de los diámetros reales la función de probabilidad determinada es la siguiente:

$$p(x) = K \cdot (161,0775068 - x)^{388,5311579} \cdot (x - 0,6919479962)^{-0,5503749}$$

Nuevamente  $K$  se calculó mediante la condición de cierre y por el método de Simpson, tomando como paso  $H = 1$  mm y los límites de integración (0,8 y 161,1 cm).

El resultado de la aplicación del citado test llevó a una conclusión análoga a la anterior.

### 3.3 Discusión

Cabe destacar, que el método de máxima verosimilitud es más conveniente en virtud de ser más eficiente, ya que en general los estimadores de los parámetros de la distribución tienen variancia menor, lo que puede ser probado mediante la desigualdad de Cramer-Rao.

Del ajuste de los histogramas por el método, se observó que si bien se rechaza la hipótesis nula, la función Gamma provee el mejor ajuste del espectro de los diámetros medidos, mientras que la Log-normal es la mejor para el caso de los diámetros reales.

Esta diferencia se atribuyó a que el pasaje de  $D_A$  al  $D_R$  se hace a través de la curva de calibración. Por lo tanto, la utilización de la curva de calibración trazada como un poligonal hace que la función de distribución del espectro de los diámetros medidos no se mantenga invariante. En cambio, mediante el suavizado de la curva en una función lineal usando el método de cuadrados mínimos lleva a la obtención de una distribución igual a la original en su forma, aunque naturalmente con distintos parámetros. En efecto, si consideramos que la distribución original tiene la densidad Gamma:

$$f(D_A) = \left( \int_0^x \sqrt{(r)} \right)^{-1} \cdot \exp(-D_A/\lambda) \cdot (D_A)^{x-1} \quad (0 < D_A < \infty)$$

la densidad de los diámetros reales, luego de utilizada la curva suavizada resulta:

$$g(D_R) = \left[ \int_0^x \sqrt{(r)} \right]^{-1} \cdot \exp(-(D_R - a)/\beta) \cdot (D_R - a)^{x-1} \quad (0 < D_R < \infty)$$

donde  $\beta = \mu \cdot b$

por lo tanto resulta que el parámetro de localización se encuentra corrido a la derecha, mientras que la forma no sufre alteraciones.

Además es necesario hacer algunas aclaraciones. Los diámetros de las huellas han sido medidos con muy poca precisión. Esto es particularmente notable en el caso de los diámetros pequeños, los que se encuentran alojados en el primer intervalo de la distribución de frecuencias, en el que al observar los datos antes de agrupar se aprecia una considerable concentración en el punto 0,2 cm. Al trabajar con distribuciones empíricas se hace el supuesto de distribuciones uniformes dentro de cada intervalo, lo cual está muy lejos de ser cierto en el tema que nos ocupa aquí. Esta situación tiene gran importancia cuando se efectúa el test de bondad del ajuste citado. En efecto, el test de Kolmogorov-Smirnov se basa en la comparación de valores de frecuencia acumuladas empíricas con los

teóricos obtenidos por integración de la función de densidad. La máxima diferencia (en módulo) de estas cantidades es comparada con valores de tabla. Naturalmente, la integral debe estar calculada hasta un valor de la variable que puede ser el punto medio del intervalo, el extremo superior o algún otro que guarde coherencia con el que puede ser tomado para adjudicarle el peso de las frecuencias.

Por otra parte, cabe señalar que los momentos de la distribución han sido calculados a partir de los datos agrupados, arrastrando así un error de agrupamiento, que no es posible subsanar mediante Sheppard. Lo ideal es calcular los momentos empíricos con los datos sin agrupar, con lo cual se evita por lo menos este último tipo de error. Además, esto llevaría a la obtención de otro conjunto de momentos con lo cual la curva obtenida tanto por el método de los momentos como por el de máxima verosimilitud podrían ser muy diferentes de las logradas. Aquí aprovechamos para señalar que mientras el límite inferior del primer intervalo es cero, la raíz de la ecuación de segundo grado, que aparece en el denominador de la ecuación diferencial de Karl Pearson es de 0,2252384338 cm en el caso de la distribución de diámetros medidos y 0,6919479962 en el caso de la distribución de los diámetros reales. Es decir que la función de densidad diverge en ese valor que está a la derecha del límite inferior del primer intervalo, lo que no parece ser adecuado. Por lo tanto, la distribución se toma a partir de un  $\epsilon$  de la raíz  $x_1$  del polinomio  $P_2(x)$ .

#### 4. CONCLUSIONES

El hecho que las funciones de distribución no sean aceptadas mediante el test no-paramétrico de Kolmogorov no significa que dichas funciones no puedan servir para los fines propuestos del estudio de la eficacia del método. Ya que enfatizando en el cuidado de la medición de las huellas de los impactadores y mejorando además la densidad instrumental de la red observacional, es fácilmente aceptable el supuesto que tales distribuciones describen el proceso. Vale decir, que la metodología aquí presentada resulta válida para los objetivos detallados al comienzo de este trabajo.

## BIBLIOGRAFIA

Banus, E.M. y Cardozo, R.A., 1976: El medidor de impacto como el medio más económico para poder tipificar el espectro de tamaños de granizos a la energía de impacto con el fin de clasificar las zonas agrícolas e implementar variedades más resistentes. Informe interno (C.N.I.E.).

Grandoso, H.N., 1966: Distribución temporal y geográfica del granizo en la Provincia de Mendoza y su relación con algunos parámetros meteorológicos. Serie Meteorológica 1, 7.

Lac Prugent, C., 1980: Base estadística para el diseño y evaluación de una experiencia de supresión del granizo en la República Argentina. Informe interno (C.N.I.E.).

Pomposiello, M.C., Tribugó, A.B. y Castro, R.O., 1979: Calibración de los medidores de impacto para la determinación de parámetros característicos de granizo a nivel de tierra. Informe interno (C.N.I.E.).

Strong, G.S., 1974: The objective measurement of Alberta Hailfall, M. Sc. Thesis.

Vento, D., 1980: Estrazione dei dati grelimetrici dei pannelli degli indicatori di grandine della rete di Mendoza. Informe interno (C.N.I.E.).

INTERVALO (µm)	FRECUENCIA D MEDIDO	FRECUENCIA D REAL
0,0 - 0,5	264267	0
0,5 - 1,0	21171	239632
1,0 - 1,5	4008	42269
1,5 - 2,0	464	6366
2,0 - 2,5	284	1644
2,5 - 3,0	46	206
3,0 - 3,5	46	133
3,5 - 4,0	2	45
4,0 - 4,5	3	4
4,5 - 5,0	0	2
5,0 - 5,5	1	0
5,5 - 6,0	0	0
6,0 - 6,5	0	1
<b>TOTAL</b>	<b>290302</b>	<b>290302</b>

Tabla N° 1. Espectro de tamaños de los diámetros medidos y reales de las temporadas 76/77 + 77/78 + 78/79.

DISTRIBUCION	D MEDIDO	D REAL
ERLANG	0,072891	0,325859
GAMMA	0,016561(*)	0,062371
MAXWELL	0,999950	0,999992
RAYLEIGH	0,999272	0,999844
LOG-NORMAL	0,040606	{ 0,168785 ( $x_0=0,5$ ) 0,033774 ( $x_0=0,0$ ) (*)
BETA	1,0	1,0
KARL PEARSON	0,323098	0,277214

(\*) mejores ajustes

.20	.15	.10	.05	.01
$1,98 \cdot 10^{-3}$	$2,11 \cdot 10^{-3}$	$2,26 \cdot 10^{-3}$	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$3,02 \cdot 10^{-3}$

Tabla N° 2. Máximas diferencias - Test de Kolmogorov-Smirnov

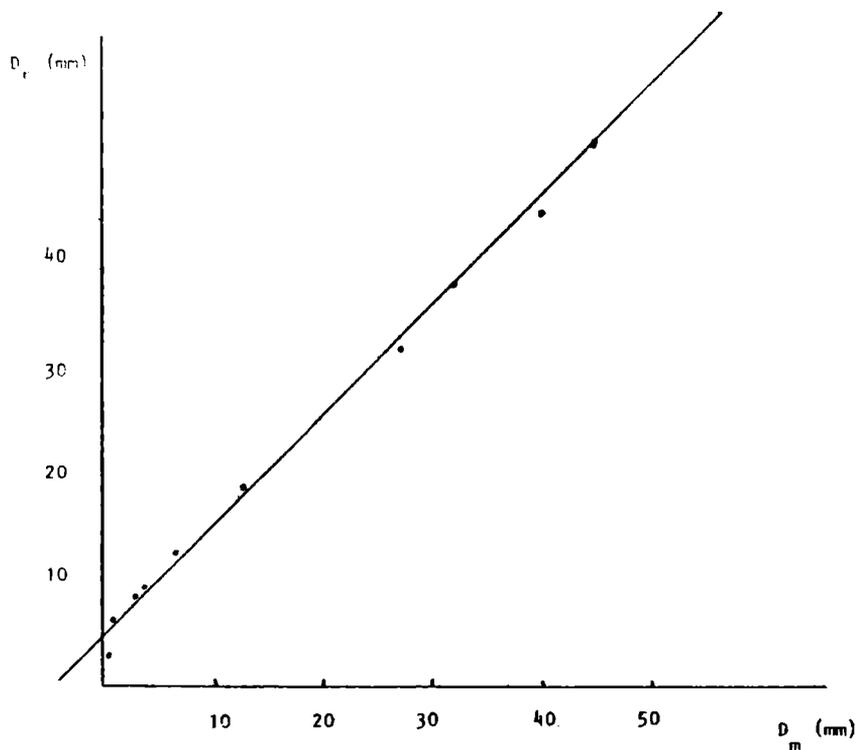


Fig. N° 1. Curva de calibración usando un papel de aluminio de 40 micrones. Se ajustaron los puntos por cuadrados mínimos.

