Mecánica General y Aplicada

El dinamómetro « Federazione »

Por el Prof. ANTONINO BULLI

Sumario: 1. Muelle del dinamómetro « Federazione ». — 2. Mecanismo amplificador de los movimientos del muelle. — 3. Mecanismo registrador de los espacios recorridos. — 4. Diagrama ortogonal que dibuja el aparato. — 5. Constantes del aparato. — 6. El diagrama y el trabajo que mide. — 7. Aplicación con la pala de buey.

1. Muelle del dinamómetro « Federazione »

Todo dinamómetro tiene por objeto — como indica el mismo nombre compuesto de dos voces griegas — medir la intensidad de las fuerzas. El dinamómetro « Federazione », consta de dos partes principales: una destinada a la representación gráfica de las fuerzas aplicadas, y la otra a la de los espacios recorridos por el punto de aplicación. El objeto de esta doble representación, es calcular el trabajo desarrollado. Más bien que dinamómetro, el « Federazione », es un dinamometrógrafo.

El órgano esencial del aparato, el que sirve para la medida de las fuerzas, es un muelle de acero, que tiene forma de hélice cilíndrica. Trabaja a la compresión, acortándose con los esfuerzos aplicados. No existe, así, el peligro de que un esfuerzo exagerado sobrepasando el límite de elasticidad, produzca deformaciones permanentes o rupturas. Y cuando las fuerzas interiores o elásticas equilibran a las exteriores o aplicadas, entonces, los acortamientos son proporcionales a las fuerzas que actúan, y recíprocamente, las fuerzas, proporcionales a los acortamientos.

Acompañan al aparato varios muelles con los cuales se pueden medir fuerzas comprendidas en intervalos distintos. Tienen grabado en una de sus espiras, el esfuerzo máximo que pueden equilibrar con sus fuerzas elásticas (200 Kg., 500, 1000, etc.) y, cuando se va a hacer uso del aparato con uno de ellos, es menester investigar previamente qué deformación produce en él una fuerza determinada.

2. Mecanismo amplificador de los movimientos del muelle

El dinamómetro « Federazione », para medir las fuerzas aplicadas tiene un sistema amplificador de los movimientos del muelle, compuesto por dos bielas paralelas y una palanca. Representan $AC = b$ y $A'C' = b'$ las bielas y AA' la palanca de apoyo O con brazos $AO = r$ y $A'O = r'$. La fuerza que deforma el muelle, lleva

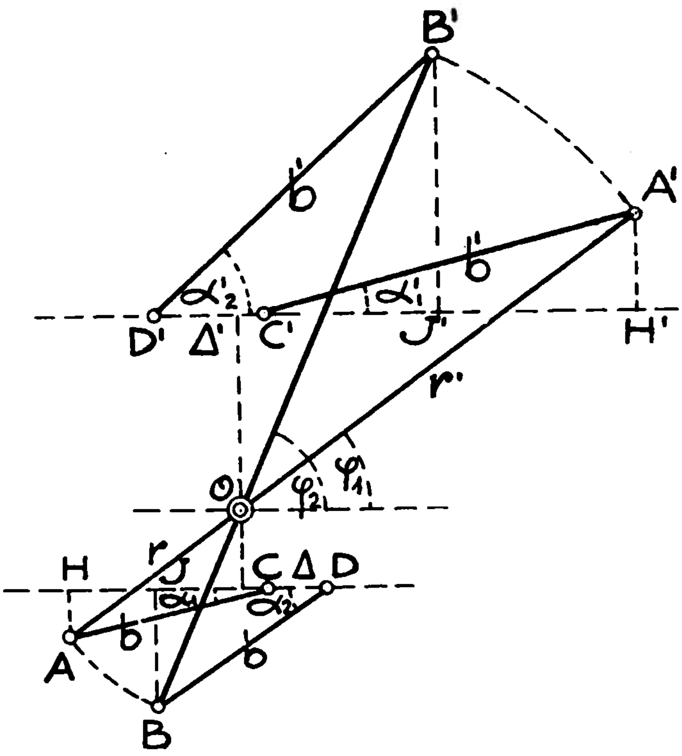


Fig. 1

el sistema articulado de la posición $C\ A\ A'C'$ a la posición $D\ B\ B'D'$. La traslación Δ que experimenta el extremo C de la biela más pequeña paralelamente al eje del muelle y que viene a ser el acortamiento de éste, produce la Δ' del extremo C' de la biela mayor en la misma dirección (fig. 1). Pues bien; vamos a demostrar que la razón $\frac{\Delta'}{\Delta}$ es constante y mayor que 1.

En la figura, vemos los ángulos α_1, α_2, α_1', α_2', φ_1, φ_2. Hemos trazado para nuestro fin, las perpendiculares AH, BJ, $A'H'$, $B'J'$.

La traslación del extremo C, vemos que es:

$$CD = JD - JK - KC = JD - JK - (HC - HK)$$

$$\Delta = b \cos \alpha_2 - r \cos \varphi_2 - (b \cos \alpha_1 - r \cos \varphi_1)$$

$$= b \ (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) - r \ (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1).$$

Traslación del extremo C':

$$C'D' = D'J' - K'J' - C K' = D'J' - K'J' - (C'H' - K'H')$$

$$\Delta' = b' \cos \alpha_2' - r' \cos \varphi_2' - (b' \cos \alpha_1' - r \cos \varphi_1')$$

$$= b' (\cos \alpha_2' - \cos \alpha_1') - r' (\cos \ \varphi_2 - \cos \varphi_1).$$

Teniendo en cuenta que $\alpha_1 = \alpha_1'$, $\alpha_2 = \alpha_2'$ por ser ángulos de lados antipararelos podemos escribir los resultados obtenidos en la siguiente forma:

$$\Delta' = b'A - r'B$$

$$\Delta = b \ A - r \ B$$

Entonces, la razón de las traslaciones, es:

$$\frac{\Delta'}{\Delta} = \frac{b' \ A - r' \ B}{b \ A - r \ B},$$

pero

$$\frac{b' \ A - r' \ B}{b \ A - r \ B} = \frac{b' \ A}{b \ A} = \frac{r' \ B}{r \ B}$$

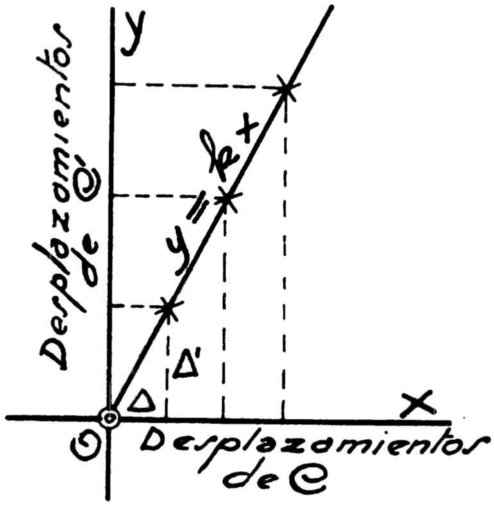
por cierto teorema de aritmética; luego, simplificando por A y por B, y comparando resulta:

$$\frac{\Delta'}{\Delta} = \frac{r'}{r} = \frac{b'}{b} > 1 ;$$

es decir: *La razón del desplazamiento del extremo C' de la segunda biela al del extremo C de la primera, es igual a la de las longitudes de estas mismas, o a la de los brazos de palanca correspondientes y por lo tanto constante y mayor que 1.*

En otras palabras: los desplazamientos y del extremo C', son proporcionales a los x de C, o sea, $y = k \ x$, siendo $k = \frac{\Delta'}{\Delta}$ la constante de proporcionalidad.

Con el dinamómetro puede comprobarse experimentalmente esta función. Para ello, se miden las distancias de varias posiciones de C, a un punto fijo, y las correspondientes de C'; aquellas distancias tomadas como abscisas x, y éstas como ordenadas y, en un sistema de representación cartesiana, deben dar puntos de una recta; de la recta cuya ecuación es: $y = k\,x$ (fig. 2). (*).



Fig, 2

3. Mecanismo registrador de los espacios recorridos

El dinamómetro « Federazione » tiene además un mecanismo que permite registrar los espacios recorridos por el punto de aplicación de los esfuerzos. Mientras éstos llevan el dinamómetro instalado,

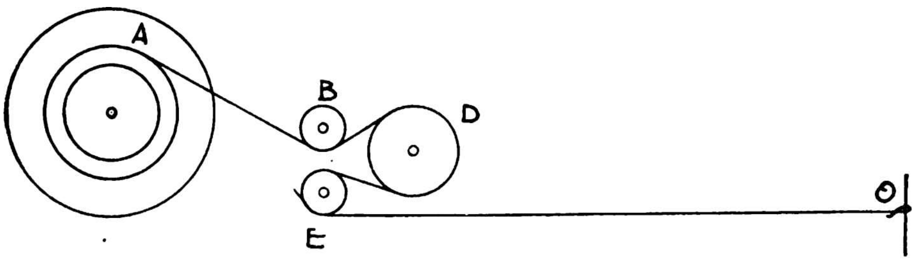


Fig. 3

(*) El Ing. F. N. Campazzi en « Dinamometri », estudia un mecanismo indicador con el coeficiente k *variable* según ley establecida y deriva el caso de k constante. Aquí hemos tratado directamente el sistema del aparato que emplea la Facultad en su enseñanza (figs. A y B).

se desarrolla un cable muy flexible almacenado en una polea acanalada *A* que pone en movimiento una polea *D* arrastrada por fricción gracias a los rodillos opresores *B* y *E*. El cable tiene uno de sus extremos en la polea *A* y el otro fijo en un punto *O* exterior al aparato (fig. 3).

Los movimientos de *D* se transmiten a un cilindro *H* por intermemedio del tornillo sin fin *F* que se encuentra en el extremo del eje de *D* y la rueda dentada *G* montada en el eje del cilindro (fig. 4).

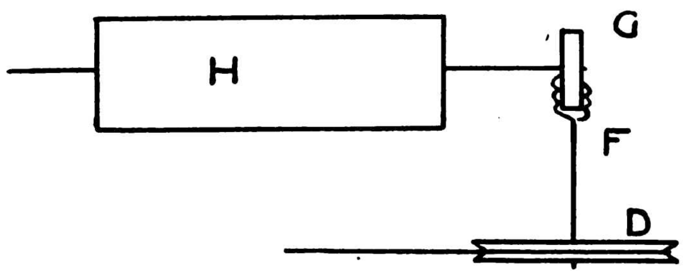


Fig. 4

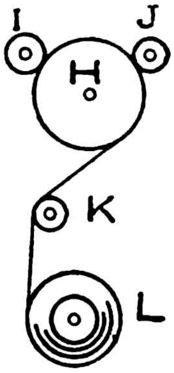


Fig. 5

Sobre la superficie de *H*, se arrolla una ancha cinta de papel milimetrado, que oprimida por los rodillos *I*, *J*, y guiada por el *K*, es suministrada por un rollo *L* (fig. 5).

Como las longitudes del cable desarrollado son proporcionales a las rotaciones de poleas, tornillo y cilindro, y recíprocamente, es posible hallar la medida del espacio recorrido por las fuerzas aplicadas, multiplicando la longitud del papel que ha pasado a cubrir la superficie del cilindro, por la relación entre el desarrollo del cable y y el arrollo del papel, relación que previamente debe determinarse.

Con este mecanismo de sencillez tan notable, se ha logrado resolver una gran dificultad práctica: medir la distancia de un lugar a un origen, al propio tiempo que el mecanismo anteriormente explicado, da la intensidad de los esfuerzos desarrollados en dicho lugar.

4. Diagrama ortogonal que dibuja el aparato

Los movimientos del extremo C′ de la segunda biela, originados por la deformación del muelle del aparato bajo la acción de las fuerzas aplicadas, vienen señalados por un lápiz asentado sobre el papel que envuelve al cilindro *H*, según una generatriz, de acuerdo con la ley: ***Movimientos del lápiz según la generatriz, proporcionales a los esfuerzos aplicados.***

Los movimientos de la cinta de papel sobre el mismo cilindro *H* debidos a la traslación del aparato por las fuerzas aplicadas que lo llevan, también son marcados por el mismo lápiz, pero, en la dirección del movimiento del papel y del siguiente modo: ***Movimientos del papel, proporcionales a los espacios recorridos por las fuerzas.***

Ahora bien; como ambos movimientos se hacen en direcciones perpendiculares, y se producen simultáneamente, el resultado es un diagrama ortogonal, donde las ordenadas miden la intensidad de las fuerzas aplicadas, leídas con cierta escala, y las abscisas miden los espacios recorridos por el punto de aplicación de las fuerzas, leídas con otra escala.

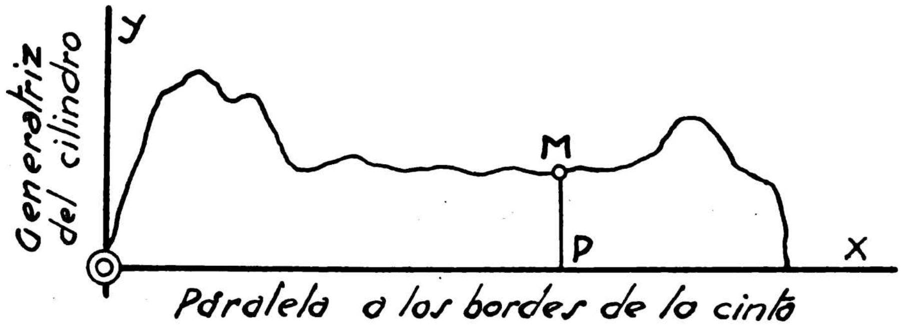


Fig. 6

Por ejemplo: en el diagrama de la figura 6, donde el eje *O Y* coincide con una generatriz del cilindro en la posición inicial del lápiz y *O X* es paralela a los bordes longitudinales del papel, la ordenada *M P*, representa la intensidad de la fuerza aplicada cuando el punto de aplicación de ésta ha recorrido desde un punto fijo el espacio representado por la abscisa *O P*.

5. Constantes del aparato

Son dos: la de los esfuerzos y la de los espacios. La constante de los esfuerzos desarrollados depende de los muelles que se utilizan. Para determinarla con el procedimiento más práctico y directo, se somete el aparato a la acción de una fuerza de intensidad conocida, *F* Kg. Su cociente por la traslación *y* cm. marcada por el lápiz, es la constante, o sea: $j = \frac{F}{y}$. La escala de los esfuerzos es la inversa:

$\frac{y}{F} = \frac{1}{j}$. Una ordenada y representa el esfuerzo en Kg.: $F = j\,y$.

Para hallar la constante de los espacios se fija el cable por

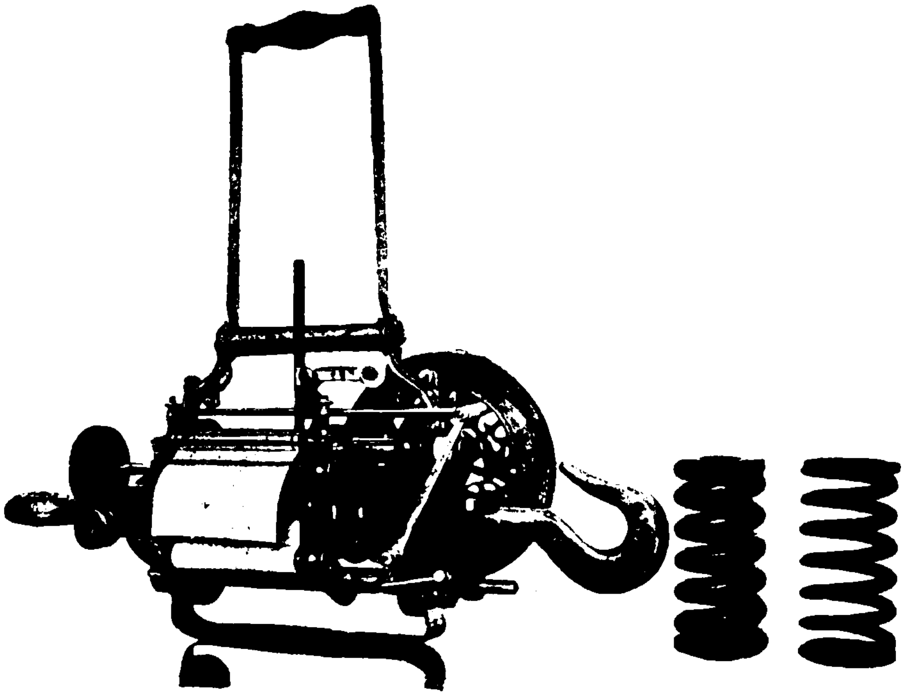


Fig. A

su extremo libre en un punto exterior y se lleva el aparato, o bien se fija el aparato y se lleva el extremo libre del cable, desarrollando éste, sobre una longitud conocida. Si esta longitud es s m. dividiéndola por la abscisa x cm. marcada en el papel milimetrado por el lápiz, se obtiene la constante: $i = \frac{s}{x}$. La escala de los espacios es: $\frac{x}{s} = \frac{1}{i}$. Una abscisa de x cm. representa la distancia en metros: $s = i\,x$.

A las operaciones explicadas para hallar las dos constantes, se les llama *tara del aparato*.

6. El diagrama y el trabajo que mide

Consideremos el diagrama de la figura 7. Las abscisas miden los espacios recorridos con una escala de longitudes, $\frac{1}{i}$, y las orde-

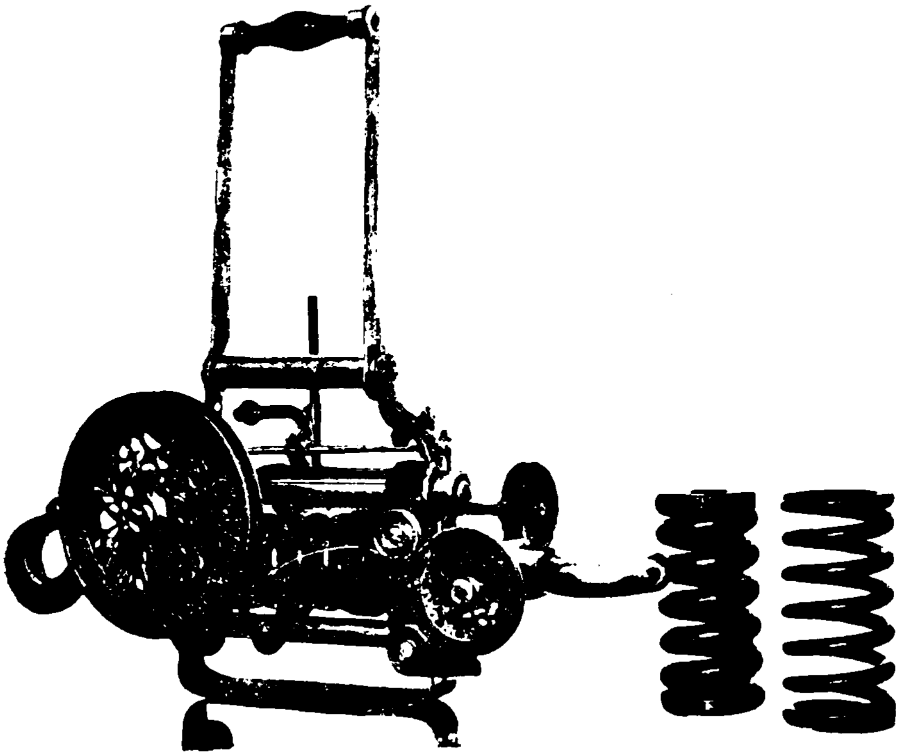


Fig. 8

nadas miden los esfuerzos en una escala de fuerzas, $\frac{1}{j}$. Es decir, 1 cm. de abscisa representa i m.; 1 cm de ordenada, j Kg.

Sean MP y NQ dos ordenadas a la distancia PQ tan pequeña como se quiera; MN puede suponerse segmento rectilíneo. El área del trapecio comprendido entre las ordenadas, es:

$$\frac{MP + NQ}{2} \cdot PQ ,$$

donde $\frac{MP + NQ}{2}$ es la ordenada media.

Pero,

$$MP = \frac{F_1}{j} , \quad NQ = \frac{F_2}{j} , \quad PQ = \frac{s}{i} .$$

Sustituyendo, el área del trapecio es también:

$$\frac{1}{j\,i} \cdot \frac{F_1 + F_2}{2} \cdot s$$

Aquí, $\frac{F_1 + F_2}{2}$ es el esfuerzo medio desarrollado en el espacio s y su producto por este espacio es el trabajo ejecutado en él. La inversa $\frac{1}{j\,i}$ viene a ser la escala del trabajo. Luego, $M\,P\,Q\,N$ representa el trabajo ejecutado en el espacio que representa $P\,Q$.

Podemos ahora suponer dividida la superficie del diagrama en fajas paralelas al eje $O\,Y$, como la considerada. Atento a lo que representa cada una de éstas, la suma de todas, o superficie del diagrama, representará el trabajo total ejecutado en todo el espacio recorrido, representado por $O\,U$. La unidad de superficie del diagrama, es un cuadrado que mide 1 cm. en la dirección $O\,X$, por 1 cm. en la dirección $O\,Y$, y representa $j\,i$ Kgm.:

$$1\ \text{cm}^2 = 1\ \text{cm} . 1\ \text{cm repres. } j\ \text{Kg} . i\ \text{m} = j\,i\ \text{Kgm.}$$

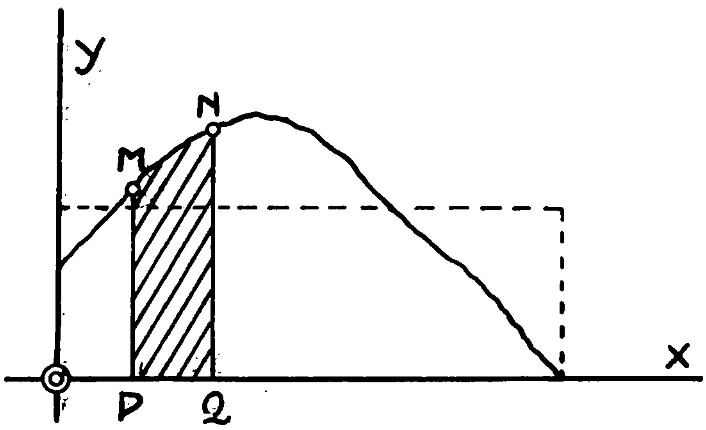


Fig. 7

Por consiguiente:

Construído el diagrama, el trabajo se calcula multiplicando su área en cm² por lo que representa 1 cm² en Kgm. Es decir, siendo S el área del diagrama, el trabajo es: $j\,i.S$ Kgm.

El diagrama, generalmente muy irregular, puede transformarse en un rectángulo equivalente: dividiendo el área S de su superficie por su base b se tiene la altura del rectángulo. Esta es *la altura media* del diagrama: $h_m = \frac{S}{b}$. *Esfuerzo medio,* es el producto: $j\,h_m$. Y como el espacio recorrido es $i\,b$, el trabajo con el esfuerzo medio, es:

$$j\,h_m.i\,b = j\,i.b\,h = j\,i.S,$$

que es el mismo calculado anteriormente.

7. Aplicación con la pala de buey

El dinamómetro « Federazione » enganchado en una pala de buey

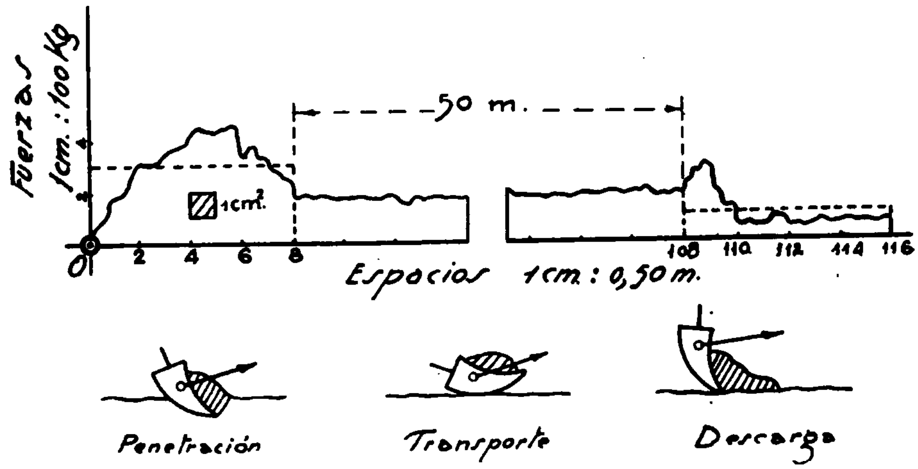


Fig. 8

tirado por dos caballos, ha dibujado el diagrama de la figura 8. Se desea calcular el trabajo realizado por la pala en una operación completa.

Escala de los espacios: $\frac{1 \text{ cm}}{0{,}50 \text{ m}}$

Escala de las fuerzas: $\frac{1 \text{ cm}}{100 \text{ Kg}}$

Superficies parciales:	cm^2	24	180	9,6
Bases parciales. . . :	cm	8	100	8
Alturas medias. . . :	cm	3	1,8	1,2
Esfuerzos medios . :	Kg	300	180	120
Espacios recorridos :	m	4	50	4
Trabajos parciales :	Kgm	1200	1000	480

Luego, el trabajo en una operación completa es:

$$1200 + 1000 + 480 = 10680 \text{ Kgm.}$$