

EL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LOS CONTAMINANTES EN UNA CAPA DE SUPERFICIE ATMOSFERICA NEUTRALMENTE ESTRATIFICADA

Nicolás A. Mazzeo<sup>(\*)</sup> y Laura E. Venegas.

Departamento de Meteorología. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad de Buenos Aires.  
Buenos Aires, República Argentina

RESUMEN

En este trabajo se encuentra que existe diferencia entre los valores de  $\bar{X}$  y  $X$  utilizados en la hipótesis de la semejanza lagrangiana aplicada a la difusión vertical de los contaminantes emitidos en la capa de superficie de la atmósfera estratificada neutralmente.

Para describir la concentración de los contaminantes en aire se considera la solución de la ecuación parabólica de difusión con un perfil potencial de viento. Se encuentra que  $\bar{X}$  coincide con  $X$  cuando el exponente ( $m$ ) del perfil del viento es igual a cero y que  $\bar{X}$  es menor que  $X$  a medida que  $m$  aumenta, siendo  $\bar{X} = 0.77X$  para  $m = 0.6$ .

ABSTRACT

A difference between  $\bar{X}$  and  $X$  values considered in the lagrangian similarity hypothesis applied to the vertical diffusion of contaminants emitted in a neutral atmospheric surface layer is found.

The solution of the parabolic diffusion equation and a potencial wind profile are considered to describe the air pollution concentration.

It is found that  $\bar{X} = X$  when the exponent ( $m$ ) of the wind profile is zero,  $\bar{X}$  is less than  $X$  if  $m$  increases and for  $m = 0.6$ , it is  $\bar{X} = 0.77 X$ .

INTRODUCCION

Hasta el presente, diferentes trabajos han sido desarrollados utilizando la hipótesis de la semejanza lagrangeana aplicada a la difusión vertical de los conta-

(\*) Miembro de la Carrera del Investigador Científico del CONICET.

minantes emitidos a la capa de superficie de la atmósfera, desde una fuente ubicada en superficie.

A partir de las ideas originales de Monin (1959) y Batchelor (1959, 1964), Gifford (1962), Cermak (1963), Pasquill (1966), Chatwin (1968), Klug (1968), Pasquill (1974), Venegas (1981), Mazzeo y Venegas (1982a, 1982b) entre otros, han aplicado la hipótesis de la semejanza lagrangeana combinándola con la teoría del transporte-gradiente.

El concepto principal de la hipótesis mencionada consiste en determinar las propiedades estadísticas de la velocidad de las partículas en la capa de superficie de la atmósfera utilizando los mismos parámetros que se emplean para estimar las propiedades eulerianas.

En un flujo neutral, estas propiedades están caracterizadas por la velocidad de fricción ( $u_{*0}$ ) y en un flujo estratificado térmicamente se incluye adicionalmente la componente vertical del flujo turbulento de calor ( $H_3$ ). Estos dos parámetros, combinados forman la escala de longitud ( $L_0$ ) de Monin-Obukhov que está relacionada con la estabilidad de la atmósfera (Mazzeo, 1982).

Para contaminantes emitidos desde una fuente puntual ubicada a nivel del suelo, se encuentra que la variación temporal del desplazamiento medio vertical ( $\bar{Z}$ ) de un conjunto de contaminantes tiene la siguiente forma funcional:

$$\frac{d\bar{Z}}{dt} = b u_{*0} F(\bar{Z}/L_0) \quad (1)$$

donde  $b$  es una constante universal y  $F(\bar{Z}/L_0)$  es una función universal a ser determinada experimentalmente. Mazzeo y Venegas (1982a) muestran que  $b$  es función de la estabilidad atmosférica y que  $F(\bar{Z}/L_0) = \phi_H^{-1}(\bar{Z}/L_0)$  donde  $\phi_H$  es el perfil vertical adimensional de temperatura. Cuando el flujo está estratificado neutralmente  $F(\bar{Z}/L_0) = 1$ .

Asimismo, la hipótesis de la semejanza lagrangeana supone, que la variación temporal del desplazamiento medio horizontal ( $\bar{X}$ ) es igual a la velocidad media

del viento a una altura relacionada con  $\bar{Z}$ :

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = \bar{u} (c \bar{Z}) \quad (2)$$

donde  $c$  es una constante, que no fue considerada en los primeros trabajos sobre el tema. Batchelor (1964) la introduce al considerar la influencia de la variación vertical de la velocidad del viento sobre la variación temporal de  $\bar{X}$ .

Mazzeo y Venegas (1982b) demuestran que  $c$  es función de la altura adimensional ( $\bar{Z}/Z_0$ ) y de la estabilidad atmosférica ( $\bar{Z}/L_0$ ), siendo  $Z_0$  la longitud de rugosidad de la superficie.

Las expresiones (1) y (2) vinculadas con las velocidades medias vertical ( $d\bar{Z}/dt$ ) y horizontal ( $d\bar{X}/dt$ ) del conjunto de contaminantes constituyen un modelo físico completo destinado al tratamiento de la dispersión vertical atmosférica. Asimismo, al sustituir las formas de  $F(\bar{Z}/L_0)$  y de la variación del viento con la altura en (1) y (2), y combinándolas entre sí se encuentra un método práctico para estimar el coeficiente vertical de difusión (Pasquill, 1974).

En los trabajos citados anteriormente se supone que  $\bar{X}=X$ , donde  $X$  es la coordenada en la dirección del viento medio.

En este trabajo se encuentra que para las condiciones impuestas en la solución particular de la ecuación parabólica de difusión y en algunos casos de flujos neutrales,  $\bar{X}$  difiere de  $X$  en valores que pueden influir en los resultados del modelo físico considerado.

#### ECUACION DE DIFUSION

El proceso de la difusión turbulenta de los contaminantes emitidos continuamente a la atmósfera desde una línea de fuentes de longitud infinita ubicada en superficie en forma perpendicular a la dirección del viento medio, está descrito matemáticamente por la siguiente ecuación parabólica (Mazzeo, 1980):

$$\bar{u}(Z) \frac{\partial \bar{C}}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Z} \left[ K_3(Z) \frac{\partial \bar{C}}{\partial Z} \right] \quad (3)$$

donde  $\bar{C}$  es la concentración media de contaminantes en el aire,

$\bar{u}$  es la velocidad media del viento,

$Z$  es la coordenada vertical,

$K_3$  es la componente vertical de la difusividad turbulenta atmosférica de contaminantes.

En la ecuación (3) se ha considerado que:

$$\bar{u}(Z) \frac{\partial \bar{C}}{\partial X} \gg \frac{\partial}{\partial X} \left[ K_3 \frac{\partial \bar{C}}{\partial X} \right]$$

Las condiciones de contorno impuestas al problema considerado son:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \bar{C} \rightarrow 0 \text{ cuando } X, Z \rightarrow \infty \\ \text{b) } \bar{C} \rightarrow \infty \text{ cuando } X = Z = 0 \\ \text{c) } K_3(Z) \frac{\partial \bar{C}}{\partial Z} \rightarrow 0 \text{ cuando } Z \rightarrow 0, \quad X > 0 \\ \text{d) } \int_0^{\infty} \bar{u}(Z) \cdot \bar{C}(X, Z) dZ = Q \text{ para } X > 0 \end{array} \right\} \quad (4)$$

donde  $Q$  es la masa de contaminantes emitidos a la atmósfera por unidad de tiempo y de longitud.

Cuando  $K_3(Z) = k u_{*0} Z$  (Mazzeo, 1980), donde  $k$  es la constante de von Kármán y  $\bar{u}(Z) = \bar{u}(Z_1) \cdot (Z/Z_1)^m$ , donde  $m$  es una función de  $Z/Z_0$  y de  $Z/L_0$

(Mazzeo, 1977), la solución de la ecuación (3) con las condiciones (4) es:

$$\bar{C}(X, Z) = \frac{Q}{k u_{*0} X (1+m)} \exp \left[ - \frac{\bar{u}_1 z^{m+1}}{(1+m)^2 k u_{*0} X Z_1^m} \right] \quad (5)$$

#### DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DE LOS CONTAMINANTES

El desplazamiento medio vertical de los contaminantes ( $Z$ ) está definido por la siguiente expresión:

$$\bar{z} = \frac{\int_0^{\infty} z \bar{c} dz}{\int_0^{\infty} \bar{c} dz} \quad (6)$$

Introduciendo la expresión (5) en (6) e integrando, resulta:

$$\bar{z} = (1+m)^{\frac{2}{m+1}} \frac{\Gamma(\frac{2}{m+1})}{\Gamma(\frac{1}{m+1})} \left[ \frac{k u_{*o} X \bar{z}^m}{\bar{u}(\bar{z})} \right]^{\frac{1}{m+1}} \quad (7)$$

donde  $\Gamma(x)$  es la función Gamma de  $x$ .

Despejando  $X$  de esta ecuación se obtiene:

$$X = \left[ \frac{\Gamma(\frac{1}{1+m})}{\Gamma(\frac{2}{1+m})} \right]^{m+1} \frac{\bar{u}(\bar{z}) \bar{z}}{(1+m)^2 u_{*o} k} \quad (8)$$

En esta ratificación térmica neutral, la relación (1) con  $b=k$  (Ellison, 1959, Pasquill, 1966), se transforma en:

$$\frac{d\bar{z}}{dt} = k u_{*o} \quad (9)$$

que combinada con la (2) resulta:

$$\frac{d\bar{x}}{d\bar{z}} = \frac{\bar{u}(\bar{z})}{k u_{*o}} \quad (10)$$

cuando  $c=1$ .

Integrando la ecuación (10) se obtiene:

$$\bar{x} = \frac{\bar{u}(\bar{z}) \bar{z}}{(m+1) k u_{*o}} \quad (11)$$

Combinando las relaciones (8) y (11) resulta:

$$\bar{x} = (m+1) \left[ \frac{\Gamma(\frac{2}{m+1})}{\Gamma(\frac{1}{m+1})} \right]^{m+1} X \quad (12)$$

El valor de  $m$  puede ser obtenido mediante la combinación de la ley potencial del viento con la variación vertical de la velocidad del viento proveniente de la hipótesis de la semejanza de Monin-Obukhov (Mazzeo, 1977). Esto da por resultado que  $m$  depende de  $Z/Z_0$  y de  $Z/L_0$ . En condiciones neutrales  $m$  varía entre 0.15 y 0.6 para  $10 \leq Z/Z_0 \leq 10^4$ .

Por otra parte, la ecuación (5) es válida para  $K_3 = k u_w Z$  que corresponde a condiciones neutrales.

En la Figura está representada la relación  $\bar{X}/X$  en función de  $m$ . En ella se observa que sólo cuando  $m=0$  (es decir, la velocidad del viento es constante con la altura),  $\bar{X}=X$ . A medida que  $m$  aumenta  $\bar{X}$  es menor que  $X$  y para  $m=0.6$  se cumple que  $\bar{X}=0.77X$ . La variación de  $\bar{X}/X$  con  $m$  es aproximadamente lineal (coeficiente de correlación  $r \approx -0.99$ ) y la expresión obtenida por el método de cuadrados mínimos es:

$$\frac{\bar{X}}{X} = -0.39 m + 1$$

o bien  $\bar{X} = (-0.39 m + 1) X$

### CONCLUSIONES

De lo expuesto en este trabajo se encuentra que, en condiciones de neutralidad atmosférica y suponiendo la validez de la ecuación (5) para describir el proceso de la dispersión de contaminantes emitidos continuamente a la capa de superficie desde una línea de fuentes perpendicular a la dirección del viento medio, existe diferencia en la consideración de  $X$  en lugar de  $\bar{X}$  en la relación (2).

Esta diferencia es función del exponente del perfil potencial del viento y alcanza su mayor valor cuando  $m=0.6$  que corresponde a  $\bar{X}=0.77X$ . Esta relación entre  $\bar{X}$  y  $X$  influirá en la determinación del coeficiente de difusión vertical estimado mediante la aplicación de la hipótesis de la semejanza lagrangeana.

### REFERENCIAS

- Batchelor, G. K. Note on the Diffusion from Sources in a Turbulent Bounda-

- ry Layer, unpublished, 1959.
- Batchelor, G. K.: Diffusion from Sources in a Turbulent Boundary Layer, Arch. Mech. Stosowanej, 3, 1964.
  - Cermak, J. E.: Lagrangian Similarity hypothesis applied to diffusion in turbulent shear flow, J. Fluid. Mech, 15, 1963.
  - Chatwin, P. C.: The dispersion of a puff of passive contaminant in the constant stress region, Quart. J. Roy. Met. Soc. Vol. 94, 1968.
  - Ellison, T. H.: Meteorology, Sci. Progress 47, 1959.
  - Gifford, F.: Diffusion in the diabatic surface layer. J. Geoph. Res., Vol 59, 1962.
  - Klug, W.: Diffusion in the atmospheric surface layer: comparison of similarity theory with observations, Quart. J. Roy. Met. Soc., 94, 1968.
  - Mazzeo, N. A.: Desarrollo de un método de estimación cuantitativa de la difusión atmosférica basado en la transformación de variables. F.C.E.y N-UBA, 1977.
  - Mazzeo, N. A.: Difusión turbulenta en la capa de superficie atmosférica, Meteorologica, Vol XI, 1, 1980.
  - Mazzeo, N. A.: Características de la turbulencia en la capa de superficie de la atmósfera. Pub.Nº 2. Dto. de Meteorología. F.C.E.y N-UBA, 1982.
  - Mazzeo, N. A. y Venegas, L. E. : Hipótesis de la Semejanza Lagrangiana y Difusión Vertical de los Contaminantes en la Capa de Superficie Atmosférica (a publicar en Meteorologica, 1982), 1982a.
  - Mazzeo, N. A. y Venegas, L. E.: Una discusión sobre las "constantes" b y c de la hipótesis de la semejanza lagrangeana aplicada a la dispersión vertical atmosférica de contaminantes (a presentar en la XII Reunión Científica de Geofísicos y Geodestas, 1982), 1982b.
  - Monin, A. S.: Smoke propagation in the surface layer of the atmosphere, Adv.

in Geoph. Vol. 6, 1959.

- Pasquill, F: Lagrangian similarity and vertical diffusion from a source at ground level, Quart. J. Roy. Met. Soc., Vol 92, 1966.
- Pasquill, F.: Atmospheric Diffusion, New York, John Wiley & Sons, Inc, 1974.
- Venegas, L. E.: Hipótesis de la Semejanza Lagrangeana aplicada a la Difusión de contaminantes en la Capa de Superficie de una Atmósfera Diabática. (Tesis final de la Licenciatura en Cs. Meteorológicas) F.C.E.y N-UBA, 1981

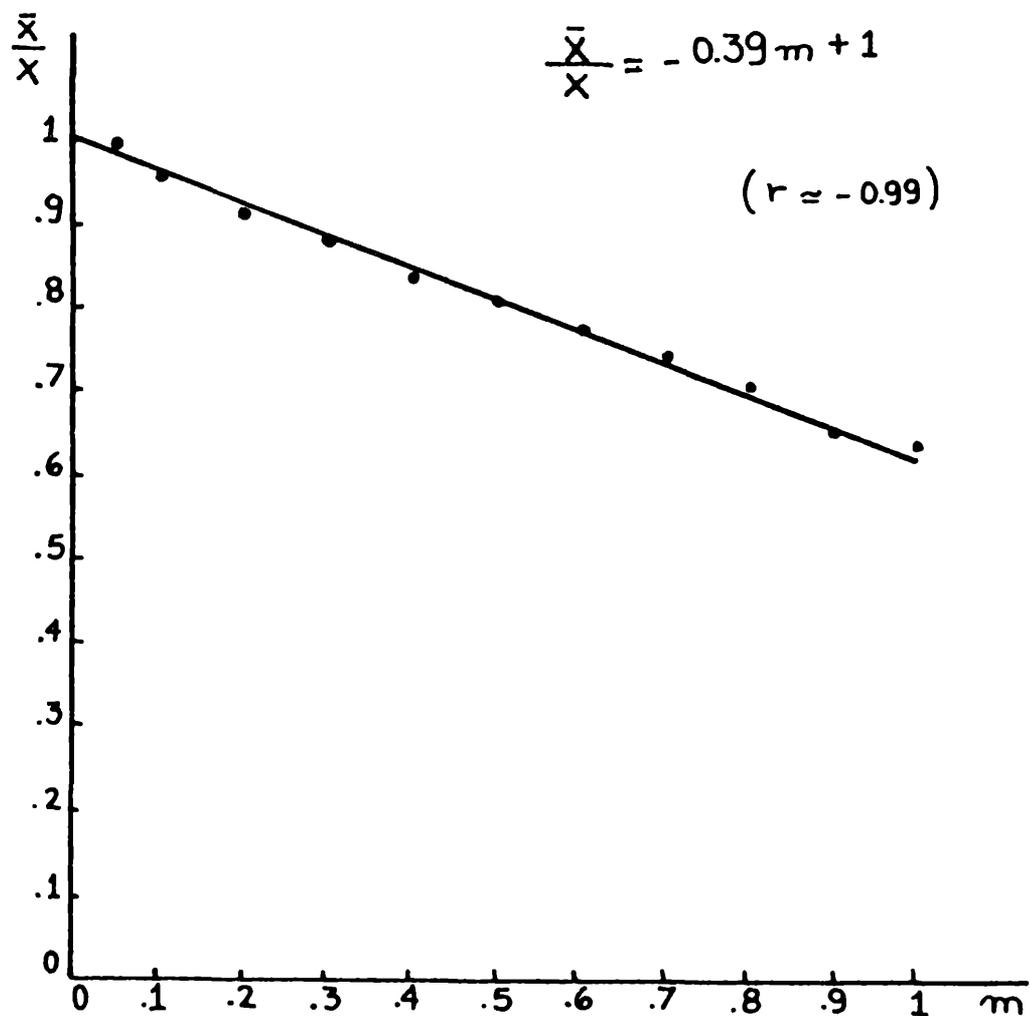


Figura: Variación de  $\bar{X}/X$  con el exponente del perfil del viento (m).