



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Diseño y construcción de un túnel de viento  
supersónico con sistema de visualización Schlieren**

**TRABAJO FINAL**

Para obtener el título de:

**Ingeniero Aeronáutico**

Presenta:

**Balduzzi, Nahuel**

**Balduzzi, Nehuen**

La plata, Argentina      Marzo, 2022

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

El presente proyecto final ha sido realizado en el Laboratorio UIDET-LaCLyFA (Laboratorio de Capa Límite y Fluidodinámica Ambiental) del Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, UNLP, bajo la dirección de los profesores:

Directora: Dra. Ing. Scarabino Ana Elena

Co-director: Ing. Mantelli Pablo



# Agradecimientos

En primer lugar, agradecer a nuestros padres, Marisa y Oscar que, gracias a su apoyo incondicional, pudimos terminar nuestros estudios, y así el día de mañana poder devolverle todo lo brindado por ellos.

En segundo, a nuestros amigos más cercanos que, además de habernos acompañado en toda la carrera, son parte de nuestras vidas formándonos como personas.

Por último, agradecerle a nuestra casa de estudios “Universidad Nacional de La Plata”, a la Facultad de Ingeniería, y a todos los profesores por la formación profesional recibida de ellos en las aulas Universitarias, en especial a nuestros directores de trabajo, Ana y Pablo, que sin su apoyo esto no podría llevarse a cabo.



# Tabla de contenidos

Lista de figuras .....	6
Lista de tablas .....	12
Resumen .....	15
Abstract.....	16
1.1 Marco del proyecto.....	17
1.2 Objetivos del proyecto.....	18
1.3 Alcance .....	18
1.4 Fases y metodologías.....	18
1.5 Estructura del documento .....	19
2.1 Definición de túnel de viento.....	21
2.2 Clasificación .....	22
2.2.1 Topología física .....	22
2.2.1.1 Tipo de retorno .....	22
2.2.1.2 Tipo de configuración de cámara de ensayos.....	24
2.2.2 Rango de velocidades de operación.....	25
2.2.3 Tipo de prueba realizable en cámara .....	26
2.2.4 Tipo de presión atmosférica alcanzada en cámara de pruebas .....	27
3.1 Introducción.....	28
3.2 Clasificación .....	28
3.2.1 Túneles de viento supersónicos continuos .....	29
3.2.2 Túneles de viento supersónicos intermitentes .....	29
3.2.2.1 Túneles de viento supersónicos de vacío o Indraft.....	30
3.2.2.2 Túneles de viento supersónicos de presión o Blowdown.....	31

4.1	Introducción.....	33
4.2	Tiempos de operaciones .....	34
4.3	Túnel de viento supersónico intermitente de vacío (Indraft).....	36
4.4	Túnel de viento supersónico intermitente de presión (Blowdown).....	37
4.5	Elección de tiempos de ensayo y área de garganta ( <b>A<sub>x</sub></b> *) .....	38
4.6	Cálculo del área de pruebas ( <b>A<sub>P</sub></b> ).....	39
4.7	Cálculo de segunda garganta ( <b>A<sub>y</sub></b> *) .....	40
4.7.1	Peor condición de arranque .....	41
4.7.2	Mejor condición de operación .....	43
4.7.3	Rendimiento de tobera y difusor .....	45
4.7.3.1	Rendimiento de tobera.....	45
4.7.3.2	Rendimiento de difusor .....	47
4.7.4	Peor condición de operación con rendimiento .....	49
4.7.5	Mejor condición de operación con rendimiento .....	49
5.1	Introducción.....	50
5.2	Sección de entrada al túnel .....	50
5.2.1	Diseño.....	50
5.2.2	Construcción.....	54
5.3	Sección de prueba.....	56
5.3.1	Diseño .....	56
5.3.1.1	Primer modelado .....	61
5.3.1.2	Segundo modelado .....	62
5.3.1.3	Tercer modelado .....	63
5.3.1.4	Cuarto modelado .....	64
5.3.2	Construcción.....	67

5.3.2.1 Primera construcción .....	68
5.3.2.2 Segunda construcción.....	69
5.3.2.3 Tercera construcción.....	70
5.3.2.4 Cuarta construcción .....	71
5.4 Modelos de prueba. ....	71
5.5 Salida posterior a la sección de prueba.....	73
5.5.1 Diseño.....	73
5.5.2 Construcción.....	75
5.6 Conexionado a reservorio.....	76
5.6.1 Diseño.....	76
5.6.2 Construcción.....	77
5.7 Circuito electrónico adquirente de datos .....	78
5.7.1 Curva de salida vs presión diferencial.....	80
6.1 Introducción.....	82
6.2 Montajes Schlieren .....	83
6.2.1 Montaje con Lentes: .....	83
6.2.2 Montaje con espejos: .....	84
6.3 Resumen entre lentes y espejos .....	85
6.4 Tipos de montajes con espejos .....	86
6.4.1 Montaje tipo Z.....	86
6.4.2 Montaje con un único espejo y alineación en el eje .....	86
6.4.3 Montaje con un único espejo y alineación fuera del eje.....	88
6.5 Resumen entre tipo de montaje con espejos.....	88
6.6 Montaje Rainbow Schlieren o Schlieren de color .....	89
6.7 Background Oriented Schlieren (BOS).....	90



6.8 Selección del montaje Schlieren óptimo .....	91
6.9 Único espejo y alineación en el eje .....	93
6.9.1 Espejo parabólico .....	93
6.9.2 Fuente de luz.....	94
6.9.3 Cámara de video .....	95
6.9.4 Cuchilla o navaja afilada. ....	95
6.9.5 Bases y fijaciones independientes para cada elemento. ....	96
6.9.5.1 Porta espejo .....	96
6.9.5.2 Trípode de cámara .....	98
6.9.5.3 Fijaciones de cuchilla y fuente de luz.....	98
7.1 Introducción.....	99
7.2 Bomba de vacío .....	99
7.3 Reservorio.....	100
7.3.1 Acondicionamiento.....	102
7.4 Vacío del tanque .....	103
8.1 Introducción.....	107
8.1.1 Determinación de presión diferencial de las secciones de prueba.....	107
8.1.2 Determinación del N° de Mach de las secciones de prueba .....	109
8.2 Visualización con técnica de Schlieren .....	110
8.2.1 Sección de prueba N° 3 en reposo .....	111
8.2.2 Sección de prueba N°3 en funcionamiento .....	111
8.2.2.1 Prueba N°1.....	112
8.2.2.2 Prueba N°2.....	112
8.2.2.3 Prueba N°3.....	112
8.2.2.4 Prueba N°4.....	113

8.2.2.5 Análisis generales.....	113
8.2.3 Sección de prueba N°4 en reposo.....	114
8.2.4 Sección de prueba N°4 en funcionamiento.....	115
8.2.4.1 Prueba N°1.....	115
8.2.4.2 Prueba N°2.....	115
8.2.4.3 Análisis generales.....	115
8.2.5 Sección de prueba N°4 con perfil cuña de 15°.....	117
8.2.5.1 Prueba N°1.....	117
8.2.6 Sección de prueba N°4 con perfil cuña de 7°.....	118
8.2.6.1 Prueba N°1.....	119
8.2.6.2 Prueba N°2.....	119
8.3 Rendimiento de tobera real.....	120
9.1 Conclusiones.....	122
9.2 Líneas futuras.....	128
Bibliografía.....	130
Anexo A.....	136
Flujo compresible.....	136
Anexo B.....	159
Óptica geométrica.....	159
Anexo C.....	176
Sistemas de visualización de flujo.....	176
Anexo D.....	183
Scripts de Matlab.....	183
Anexo E.....	197
Planos y croquis.....	197

# Lista de figuras

Figura 2.1. Túnel de viento del tipo cerrado [2].	22
Figura 2.2. Configuración de la cámara de ensayos.	25
Figura 3.1. Túnel de viento supersónico de circuito cerrado de flujo continuo. [5].	29
Figura 3.2. Túnel de viento supersónico esquemático de circuito abierto intermitente de vacío (Indraft). [5].	31
Figura 3.3. Túnel de viento supersónico esquemático de circuito abierto intermitente de presión (Blowdown). [5].	32
Figura 4.1. Condición de arranque más desfavorable [6].	41
Figura 4.2. Mejor Condición de operación [6].	43
Figura 4.3. Rendimiento difusor vs. N° Mach – Shapiro pág. 85.	48
Figura 5.1. Curva lateral de la sección de contracción subsónica.	52
Figura 5.2. Curva superior de la sección de contracción subsónica.	52
Figura 5.3. Vistas de la contracción subsónica - entrada del túnel. (a) Vista Isométrica. (b) Vista lateral. (c) Vista superior. (d) Vista posterior.	53
Figura 5.4. Brida de sujeción entre componentes.	54
Figura 5.5. Impresión 3D de contracción subsónica – Vista isométrica.	54
Figura 5.6. Impresión 3D de contracción subsónica – (a) Vista lateral. (b) Vista frente.	55
Figura 5.7. Impresión 3D de contracción subsónica – Vista posterior.	55
Figura 5.8. Modelo de las líneas características.	58
Figura 5.9. Diagrama esquemático de las líneas características.	59
Figura 5.10. Intersección de 2 líneas características.	60
Figura 5.11. Gráfico de la tobera obtenida mediante método de las características.	61
Figura 5.12. 1° diseño de la sección de pruebas.	62
Figura 5.13. 2° diseño de la sección de pruebas.	63
Figura 5.14. 3° diseño de la sección de pruebas.	63
Figura 5.15. 4° diseño de la sección de pruebas.	64

Figura 5.16. Vistas de brida sección de prueba. (a) Vista Isométrica. (b) Vista lateral. (c) Vista frontal. (d) Vista posterior.....	65
Figura 5.17. Vista en isométrica de la sección de prueba completa.....	65
Figura 5.18. Vista lateral de la sección de prueba completa. ....	66
Figura 5.19. Vista superior de la sección de prueba completa. ....	66
Figura 5.20. Acceso a cámara de ensayos. ....	67
Figura 5.21. Primera construcción de la sección de prueba. (a) Vista superior. (b) Vista lateral izquierda. (c) Vista frontal. (d) Vista lateral derecha. ....	68
Figura 5.22. Segunda construcción de la sección de prueba. (a) Vista superior. (b) Vista lateral izquierda. (c) Vista frontal. (d) Vista lateral derecha. ....	69
Figura 5.23. Tercera construcción de la sección de prueba. (a) Vista superior. (b) Vista lateral izquierda. (c) Vista frontal. (d) Vista lateral derecha. ....	70
Figura 5.24. Cuarta construcción de la sección de prueba - Vista lateral.....	71
Figura 5.25. Modelos de prueba para el túnel de viento. ....	72
Figura 5.26. Montaje de eje central a perfiles. ....	72
Figura 5.27. Vista en isométrica de la salida posterior a la sección de prueba. ....	73
Figura 5.28. Vista frontal de la salida posterior a la sección de prueba. ....	74
Figura 5.29. Vista lateral de la salida posterior a la sección de prueba.....	74
Figura 5.30. Vista superior de la salida posterior a la sección de prueba.....	74
Figura 5.31. Impresión 3D de salida posterior a la sección de prueba – Vista superior. ....	75
Figura 5.32. Impresión 3D de salida posterior a la sección de prueba – Vista lateral.....	75
Figura 5.33. Impresión 3D de salida posterior a la sección de prueba – (a) Vista frontal. (b) Vista posterior. ....	75
Figura 5.34. Sistema de conexionado del túnel hacia el tanque. ....	76
Figura 5.35. Brida circular. (a) Vista isométrica. (b) Vista lateral. ....	77
Figura 5.36. Conexionado físico al reservorio. ....	77
Figura 5.37. Vista lateral del túnel de viento completo.....	78
Figura 5.38. Vista isométrica del túnel de viento completo. ....	78
Figura 5.39. Sensor Mpx2200 Dp. ....	79
Figura 5.40. Circuito de adquisición. ....	79
Figura 5.41. Salida vs presión diferencial. ....	81

Figura 6.1. Montaje Schlieren en serie o línea.	84
Figura 6.2. Montaje Schlieren tipo Z.	86
Figura 6.3. Montaje Schlieren con único espejo esférico y alineación en el eje.	87
Figura 6.4. Montaje Schlieren con único espejo parabólico y alineación en el eje.	87
Figura 6.5. Montaje Schlieren con único espejo parabólico y alineación fuera del eje.	88
Figura 6.6. Técnica Schlieren de color [18].	90
Figura 6.7. Montaje típico de técnica Schlieren con sistema BOS.	91
Figura 6.8. Fotografía Schlieren con fondo granulado [19].	91
Figura 6.9. Espejos parabólicos reflectores.	94
Figura 6.10. LED blanco.	94
Figura 6.11. Cámara de celular Sony Z5 Premium.	95
Figura 6.12. Hoja de cutter trapecoide.	96
Figura 6.13. Diseño conjunto base + porta espejo. (a) Vista isométrica. (b) Vista frontal. (c) Vista lateral.	97
Figura 6.14. Impresión 3D de conjunto base + porta espejo – Vistas frontales.	97
Figura 6.15. Trípode de cámara.	98
Figura 6.16. Brazo extensible flexible.	98
Figura 7.1. Bomba de vacío DVL 150. ....	100
Figura 7.2. Reservorio. ....	101
Figura 7.3. Brida superior. ....	102
Figura 7.4. Brida inferior con niple 1 1/2". ....	102
Figura 7.5. Junta de Asbesto N°S150 4". ....	103
Figura 7.6. Diagrama esquemático de conexionado. ....	104
Figura 7.7. Conexionado físico. ....	104
Figura 7.8. Vacuómetro del reservorio. ....	105
Figura 8.1. Curva de voltaje de salida (mV) Vs Presión diferencial (Kpa) digitalizado. ....	108
Figura 8.2. Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren en “reposo”. ....	111

Figura 8.3. Prueba N°1 - Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.....	112
Figura 8.4. Prueba N°2 - Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.....	112
Figura 8.5. Prueba N°3 - Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.....	112
Figura 8.6. Prueba N°4 - Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.....	113
Figura 8.7. Visualización ángulo de ondas de Mach.....	113
Figura 8.8. Visualización de sección de prueba “Construcción 4” mediante técnica de Schlieren en “reposo”. .....	114
Figura 8.9. Prueba N°1 - Visualización de sección de prueba “Construcción 4” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.....	115
Figura 8.10. Prueba N°2 - Visualización de sección de prueba “Construcción 4” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.....	115
Figura 8.11. Visualización prueba N°2- Contraste aumentado. ....	116
Figura 8.12. Visualización prueba N°2- Ondas de Mach. ....	116
Figura 8.13. Croquis perfil cuña simétrico de 15°.....	117
Figura 8.14. Visualización N°1 con perfil cuña simétrico de 15° a 0° de ángulo de ataque. ....	118
Figura 8.15. Visualización N°1 con perfil cuña simétrico de 15° con Photoshop a 0° de ángulo de ataque. ....	118
Figura 8.16. Croquis perfil cuña simétrico de 7°.....	118
Figura 8.17. Visualización N°1 con perfil cuña simétrico de 7° a 0° de ángulo de ataque. ....	119
Figura 8.18. Visualización N°2 con perfil cuña simétrico de 7° a 6° de ángulo de ataque. ....	119
Figura 8.19. Visualización N°2 con perfil cuña simétrico de 7° a 6° de ángulo de ataque con Photoshop. ....	120
Figura 9.1. Visualización de ondas de choque en bordes salientes del perfil.....	124
Figura 9.2. Visualización de ondas de choque oblicuas y normales – perfil 7° con $\alpha = 0^\circ$ . ....	125

Figura 9.3. Visualización de ondas de choque oblicuas y expansiones perfil $7^\circ$ con $\alpha = 6^\circ$ . .....	126
Figura A.1. Pulso de presión. ....	138
Figura A.2. Efecto número de Mach en la presión para un flujo compresible e incompresible [24]. ....	140
Figura A.3. Pulso de presión estacionario ( $V = 0$ ). ....	141
Figura A.4. Pulso de presión con velocidad ( $V < c$ ). ....	141
Figura A.5. Pulso de presión con velocidad ( $V = c$ ). ....	142
Figura A.6. Pulso de presión con velocidad ( $V > c$ ). ....	142
Figura A.7. Distribución de velocidad y entalpia de remanso sobre una pared aislada [25]. .....	143
Figura A.8. Flujo compresible en conducto. (a) perfil de velocidad para fluido real; (b) aproximación unidireccional [25]. ....	146
Figura A.9. Efecto sobre las propiedades con el número de Mach cuando se produce cambios del área de conducto [25]. ....	147
Figura A.10. Solución de ecuación diferencial en garganta [25]. ....	148
Figura A.11. Relación de propiedades con el número de Mach [25]. ....	150
Figura A.12. Propiedades de onda de choque en conducto [25]. ....	151
Figura A.13. Cambio de relaciones de propiedades a través de una onda de choque normal [25]. ....	154
Figura A.14. Geometría del flujo a través de una onda de choque oblicua [25]. ....	155
Figura A.15. Hodógrafa polar de ondas de choque oblicuas con solución fuerte y débil [25]. .....	157
Figura A.16. Flujo supersónico alrededor de una cuña [25]. ....	158
Figura B.1. Espectro electromagnético [29]. ....	160
Figura B.2. Conceptos de óptica geométrica [28]. ....	161
Figura B.3. (a) Reflexión especular y (b) reflexión difusa [30]. ....	162
Figura B.4. Reflexión de rayo de luz incidente [35]. ....	163
Figura B.5. Refracción del rayo incidente por variación del medio de propagación [37]. ..	163

Figura B.6. Difracción de una sola rendija [39].	164
Figura B.7. Objeto e imagen en un espejo plano [42].	165
Figura B.8. Características geométricas de espejo convexo [44].	166
Figura B.9. Características geométricas de espejo cóncavo [44].	167
Figura B.10. Convergencia de todos los rayos al punto focal producto de la utilización de espejo parabólico [45].	167
Figura B.11. Lentes convergentes [47].	168
Figura B.12. Lente convergente hacia foco real.	169
Figura B.13. Lentes divergentes [47].	169
Figura B.14. Lente divergente con foco imaginario.	170
Figura B.15. Aberración esférica [48].	171
Figura B.16. Aberración coma [49].	172
Figura B.17. Aberración de astigmatismo [50].	172
Figura B.18. Aberración cromática [51].	173
Figura B.19. Aberración por distorsión [52].	174
Figura B.20. Aberración curvatura de campo [53].	175
Figura C.1. Organigrama de técnicas de visualización de flujo [54].	177
Figura C.2. Configuración básica de interferometría.	178
Figura C.3.(a) Técnica Schlieren [58] - (b) Técnica Shadowgraph [59].	179
Figura C.4. Esquema ilustrativo de los principales componentes de técnica Schlieren.....	181
Figura C.5. Esquema ilustrativo con las principales componentes de técnica Shadowgraph. .....	182



# Lista de tablas

Tabla 2.1. Ventajas y desventajas del túnel de viento abierto.....	23
Tabla 2.2. Ventajas y desventajas del túnel de viento cerrado.....	24
Tabla 2.3. Velocidad en sección de prueba en dependencia del tipo de túnel.....	25
Tabla 2.4. Clasificación resumida de tipos de túneles de viento.....	27
Tabla 4.1. Propiedades del medio a CNPT.....	33
Tabla 4.2. Área crítica producto de la relación de presiones y caudal másico asociado.....	34
Tabla 4.3. Características físicas y experimentales de túnel tipo Indraft.....	36
Tabla 4.4. Dimensionado del área de garganta con tiempos de ensayo.....	36
Tabla 4.5. Características físicas y experimentales de túnel tipo Blowdown.....	37
Tabla 4.6. Dimensionado del área de garganta con tiempos de ensayo.....	38
Tabla 4.7. Cálculo área de sección de prueba.....	39
Tabla 4.8. Características y propiedades antes de la onda de choque.....	42
Tabla 4.9. Características y propiedades antes y después de la onda de choque.....	42
Tabla 4.10. Características y propiedades antes y después de la onda de choque.....	44
Tabla 4.11. Características y propiedades del fluido sobre la tobera.....	45
Tabla 4.12. Características y propiedades del fluido sobre la tobera.....	46
Tabla 4.13. Caract. y propiedades del fluido sobre el difusor antes y después de la onda... 48	
Tabla 4.14. Caract. y propiedades del fluido sobre la tobera.....	120
Tabla 5.1. Dimensiones características de la sección de pruebas.....	56
Tabla 5.2. Datasheet del sensor Mpx2200 Dp.....	80
Tabla 6.1. Ventajas y desventajas de las lentes.....	85
Tabla 6.2. Ventajas y desventajas de los espejos.....	85
Tabla 6.3. Ventajas y desventajas de tipos de montajes con espejos.....	88
Tabla 6.4. Ponderación del sistema Schlieren para distintos montajes.....	92

Tabla 7.1. Especificaciones y performance de la bomba de vacío. ....	100
Tabla 7.2. Características del reservorio. ....	101
Tabla 7.3. Presión de vacío en el reservorio. ....	105
Tabla 8.1. Determinación de presión diferencial de sección de prueba “construcción 2” .	108
Tabla 8.2. Determinación de presión diferencial de sección de prueba “construcción 3” .	109
Tabla 8.3. Determinación de presión diferencial de sección de prueba “construcción 4” .	109
Tabla 8.4. Determinación de N° De Mach de sección de prueba “construcción 2” .....	110
Tabla 8.5. Determinación de N° De Mach de sección de prueba “construcción 3” .....	110
Tabla 8.6. Determinación de N° De Mach de sección de prueba “construcción 4” .....	110
Tabla 8.7. Ángulos de onda y números de Mach asociados de construcción N°3. ....	113
Tabla 8.8. Ángulos de onda y números de Mach asociados de construcción N°3. ....	116
Tabla 9.1. Errores en % de los diferentes N° Mach en la sección de prueba. ....	123
Tabla 9.2. Comparación entre método analítico y experimental de ondas de compresión y expansión sobre el perfil cuña simétrico de 7° con $\alpha = 0^\circ$ . ....	124
Tabla 9.3. Comparación entre método analítico y experimental de ondas de compresión y expansión sobre el perfil cuña simétrico de 7° con $\alpha = 6^\circ$ . ....	125
Tabla A1. Relaciones de Rankine-Hugoniot. ....	152
Tabla C.1. Diferencias entre Técnica Schlieren y Técnica Shadowgraph. ....	180



# Resumen

La necesidad de disponer y beneficiarse de nuevas herramientas tanto para uso didáctico, educativo y de trabajo, hace que sea inevitable idealizar nuevos proyectos a fin de conseguir dichos objetivos mencionados. El Laboratorio de Capa Limite y Fluidodinámica Ambiental (UIDET - LaCLyFA) cuenta con diferentes tipos de túneles de vientos subsónicos capaces de cubrir un amplio espectro de número de Reynolds. Sin embargo, es necesario avanzar en el desarrollo y sostenibilidad de nuevos equipos, métodos, técnicas y procedimientos con la finalidad de aumentar los conocimientos, generar y gestionar las bases para futuros desarrollos y sobre todo permitir al estudiante avanzar en el área práctica. Es por ello que el objetivo principal de este proyecto abarca el estudio, diseño y construcción de un túnel de viento supersónico bidimensional con implementación de sistema de visualización Schlieren. Esto permitirá la ejecución de nuevos proyectos, análisis prácticos y visualizaciones de todo tipo de flujos compresibles y cambios de densidad.

# Abstract

The need to have and benefit from new tools for didactic, educational and work use, makes it inevitable to idealise new projects in order to achieve these objectives. The Boundary Layer and Environmental Fluid Dynamics Laboratory (UIDET - LaCLyFA) has different types of subsonic wind tunnels capable of covering the whole a wide spectrum of Reynolds numbers. However, it is necessary to advance in the development and sustainability of new equipment, methods, techniques and procedures in order to increase knowledge, generate and manage the basis for future developments and above all allow the student to advance in the practical area. That is why the main objective of this project encompasses the study, design and construction of a two-dimensional supersonic wind tunnel with the implementation of a Schlieren visualisation system. This will allow the execution of new projects, practical analyses and visualisations of all types of compressible flows and fluid density changes.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Marco del proyecto

Los inicios de los túneles de viento comienzan cuando el ingeniero militar inglés Benjamín Robins (1707-1751) inventó un aparato de brazo giratorio para realizar experimentos de resistencia dentro de la teoría de la aviación [1]. Con el correr de los años, ingenieros y matemáticos fueron desarrollando y perfeccionando los descubrimientos de cada autor hasta la actualidad.

La Unidad de Investigación, Desarrollo, Extensión y Transferencia – Laboratorio de Capa Limite y Fluidodinámica Ambiental (UIDET-LaCLyFA) en el presente cuenta con cinco túneles de viento subsónicos en los que se llevan a cabo tarea de calibraciones, investigaciones y transferencias, sin embargo, la educación es uno de los objetivos más importantes de esta unidad.

El crecimiento educativo va de la mano con la inversión tecnológica. Para esto es necesario emprender en nuevos desarrollos, ideas y proyectos. Es por ello que el trabajo final que se detallará en los próximos capítulos tiene como finalidad y objetivo el diseño y construcción de un pequeño túnel de viento supersónico con la implementación de un sistema de visualización de flujo compresible, denominado técnica Schlieren.

## 1.2 Objetivos del proyecto

Se busca realizar:

- Un análisis cuantitativo sobre el diseño de un túnel de viento supersónico adaptado a las posibilidades técnicas del LaCLyFA, y a su vez la construcción física del mismo.
- Construcción y montaje del sistema de visualización Schlieren.

## 1.3 Alcance

El trabajo se enfocará en el diseño detallado y montaje de todas las partes que constituyen el túnel de viento supersónico junto a la técnica de visualización Schlieren. A su vez, se dará información adjunta con todos los métodos de construcción asociados.

Todos los cálculos realizados serán de carácter cuantitativo.

Se establecerán las variables críticas, se analizará las causas raíz de las posibles deficiencias en el modelado, posibles fallas en las construcciones y formas de solución de los mismos.

Se busca contribuir al desarrollo de actividades prácticas que mejoran el aprendizaje teórico.

Se pretende mejorar y reforzar contenidos que para los estudiantes son considerados complejos de comprender.

El proyecto no sólo se limitará a elaborar un diseño y construcción de todos los dispositivos asociados, sino que se propondrán futuras modificaciones y puntos de estudio específicos para, a través de esto fomentar el interés de mejora continua.

## 1.4 Fases y metodologías

La metodología por seguir será la de planificar y dividir el proyecto e investigación de la siguiente manera:

1. Estudio y conocimientos de los diferentes tipos de túneles aerodinámicos, basándose en la clasificación de cada uno. En particular se estudiarán los túneles de viento supersónicos.
2. Elección del tipo de túnel a desarrollar y construcción según el análisis de las características cuantitativas propias como de la infraestructura y disponibilidad de tecnología existente para el proyecto.

3. Elección de los requisitos que deben cumplir las piezas y secciones del túnel viento.
4. Diseño matemático y en 3D de las diferentes piezas presentes en el trabajo. Cada diseño llevará asociado un estudio teórico (si es que lo permite) de las medidas utilizadas en el análisis.
5. Estudio y elección de la técnica óptica óptima para la visualización del flujo compresible.
6. Proceso de fabricación y construcción de cada parte, componente o sección del proyecto a fin de materializar la idea.
7. Pruebas y resultados finales, donde se mostrará las visualizaciones logradas por la técnica óptica.
8. Obtención de conclusiones que pondrá en evidencia el diseño propuesto junto con descripciones de las líneas futuras de investigación y mejora.

## **1.5 Estructura del documento**

El proyecto se estructura como se describe a continuación.

En el primer capítulo se desarrollan una revisión y organización de los conocimientos teóricos disponibles sobre el tema elegido, y se exponen los objetivos del mismo junto con el alcance y la metodología de ejecución del documento.

El segundo capítulo inicia con una introducción al concepto de túneles de viento sumado a los distintos tipos de clasificaciones que pueden tener estos, haciendo referencia a la topología física, velocidades desarrolladas en la sección de prueba, tipo de prueba y presión atmosférica alcanzada en la misma.

En el tercer capítulo se analizan exclusivamente los túneles de viento supersónicos, haciendo referencia al objetivo del trabajo, llevando adelante una clasificación de los mismos según las características físicas (abiertos o cerrados) con las ventajas y desventajas de cada uno.



En el cuarto capítulo se genera toda la documentación matemática que avala los cálculos del proyecto, junto con la elección del tipo de túnel que se optó por utilizar y construir según la infraestructura disponible en el laboratorio.

En el quinto capítulo se describe el diseño y construcción de todas las partes que conforman el túnel de viento, como así también los circuitos electrónicos que se utilizaron para realizar las mediciones.

En el sexto capítulo se explican los tipos de montajes utilizados para la técnica de visualización Schlieren, del mismo modo en que se eligió el óptimo teniendo en cuenta diversas variables junto a todos los componentes que conforman dicha técnica y tipo de montaje.

En el séptimo capítulo se especifican el acondicionamiento y preparación del reservorio a tener en cuenta para llevar a cabo la experimentación.

En el octavo capítulo se detallan los resultados obtenidos de las pruebas realizadas en el laboratorio, junto con todas las visualizaciones.

En el noveno capítulo se sintetizan las conclusiones más significativas y se presentan las ideas que podrían constituir líneas futuras de investigación.

Por último, anexado al trabajo, se exponen los modelos teóricos en los que se basó el desarrollo del trabajo junto a scripts de diseños y los planos de los diseños.

# Capítulo 2

## Túneles de viento

### **2.1 Definición de túnel de viento**

El término túnel de viento o túnel aerodinámico hace referencia a una herramienta que permite estudiar el comportamiento del aire cuando se pone un objeto dentro del flujo, es decir, el estudio del movimiento relativo entre el objeto y aire o gas, si así lo fuere. Ese objeto puede ser cualquier cosa: un edificio, una aeronave, perfiles aerodinámicos, un automóvil, etcétera. Generalmente se utilizan maquetas a escala, para reducir el costo o porque simplemente el objeto real es demasiado grande. A pesar de ello, se debe tener en cuenta que el tamaño de la maqueta influye en los resultados del ensayo. Cuanto más grande sea la maqueta y más parecida a la realidad, mejores serán los resultados de la experimentación.

Entre los elementos y variables de estudio, se pueden visualizar y obtener datos de presiones, fuerzas, información de la capa límite, visualización de las líneas de corriente, etcétera. Las mediciones que se hagan, para obtener esa información dependerá de qué se está ensayando y de los resultados de interés.

En la Figura 2.1, se puede observar un esquema en corte de un túnel aerodinámico cerrado, en el cual circula aire u otro gas.

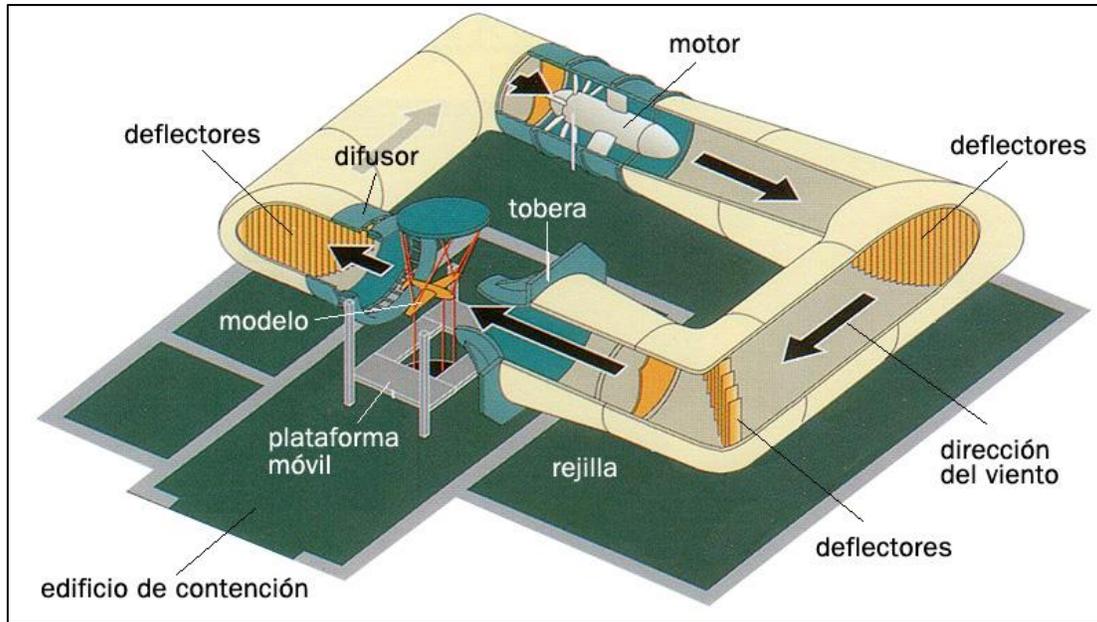


Figura 2.1. Túnel de viento del tipo cerrado [2].

## 2.2 Clasificación

Los túneles de viento están diseñados para un propósito específico y por ende sus cualidades físicas varían significativamente. Entre las principales cualidades que se los clasifican, se destacan las siguientes.

### 2.2.1 Topología física

Este tipo de clasificación se reduce a analizar el tipo de retorno del túnel junto con la estructura y conformación de la cámara de ensayos.

#### 2.2.1.1 Tipo de retorno

**Circuito abierto:** El flujo de aire que circula por su interior describe una trayectoria generalmente recta; penetra en el circuito desde el exterior a través de la sección de entrada, que suele albergar la zona de acondicionamiento de flujo, posteriormente pasa por la cámara de ensayos o sección de prueba para culminar la descarga del aire nuevamente a la atmosfera. En la Tabla 2.1 se pueden apreciar las ventajas y desventajas de este tipo de túnel.

*Tabla 2.1. Ventajas y desventajas del túnel de viento abierto.*

<i>Ventajas</i>	<i>Desventajas</i>
Posibilidad de utilización de técnicas de visualización, por ejemplo, flujo con humo.	Considerable contaminación acústica.
Menores costos de construcción que túneles cerrados.	Costoso proceso de insonorización.  Operaciones con elevados consumos energéticos.  Mayor acondicionamiento del aire, es decir, el ensayo está fuertemente relacionado con las condiciones del entorno.

**Nota.** Fuente: [3].

**Circuito cerrado:** En este caso, a diferencia del sistema anterior, el fluido describe una trayectoria cerrada -generalmente en forma rectangular- la cual permite que el aire que circula pase varias veces por la cámara de pruebas<sup>1</sup>, con un retorno indefinidamente que depende del operador, con poco o ninguna interacción con el aire exterior. En la Tabla 2.2 se puede observar las ventajas y desventajas de este tipo de configuración.

<sup>1</sup> Cámara de prueba: También denominadas sección de prueba o de ensayos. Definida como una zona interna del túnel donde se posiciona el prototipo de análisis y en la cual su velocidad se encuentra físicamente controlada.

*Tabla 2.2. Ventajas y desventajas del túnel de viento cerrado.*

<i>Ventajas</i>	<i>Desventajas</i>
Mayor control de la calidad del flujo en el interior del circuito.	Mayor costo inicial, debido principalmente a la mayor necesidad de infraestructura.
Poca o ninguna influencia del entorno de la instalación en el fluido.	Necesidad de dispositivos de refrigeración o intercambiadores de calor para instalaciones con tasas de operación elevadas.
Menor consumo de energía debido al continuo recircular del flujo por su interior.	Complejidad de diseño para posibilitar la utilización de técnicas de visualización determinadas (mediante humo, pintura, etc).
Generación de menor contaminación acústica.	

**Nota.** Fuente: [3].

### **2.2.1.2 Tipo de configuración de cámara de ensayos**

Como se mencionó, otra de las configuraciones por las cuales varían los túneles, son por modificaciones en su sección de pruebas, y estas se pueden clasificar en:

**Sección abierta:** La sección de prueba o cámara de ensayo se encuentra en contacto con el exterior por algunas de sus fronteras.

**Sección cerrada:** La sección de prueba está dotado de paredes que tienen la capacidad de generar una barrera entre el movimiento del fluido interior con el exterior. Hoy día, este tipo de diseño contempla la posibilidad de transformar una sección cerrada en abierta con ajustes en la infraestructura, de modo de generar configuraciones polivalentes acorde al tipo de elemento en análisis o dependiendo de las condiciones de contorno.

De forma esquemática, en la Figura 2.2 se puede apreciar las distintas variantes que integran el conjunto de combinaciones descriptas anteriormente.

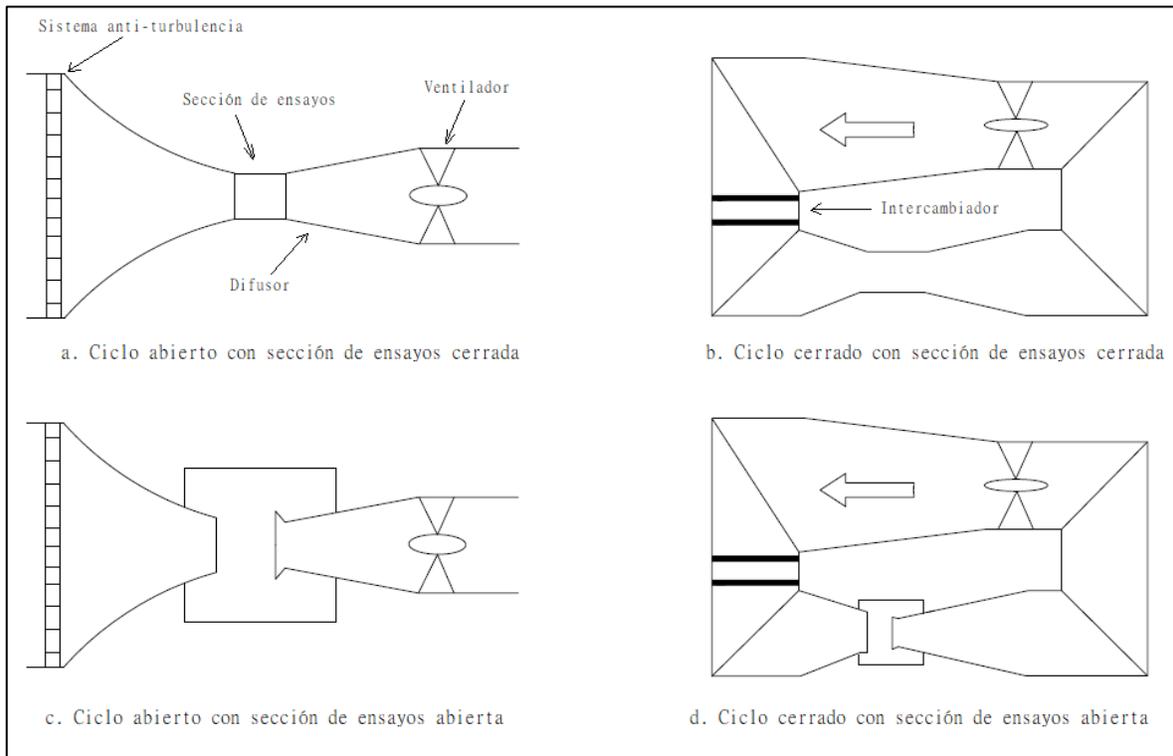


Figura 2.2. Configuración de la cámara de ensayos.

### 2.2.2 Rango de velocidades de operación

Teniendo en cuenta la velocidad del flujo a su paso por la sección de prueba, los túneles de viento pueden clasificarse como:

Tabla 2.3. Velocidad en sección de prueba en dependencia del tipo de túnel.

Tipo	Velocidad, $Ma$
Baja velocidad	$Ma < 0,3$
Subsónicos	$0,3 < Ma < 0,85$
Transónicos.	$0,85 < Ma < 1,2$
Supersónicos	$1,20 < Ma < 5,0$
Hipersónicos	$Ma > 5,0$

**Nota.**

**Túneles de baja velocidad o subsónicos:** Los túneles de viento subsónicos se caracterizan por las bajas velocidades relativas del fluido con respecto al modelo de ensayo.

**Túneles transónicos:** Los túneles de viento transónicos logran velocidades en las que se desarrolla la mayor parte de la industria de la aviación comercial. Algunos de los problemas en este tipo de túneles consisten en que al usar ventiladores de alta potencia generan vibraciones, además de las ondas de choque generadas por la presión ejercida por parte del viento hacia las paredes del túnel.

**Túneles supersónicos:** Este tipo de equipos se caracterizan por alcanzar velocidades en su cámara de prueba que superan la velocidad del sonido, es decir, velocidades superiores a los 1225 km/h a temperatura ambiente. La industria aeronáutica usa este tipo de túneles para pruebas de aviones y motores militares.

**Túneles hipersónicos:** Túneles específicos en alcanzar velocidades superiores a  $Ma > 5,0$ . El diseño de túneles de viento hipersónicos enfrenta varios problemas. Uno consiste en suministrar la presión suficiente y la temperatura adecuada en el viento por períodos de tiempo considerables necesarios para evitar daño estructural en el túnel y para reunir la información que se requiere. Otro problema es el gasto energético, así como el desarrollo de instrumentación que pueda captar información a esas velocidades. Estos túneles son utilizados exclusivamente en el diseño y prueba de vehículos espaciales. [4].

### **2.2.3 Tipo de prueba realizable en cámara**

Obviando el tiempo como cuarta dimensión, otra de las clasificaciones se fundamenta en el tipo de modelo o prototipo colocado en la cámara de pruebas, definiéndose las siguientes:

**Bidimensional:** Permite alojar maquetas o modelos en corte transversales o longitudinales. De esta forma se realizan análisis asilados o más detallados de sección específicas o de conflicto.

**Tridimensional:** Puede alojar modelos o maquetas completas para ser analizados en sus tres dimensiones geométricas y en diversos ángulos.

## 2.2.4 Tipo de presión atmosférica alcanzada en cámara de pruebas

**Túneles de viento de densidad variable:** Requiere la compresión del aire para simular el flujo con altos números de Reynolds. Son utilizados para estudiar los efectos de elasticidad en puentes y rascacielos, así como para el análisis de fenómenos de esparcimiento y difusión de contaminantes. Generalmente sus cabinas de prueba son muy largas. También son utilizados para el estudio de diversos efectos en los límites de los estratos atmosféricos.

**Túneles de viento presurizados:** Permiten realizar experimentos con diversas densidades de fluidos, generalmente más alta que la presión atmosférica. Requieren que la presión en su interior pueda ser controlada. Por lo tanto, un alto nivel de precisión durante la construcción es vital ya que cualquier desperfecto sería causa de variabilidad en las pruebas.

De forma resumida y simplificada, se puede ver en la Tabla 2.4, cómo es la clasificación total de un túnel de viento:

*Tabla 2.4. Clasificación resumida de tipos de túneles de viento.*

<i>Topología fis.</i>	<i>Rango de Velocidad</i>	<i>Tipo de prueba</i>	<i>Presión atm.</i>
Abiertos	Baja velocidad	Bidimensional	Densidad variable
Cerrados	Subsónicos	Tridimensional	Presurizados
Cámara abierta	Transónicos		
Cámara Cerrada	Supersónicos		
	Hipersónicos		

**Nota.**



# Capítulo 3

## Túneles de viento supersónicos

### 3.1 Introducción

Tal como se detalló en el capítulo previo, las variantes y posibilidades de clasificación de los túneles aerodinámicos son varias, y su diseño y construcción dependen de cuestiones elementales como el tamaño del modelo de análisis, o velocidad que verá dicho modelo entre otras cosas. Para introducirse al tema, primeramente, es necesario definir que es un túnel de viento supersónico. Estos son túneles de viento que producen velocidades supersónicas ( $1,2 < M < 5$ ) en la sección de prueba. Al operar requieren la inclusión de los efectos de flujo compresible (Ver Anexo A – Flujo compresible).

### 3.2 Clasificación

La potencia para impulsar un túnel de viento de velocidad baja varía aproximadamente con el cubo de la velocidad, aunque esta regla no se mantiene en el régimen de alta velocidad, en los que la potencia requerida aumenta en mayor medida. De acuerdo con su forma de funcionamiento, los túneles de viento supersónicos pueden clasificarse de la siguiente manera:

1. **Circuito abierto.**
  - a. Túnel de viento intermitente de vacío.

- b. Túnel de viento intermitente de presión.
- c. Túnel de viento intermitente de presión-vacío.

**2. Circuito cerrado.**

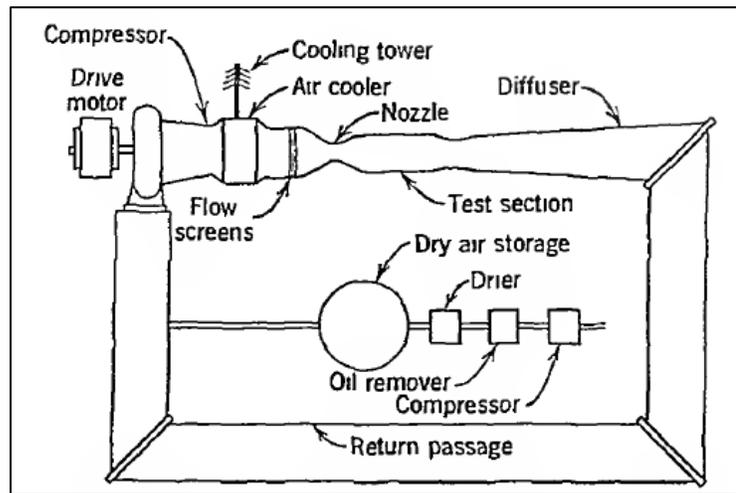
- a. Túnel de viento continuo.

**3.2.1 Túneles de viento supersónicos continuos**

Las ventajas que favorecen a los túneles continuos son:

1. Mayor control de las condiciones, es decir, se puede alcanzar una condición de flujo determinada con más precisión.
2. Dado que se elimina el "pánico" de las pruebas rápidas, los ensayos y la medición sobre determinados puntos del sistema se realizan más fácilmente.
3. Las condiciones de prueba se pueden mantener constantes durante un largo período de tiempo.

En la Figura 3.1, se puede apreciar la fisiología física de este tipo de túnel.



*Figura 3.1. Túnel de viento supersónico de circuito cerrado de flujo continuo. [5].*

**3.2.2 Túneles de viento supersónicos intermitentes**

Las ventajas que favorecen a los túneles intermitentes son:

1. Son más simples de diseñar y menos costosos de construir.
2. No es necesario dedicar excesivo tiempo a bombear flujo a todo el circuito a través de los motores/bombas para el ensayo de cierto modelo.

3. La falla de un modelo generalmente no resultará en daños al túnel.
4. Hay "potencia" adicional disponible para iniciar el flujo en el túnel.
5. Las cargas en un modelo llegan a un máximo cuando se inicia la descarga y posteriormente estas se mantienen constantes y finalmente decrecen en magnitud

Aunque los túneles intermitentes parecen tener más ventajas, el hecho es que se construirían muy pocos túneles intermitentes si el costo de los continuos no fuera tan elevado. También se debe tener en cuenta que el hecho de que un túnel sea continuo no garantiza que produzca más datos que un túnel intermitente. Por un lado, generalmente se emplea instrumentación más rápida con túneles intermitentes, e incluso si los túneles continuos tuvieran dichos equipos, el tiempo perdido bombeando los túneles de presión hacia arriba y hacia abajo, lo que hace que la unidad pueda acelerar, y detenerlo puede contrarrestar la ventaja de poder correr durante períodos más largos. En particular, bombear un circuito de túnel continuo hasta una presión deseada puede ser un problema, ya que algunos túneles requieren dos horas o más.

A continuación, se muestran las listas de las ventajas de los dos tipos de túneles intermitentes y se los compara entre sí.

### **3.2.2.1 Túneles de viento supersónicos de vacío o Indraft.**

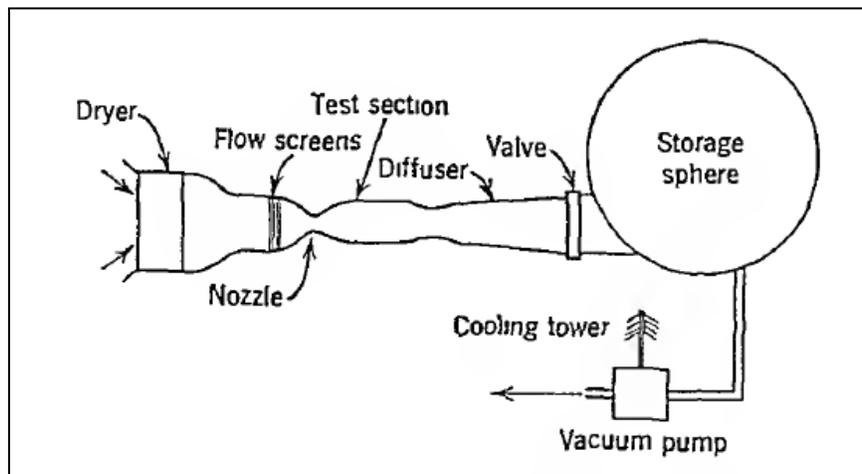
Este tipo de dispositivos utiliza tanques de vacío, de modo de generar una corriente de aire desde la zona de mayor presión (zona exterior con presión atmosférica) hacia el interior del tanque (zona de menor presión). En la Figura 3.2 se observa el tanque de vacío y en el extremo opuesto la entrada de aire atmosférico, con operación de sistema de izquierda a derecha.

Algunas ventajas del túnel Indraft sobre el túnel de Blowdown (presión) son:

1. La temperatura total del aire en las condiciones de suministro (temperatura de estancamiento) es constante durante una ejecución.
2. La presión total de aire en condiciones de suministro (presión de estancamiento) es constante durante una ejecución, aunque puede ser menor de lo deseado. No hay variaciones en la presión total como las que puede causar un regulador de presión.
3. La corriente de aire está libre de contaminantes como el aceite del compresor (pero puede contener polvo y humedad de la atmósfera).

4. Se eliminan los reguladores de presión.
5. Las cargas en un modelo durante el establecimiento del flujo de alta velocidad (cargas iniciales) son menores.
6. El vacío es más seguro que la presión.
7. El nivel de ruido es menor.
8. No es difícil obtener una baja densidad de aire (correspondiente a una gran altitud) en el túnel.
9. El túnel de aspiración puede operar a números de Mach más altos antes de que se requiera calentamiento para evitar la condensación del aire durante la expansión a altas velocidades.
10. Característicos por ser más pequeños en tamaño.

Además, en la Figura 3.2, ha de observarse todas las partes constituyentes que conforman todo el sistema del túnel de viento supersónico de vacío.



*Figura 3.2. Túnel de viento supersónico esquemático de circuito abierto intermitente de vacío (Indraft). [5].*

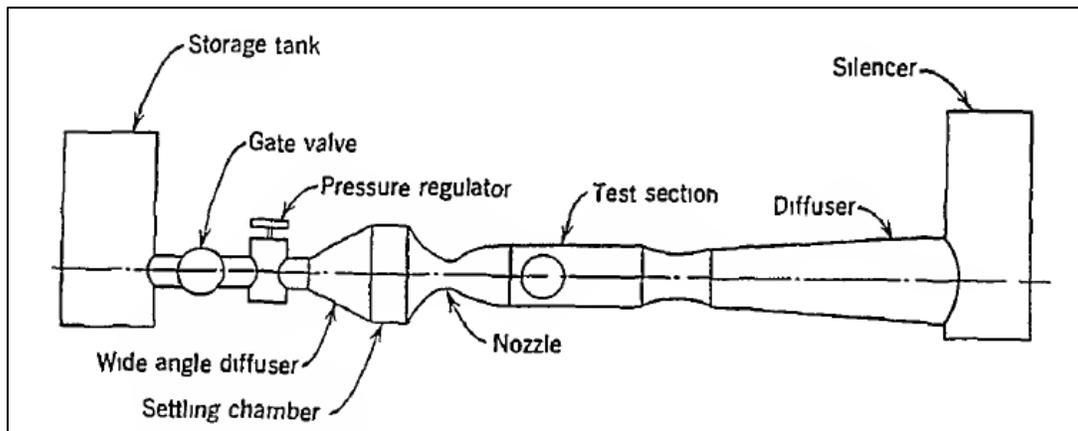
### **3.2.2.2 Túneles de viento supersónicos de presión o Blowdown.**

Este tipo de dispositivos utiliza tanques presurizados, de modo de generar una corriente de aire desde la zona de mayor presión (zona interior del tanque presurizado) hacia el exterior (zona exterior con presión atmosférica). En la Figura 3.3 se observa el tanque presurizado y en el extremo opuesto la salida de aire, con operación de sistema de izquierda a derecha.

Las ventajas del túnel de presión (blowdown) sobre el túnel de vacío (indraft):

1. Es posible variar ampliamente el número de Reynolds en un número de Mach particular.  
En algunos casos se puede alcanzar el valor correspondiente al vuelo a gran escala.
2. El costo por lo general suele ser menor a los túneles de vacío.
3. Normalmente es posible realizar pruebas de combustión de corta duración.
4. Como desventaja es que la presión total no es constante, sino que va disminuyendo a medida que el tanque se descarga.

Además, en la Figura 3.3, ha de observarse todas las partes constituyentes que conforman todo el sistema del túnel de viento supersónico de presión.



*Figura 3.3. Túnel de viento supersónico esquemático de circuito abierto intermitente de presión (Blowdown). [5].*

# Capítulo 4

## Cálculos preliminares

### 4.1 Introducción

En este capítulo se detallarán los principales aspectos a tener en cuenta en el diseño de un túnel de viento supersónico. La teoría y relaciones matemáticas para flujos compresibles que se emplearán en el diseño se encuentran detalladas en el Apéndice A de este trabajo. Anteriormente, en el Capítulo 3, se establecieron las variantes y posibilidades de modificaciones que tienen los túneles a fin de conseguir velocidades supersónicas. Si bien existen diferencias entre unos y otros, algunas de las propiedades físicas del aire no se modificarán sin importar el tipo de túnel que ha de diseñarse. En la Tabla 4.1 se puede observar las propiedades atmosféricas del aire considerando condiciones normales de presión y temperatura.

*Tabla 4.1. Propiedades del medio a CNPT.*

<i>Abreviatura física</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
$p_{atm}$	101325	Pa
$\rho_{atm}$	1,225	kg/m <sup>3</sup>
$T_{atm}$	293,15	K
$k$	1,4	---
$R$	286,9	J/kg.K

**Nota.** Fuente: Compressed Air and Gas Institute (CAGI).

## 4.2 Tiempos de operaciones

Para los inicios del diseño del túnel de viento supersónico, será necesario establecer tiempos aproximados de operación de los ensayos. Para esto, se tienen en cuenta las siguientes relaciones.

Según la tabla B.2 de Flujo Isoentrópico para un gas perfecto [6, p. 616], la relación de presiones para cuando el número de Mach es equivalente a la unidad ( $Ma = 1$ ) es de:

$$\frac{p^*}{p_0} = 0,52828 \quad (4.1)$$

Esto nos establece que cuando se alcanza este valor de velocidad en una sección de área mínima del túnel – No se puede alcanzar  $Ma = 1$  si no es un mínimo o una descarga -, esta sección, será la crítica.

Por lo tanto:

- Considerando la Ecuación (A.48).
- Proponiendo diámetros ( $D$ ) para suponer una sección circular.
- Y reemplazando la relación  $p^*/p_0$  de la ecuación (4.1) en (A.48).

Se puede obtener el caudal másico que puede pasar por una determinada área crítica. Ver Tabla 4.2.

*Tabla 4.2. Área crítica producto de la relación de presiones y caudal másico asociado.*

$D, m$	$A_x^*, m^2$	$\dot{m}, kg/s$
0,005	1,9635E-05	0,0047
0,01	7,854E-05	0,0189
0,015	0,00017671	0,0426
0,02	0,00031416	0,0758
0,025	0,00049087	0,1184
0,03	0,00070686	0,1705
0,035	0,00096211	0,2321
0,04	0,00125664	0,3031
0,045	0,00159043	0,3837
0,05	0,0019635	0,4737

**Nota.**

Ahora bien, en concordancia con el planteamiento anterior, desarrollando en forma compacta el Teorema de Transporte de Reynolds<sup>2</sup> y dividiendo a la ecuación (4.2) en dos términos:

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \iiint b \rho dV}_{[A]} + \underbrace{\oiint \rho b (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS}_{[B]} = 0 \quad (4.2)$$

Siendo el término representado con [A]

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint b \rho dV = \frac{\partial}{\partial t} \rho \cdot Vol \quad (4.3)$$

Y [B]

$$\oiint \rho b (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \oiint \rho b (\vec{V} - \vec{V}_S) \vec{n} dS = \rho VA \quad (4.4)$$

Juntando estos términos nuevamente

$$\frac{dB_{sist}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \rho \cdot Vol - \rho VA = 0 \quad (4.5)$$

Por definición:

$$\dot{m} = \rho VA \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \cdot Vol - \dot{m} = 0 \quad (4.7)$$

Despejando e integrando, se puede obtener el tiempo que se mantiene la garganta bloqueada.

$$\frac{(\rho_{atm} - \rho_0) \cdot Vol}{\dot{m}} = t \quad (4.8)$$

En este caso, será necesario definir un volumen en el cual sea posible almacenar el aire a una determinada presión y con el valor correspondiente de densidad. Para este trabajo se utilizó, debido a su disponibilidad, un reservorio de 500 litros perteneciente al “Centro Tecnológico Aeroespacial” de la UNLP.

---

<sup>2</sup> Teorema de transporte de Reynolds desarrollado en Capítulo 3, página 142-144 del libro de Mecánica de Fluidos (Sexta edición) del autor Frank M. White.



Se plantearon dos posibilidades de diseño del túnel: una tipo “indraft”, utilizando el reservorio como cámara de vacío, y otra tipo “blowdown”, con el reservorio como cámara de presión.

### 4.3 Túnel de viento supersónico intermitente de vacío (Indraft)

Tal como se caracterizó en el Capítulo 3, Sección 3.2.2.1, el aire aspirado para el movimiento del fluido proviene de la atmosfera, por lo tanto, se le atribuye la condición de remanso. Por otra parte, el vacío ha de hacerse en un reservorio ya mencionado. Es por ello que en la Tabla 4.3 se pueden referenciar estas dos características.

*Tabla 4.3. Características físicas y experimentales de túnel tipo Indraft.*

<i>Abreviatura física</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
<i>Volumen</i>	500	Litros
$\rho_0$	1,225	kg/m <sup>3</sup>

**Nota.** Fuente: Compressed Air and Gas Institute (CAGI).

De forma resumida, con la utilización de las ecuaciones (A.48) y (4.8) se puede observar en la Tabla 4.4 el área correspondiente a la sección crítica, el caudal másico máximo y el tiempo de ensayo del experimento.

*Tabla 4.4. Dimensionado del área de garganta con tiempos de ensayo.*

<i>D, m</i>	<i>A<sub>x</sub><sup>*</sup>, m<sup>2</sup></i>	<i>ṁ, kg/s</i>	<i>t, s</i>
0,005	1,9635E-05	0,0047	129,3
0,01	7,854E-05	0,0189	32,3
0,015	0,00017671	0,0426	14,3
0,02	0,00031416	0,0758	8,0
0,025	0,00049087	0,1184	5,1
0,03	0,00070686	0,1705	3,5
0,035	0,00096211	0,2321	2,6
0,04	0,00125664	0,3031	2,0

$D, m$	$A_x^*, m^2$	$\dot{m}, kg/s$	$t, s$
0,045	0,00159043	0,3837	1,6
0,05	0,0019635	0,4737	1,2

**Nota.**

#### 4.4 Túnel de viento supersónico intermitente de presión (Blowdown)

Tal como se caracterizó en el Capítulo 3, Sección 3.2.2.2, el aire presurizado para el movimiento del fluido está contenido en el reservorio, por lo tanto, se le atribuye la condición de remanso.

Es importante mencionar que la presurización cambia y modifica el valor de densidad de remanso. Esta variable puede calcularse de forma simple a través de la ecuación de los gases perfectos, en el cual:

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (4.9)$$

Suponiendo una presurización del tanque a 7 bares absolutos (700.000 Pascales), una temperatura atmosférica estándar de 288 K (15 °C) y la constante universal de los Gases, se obtiene que la densidad cambia a:

$$\rho_0 = 8,468 \frac{Kg}{m^3}$$

Es por ello que en la Tabla 4.5, se pueden referenciar estas dos características.

*Tabla 4.5. Características físicas y experimentales de túnel tipo Blowdown.*

<i>Abreviatura física</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
<i>Volumen</i>	500	Litros
$\rho_0$	8,468	kg/m <sup>3</sup>

**Nota.**

De forma resumida, con la utilización de las ecuaciones (A.48) y (4.8) se puede observar en la Tabla 4.5 el área correspondiente a la sección crítica, el caudal másico máximo y el tiempo de ensayo del experimento.

*Tabla 4.6. Dimensionado del área de garganta con tiempos de ensayo.*

$D, m$	$A_x^*, m^2$	$\dot{m}, kg/s$	$t, s$
0,005	1,9635E-05	0,0047	18,71
0,01	7,854E-05	0,0189	4,68
0,015	0,00017671	0,0426	2,08
0,02	0,00031416	0,0758	1,17
0,025	0,00049087	0,1184	0,75
0,03	0,00070686	0,1705	0,52
0,035	0,00096211	0,2321	0,38
0,04	0,00125664	0,3031	0,29
0,045	0,00159043	0,3837	0,23
0,05	0,0019635	0,4737	0,19

**Nota.**

De acuerdo con los resultados de las Tabla 4.4 y Tabla 4.6, los tiempos de ensayo para iguales áreas críticas son aproximadamente 7 veces mayores para túneles supersónicos de vacío que presurizados. Este cálculo descarta el diseño y construcción de un túnel de viento supersónicos presurizado. Por ende, de ahora en más los procedimientos de cálculo y futuros desarrollos estarán enfocados y orientados hacia un túnel de viento supersónico del tipo Indraft.

#### **4.5 Elección de tiempos de ensayo y área de garganta ( $A_x^*$ )**

Según los datos obtenidos y establecidos en la Tabla 4.4 se observa claramente una relación de compromiso entre el área de garganta y el tiempo de ensayo o prueba. La evidencia

establece que cuando se incrementa el área de garganta ( $A_x^*$ ) los tiempos decaen abruptamente. Por lo tanto, será necesario establecer y adoptar un criterio para elegir estas dos variables.

Debido a que el túnel tendrá un funcionamiento intermitente y no continuo, se debe establecer un tiempo de operación que sea acorde, a fin de poder generar las mediciones correspondientes de presión sumado a la técnica de visualización. En consecuencia, se decide que el tiempo de operación y funcionamiento se corresponda con la fila número 2 de la Tabla 4.4, en el cual es:

$$t = 32,3 \text{ s}$$

Definido este tiempo, queda especificado el área de garganta o área crítica.

$$A_x^* = 7,854 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

## 4.6 Cálculo del área de pruebas ( $A_p$ )

Obtenida el área de la primera garganta ( $A_x^*$ ), planteando la ecuación (4.10) que relaciona el área crítica de garganta, el número de Mach y propiedades del aire atmosférico, (ver Tabla 4.1) se calcula el área de la sección de prueba.

$$A_p = \frac{A_x^*}{Ma} \left[ \frac{2 + (k - 1)Ma^2}{k + 1} \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (4.10)$$

Cabe mencionar, que la ecuación anterior establece una relación de compromiso entre el número de Mach y el área  $A_x^*$ . Como en este caso particular, se mantiene fija el área de la primera garganta, el número de Mach dependerá del área de la sección de pruebas. En la Tabla 4.7 se puede observar que, según para el Mach que se quiera en la sección de prueba ( $Ma$  superiores a 1,5), y aplicando la hipótesis de flujo isoentrópico (Ver Ap. A):

*Tabla 4.7. Cálculo área de sección de prueba.*

$Ma$	$A_p, \text{m}^2$	$A_p, \text{mm}^2$
1,5	0,0000924	92,4
1,6	0,0000982	98,2

$Ma$	$A_p, m^2$	$A_p, mm^2$
1,7	0,0001051	105,1
1,8	0,0001130	113,0
1,9	0,0001221	122,1
2,0	0,0001325	132,5
2,1	0,0001443	144,3
2,2	0,0001575	157,5
2,3	0,0001722	172,2

**Nota.**

Al igual que en la sección 4.5, en este caso también existe una relación entre dos variables distintas que son la velocidad ( $Ma$ ) y el área de la sección de prueba. Un aumento de la velocidad conlleva a un aumento del área de prueba, por lo que se decide en un principio que la velocidad de diseño en esta sección sea de:

$$Ma = 2,0$$

Por ende, la sección de pruebas queda determinada como

$$A_p = 0,0001325 m^2 = 132,5 mm^2$$

#### **4.7 Cálculo de segunda garganta ( $A_y^*$ )**

A primera vista, podría parecer que un difusor supersónico podría diseñarse como si fuera lo opuesto a una tobera convergente-divergente. Sin embargo, surgen dos dificultades.

La primera, si el difusor está en un sistema cerrado y está precedido por una tobera supersónica, los efectos de fricción entre la boquilla y el difusor requieren que la garganta del difusor sea algo más grande que la garganta de la boquilla. Si la garganta del difusor se hace ligeramente pequeña, no se logrará un flujo supersónico en la boquilla; y, si la garganta del difusor se hace un poco grande, necesariamente habrá un choque en alguna parte dentro del difusor.

De hecho, incluso si las dos gargantas coincidieran perfectamente, el sistema combinado sería inestable y se producirían oscilaciones de flujo [7, pp. 143-144].

Y, en segundo lugar, la mayoría de los sistemas de flujo parten del reposo y aceleran a la velocidad de operación. En dicho momento, durante el período inicial, las ondas de choque normales atraviesan todo sistema, por lo que es importante desplazar esas ondas generadas en la sección de pruebas para que no oscilen dentro de la misma.

Para el diseño de la segunda garganta<sup>3</sup> se tendrán en cuenta dos condiciones de operación, bajo las siguientes hipótesis:

- Flujo isoentrópico (excepto en el caso de ondas de choque que involucren aumento de entropía).
- Flujo casi estable durante el período de inicio del flujo.

#### 4.7.1 Peor condición de arranque

La peor condición a este respecto ocurre cuando la onda de choque se mueve a través de la sección de prueba, ver Figura 4.1, ya que el choque se produce al máximo número de Mach posible y, en consecuencia, produce la mayor pérdida de presión de estancamiento.

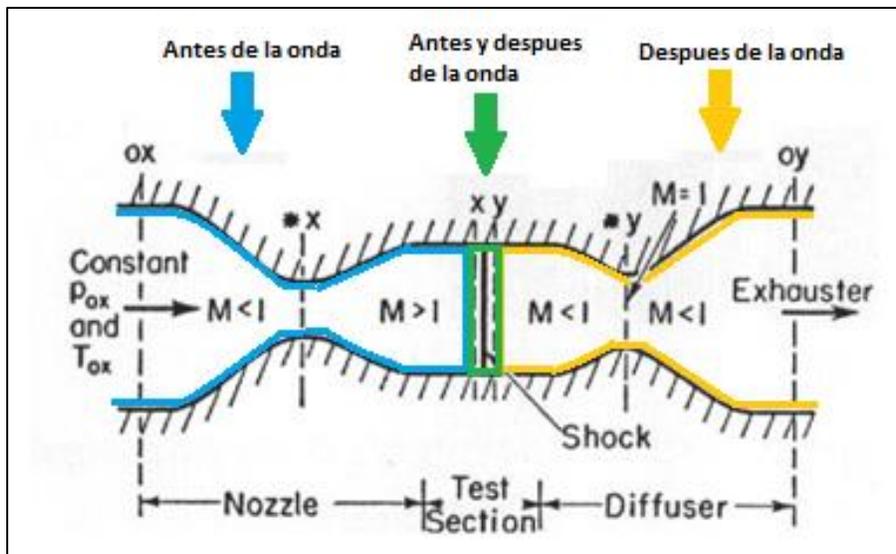


Figura 4.1. Condición de arranque más desfavorable [6].

<sup>3</sup> Teoría y explicación en el libro de Shapiro H. Ascher – Compressible Fluid Flow – Pág. 144 a 147.

Para su cálculo tendremos que, antes de la onda (zona celeste de la figura anterior) las características y propiedades son:

*Tabla 4.8. Características y propiedades antes de la onda de choque.*

<i>Prop.y Caract.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
Ma	2	
$A_x^*$	7,854E-05	$m^2$
$A_p$	0,0001325	$m^2$
$P_{O_x}$	101325	<i>Pascal</i>
$P_x/P_{O_x}$	0,1278	

**Nota.**

Antes y después de la onda (zona verde de la figura anterior) las características y propiedades son:

*Tabla 4.9. Características y propiedades antes y después de la onda de choque.*

<i>Prop.y Caract.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
$Ma_x$	2	
$Ma_y$	0,57735	
$P_x$	12947	<i>Pascal</i>
$P_y$	58261	<i>Pascal</i>
$A_x^*$	7,854E-05	$m^2$
$A_x^*/A_y^*$	0,72087	
$P_y/P_x$	4,5	
$P_{O_y}/P_x$	5,6404	

**Nota.**

Para asegurarse de poder quitar la onda de choque en la sección de prueba es necesario que la presión del reservorio sea menor e igual que la  $P_{O_y}$  detrás de la onda de choque.

Por lo tanto, tal como se tiene en la Tabla 4.9:

$$P_x = 12947 \text{ Pascal}$$

$$P_{0y}/P_x = 5,6404$$

Resolviendo:

$$(P_{0y})_{\text{Peor Condi.}} = 73026 \text{ Pascal}$$

En nuestros experimentos logramos bajar la presión del reservorio hasta  $P_{res} = 13324 \text{ pascal}$ . En el Capítulo 7 se explica cómo se llega a ese valor. Entonces:

$$P_{res} < (P_{0y})_{\text{Peor Condi.}}$$

Dicha presión se cumple y la onda de choque se corre aguas abajo hacia la segunda garganta.

#### 4.7.2 Mejor condición de operación

Una vez analizado la peor condición en la sección de prueba, se hará lo mismo pero en la segunda garganta. Quiere decir que se hará una evaluación del flujo si la onda normal se sitúa en la segunda garganta o hacia el difusor (ver Figura 4.2). Con otras palabras, esta sería la mejor condición de operación, ya que el fluido no se presentará en forma subsónica en la sección de prueba.

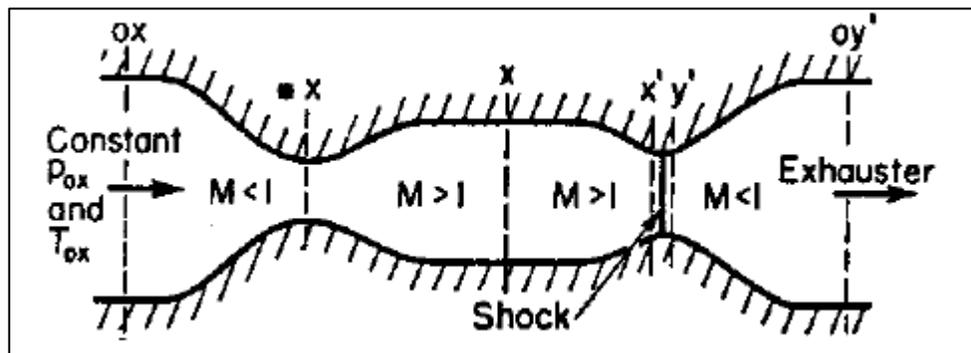


Figura 4.2. Mejor Condición de operación [6].



Tabla 4.10. Características y propiedades antes y después de la onda de choque.

<i>Prop. y Caract.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
$Ma_x$	2	
$Ma_y$	0,57735	
$P_x$	12947	<i>Pascal</i>
$P_y$	58261	<i>Pascal</i>
$A_x^*$	7,854E-05	$m^2$
$A_x^*/A_y^*$	0,72087	
$P_y/P_x$	4,5	
$P_{O_y}/P_x$	5,6404	
$P_{O_y}/P_{O_x}$	0,72088	

**Nota.**

Trabajando con las relaciones de la Tabla 4.10 obtendremos el  $(P_{O_y})_{Mejor Cond.}$ . En este caso con la aparición de una onda de choque en la 2<sup>da</sup> garganta la relación de presión es:

$$P_{O_y}/P_{O_x} = 0,72088$$

y se sigue con la  $P_o$  anterior. El cálculo quedaría igual al anterior:

$$P_o = 101325 \text{ Pascal}$$

$$P_{O_y}/P_{O_x} = 0,72088$$

Resolviendo:

$$P_{O_y} = 73026 \text{ Pascal}$$

Es decir, que la onda se mantendrá ahí, siempre y cuando la presión en el reservorio no aumente por encima de este valor. A medida que este pierda vacío o análogamente se incremente la presión del reservorio la onda de choque se irá corriendo hacia la tobera.

### 4.7.3 Rendimiento de tobera y difusor

Como ya se sabe, en este mundo no es todo isoentrópico y perfecto. Por esta razón, para las secciones anteriores se agregarán rendimientos estimados de tobera y difusor para hacer que el cálculo a realizar sea lo más parecido a la realidad y asegurarnos de que no aparezcan ondas de choques donde no queramos. Los cómputos se basaron en el cálculo de rendimiento del libro SAAD pág. 71.

#### 4.7.3.1 Rendimiento de tobera

El rendimiento de tobera viene dado por la siguiente ecuación:

$$\eta_t = \frac{\left(\frac{V^2}{2}\right)_{Real}}{\left(\frac{V^2}{2}\right)_{Iso}} \quad (4.11)$$

Considerando este rendimiento, la consecuencia que se tendrá será una disminución del  $P_o$  inicial. Para el cálculo de este partiremos proponiendo un rendimiento del 95%, ya que el flujo siempre estará pegado a las paredes y no habrá desprendimiento de capa limite. En la siguiente tabla dispondremos de todos los datos para el cálculo del  $P_o$ .

Tabla 4.11. Características y propiedades del fluido sobre la tobera

<i>Prop. y Caract.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
$Ma_x$	2	
$R$	286,9	J/kg K
$T_o$	12947	Pascal
$\rho_o$	1,225	kg/m <sup>3</sup>
$k$	1,4	m <sup>2</sup>
$C_p$	1004	J/kgK
$\eta_t$	0.95	

<i>Prop. y Caract.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
$P_{0y}/P_x$	5,6404	
$P_{0y}/P_{0x}$	0,72088	

**Nota.**

Y también se deja a continuación la tabla de datos del flujo isoentrópico sobre la boquilla.

*Tabla 4.12. Características y propiedades del fluido sobre la tobera*

<i>Prop. y Caract.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
$T_o/T$	1,8	
$T_{iso}$	165,5	<i>K</i>
$P_o/P$	7,8244	
$P$	12949,79	<i>Pascal</i>

**Nota.**

Se sabe que:

$$\left(\frac{V^2}{2}\right)_{Iso} = C_p(T_o - T_{iso}) \quad (4.12)$$

Calculando nos queda:

$$\left(\frac{V^2}{2}\right)_{Iso} = 132974,22 \frac{m^2}{s^2}$$

Conociendo esta relación y el rendimiento, se puede obtener la velocidad real de la tobera y por ende el  $P_o$  real, para esto:

$$\left(\frac{V^2}{2}\right)_{Real} = \left(\frac{V^2}{2}\right)_{Iso} * \eta_t \quad (4.13)$$

Por lo tanto:

$$\left(\frac{V^2}{2}\right)_{Real} = 126325,51 \frac{m^2}{s^2}$$

De la ecuación anterior se puede despejar la Velocidad real y aplicando la (4.12) se obtiene la temperatura real.

Ahora si aplicamos la ecuación (4.14):

$$\frac{T_o}{T_{real}} = 1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) * M^2 \quad (4.14)$$

Podemos despejar el valor del N° de Mach real.

Resolviendo nos queda que:

$$Mach_{real} = 1,911$$

Entonces queda en claro que, si queremos un valor de Mach de 2, y con el rendimiento de 95%, nos terminará quedando un valor más chico debido que no la eficiencia no estará al 100%.

Con este valor se calcula la relación de  $P/P_o$ :

$$\frac{P_o}{P} = \left(1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) * Ma^2\right)^{\left(\frac{k}{k-1}\right)} \quad (4.15)$$

$$P/P_o = 0,1466$$

Por lo tanto  $P_o$  es igual a:

$$P_o = 88308,81 \text{ Pascal}$$

Este valor es el que tendremos como presión de remanso en la sección de pruebas, por considerar el rendimiento de la tobera.

#### 4.7.3.2 Rendimiento de difusor

Para este se realiza el mismo procedimiento que en el caso anterior con la idea de obtener un  $P_o$ . Haciendo referencia al libro Shapiro, se obtiene la ecuación del rendimiento de difusor:

$$\eta_D = \frac{\left(1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) * M^2\right) * \left(\frac{Po_y}{Po_x}\right)^{\left(\frac{k-1}{k}\right)} - 1}{\left(\frac{k-1}{2}\right) * M^2} \quad (4.16)$$

Además de la figura 5.36 de la página 85 de dicho libro, se obtiene un rendimiento óptimo según el N° de Mach.

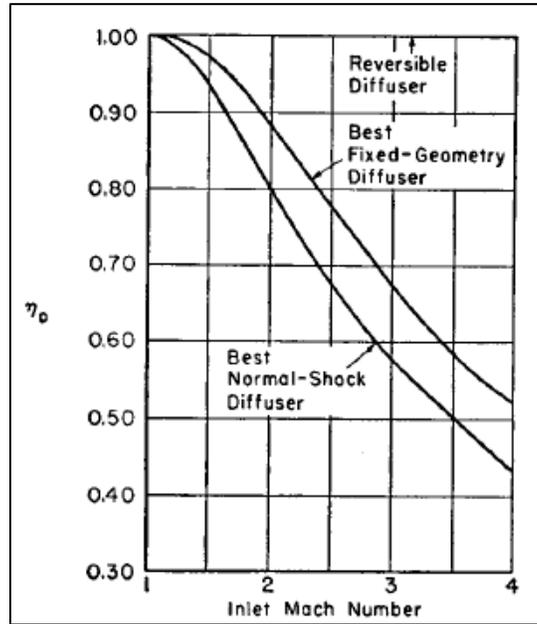


Figura 4.3. Rendimiento difusor vs. N° Mach – Shapiro pág. 85.

Definiendo un rendimiento estimado de 0,8 se calcula  $Po$ .

Tabla 4.13. Caract. y propiedades del fluido sobre el difusor antes y después de la onda.

<i>Prop. y Caract.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
$Ma_x$	2	
$Ma_y$	0,57735	
$R$	286,9	J/kg K
$T_o$	12947	Pascal
$\rho_o$	1,225	kg/m <sup>3</sup>
$k$	1,4	m <sup>2</sup>

<i>Prop. y Caract.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
$C_p$	1004	$J/kgK$
$\eta_D$	0,8	
$P_{o_x}$	88308,81	<i>Pascal</i>
$P_x$	11286	<i>Pascal</i>
$P_{o_y}/P_{o_x}$	0,7219	
$P_x/P_{o_x}$	0,1278	

**Nota.**

Teniendo las relaciones de  $P_o$ . Se analiza nuevamente la peor condición y mejor. Con esto verificaremos los  $P_o$  y concluiremos que no aparezcan ondas de choque en la sección de prueba.

#### 4.7.4 Peor condición de operación con rendimiento

De la sección 4.7.1 se realiza el mismo procedimiento, pero ahora el  $P_{o_x} = 88308,81 \text{ Pascal}$ , lo cual si realizamos el mismo calculo tendremos que  $(P_{o_y})_{Peor Cond.} = 45958 \text{ Pascal}$ . Esto sigue verificando la condición de:

$$P_{res} < (P_{o_y})_{Peor Cond.} \quad (4.17)$$

#### 4.7.5 Mejor condición de operación con rendimiento

Al igual que el caso anterior, sabiendo que la onda de choque se desplazó hacia la garganta, las condiciones cambiaran de tal modo que sabiendo que  $P_{o_y}/P_{o_x} = 0,7219$ . Entonces si multiplicamos esta relación por el  $P_{o_y}$  anterior y se tendrá:

$$(P_{o_y})_{Mejor Cond.} = 63660 \text{ Pascal}$$

Se cumple nuevamente la condición de que:

$$(P_{o_y})_{Peor Cond.} < (P_{o_y})_{Mejor Cond.} \quad (4.18)$$

# Capítulo 5

## Diseño y construcción del túnel de viento

### 5.1 Introducción

En el capítulo 4 se establecieron todos los cálculos y números necesarios para llevar adelante un dimensionado del proyecto. Ahora bien, será necesario establecer una materialización del túnel propiamente dicho. Durante este proceso se debe tener en cuenta la funcionalidad, la operatividad, la eficiencia y la vida útil del objeto del diseño [8].

Para esto se pensó en una construcción que permita poder ensamblarse, generando y desarrollando piezas de menor tamaño y longitud con base en el trabajo generado por María F. Labruna: “Supersonic Wind Tunnel” [9].

A continuación, con el análisis desarrollado en el capítulo 3, específicamente con base en la Sección 3.2.2.2, se especificará el diseño optado junto con todos los métodos de construcción y fabricación de todos los componentes utilizados en este tipo de túnel.

### 5.2 Sección de entrada al túnel

#### 5.2.1 Diseño

Este componente también denominado cámara de ajuste, acondicionar de flujo o el conjunto de la zona de estabilización y contracción subsónica es de suma importancia como el resto

de todas las partes que conformarán el túnel. Su diseño debe de poseer las siguientes características:

- Adecuar el flujo de aire de entrada para reducir turbulencias en la zona de la sección de prueba.
- Reducir al mínimo las pérdidas.

Para esto se diseña esta sección de entrada de acuerdo con el principio polinomial de quinto orden (5.2) [10], donde se establece que:

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (5.1)$$

Tal que:

$x$ : Coordenada axial.

$L$ : Longitud total.

$$\xi H(\xi) = (-10\xi^3 + 15\xi^4 - 6\xi^5) \cdot (H_i - H_o) + H_i \quad (5.2)$$

Donde:

$H$ : Altura punto a punto en la coordenada axial.

$\xi$ : Relación de contracción.

$H_i$ : Altura inicial.

$L$ : Altura final.

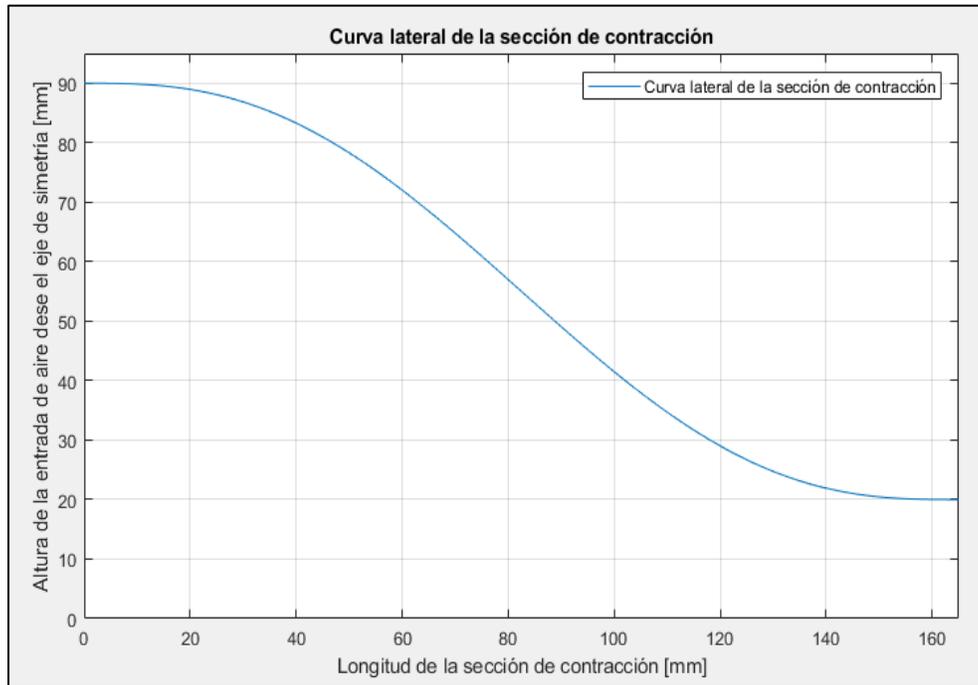
Esta operación fue realizada con el Software Matlab, a fin de obtener dos curvas (motivo por el cual las dimensiones hacia la primera garganta no son iguales):

- Una curva lateral de la sección de contracción.
- Una curva superior de la sección de contracción.

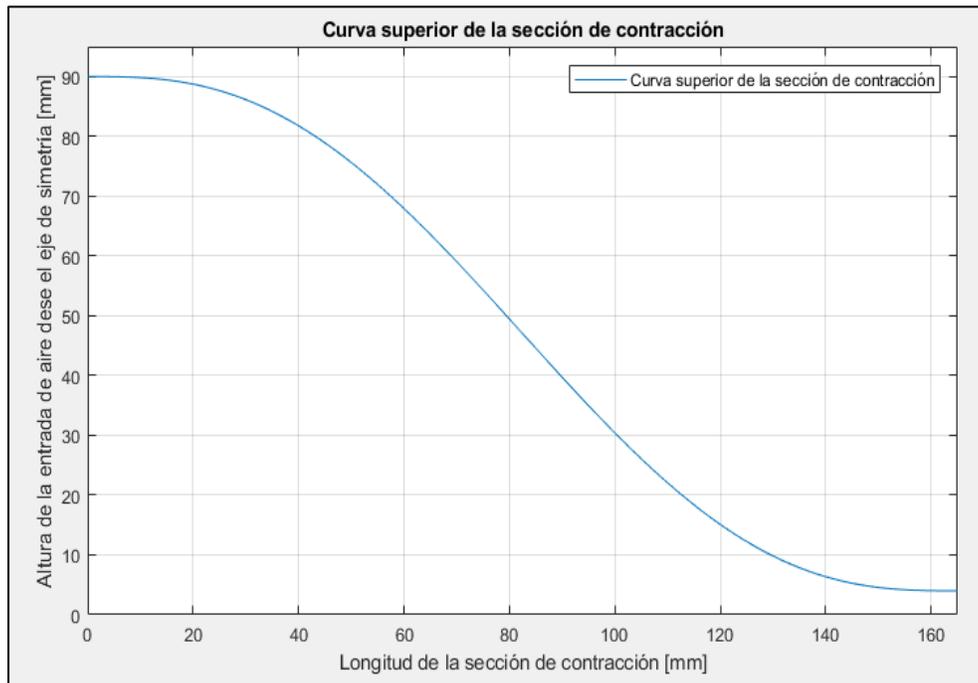
Estas curvas pueden observarse tanto en la Figura 5.1 y en la Figura 5.2. En el Anexo D, secciones D.1 y D.2 se pueden observar los Script utilizados para llegar a las gráficas.



*Nota: Las dimensiones de entrada, el largo y la salida fueron propuestas a modo de conseguir un tamaño acorde a la construcción final, es decir, mediante iteración, diseño y modelado digital.*



*Figura 5.1. Curva lateral de la sección de contracción subsónica.*



*Figura 5.2. Curva superior de la sección de contracción subsónica.*

Obtenidas ambas líneas curvilíneas que describen los perímetros de la contracción subsónica, se extrapolan estas a SolidWorks y mediante reiterados diseños, se obtiene el modelado que se muestra en la Figura 5.3. Para más información sobre su diseño, referirse al Anexo E – Planos y croquis – Plano N°1.

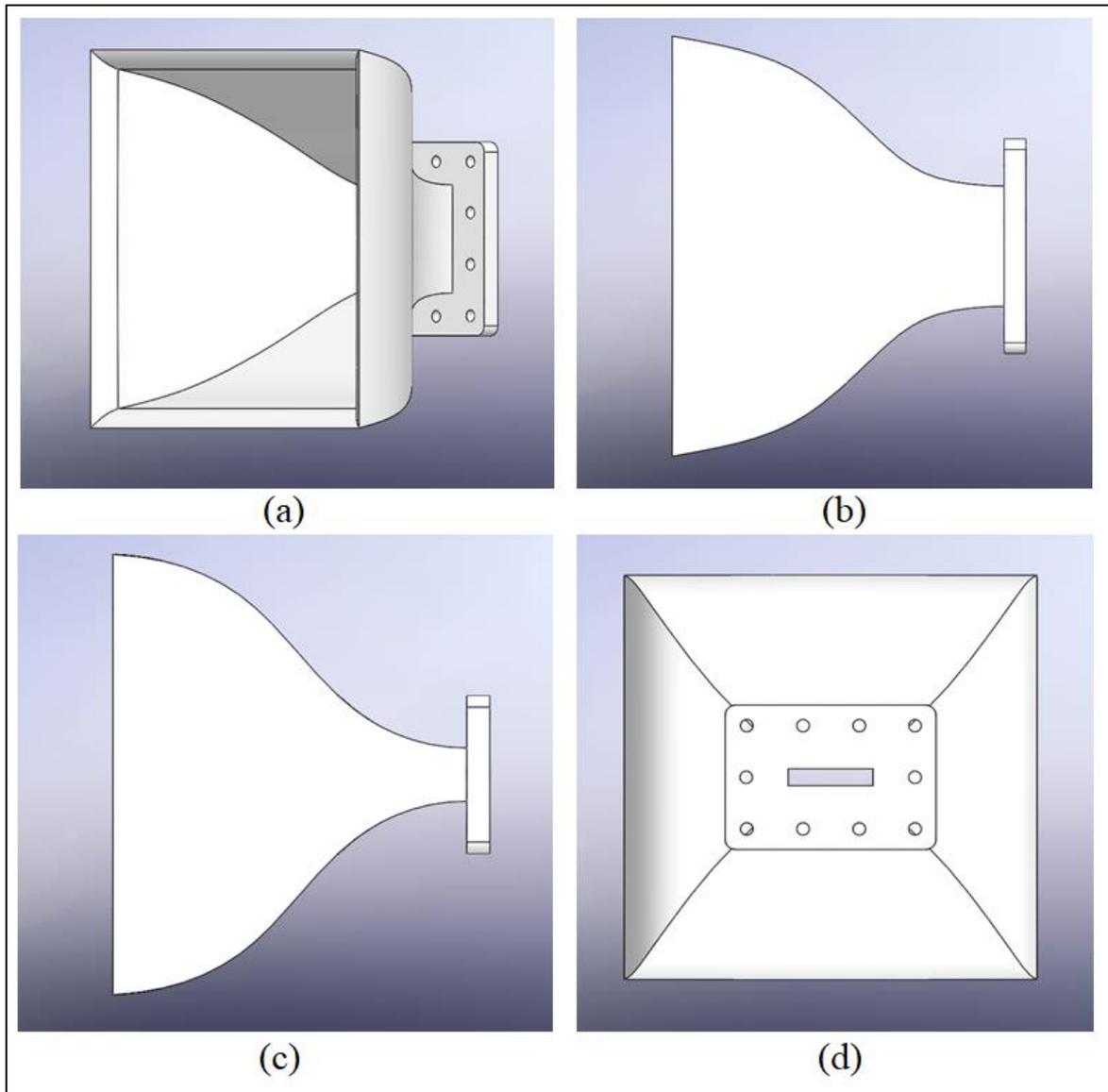
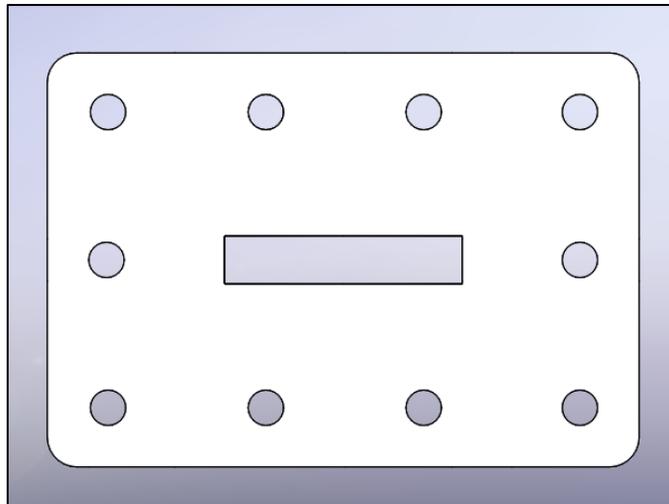


Figura 5.3. Vistas de la contracción subsónica - entrada del túnel. (a) Vista Isométrica. (b) Vista lateral. (c) Vista superior. (d) Vista posterior.

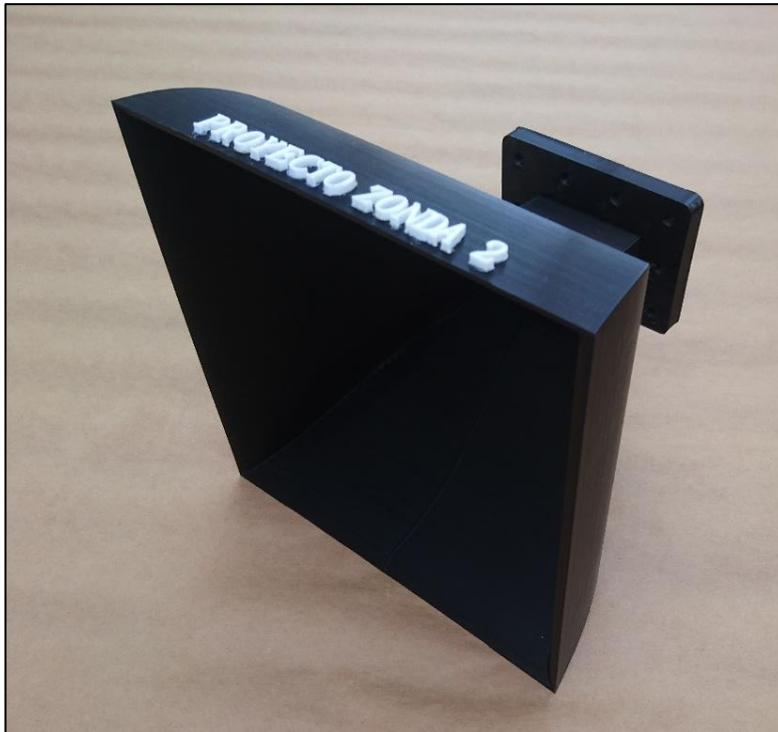
Es importante mencionar que este dispositivo podrá unirse y conectarse al siguiente componente a través de bridas, ver Figura 5.3 (a), (d) y Figura 5.4, que posee agujeros para 10 tornillos de fijación “Allen M5 x 30 mm de largo”.



*Figura 5.4. Brida de sujeción entre componentes.*

### **5.2.2 Construcción**

Terminado el diseño digital, se procedió a la construcción de esta. Este proceso se hizo mediante impresión 3D. Ver Figura 5.5, Figura 5.6 y Figura 5.7.



*Figura 5.5. Impresión 3D de contracción subsónica – Vista isométrica.*

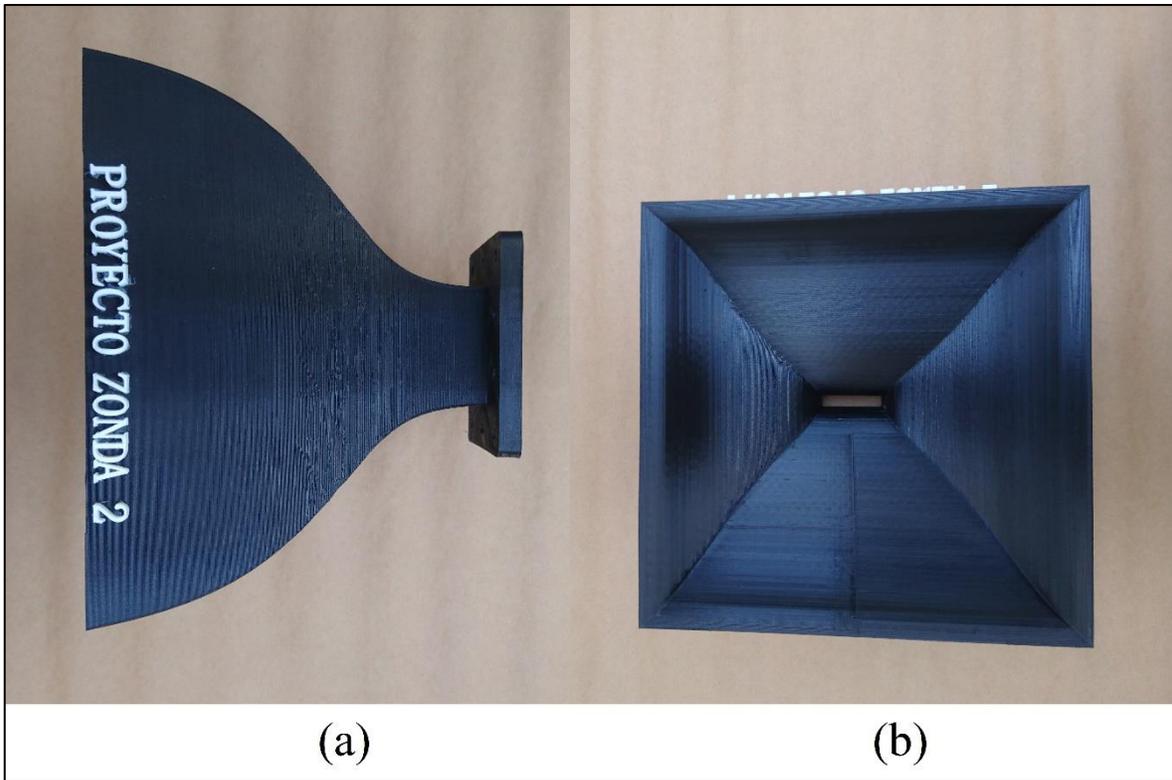


Figura 5.6. Impresión 3D de contracción subsónica – (a) Vista lateral. (b) Vista frente.

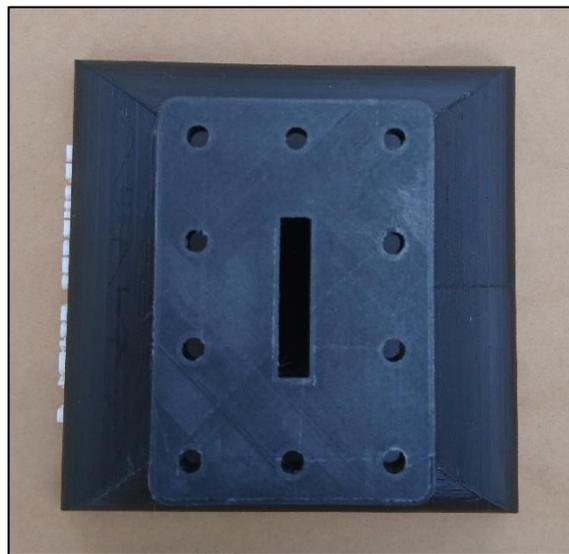


Figura 5.7. Impresión 3D de contracción subsónica – Vista posterior.

## 5.3 Sección de prueba

### 5.3.1 Diseño

El diseño de la sección de prueba está ligado íntegramente con los cálculos presentados en el capítulo 4. Para unificar y añadir interés al diseño de esta sección, esta debe de poseer y cumplir con las siguientes especificaciones:

- Adecuar el flujo de aire proveniente de la contracción subsónica para generar una interfaz suave entre ambos componentes (acondicionar de flujo – sección de prueba).
- Reducir al mínimo las pérdidas y fricción producto de las parades.
- Poseer uniones simples y de fácil operación para el ensamblaje – desmontaje.
- Generar una sección de prueba didáctica con el objeto de poder intercambiar el modelo de análisis.
- Para llevar a cabo el método de visualización del flujo compresible, será necesario que las paredes de la sección de ensayos sean transparentes.

Definidas las especificaciones se comienza plasmando las dimensiones características que ya fueron calculadas:

*Tabla 5.1. Dimensiones características de la sección de pruebas*

<i>Zona de la sección de pruebas</i>	<i>Dimensiones</i>
Área primera garganta ( $A_x^*$ ).	78,54 mm <sup>2</sup>
Área de pruebas ( $A_p$ ).	132,53 mm <sup>2</sup>
Área segunda garganta ( $A_y^*$ ).	108,95 mm <sup>2</sup>
Espesor ( $e$ ).	8 mm

**Nota.**

Basados en el Script de Matlab disponible en internet en la página de Mathwork (ver Anexo D – Secciones D.3, D.4, D.5 y D.6), se grafica el perfil de la tobera mediante la utilización del método de las características [11], con links de descarga de los archivos:

Links de descarga: [https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/14682-2-d-nozzle-design?s\\_tid=FX\\_rc1\\_behav](https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/14682-2-d-nozzle-design?s_tid=FX_rc1_behav)

El primer requisito de este método es que el flujo de entrada a la sección divergente (garganta) se encuentre en el régimen sónico, es decir que ha alcanzado un  $Ma = 1$ . Se sabe que esto fue logrado en el diseño de la sección convergente del apartado anterior.

Las características son líneas orientadas en direcciones específicas a lo largo de las cuales se propagan las ondas de presión (perturbaciones) en un flujo supersónico. El Método de las Características es un procedimiento numérico apropiado para resolver problemas de flujo compresible donde es posible calcular las propiedades de flujo tales como dirección y velocidad en cualquier punto del campo de flujo.

Las 3 propiedades de las características son:

- Una característica en un flujo supersónico de 2 dimensiones. Es una curva o línea a través de la cual las perturbaciones físicas son propagadas a la velocidad del sonido local relativa a la del fluido.
- Es una curva a través de la cual las propiedades del fluido son continuas, aunque pueden tener primeras derivadas discontinuas, y a lo largo de las cuales las derivadas son indeterminadas.
- Es una curva a través de la cual las ecuaciones diferenciales parciales gobernantes pueden ser manipuladas como ecuaciones diferenciales ordinarias.

En la región inmediatamente después de la garganta, el fluido se expande para alcanzar velocidades supersónicas. Esta expansión ocurre gradualmente. En el escenario de expansión de Prandtl-Meyer, se asume que dicha expansión tiene lugar a través de una esquina tal y como se muestra en la Figura 5.8. Este fenómeno típicamente se modela como una serie continua de ondas de expansión, cada una de las cuales desvía el flujo en una cantidad infinitesimal en conjunto con el contorno de la pared de la tobera.

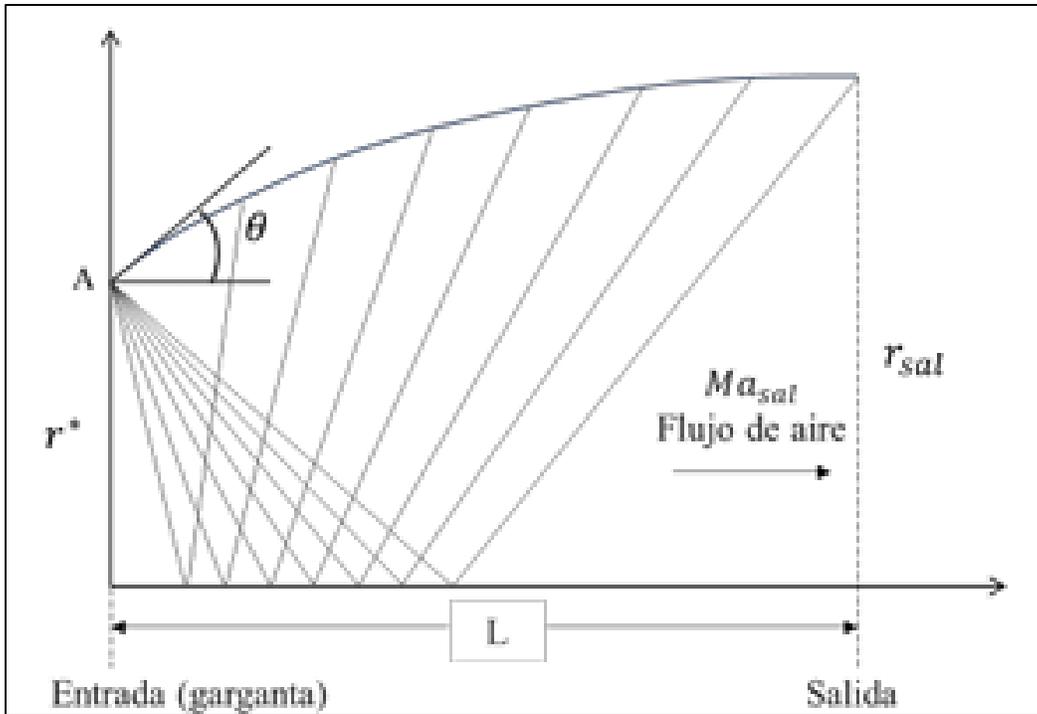


Figura 5.8. Modelo de las líneas características.

Estas ondas de expansión pueden considerarse como el opuesto a las ondas de choque, las cuales frenan el flujo de aire de forma abrupta. Esto se rige por la función Prandtl-Meyer:

$$d\theta = \pm \sqrt{Ma^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (5.3)$$

Donde el cambio en el ángulo del flujo (relativo a su dirección original) está representado por  $d\theta$ . Integrando la ecuación anterior, se obtiene:

$$v(Ma) = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{k+1}{k-1} (Ma^2 - 1)} - \tan^{-1} \sqrt{Ma^2 - 1} \quad (5.4)$$

Este parámetro  $v$  es conocido como el ángulo Prandtl-Meyer, el cual es función del Número de Mach y del exponente adiabático del gas,  $k$ . En el Método de las Características, el ángulo del flujo con respecto a la horizontal está dado por  $\theta$ , tal y como se muestra en la Figura 5.9.

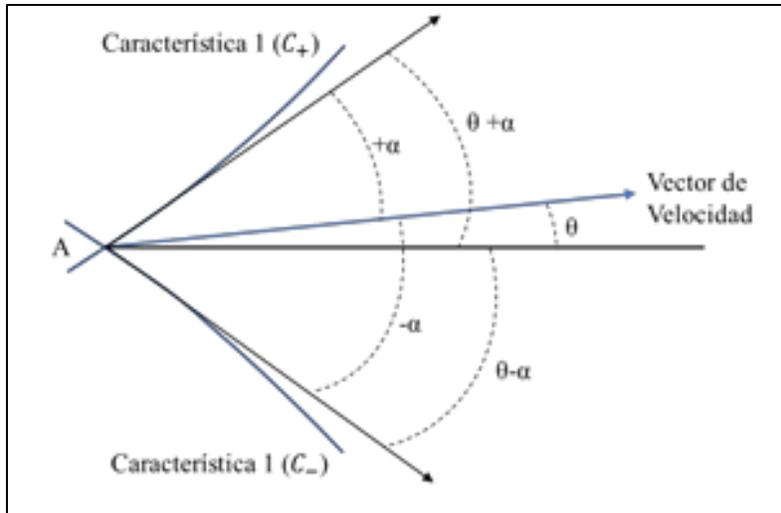


Figura 5.9. Diagrama esquemático de las líneas características.

Por otro lado, el ángulo del Número de Mach se define como:

$$\alpha = \arcsen\left(\frac{1}{Ma}\right) \quad (5.5)$$

Las ecuaciones que describen la dirección de las 2 líneas características que emanan del punto A en la Figura 5.9 son:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_1 = \tan(\theta + \alpha) \quad (5.6)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_2 = \tan(\theta - \alpha) \quad (5.7)$$

Estas líneas características están denotadas por  $C_+$  y  $C_-$ . Las ecuaciones algebraicas correspondientes son:

$$\theta - v(Ma) = cte = K_+ \quad \text{para } C_+ \quad (5.8)$$

$$\theta + v(Ma) = cte = K_- \quad \text{para } C_- \quad (5.9)$$

$K_+$  y  $K_-$  son constantes a lo largo de sus respectivas características y son conocidas como invariantes de Riemann, donde:



$$\theta = \frac{1}{2}(K_- + K_+) \quad (5.10)$$

$$v = \frac{1}{2}(K_- - K_+) \quad (5.11)$$

Ahora, si se considera la intersección de 2 características  $C_+$  y  $C_-$  en un punto P tal y como se muestra en la Figura 5.10, las pendientes de ambas características se aproximan por medio de las siguientes ecuaciones:

$$m_{C_+} = \tan \left[ \frac{(\theta - \alpha)_A + (\theta - \alpha)_P}{2} \right] \quad (5.12)$$

$$m_{C_-} = \tan \left[ \frac{(\theta - \alpha)_B + (\theta - \alpha)_P}{2} \right] \quad (5.13)$$

La posición en y del punto P está dado por las ecuaciones siguientes:

$$y_p = y_A + m_{C_+}(X_P - X_A) \quad (5.14)$$

$$y_p = y_B + m_{C_-}(X_P - X_B) \quad (5.15)$$

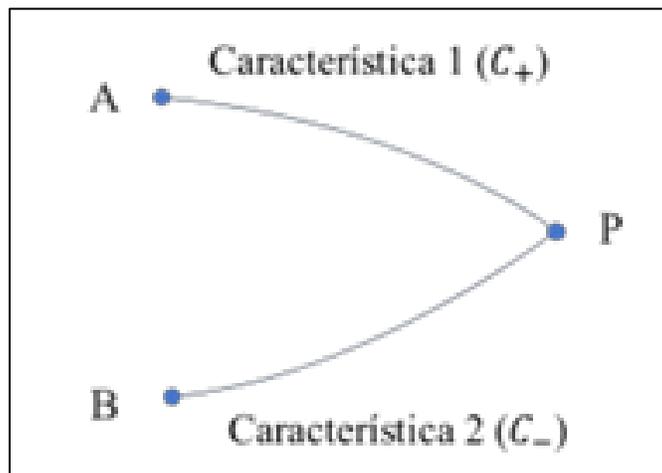


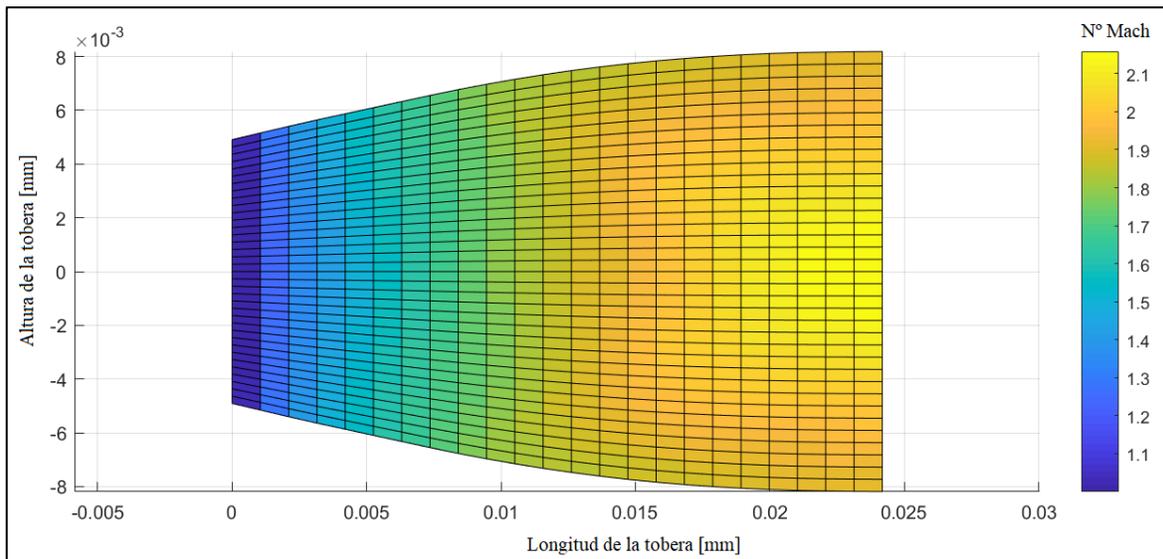
Figura 5.10. Intersección de 2 líneas características.

Finalmente, la posición en x del punto P se obtiene combinando las ecuaciones (5.14) y (5.15).

$$X_p = \frac{y_A - y_B + m_{C-}X_B - m_{C+}X_A}{m_{C-} - m_{C+}} \quad (5.16)$$

Las ecuaciones (5.3) y (5.16) son utilizadas por el modelo de Matlab para la generación de las líneas características necesarias para crear el perfil de la sección divergente de la tobera capaz de alcanzar un Mach de 2 a la salida. Se utilizó un total de 50 líneas características para generar el perfil mostrado en la Figura 5.11.

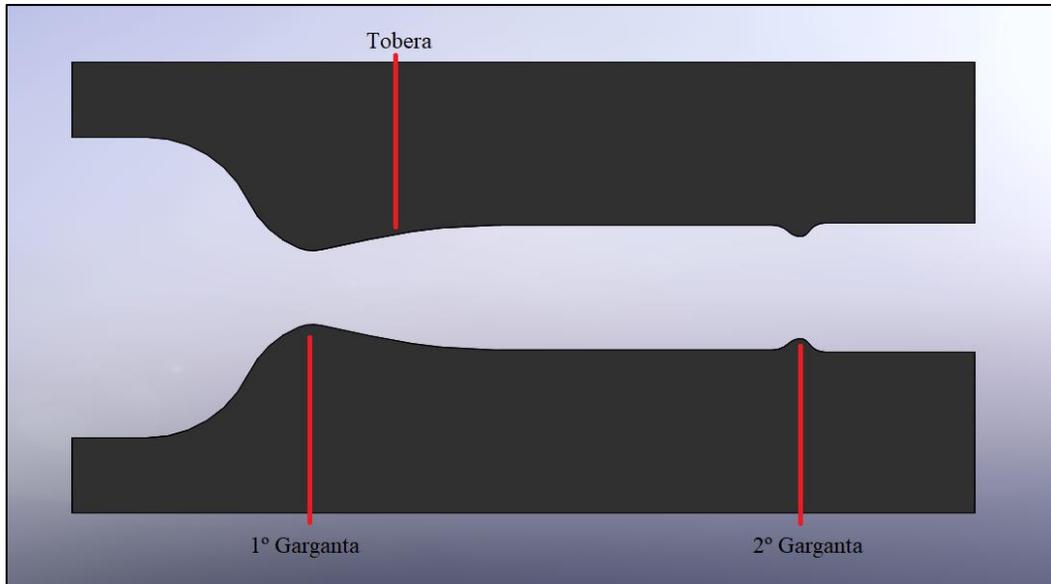
En la Figura 5.11 se puede observar la representación de la tobera realizada por este método. Los diferentes colores mostrados establecen la variación del número de Mach con el desplazamiento del fluido (aire) dentro de esta sección.



*Figura 5.11. Gráfico de la tobera obtenida mediante método de las características.*

### 5.3.1.1 Primer modelado

Obtenidas ambas líneas curvilíneas que describen el perímetro de la tobera, se extrapolan estas a SolidWorks y mediante reiterados diseños, se obtiene el modelado que se muestra en la Figura 5.12.



*Figura 5.12. 1° diseño de la sección de pruebas.*

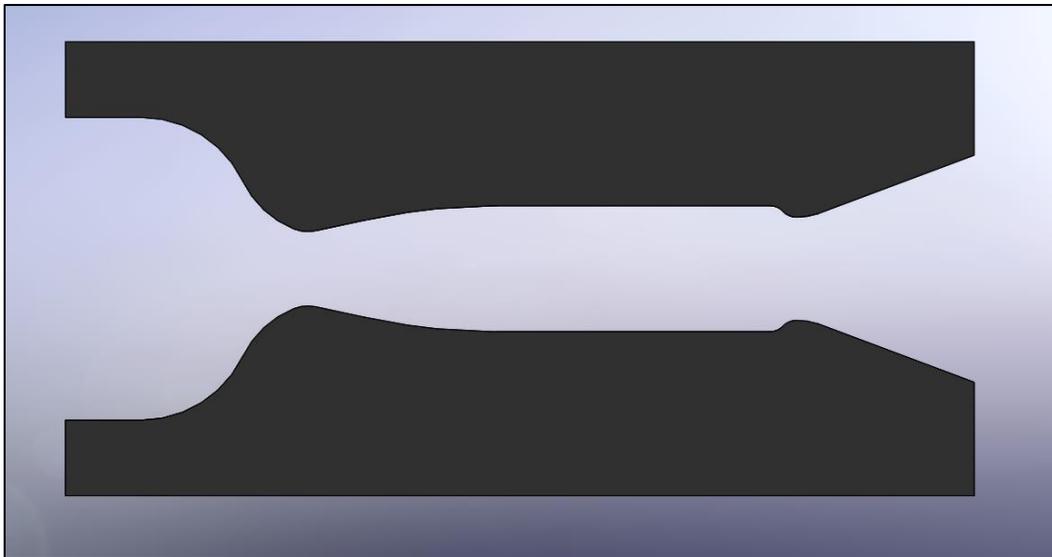
Aclaraciones:

9. La entrada proveniente del acondicionar de flujo fue realizada a fin de obtener una transición suave hacia la primera garganta.
10. Se propuso un largo de sección de prueba de 35 mm. Esta medida no tiene sustento matemático, pero si empírico.
11. Las dimensiones de la Figura 5.12 corresponden a las mencionadas en la Tabla 5.1.

*Nota: En concordancia con la bibliografía consultada, se establece que detrás de la segunda garganta, el área debe aumentar conforme a fin de evitar la generación de posibles ondas de choque en dicha zona. Llegamos a la conclusión de que el difusor no es correcto.*

### **5.3.1.2 Segundo modelado**

Un segundo diseño de esta zona resulta tal como se muestra en la Figura 5.13. La única variación con respecto al primer diseño es la variación del área posterior a la segunda garganta (ver nota previa). Para más información sobre su diseño, referirse al Anexo E – Planos y croquis – Plano N°2.



*Figura 5.13. 2º diseño de la sección de pruebas.*

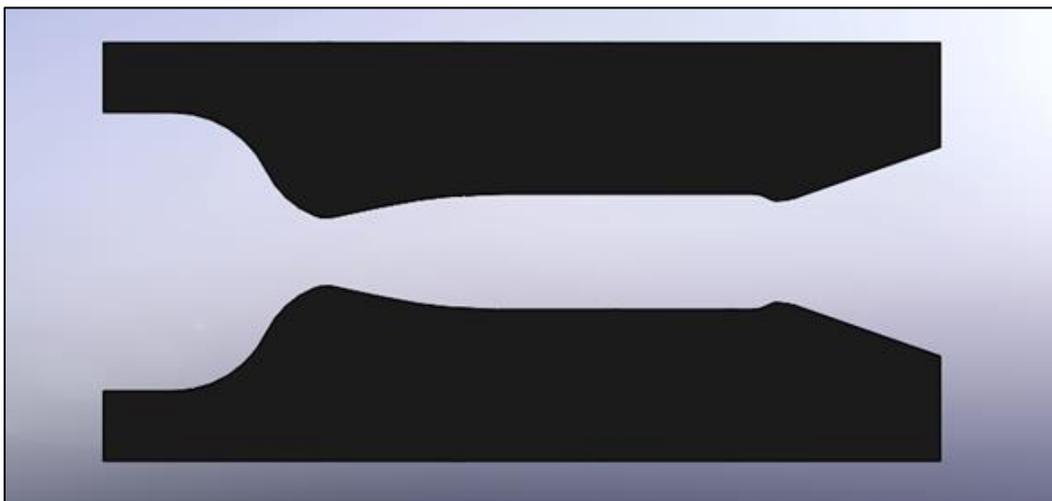
### **5.3.1.3 Tercer modelado**

Un tercer diseño involucra un solo cambio:

1. Aumento del área de la segunda garganta, pasando de  $108,95 \text{ mm}^2$  a un valor de  $128,08 \text{ mm}^2$  (valor mayor al establecido en la Tabla 5.1).

Este cambio es realizado para posteriores análisis de posible formación de ondas de choque.

El diseño puede reflejarse en la Figura 5.14. Para más información sobre su diseño, referirse al Anexo E – Planos y croquis – Plano N°3.



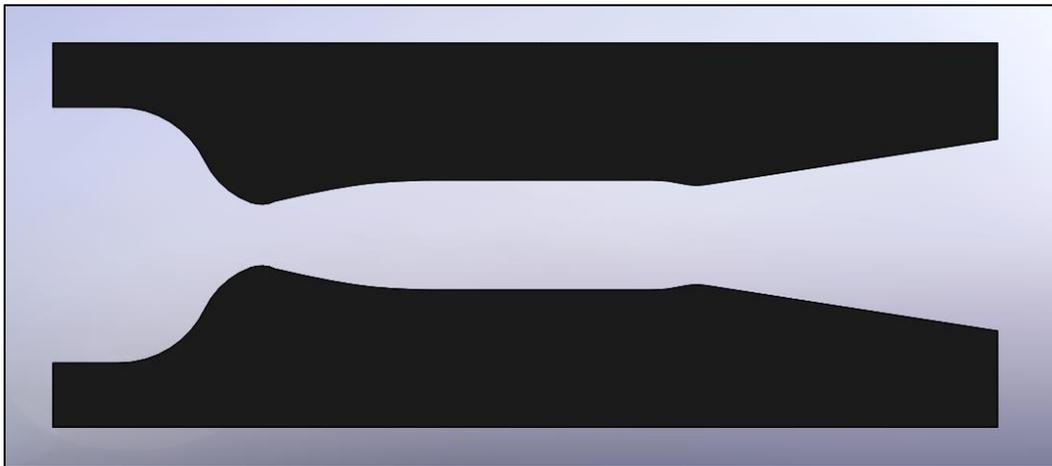
*Figura 5.14. 3º diseño de la sección de pruebas.*

#### 5.3.1.4 Cuarto modelado

Un cuarto diseño involucra un solo cambio con respecto al diseño anterior:

1. Extensión de la zona posterior a la segunda garganta manteniendo el área de la 2º garganta.

El diseño puede reflejarse en la Figura 5.15. Para más información sobre su diseño, referirse al Anexo E – Planos y croquis – Plano N°4.



*Figura 5.15. 4º diseño de la sección de pruebas.*

Haciendo referencia a las especificaciones de diseño establecidas con anterioridad, es necesario generar una sección de prueba didáctica, con paredes transparentes (visualización del flujo) y de fácil acople y desmontaje. Para eso se propuso usar uniones con bridas que alberguen tanto las piezas mostradas en las Figura 5.13, Figura 5.14 y Figura 5.15, como las paredes laterales.

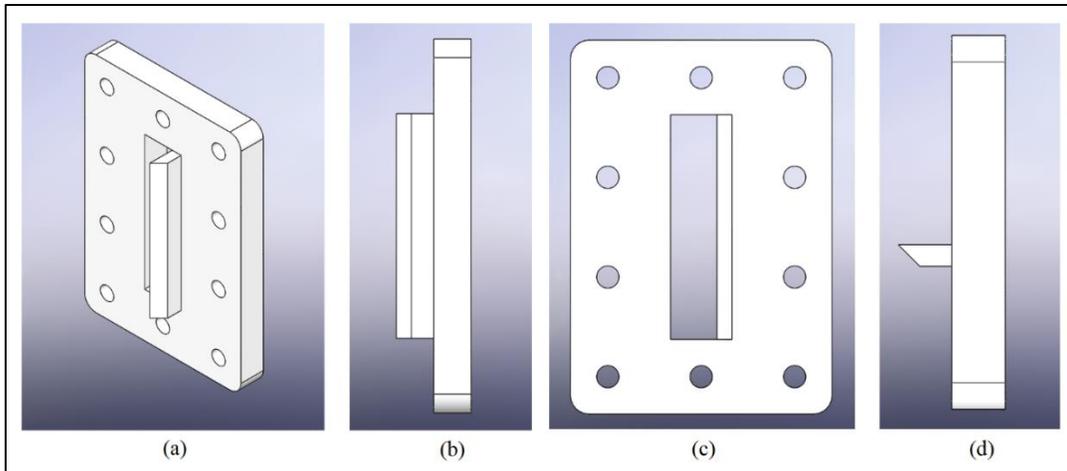


Figura 5.16. Vistas de brida sección de prueba. (a) Vista Isométrica. (b) Vista lateral. (c) Vista frontal. (d) Vista posterior.

El montaje final de la sección de prueba se detalla en las Figura 5.17, Figura 5.18 y Figura 5.19. Ver Anexo E – Planos y croquis – Plano N°5.

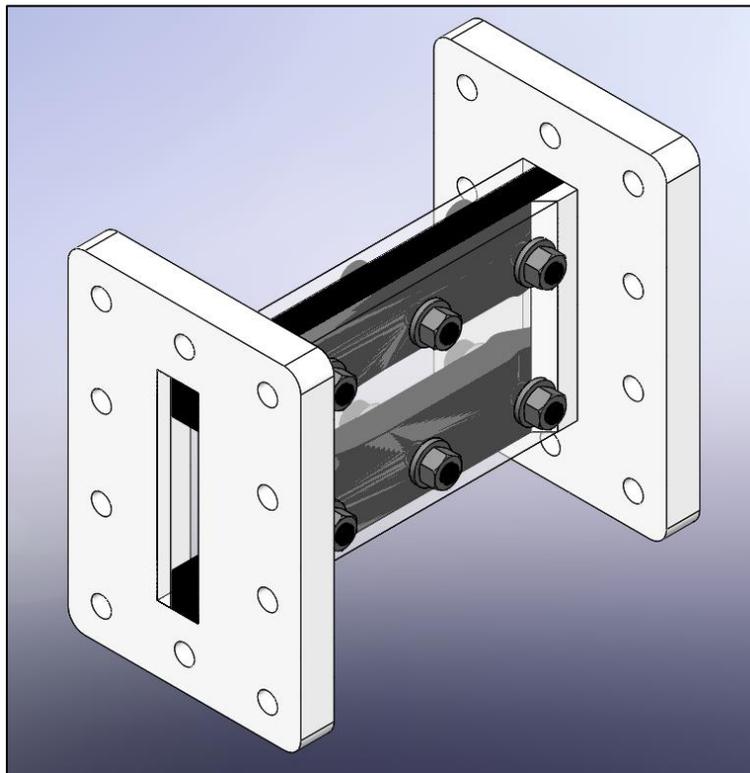
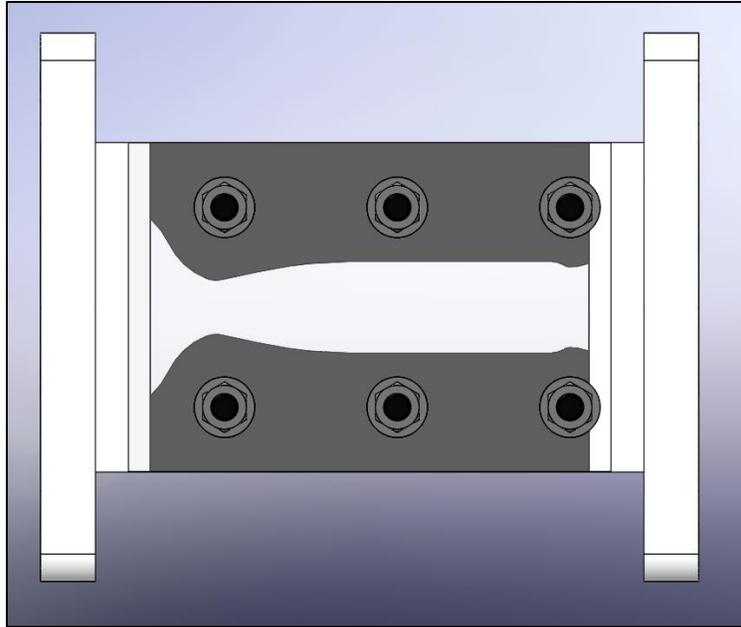
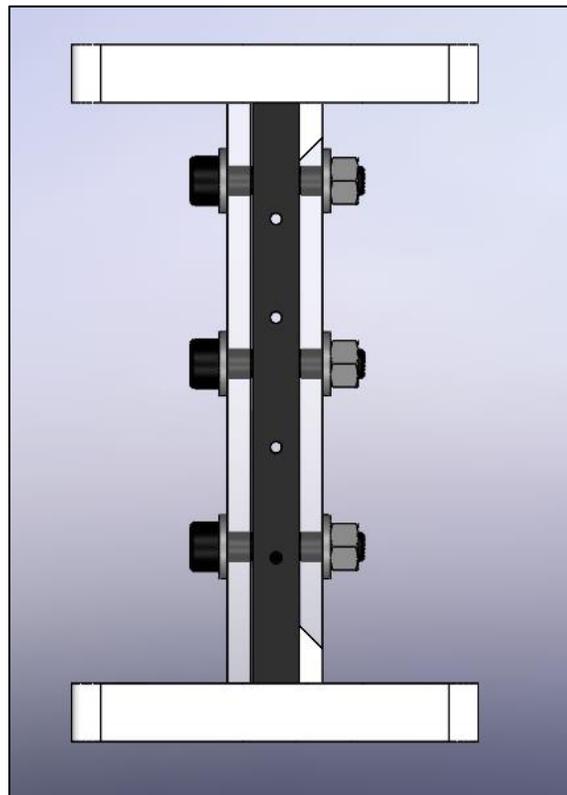


Figura 5.17. Vista en isométrica de la sección de prueba completa.



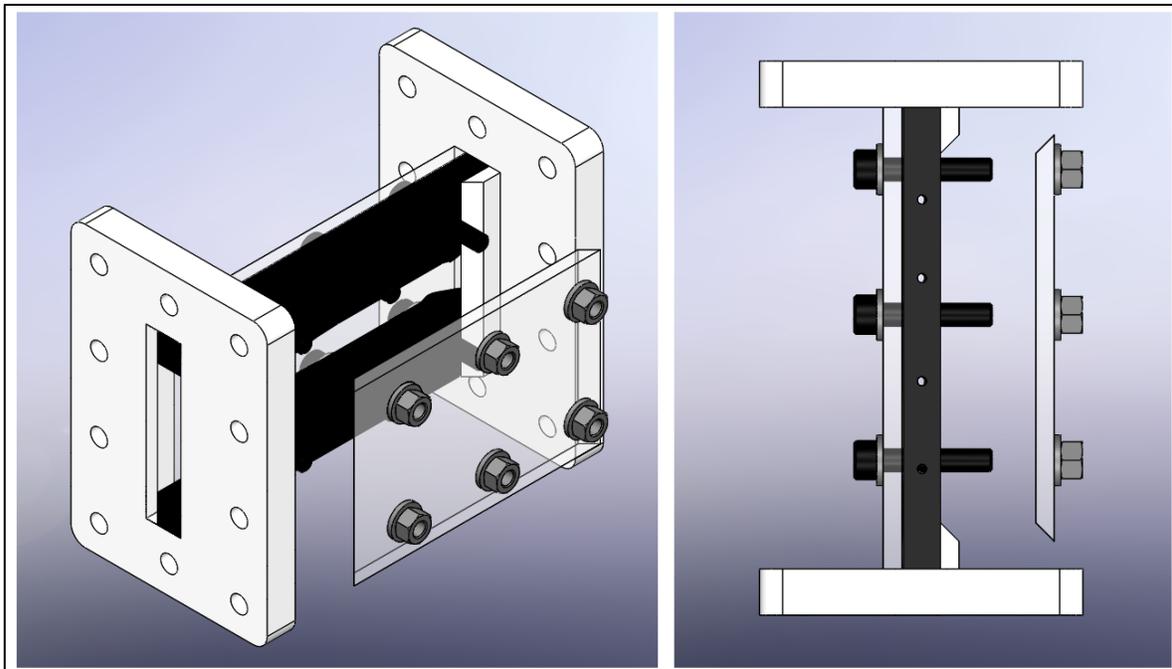
*Figura 5.18. Vista lateral de la sección de prueba completa.*



*Figura 5.19. Vista superior de la sección de prueba completa.*

*Nota: Cabe destacar que si bien los diseños de las piezas de las Figura 5.13, Figura 5.14 y Figura 5.15 no son dimensionalmente iguales, el diseño de la sección completa no varía en su topología física. En otras palabras, solo se producirá una alteración en el largo total de la pieza.*

Ahora bien, en la Figura 5.20 se puede observar el sistema de apertura y acceso a la cámara de ensayos, a fin de posibilitar el cambio de modelos y objetos de estudio. Esto se logra a través de placas de acrílico (transparencia) con bordes biselados a 45° que se montan sobre las bridas que poseen esas mismas terminaciones biseladas.



*Figura 5.20. Acceso a cámara de ensayos.*

### **5.3.2 Construcción**

Terminado el diseño digital de la sección de pruebas, se procedió a la construcción de la misma. Este proceso se hizo mediante la combinación de impresiones 3D y placas de acrílicos, todo sujeto con tornillos de fijación “Allen” M5 x 30 mm de largo.



### 5.3.2.1 Primera construcción

La primera construcción resulta de manera muy elemental. Tal como se observa en la Figura 5.21, fue hecha a modo de prueba para verificar el túnel completo ante posibles filtraciones de aire en las uniones entre bridas, para probar la resistencia de los acrílicos (ya que no se sabía las consecuencias de la succión hacia el reservorio) y demás inconvenientes que podrían surgir en el momento de la prueba, como ser rotura de las impresiones 3D.

Esta resultó ser el “caso cero” de las secciones de prueba. Todas las modificaciones y mejoras realizadas posteriormente fueron en base a esta.

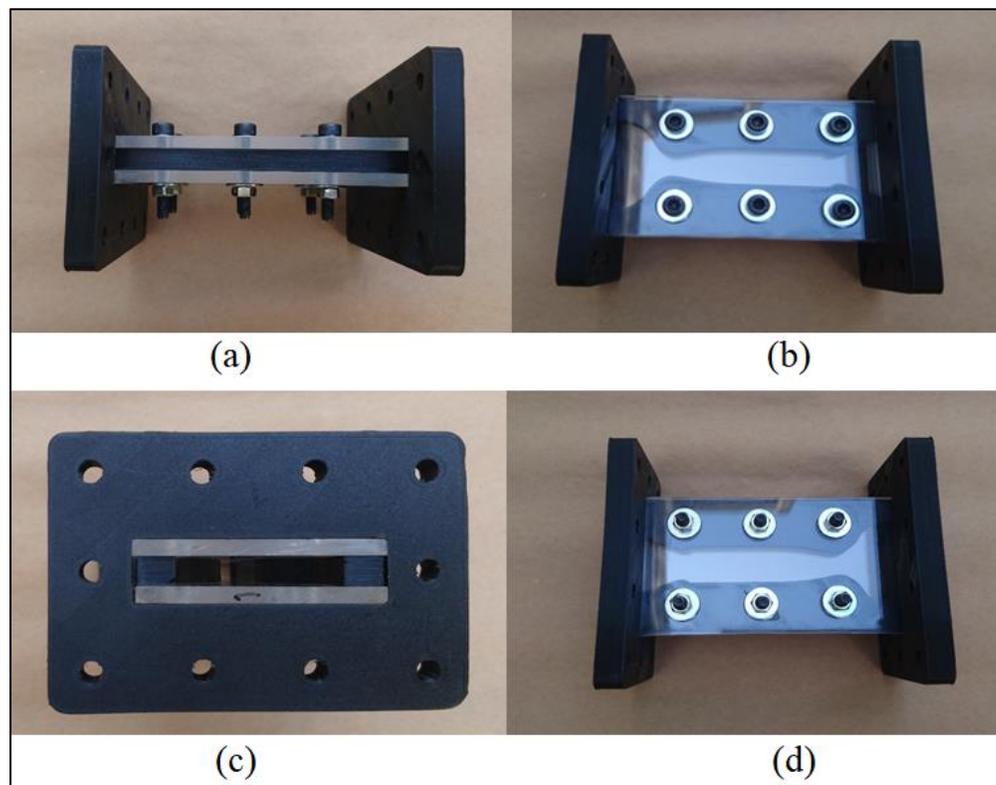


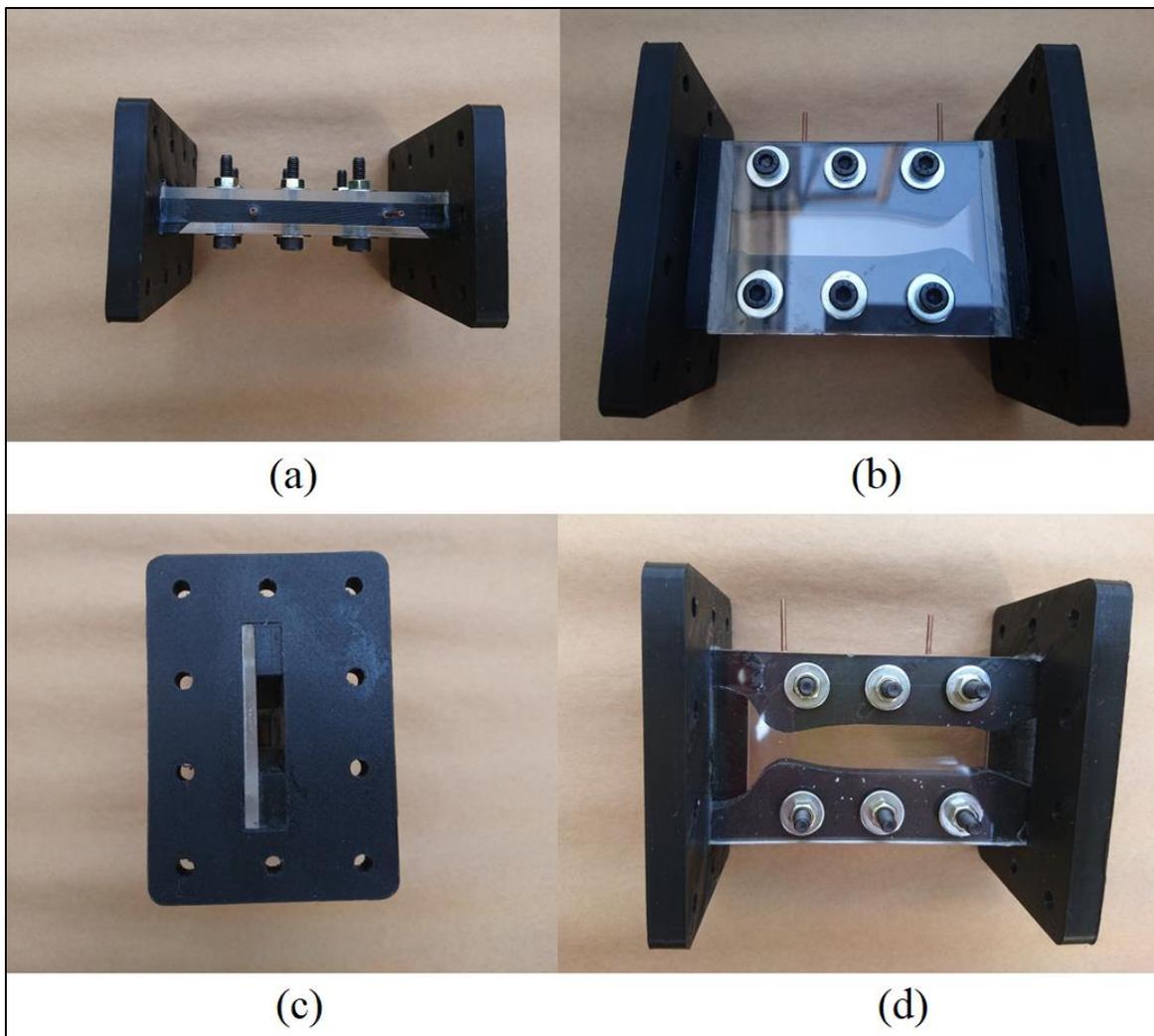
Figura 5.21. Primera construcción de la sección de prueba. (a) Vista superior. (b) Vista lateral izquierda. (c) Vista frontal. (d) Vista lateral derecha.

*Nota: La construcción anterior no hace referencia a ninguno de los tres modelados de las secciones 5.3.1.1, 5.3.1.2 y 5.3.1.3, por el hecho de que las bridas son físicamente diferentes a las presentadas y lo explicado en la sección 5.3.2.1.*

### 5.3.2.2 Segunda construcción

En esta segunda construcción, se optimizó la sección, haciendo referencia al modelado de la Figura 5.13.. Aquí se modificó:

1. La variación del área con el eje longitudinal posterior a la segunda garganta como se explicó en la sección 5.3.1.1.
2. Se utilizó bridas como las mostradas en la Figura 5.16.
3. Se agregaron dos (2) tomas de presión para realizar las correspondientes mediciones: Una sobre la primera garganta y otra sobre la sección de prueba, tal como se observan en la Figura 5.22.



*Figura 5.22. Segunda construcción de la sección de prueba. (a) Vista superior. (b) Vista lateral izquierda. (c) Vista frontal. (d) Vista lateral derecha.*

### 5.3.2.3 Tercera construcción

Para llevar a cabo esta construcción, se siguió el modelo establecido en la Figura 5.14 el cual solo modifica el área de la segunda garganta, respetando el diseño de bridas Figura 5.16 para acceso rápido a la cámara de ensayos. Se agregaron cuatro (4) tomas de presión para realizar las correspondientes mediciones. Una sobre la primera garganta, la segunda sobre la tobera, la tercera y la cuarta sobre la zona de la sección de prueba, tal como se observan en la Figura 5.23.

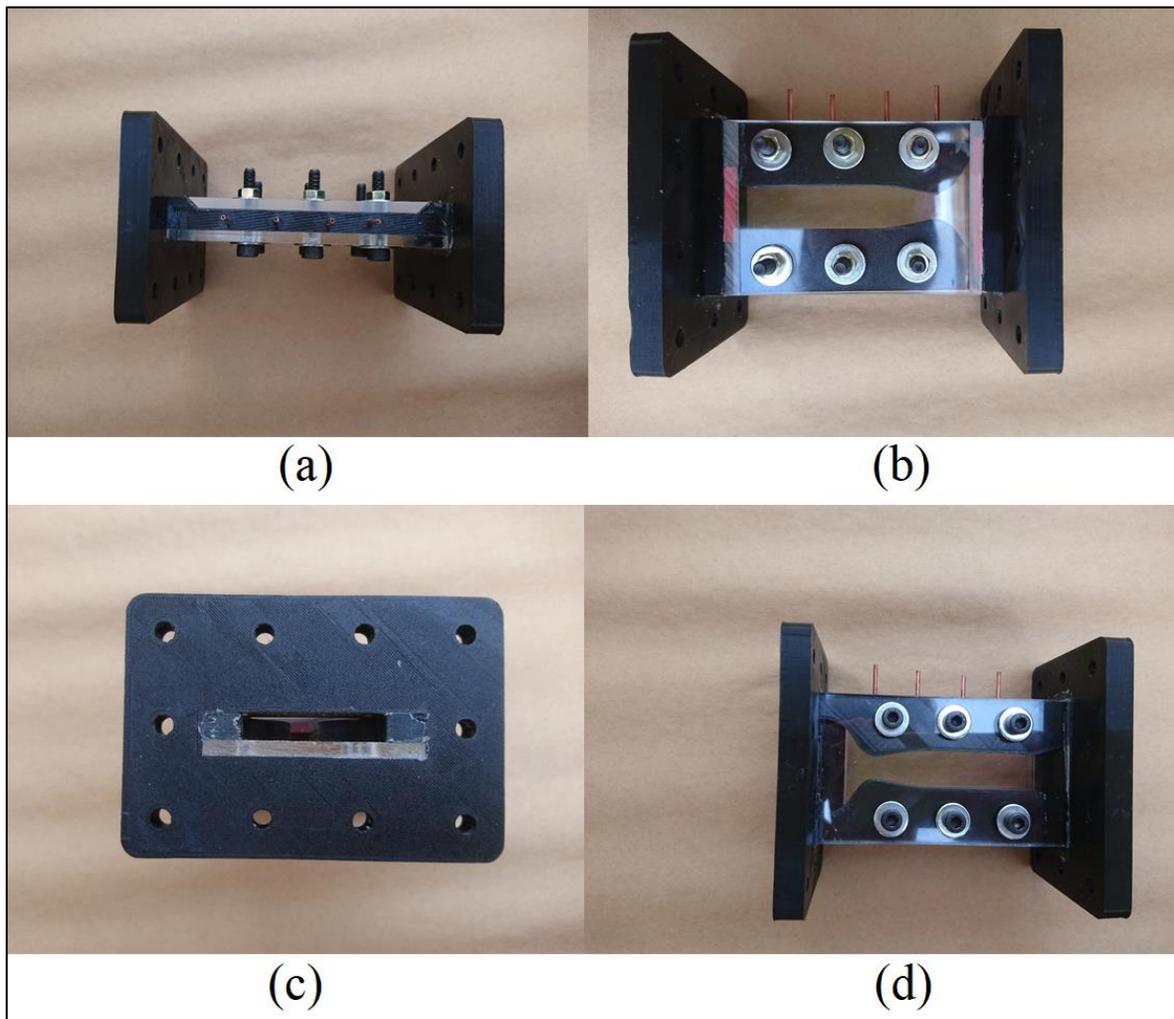
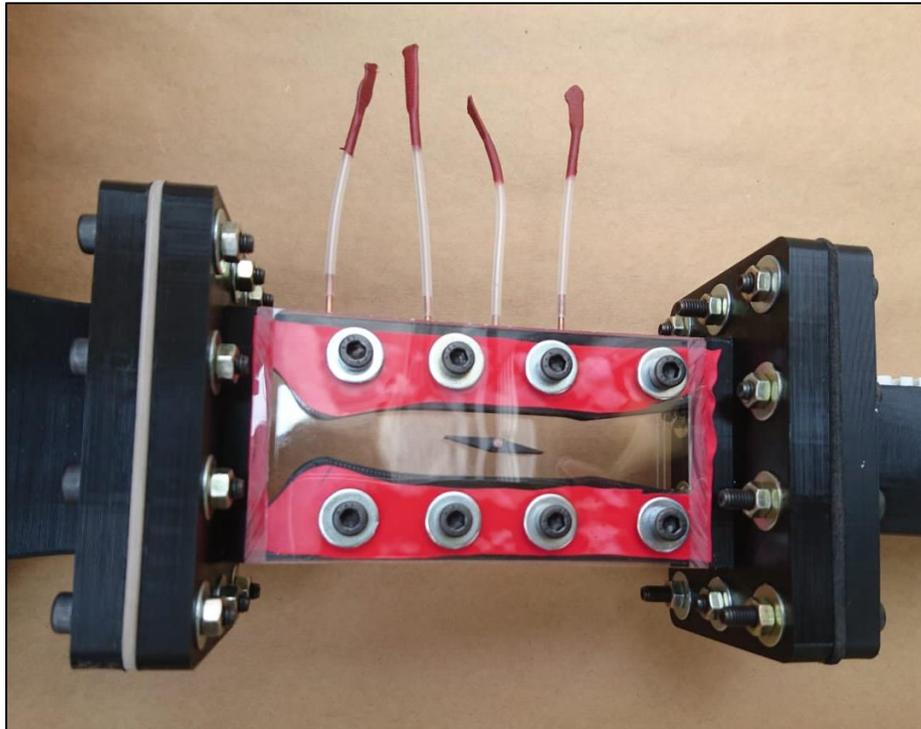


Figura 5.23. Tercera construcción de la sección de prueba. (a) Vista superior. (b) Vista lateral izquierda. (c) Vista frontal. (d) Vista lateral derecha.

#### 5.3.2.4 Cuarta construcción

De acuerdo con la sección 5.3.1.4, en el cual se estableció el modelado de la misma, se llevó a cabo la construcción. Se mantuvieron las bridas de la Figura 5.16 para un acceso rápido a la cámara de ensayos. Al igual que la construcción 3, esta posee cuatro (4) tomas de presión distribuidas por todo el largo, para la medición de esta variable. Una sobre la primera garganta, la segunda sobre la tobera, la tercera y la cuarta sobre la zona de la sección de prueba, tal como se observan en la Figura 5.24.



*Figura 5.24. Cuarta construcción de la sección de prueba - Vista lateral.*

#### 5.4 Modelos de prueba.

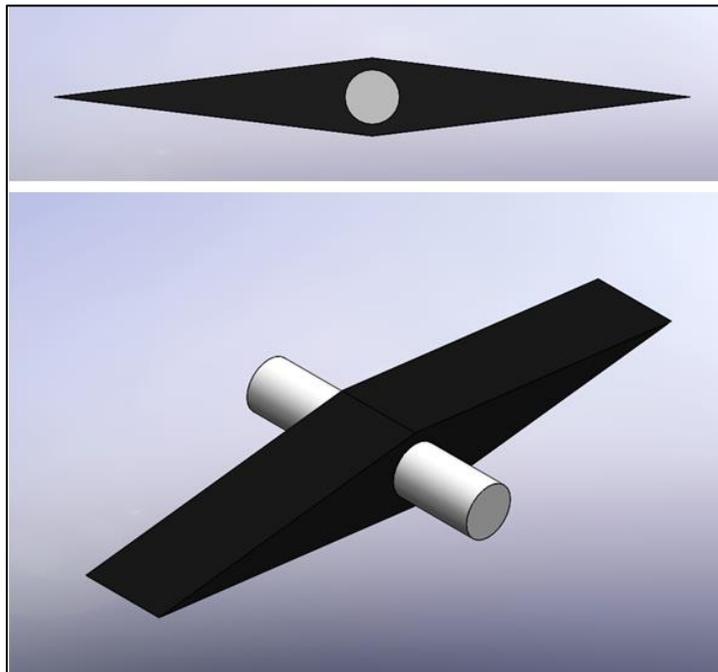
Finalizada la construcción del túnel, es necesario poder probarlo con objetos o modelos sujetos en la sección de prueba. Para esto se diseñaron y construyeron cuatro (4) perfiles mostrados en la Figura 5.25 en el orden que se describen a continuación.



*Figura 5.25. Modelos de prueba para el túnel de viento.*

- Perfil cuña de  $7^\circ$  con respecto a la horizontal. Longitud 28 mm.
- Perfil cuña de  $15^\circ$  con respecto a la horizontal. Longitud 20 mm.
- Perfil NACA 2412. Longitud 29 mm.
- Perfil CLARK Y. Longitud 25 mm.

Para la sujeción a la sección de prueba primeramente se colocó un eje de 2 mm de diámetro x 12 mm de largo en el medio de cada perfil, tal como lo establece la Figura 5.26.



*Figura 5.26. Montaje de eje central a perfiles.*

Posteriormente, se perforaron las paredes laterales de acrílico de la sección de prueba (2 mm de profundidad por cada lado) a fin de poder colocar dichos perfiles. La posición del perforado fue establecida en el medio de las paredes superiores e inferiores de dicha sección y a 75 mm de la parte brida delantera. En la Figura 5.24 se puede observar dicha instalación.

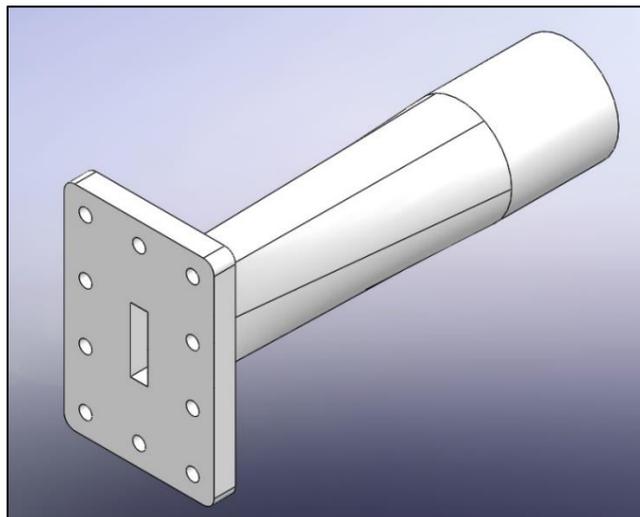
## 5.5 Salida posterior a la sección de prueba

### 5.5.1 Diseño

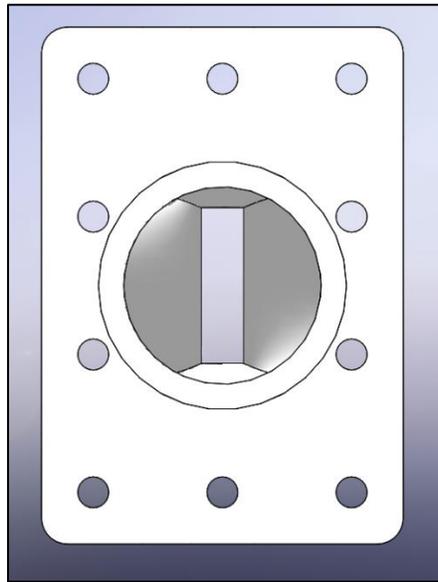
El diseño de este componente no implica análisis matemático, pero si un diseño conceptual que permita:

- Acoplar la salida de la sección de prueba con una interfaz suave, que reduzca las pérdidas generadas.
- Unir la totalidad del ensamble del túnel junto con el reservorio.

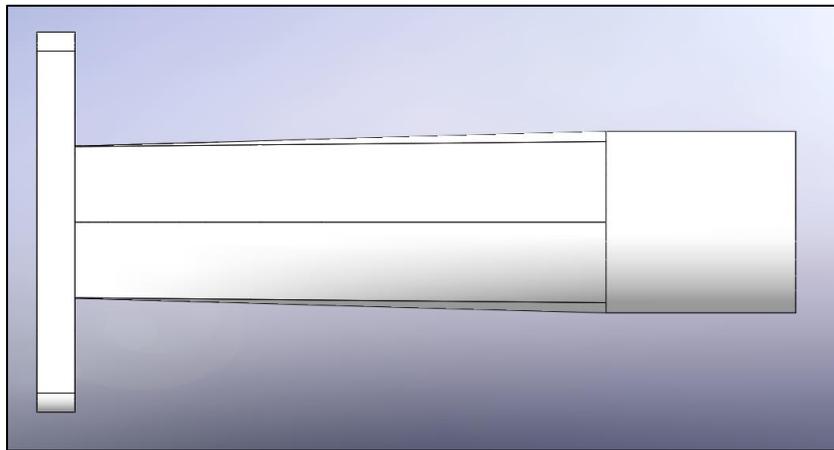
Por lo tanto, siguiendo estas especificaciones se plantea el mismo concepto de brida para la unión con la sección de prueba. Posteriormente se propone una variación en el eje axial, terminando en una sección circular. Esta terminación permitirá acoplarse a través de un tubo de caucho, a un caño del mismo diámetro que saldrá hacia el tanque que contendrá el vacío. En las Figura 5.27, Figura 5.28, Figura 5.29 y Figura 5.30 se puede observar este diseño conceptual. Para más información, ver Anexo E – Planos y croquis – Plano N°6.



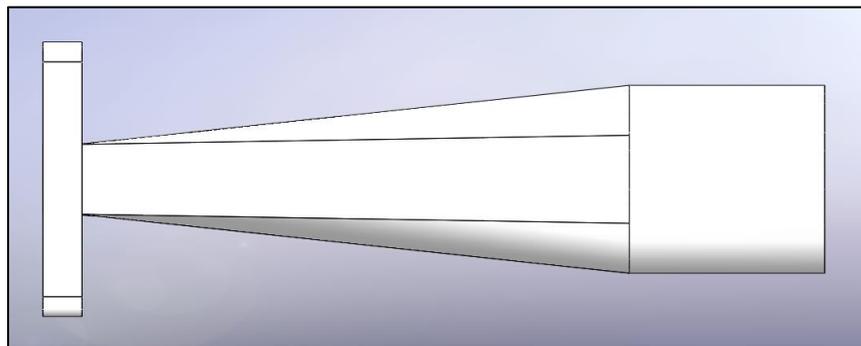
*Figura 5.27. Vista en isométrica de la salida posterior a la sección de prueba.*



*Figura 5.28. Vista frontal de la salida posterior a la sección de prueba.*



*Figura 5.29. Vista lateral de la salida posterior a la sección de prueba.*



*Figura 5.30. Vista superior de la salida posterior a la sección de prueba.*

### 5.5.2 Construcción

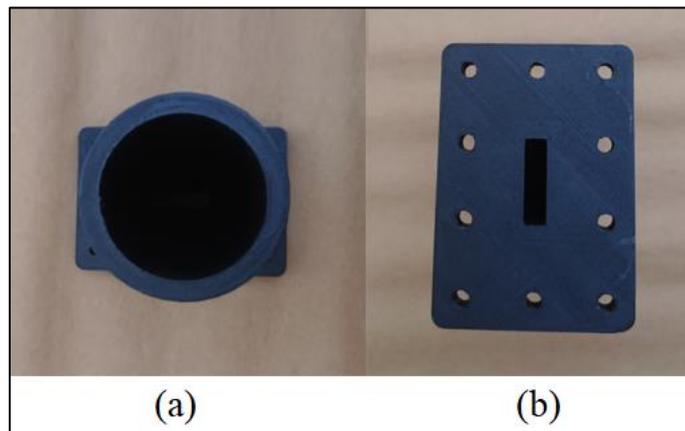
Terminado el diseño digital, se procedió a la construcción de esta pieza. Este proceso se hizo mediante de impresión 3D. Ver Figura 5.31, Figura 5.32 y Figura 5.33.



*Figura 5.31. Impresión 3D de salida posterior a la sección de prueba – Vista superior.*



*Figura 5.32. Impresión 3D de salida posterior a la sección de prueba – Vista lateral.*



*Figura 5.33. Impresión 3D de salida posterior a la sección de prueba – (a) Vista frontal.  
(b) Vista posterior.*



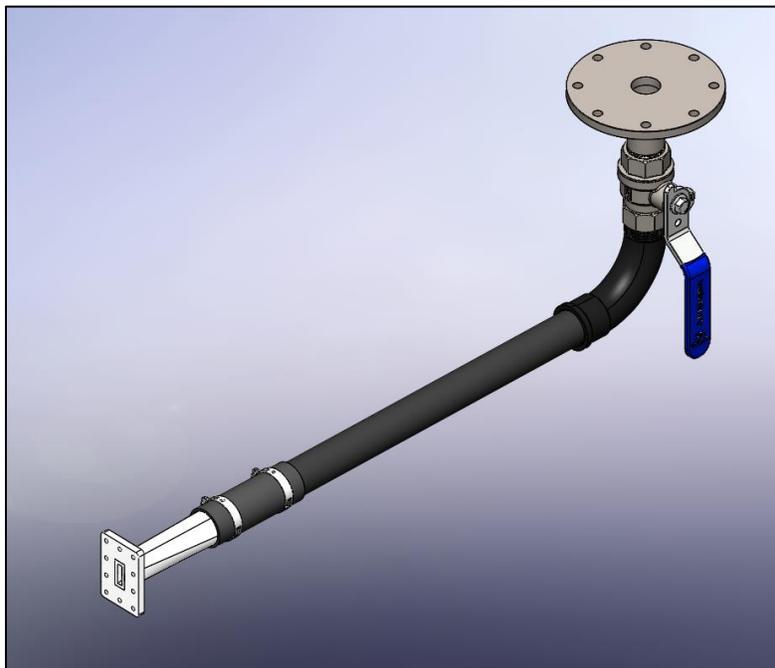
## 5.6 Conexionado a reservorio

### 5.6.1 Diseño

El sistema de conexionado ocupa un aspecto fundamental en el diseño. Este debe permitir conectar el túnel de viento al tanque, el cual tendrá el vacío interno. Entre las especificaciones de diseño más importantes se encuentran:

- Unir de una forma concisa, segura y sin filtraciones de aire la salida posterior de la segunda garganta con el tanque con vacío.
- Contener una llave /válvula que permita abrir y cerrar el circuito de aire.

Por lo tanto, esta se llevó a cabo con caños y accesorios de plástico, mangueras de caucho y válvulas esféricas. En la Figura 5.34 se puede observar el diagrama de conexionado.

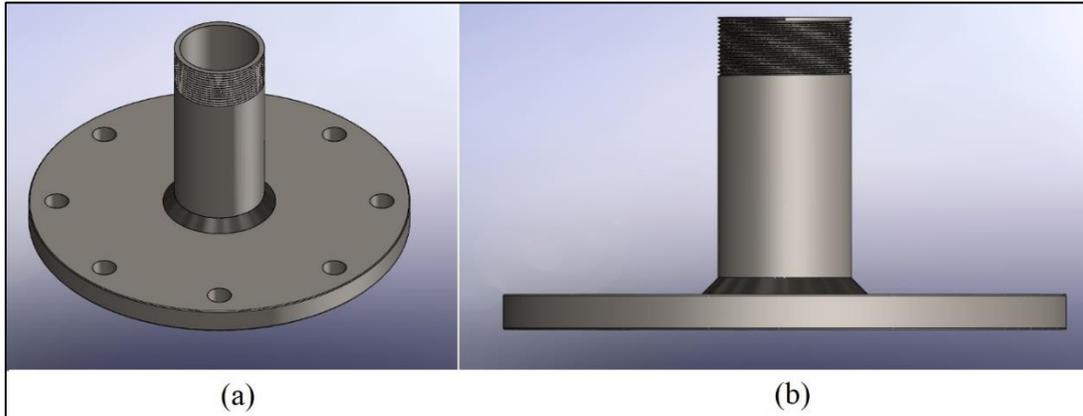


*Figura 5.34. Sistema de conexionado del túnel hacia el tanque.*

Entre las piezas y componentes que lo conforman se encuentran:

- 1brida circular de 1/2" con niple de 1 1/2". Ver Figura 5.35. Ver Anexo E – Plano N°7.
- 1 Válvula esférica de 1 1/2".

- 1 curva con rosca M-H de 90° de 1 ½”.
- 1 m caño “Saladillo Hidro 3”.
- 30 cm de manguera de caucho de 48 mm de diámetro.
- 2 abrazaderas de fleje para caños.



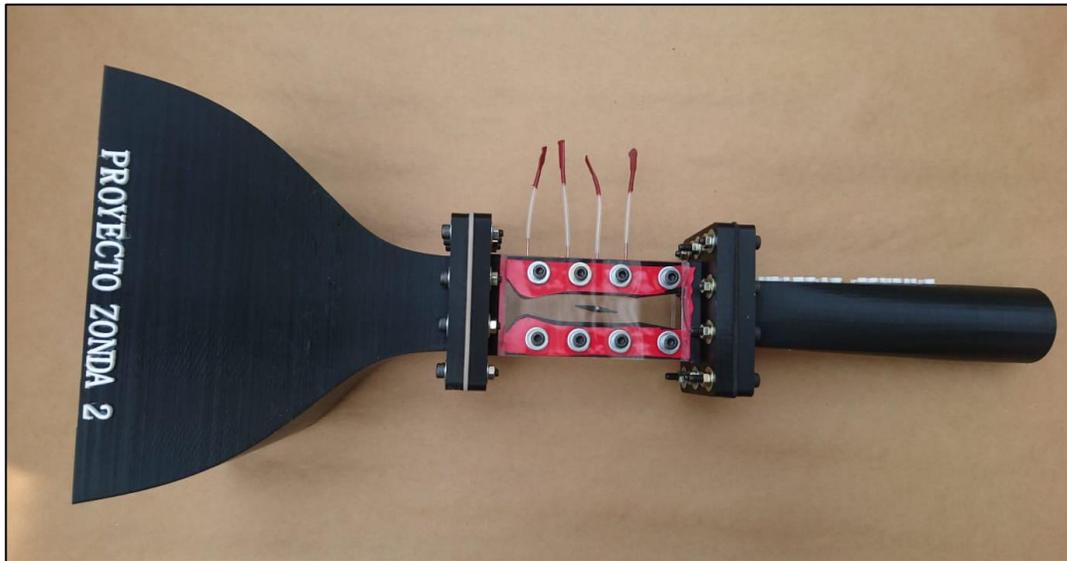
*Figura 5.35. Brida circular. (a) Vista isométrica. (b) Vista lateral.*

### 5.6.2 Construcción

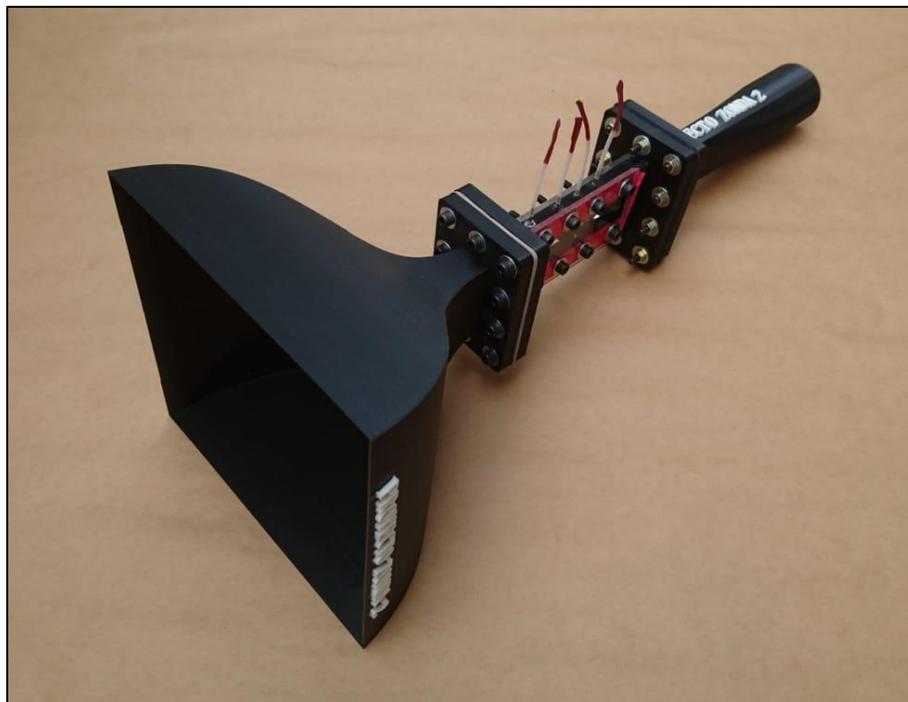
Terminado el diseño digital, se procedió a la construcción del sistema.



*Figura 5.36. Conexión física al reservorio.*



*Figura 5.37. Vista lateral del túnel de viento completo.*



*Figura 5.38. Vista isométrica del túnel de viento completo.*

## **5.7 Circuito electrónico adquirente de datos**

Para adquirir los datos se construyó un circuito electrónico. Dicho circuito está preparado para alimentarse con 10V hasta 24V, pero no importa qué voltaje de este rango se le aplique

siempre trabajará con 10V, ya que el encargado de sensar la presión producida por el túnel será un sensor de diferencial de presión.

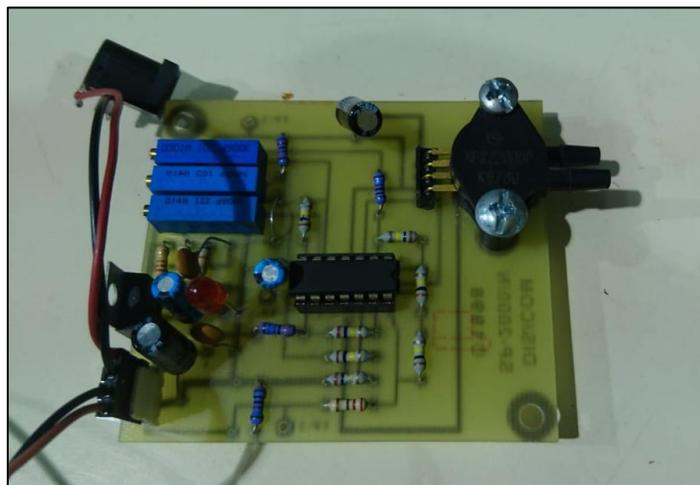
El sensor propiamente dicho es el sensor Mpx2200 Dp. Ver imagen siguiente.



*Figura 5.39. Sensor Mpx2200 Dp.*

El sensor tiene la capacidad de medir hasta un diferencial de presión de dos (2) atmósferas, es decir, al proyecto le sirve ya que como máximo solo habrá 1 at de diferencia entre cualquier sección del túnel y el ambiente (presión ambiente).

Colocado en el circuito queda como lo muestra la Figura 5.40. En la Tabla 5.2 se puede encontrar el datasheet de este sensor.



*Figura 5.40. Circuito de adquisición.*

Tabla 5.2. Datasheet del sensor Mpx2200 Dp.

<i>Características</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Min</i>	<i>Tipo</i>	<i>Max</i>	<i>Unidad</i>
Rango de presión	$P_{PO}$	0	----	200	Kpa
Tensión de alimentación	$V_S$	----	10	16	Vdc
Corriente de suministro	$I_o$	----	6.0	----	mAdc
Lapso de escala completa	$\%V_{FSS}$	38.5	40	41.5	mV
Offset	$V_{OFF}$	-1.0	----	1.0	mV
Sensibilidad	$\Delta V/\Delta P$	----	0.2	----	mV/Kpa
Linealidad	----	-0.25	----	0.25	$\%V_{FSS}$
Histéresis de presión	----	----	$\pm 0.1$	----	$\%V_{FSS}$
Histéresis de temperatura	----	----	$\pm 0.5$	----	$\%V_{FSS}$
Efecto de la temp. En la escala completa	$TCV_{FSS}$	-1.0	----	1.0	$\%V_{FSS}$
Efecto de la temp. En el offset	$TCV_{OFF}$	-1.0	----	1.0	mV
Impedancia de entrada	$Z_{in}$	1300	----	2500	$\Omega$
Impedancia de salida	$Z_{out}$	1400	----	3000	$\Omega$
Tiempo de respuesta	$T_R$	----	1.0	----	ms
Calentamiento	----	----	20	----	ms
Estabilidad del offset	-----	----	$\pm 0.5$	----	$\%V_{FSS}$

**Nota.** [12].

### 5.7.1 Curva de salida vs presión diferencial

Según el fabricante la curva de salida (voltaje) versus la presión diferencia es la mostrada en la Figura 5.41.

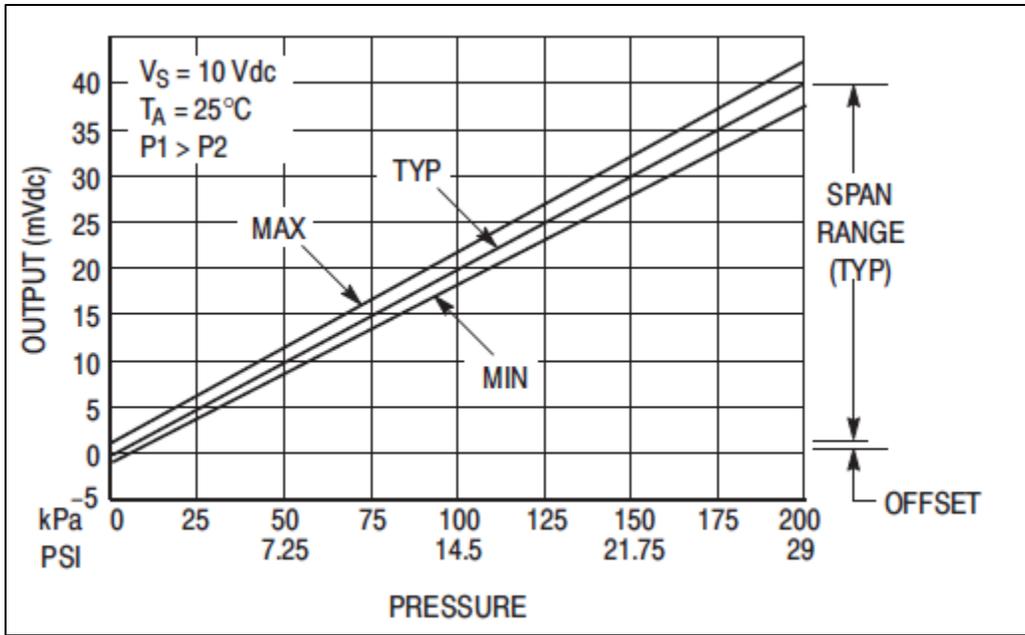


Figura 5.41. Salida vs presión diferencial.

# Capítulo 6

## Sistema de visualización Schlieren

### 6.1 Introducción

De forma resumida, la técnica de Schlieren, se basa en el principio de que cuando un objeto con índice de refracción variable se coloca entre los espejos o lentes del arreglo Schlieren que coliman la luz proveniente de una fuente puntual, ocurre un desplazamiento en la dirección de los rayos incidentes en el plano de observación. Esta desviación en los rayos de luz es proporcional a las variaciones del índice de refracción del objeto bajo estudio, y para el caso de fluidos, esta variación en el índice de refracción se puede relacionar con la densidad del mismo. [13].

El efecto Schlieren fue observado por vez primera por Robert Hooke en 1665 [14, pp. 217-219] con una gran lente convexa y dos velas. Una vela sirvió como fuente de luz, la otra, producía el aire caliente ascendente, que observaba con su sistema. El sistema Schlieren convencional se atribuye al físico alemán August Toepler [15], aunque fue Jean Bernard Léon Foucault quien inventó el método en 1859, siendo Toepler quien lo mejoró.

La palabra Schlieren proviene de la palabra en alemán “Schliere” que significa no homogéneo. Leonard Foucault realizó importantes contribuciones a la óptica de medios no homogéneos [16].

Existen una variedad de arreglos del sistema Schlieren propuestos por varios autores que utilizan diferentes componentes como lentes, espejo, rejillas, vidrios esmerilados entre otros.

También se han utilizado diferentes fuentes de luz como son de filamento, lámparas de mercurio, sodio, xenón, láser y últimamente diodos de luz blanca. Así también en lugar de bordes de navaja se han utilizado filtros de color y máscaras de diferente forma [13]. Cambiar las componentes anteriores da lugar a diferentes tipos de arreglos tales como el arreglo de Toepler y sus variantes, Background Oriented Schlieren (BOS) y Rainbow Schlieren los cuales serán desarrollados y analizados en este capítulo.

## 6.2 Montajes Schlieren

Los primeros montajes eran de forma sencilla y rudimentaria con velas y unas lentes, plasmando imágenes sin calidad. Sin embargo, los adelantos tecnológicos fueron logrando mejorar esta técnica logrando optimizarla y perfeccionando la imagen en cuanto a calidad, nitidez y resolución.

Existen montajes con lente como con espejos. Los montajes con lentes tienden a ser sistemas en serie o tándem, lo que hace que la instalación sea relativamente simple, los sistemas de espejos deben distribuirse de manera no lineal, porque la luz se reflejará en ellos sin ser refractada como en una lente. Inicialmente se requiere un proceso de calibración y alineamiento más difícil. Por el contrario, las lentes requieren una alta calidad interna y un estricto rango de calidad superficial para garantizar los mejores resultados, mientras que los espejos solo requieren un buen acabado superficial y una mínima calidad interna.

### 6.2.1 Montaje con Lentes:

Las lentes finas y de alta calidad siempre se inclinan hacia las imágenes Schlieren, porque la situación a estudiar suele estar compuesta por gradientes de densidad tenue, por lo que las imperfecciones en las lentes pueden enmascararlas fácilmente. Para obtener una alta sensibilidad, se requiere una lente con la mejor calidad de superficie (por ejemplo,  $\lambda/2$ )<sup>4</sup> y

---

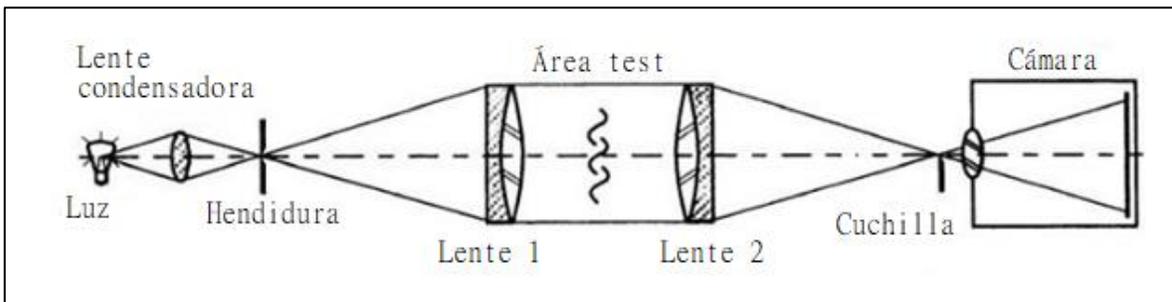
<sup>4</sup> Nota: la desviación en la planitud en superficies de lentes y espejos se mide en valores de onda ( $\lambda$ ) que son múltiplos de la longitud de onda de la frente de luz de prueba. Varios valores de referencia de la planitud superficial son:

$1\lambda$ : nivelación estándar o típica.



con corrección de aberración cromática y esférica (Ver Anexo B) para evitar varios defectos en la imagen. La composición estándar del uso de la lente se muestra en la Figura 6.1, donde se puede ver un sistema en línea, que consta de las siguientes partes:

- Una fuente de luz y una lente condensadora se utilizan para enfocar el haz en la rendija o hendidura ubicada en la distancia focal de la lente.
- Una hendidura de reducido tamaño para, por medio de la difracción, hacer de fuente de luz puntual
- Dos lentes lenticulares acromáticas coliman la luz y forman un espacio de prueba.
- Una cuchilla situada en la distancia focal de la lente 2 para mejorar la sensibilidad de las imágenes.
- Una cámara para captar las imágenes.



*Figura 6.1. Montaje Schlieren en serie o línea.*

### **6.2.2 Montaje con espejos:**

En estos casos, los montajes implican una calibración más difícil que los componentes con lentes, debido a que la luz se refleja en los espejos en lugar de refractarse, por lo cual es necesario una distribución no lineal de los elementos. Sin embargo, a diferencia de la lente, el espejo tiene las mismas características geométricas en toda la longitud de onda, porque la luz no sufre un cambio de medio, por lo que no hay aberración cromática. Finalmente, el fácil acceso a espejos parabólicos grandes y de alta calidad ( $\lambda/4 : \lambda/10$ ) es suficiente y sobre todo de bajo costo, por lo que son la primera opción para la mayoría de las aplicaciones y pruebas.

---

$\lambda/4$ : nivelación o grado de precisión.

$\lambda/20$ : nivelación o grado de alta precisión.

### 6.3 Resumen entre lentes y espejos

En resumen, se puede establecer de manera sintética en las Tabla 6.1 y Tabla 6.2 las principales ventajas y desventajas de montajes Schlieren con lentes o espejos.

*Tabla 6.1. Ventajas y desventajas de las lentes.*

<i>Ventajas</i>	<i>Desventajas</i>
Montajes sin astigmatismo y coma.	Montajes con aberración cromática.
La calibración y puesta en funcionamiento resulta sencilla	Elevada inversión inicial debido al costo de las lentes.
Montajes en línea o tándem.	Para la generación de imágenes nítidas y sensibles, se requieren de lentes de alta grado de precisión ( $>\lambda/2$ ).

**Nota.** Fuente: [17].

*Tabla 6.2. Ventajas y desventajas de los espejos.*

<i>Ventajas</i>	<i>Desventajas</i>
Montajes sin aberración cromática.	Montajes con aberraciones de coma y astigmatismo.
Baja inversión inicial debido al costo de los espejos.	Difícil puesta a punto y calibración
Montajes en línea o tándem.	-----
No se precisa de alto grado de precisión de los espejos.	-----

**Nota.** Fuente: [17].

## 6.4 Tipos de montajes con espejos

Existen y se caracterizan una serie de montajes con utilización de espejos, que se establecen a continuación:

### 6.4.1 Montaje tipo Z

Su nombre hace referencia a la geometría que se le atribuye con la implementación principalmente de dos espejos parabólicos en serie y la zona de prueba entre medio de ambos espejos. La fuente de luz ubicada en la distancia focal del primer espejo proyecta la luz sobre toda la superficie del mismo, la refleja y colima en la dirección del segundo espejo, para luego concentrarla sobre la cuchilla, ubicada en la distancia focal del segundo espejo. Finalmente, la cámara se ubica detrás de la cuchilla.

Este sistema es actualmente el más utilizado a los óptimos resultados obtenidos. Sin embargo, requiere una calibración precisa, y su diseño debe minimizar las aberraciones de coma y astigmatismo provocadas por la desalineación de todos sus elementos.

En la Figura 6.2 se puede ver cómo es la composición de este montaje con los principales elementos que lo componen.

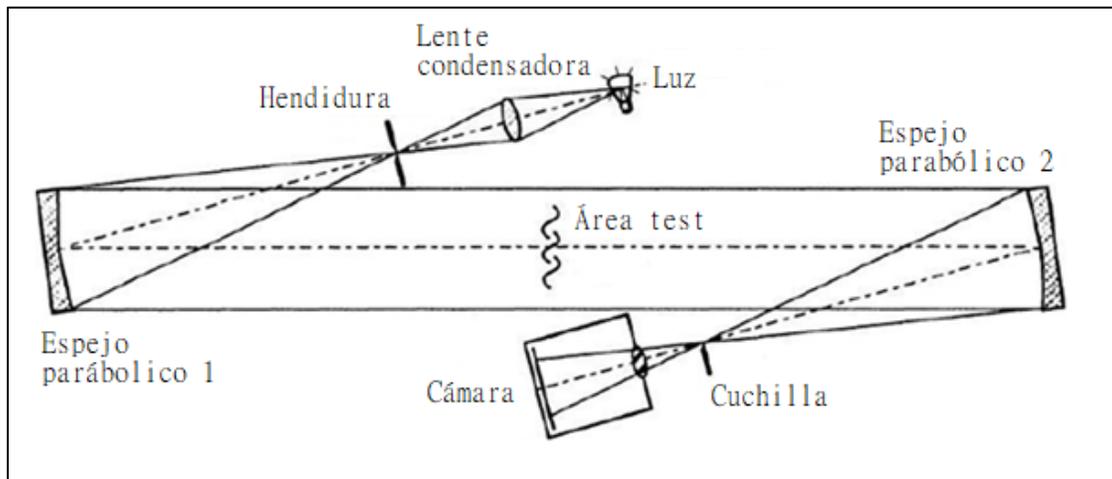


Figura 6.2. Montaje Schlieren tipo Z.

### 6.4.2 Montaje con un único espejo y alineación en el eje

Este montaje consta de un único espejo (esférico o parabólico) en conjunto con una fuente de luz, una lente condensadora y con la cuchilla o elemento de refracción empleado para

reflejar el haz de luz hacia la cámara. A excepción de la cámara de captación, todos los elementos se disponen en línea o tándem. Ver Figura 6.3.

El área de prueba se forma justo en frente del espejo, por lo que pueden surgir problemas con las sombras y las oclusiones del haz producidos por los propios objetos de prueba.

Estos montajes permiten la mayor sensibilidad, ya que el haz de luz pasa dos veces por el área de pruebas. Otra ventaja es que al contar de un solo espejo y estar el montaje en serie se eliminan todos los problemas de la coma y el astigmatismo.

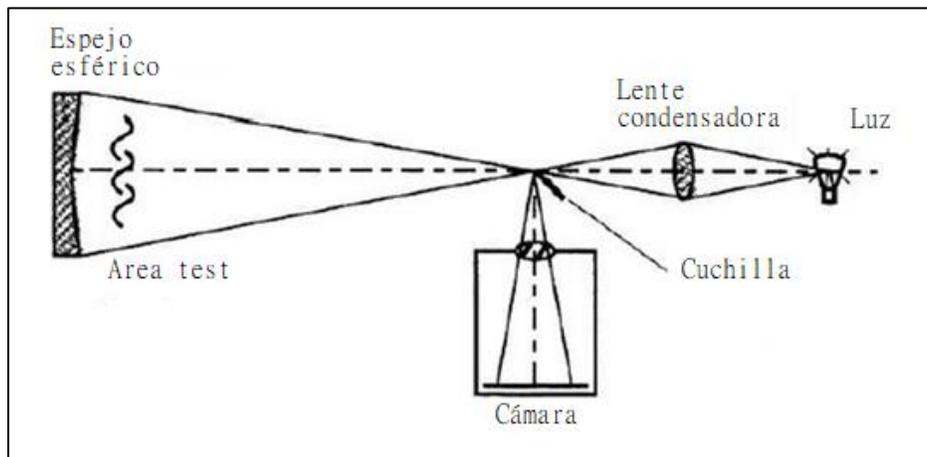


Figura 6.3. Montaje Schlieren con único espejo esférico y alineación en el eje.

Debido a la facilidad de adquisición de un espejo parabólico se puede modificar la geometría de la anterior, ver Figura 6.4, cambiando el espejo esférico por uno parabólico. Además de esto, posteriormente a la fuente de luz puntual, es decir, después de la hendidura, se puede colocar una lente correctora, compensando los efectos de la reflexión de haz sobre la superficie parabólica del espejo transformándolos en una reflexión sobre una superficie esférica. Esta nueva modificación se puede observar en la Figura 6.4.

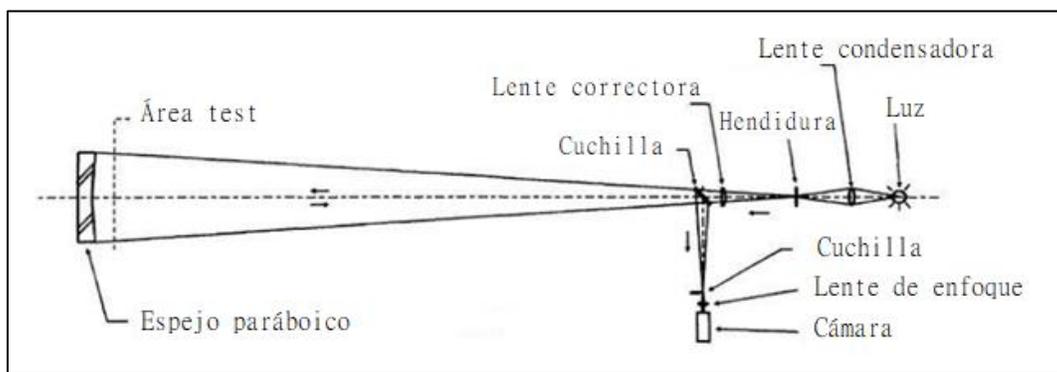


Figura 6.4. Montaje Schlieren con único espejo parabólico y alineación en el eje.

### 6.4.3 Montaje con un único espejo y alineación fuera del eje

Tal como lo muestra la Figura 6.5, este tipo de montaje es una variación del anterior sistema, aportando mayor espacio de pruebas. Este sistema sufre de algunas aberraciones como lo son la coma y el astigmatismo debido al ángulo de incidencia sobre el espejo.

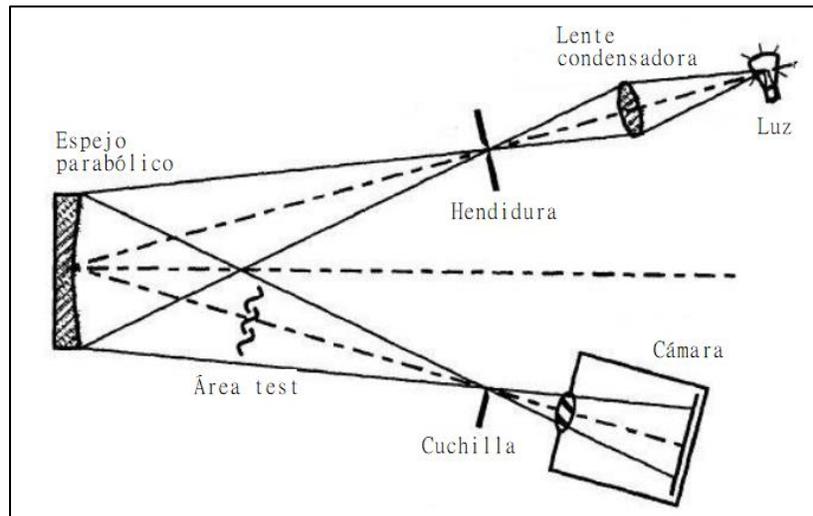


Figura 6.5. Montaje Schlieren con único espejo parabólico y alineación fuera del eje.

### 6.5 Resumen entre tipo de montaje con espejos.

En resumen, con todos los tipos de montajes con espejos analizados, se pueden obtener las ventajas y desventajas de cada uno de estos, observables en la Tabla 6.3.

Tabla 6.3. Ventajas y desventajas de tipos de montajes con espejos.

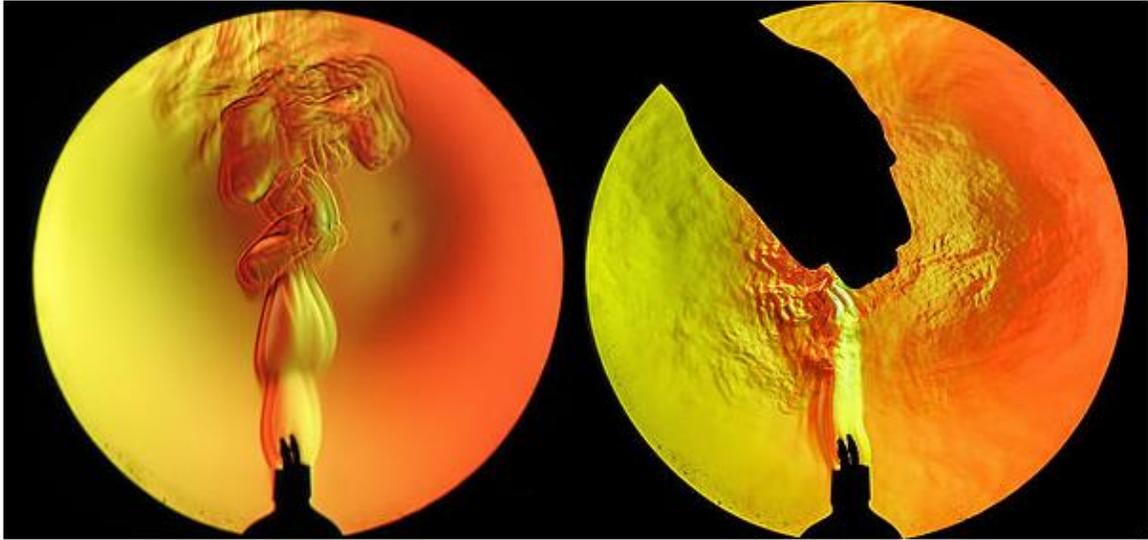
Montaje	Ventajas	Desventajas
Tipo Z	<p>Gran espacio de pruebas.</p> <p>Libre de coma.</p> <p>Montaje robusto y óptima sensibilidad.</p>	<p>Difícil calibración y puesta a punto.</p> <p>Con aberración de astigmatismo.</p> <p>Utilización de dos espejos parabólicos.</p>

Montaje	<i>Ventajas</i>	<i>Desventajas</i>
Único espejo y alineación en el eje	<p>Sistema con mayor sensibilidad que montaje en Z.</p> <p>Facilidad de calibración y puesta a punto por elementos en serie.</p> <p>Libre de coma y astigmatismo.</p>	<p>Espacio de pruebas reducido.</p> <p>Difícil adquisición de espejos esféricos.</p> <p>Interferencias y oclusiones al haz de luz por parte de los objetos de las pruebas.</p>
Único espejo y alineación fuera del eje	<p>Alta sensibilidad.</p> <p>Uno de un solo espejo.</p> <p>Fácil calibración y puesta a punto.</p>	<p>Con aberración de coma y astigmatismo.</p> <p>Espacio de pruebas reducido.</p> <p>-----</p>

**Nota.** Fuente: [17].

## 6.6 Montaje Rainbow Schlieren o Schlieren de color

Esta estructura reemplaza la cuchilla por un filtro gradual de color por lo que antes de utilizar la cuchilla para ver la imagen en escala de grises, se pueda utilizar el color por el que pasa la luz refractada. Ver Figura 6.6. El filtro debe depender del ángulo de refracción de la luz para que pueda pasar por uno o más filtros de color para visualizar diferentes gradientes de densidades con diferentes colores.



*Figura 6.6. Técnica Schlieren de color [18].*

La introducción del color ayuda al posterior procesamiento cuantitativo de la imagen, ayuda a identificar diferentes gradientes e incluso puede usarse con fines didácticos al explicar la tecnología. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que cuando se reemplaza la cuchilla con cualquier filtro, la sensibilidad de la imagen disminuirá y el gradiente de densidad que se puede detectar con el filtro progresivo no será tan pequeño como el que se ve cuando se usa la cuchilla [17].

## **6.7 Blackground Oriented Schlieren (BOS)**

Este tipo de técnica, al igual que la anterior, con introducción de filtros o en este caso particular, con un fondo granulado o patrón entre el objeto de análisis y el sistema de captación de imágenes, disminuye la sensibilidad notablemente. Sin embargo, esta técnica no precisa de lentes u espejos, por lo que el área de trabajo para la colocación de este montaje no queda restringida.

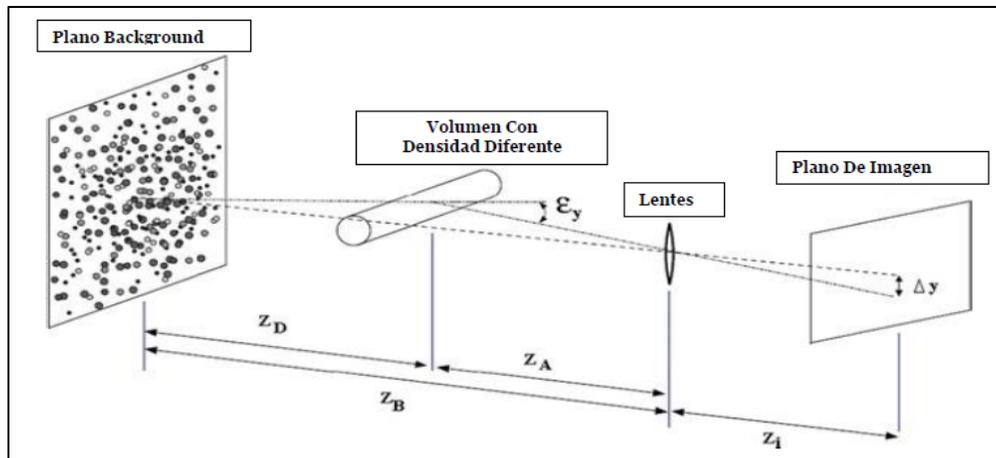


Figura 6.7. Montaje típico de técnica Schlieren con sistema BOS.

En la Figura 6.8, se puede observar una imagen captada con este tipo de técnica con un patrón característico de fondo (granulado) y en la parte central, producto de la variación de la densidad local, la visualización de flujo de un mechero.

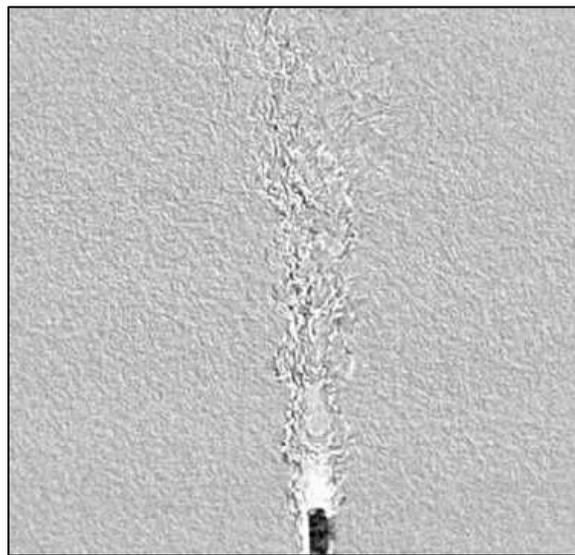


Figura 6.8. Fotografía Schlieren con fondo granulado [19].

## 6.8 Selección del montaje Schlieren óptimo

Debido a la diversidad de montajes que existen, será necesario la elección del sistema que mejor se adapte al objetivo de este trabajo, en conjunto con experimentos desarrollados a futuro. Para esto se deberán tener en cuenta ciertos requisitos con distintas ponderaciones en cuanto a importancia y configuraciones propios del sistema.

Estas ponderaciones se pueden atribuir de la siguiente manera:



1 = Insuficiente; 2 = Deficiente; 3 = Aceptable; 4 = Bueno; 5 = Excelente.

*Tabla 6.4. Ponderación del sistema Schlieren para distintos montajes*

Nº	Requisitos del montaje Schlieren	Montajes			
		Tipo Z	Único espejo y alineación en el eje	Único espejo y alineación fuera del eje	Configuración con lentes
1.	Minimización de costos	3	4	4	1
2.	Calibración y puesta a punto	3	3	3	4
3.	Sensibilidad	4	5	4	2
4.	Adaptación y reconfiguración	5	2	4	2
5.	Minimización de aberración ópticas	4	5	3	3
6.	Espacio de pruebas	5	2	3	5
7.	Tiempo <sup>5</sup>	2	4	4	5
Total de puntos		26	25	25	22
Porcentaje		74,2%	71,4%	71,4%	62,85%

**Nota.** Las ponderaciones fueron realizadas a criterio de los autores del proyecto.

Según la Tabla 6.4, en perspectiva con las ponderaciones establecidas para cada configuración con espejos como para lente, el mayor porcentaje es para el montaje Tipo Z, seguido del montaje con único espejo, alineación en el eje y fuera de este. Cualquiera permitiría adaptarse al objetivo de este trabajo, como así también a futuros desarrollos y experimentos que requieran de esta técnica.

<sup>5</sup> Tiempo total de montaje y calibración de la técnica correspondiente.

En primera instancia, se dispondrá de un sistema de un único espejo en alineación con el eje de modo de obtener las primeras imágenes, optimizar la técnica y habituarse a la misma, para posteriormente, preparar el montaje tipo Z.

## 6.9 Único espejo y alineación en el eje

Esta técnica requiere de unos elementos básicos que se mencionan a continuación:

- Espejo parabólico.
- Fuente de luz.
- Cámara de video.
- Cuchilla o navaja afilada.
- Bases y fijaciones independientes para cada elemento.

### 6.9.1 Espejo parabólico

Estos espejos capaces de concentrar todos los rayos de luz en un solo punto, foco, (ver Anexo B, sección B.4.3) pueden variar según la calidad del aluminizado o del vidrio. Para esto se selecciona un espejo primario reflector (en base a la disponibilidad del mercado nacional), ver Figura 6.9, los cuales poseen las siguientes características:

- Diámetro: 150 mm.
- Distancia focal: 900 mm.
- Relación focal<sup>6</sup>: f/6
- Espesor: 19 mm.
- Industria Argentina.

---

<sup>6</sup> Relación focal: Es un indicador de la luminosidad del telescopio: cuanto más corta es la distancia focal F y más grande la Apertura D, más luminoso será el telescopio.



*Figura 6.9. Espejos parabólicos reflectores.*

### **6.9.2 Fuente de luz**

Según la definición de fuente de luz puntual, se la denomina a la luz que se origina en un punto más o menos reducido respecto al objeto que ilumina, pudiéndose hablar de una direccionalidad más o menos similar entre los rayos que emite, haciendo que las sombras que un objeto proyecta se hagan más grandes cuanto más cerca se sitúe este de la fuente de luz [20]. Por lo tanto, esta debe garantizar una proyección uniforme de los rayos de luz. Para esto, se utilizará un diodo emisor de luz (Led) blanco, ver Figura 6.10 alimentado por una fuente de corriente continua de 3 volts.



*Figura 6.10. LED blanco.*

### 6.9.3 Cámara de video

En este apartado se utilizó una cámara (de celular) con las siguientes especificaciones:

- Pixeles efectivos: 23 MP
- Lente Sony G.
- Estabilizador óptico.
- Autofocus híbrido ultrarrápido con detección de fase.
- Flash LED.
- HDR.
- Video UHD - 4K.

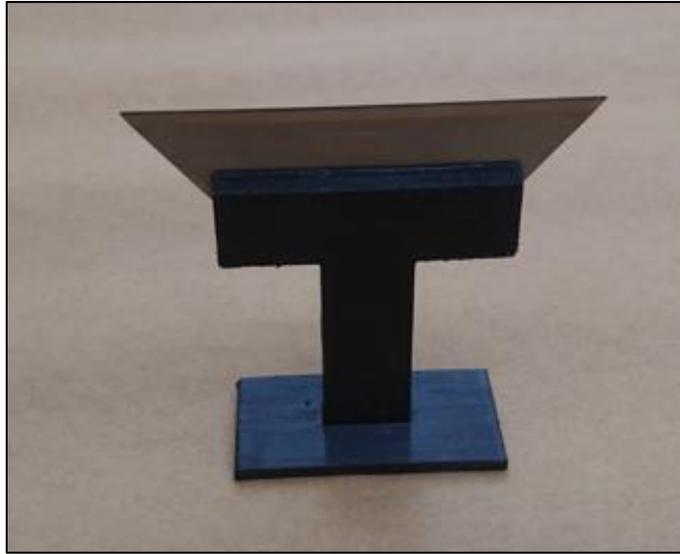


*Figura 6.11. Cámara de celular Sony Z5 Premium.*

### 6.9.4 Cuchilla o navaja afilada.

Utilizada para bloquear parcialmente los rayos de luz provenientes del espejo, mejora la sensibilidad y el contraste de la imagen. Esta debe de caracterizarse por tener bajo espesor y un filo lo mayormente afilado. Es por ello que se utilizan generalmente cuchillas de afeitar o navajas.

En este caso, se utilizará una hoja de cutter trapezoide, tal como se muestra en la Figura 6.12.



*Figura 6.12. Hoja de cutter trapezoide.*

### **6.9.5 Bases y fijaciones independientes para cada elemento.**

De acuerdo con todo lo mencionado anteriormente, es necesario e indispensable, montar todos estos componentes sobre bases y con fijaciones a fin de que se establezcan posiciones fijas, sin que se generen movimientos relativos entre los objetos y sobre todo con seguridad y garantía de que cada elemento este resguardado y protegido. A continuación, se mencionan las bases y fijaciones utilizados en este proyecto, junto con los diseños involucrados en los mismos:

#### **6.9.5.1 Porta espejo**

Para el diseño de este conjunto se utiliza SolidWorks, en el cual se propone proyectar una base robusta, que pueda albergar al espejo de forma segura y protegida, y, además, generar movimientos en todos los ejes (calibración del espejo). En la Figura 6.13 se puede observar el conjunto completo de la base más el porta espejo. Para más información sobre su diseño, ver Anexo E – Planos y croquis, Plano N°8, N°9 y N°10.

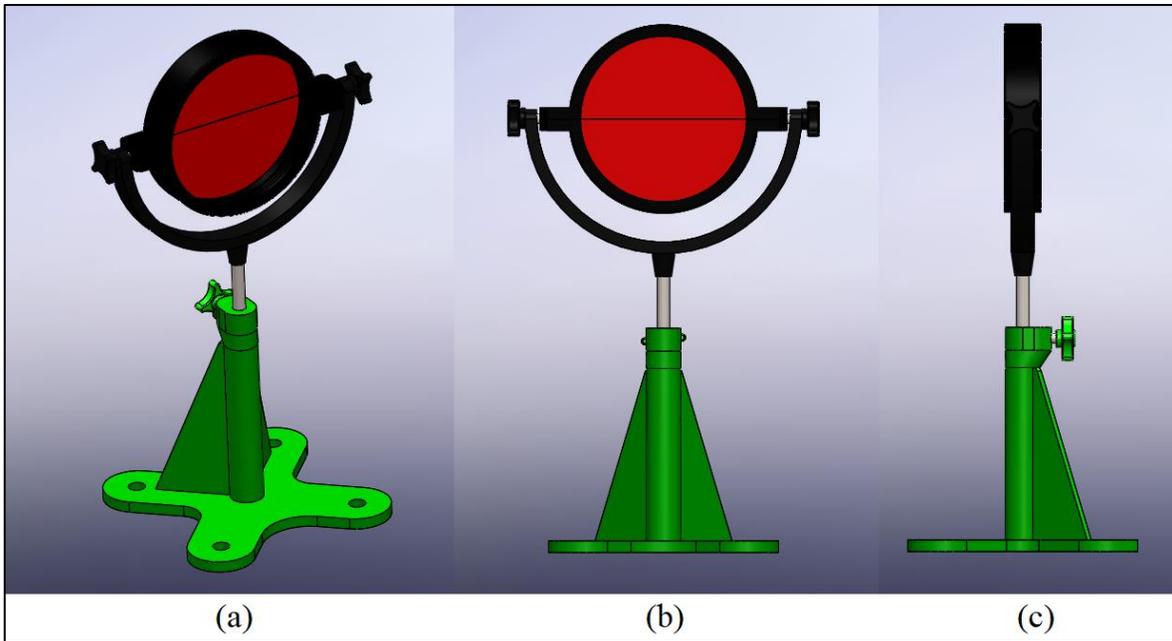


Figura 6.13. Diseño conjunto base + porta espejo. (a) Vista isométrica. (b) Vista frontal.  
(c) Vista lateral.

En cuanto a su construcción, esta se llevó a cabo mediante impresión 3D en casi la totalidad de los componentes, excepto el vástago central, cuyo material es acero inoxidable. Ver Figura 6.14

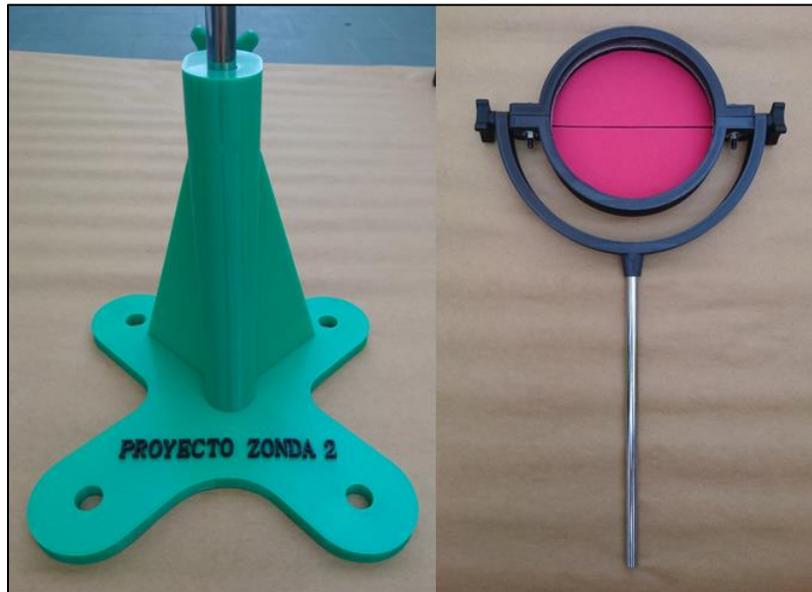


Figura 6.14. Impresión 3D de conjunto base + porta espejo – Vistas frontales.

### 6.9.5.2 Trípode de cámara

Este aparato de tres patas y una parte superior circular o triangular permite estabilizar un objeto y evitar su movimiento. Ofrece firmeza a la cámara [21]. Para esto se utiliza el presentado en la Figura 6.15.



*Figura 6.15. Trípode de cámara.*

### 6.9.5.3 Fijaciones de cuchilla y fuente de luz

Característicos de mantener en una posición fija un objeto. En este caso, se utilizan para mantener el LED de la fuente de luz y la cuchilla unos brazos flexibles tal como se observan en las Figura 6.16.



*Figura 6.16. Brazo extensible flexible.*

# Capítulo 7

## Acondicionamiento y preparación del reservorio

### **7.1 Introducción**

Para obtener los resultados esperados y poder llegar a los valores deseados en los cálculos del Capítulo 4 es necesario el acondicionamiento y preparación del reservorio. Para esto explicaremos todos los cambios realizados, accesorios colocados y el modo en que se le hizo vacío, es decir, la bomba (de vacío) utilizada.

### **7.2 Bomba de vacío**

Se utilizó una bomba de vacío Marca DVL 150 tal como se observa en la Figura 7.1 las siguientes características y performance:





Figura 7.1. Bomba de vacío DVL 150.

Tabla 7.1. Especificaciones y performance de la bomba de vacío.

Motor	DVL 150
Potencia	1/2 HP
Frecuencia	50/60 Hz
Tensión	220/110 V. Arranque por capacitor Protector térmico c/ react. automática
Desplazamiento 50Hz / 60Hz	150l/min 180l/min
Nº etapas	1

**Nota.** Fuente: [22]

### 7.3 Reservorio

El reservorio es uno de los elementos más destacados de este proyecto, ya que como se explicó en el Capítulo 4, el rendimiento y el tiempo de utilización depende de la cantidad de litros del recipiente y que tan bien este preparado para su uso. El tanque utilizado para su descarga se puede ver en la siguiente figura.



*Figura 7.2. Reservorio.*

A continuación, se pueden observar algunas características de este:

*Tabla 7.2. Características del reservorio.*

Datos	Reservorio
Almacenamiento	500 litros
Forma	Esférico
Soporte	Estructura reforzada con perfil L
Peso	1293 Newton

**Nota.**

### 7.3.1 Acondicionamiento

Este punto es de suma importancia, ya que aquí se va a hermetizar y dejar listo el conexionado con el túnel.

Como se puede ver en la Figura 7.2, este cuenta con dos bridas en sus extremos. La superior posee una rosca interna de 1/2", ver Figura 7.3, en donde se conectarán las mangueras de la bomba para realizar el vacío y vacuómetros mediante una cruz de bronce, mientras que la inferior cuenta con un niple de 1 1/2" con rosca externa, ver Figura 7.4.

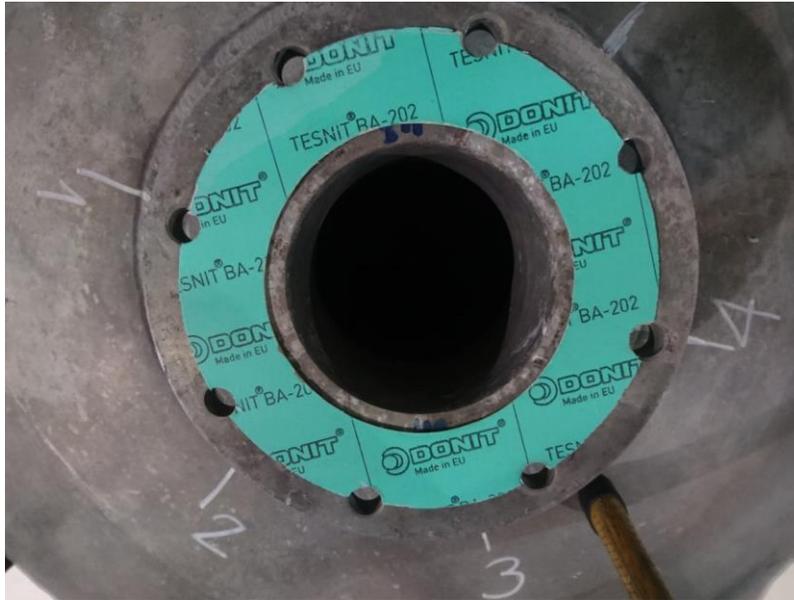


*Figura 7.3. Brida superior.*



*Figura 7.4. Brida inferior con niple 1 1/2\"*

Como se mencionó anteriormente, para hermetizar las bridas, se le colocaron juntas de Asbesto N° S150 4", que son para uso industrial, como se muestran en la siguiente figura:

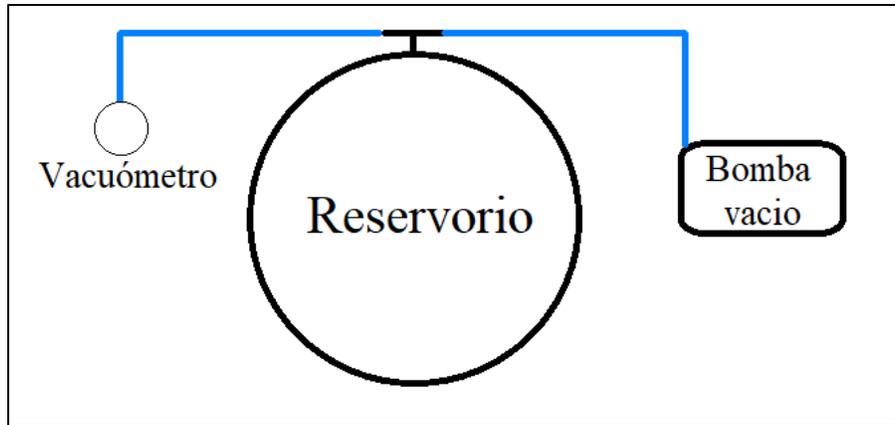


*Figura 7.5. Junta de Asbesto N°S150 4”.*

Una vez colocadas ambas juntas en las bridas, se aseguraron con 8 bulones para luego seguir con el conexiónado de la parte inferior. De la brida se le conectó una llave de paso de 1 1/2", siguiéndola con una curva de 90° de 1 1/2" como ya se mencionó en la sección 5.6.

#### **7.4 Vacío del tanque**

Para comenzar con el vaciado y como se explicó en la 7.3.1 de la parte superior conectaremos la bomba y el vacuómetro a la cruz. En la Figura 7.6 se puede observar el conexionado esquemático y en la Figura 7.7 se puede observar el conexionado físico.



*Figura 7.6. Diagrama esquemático de conexionado.*



*Figura 7.7. Conexionado físico.*

Una vez que la bomba ha llegado a su máximo de evacuación de aire, es decir, de realizarse vacío al reservorio, esta se apaga. Se interpreta que es su máximo ya que el vacuómetro no modifica su medición. Dicha medición se lo refleja en la siguiente figura:



*Figura 7.8. Vacuómetro del reservorio.*

Nota: La presión alcanza en el reservorio puede disminuirse aún más, pero se necesitaría una bomba nueva o de desplazamiento más grande, es decir que supere los 180l/min.

La presión alcanzada en el vacuómetro es de:

*Tabla 7.3. Presión de vacío en el reservorio.*

<i>Unidad de medición</i>	<i>Presión</i>
cm.Hg	66
Pulg.Hg	26,1

**Nota.**

Estos valores obtenidos los convertiremos a unidades internacionales para una mayor visualización:

Si convertimos los cm.Hg a atm nos queda:

$$1 \text{ cm.Hg} \longrightarrow 0,013157 \text{ atm}$$

Por lo tanto:

$$66 \text{ cm. Hg} \longrightarrow 0,868421 \text{ atm}$$

Es decir, la presión dentro del reservorio es:

$$P_{Vacio} = 1 \text{ atm} - 0,868421 \text{ atm}$$

$$P_{Vacio} = 0,131579 \text{ atm}$$

$$P_{Vacio} = 13324 \text{ Pascal}$$

# Capítulo 8

## Resultados

### 8.1 Introducción

En este apartado se compartirán todos los resultados obtenidos en las diferentes pruebas para la obtención del N°. de Mach del túnel del viento y a su vez las distintas visualizaciones realizadas mediante la técnica de Schlieren.

#### 8.1.1 Determinación de presión diferencial de las secciones de prueba

Para la determinación de la presión diferencial, se utiliza el programa “LABVIEW” con el sensor Mpx2200 Dp descrito en el Capítulo 5. Dicha aplicación de computadora tiene la capacidad de adquirir datos utilizando la curva característica del sensor y con la posibilidad de colocarle filtros para reducir el ruido de medición y demás. Esta curva del sensor se la carga mediante puntos, es decir, para el gráfico del sensor se cargan los valores “x: presión Diferencial” Vs “y: Voltaje de salida”.

Una vez subida dicha curva, se configura y programa para cuando se realice el ensayo, el voltaje que mida el sensor, automáticamente lo transforme en presión diferencial.

La digitalización de la curva queda:



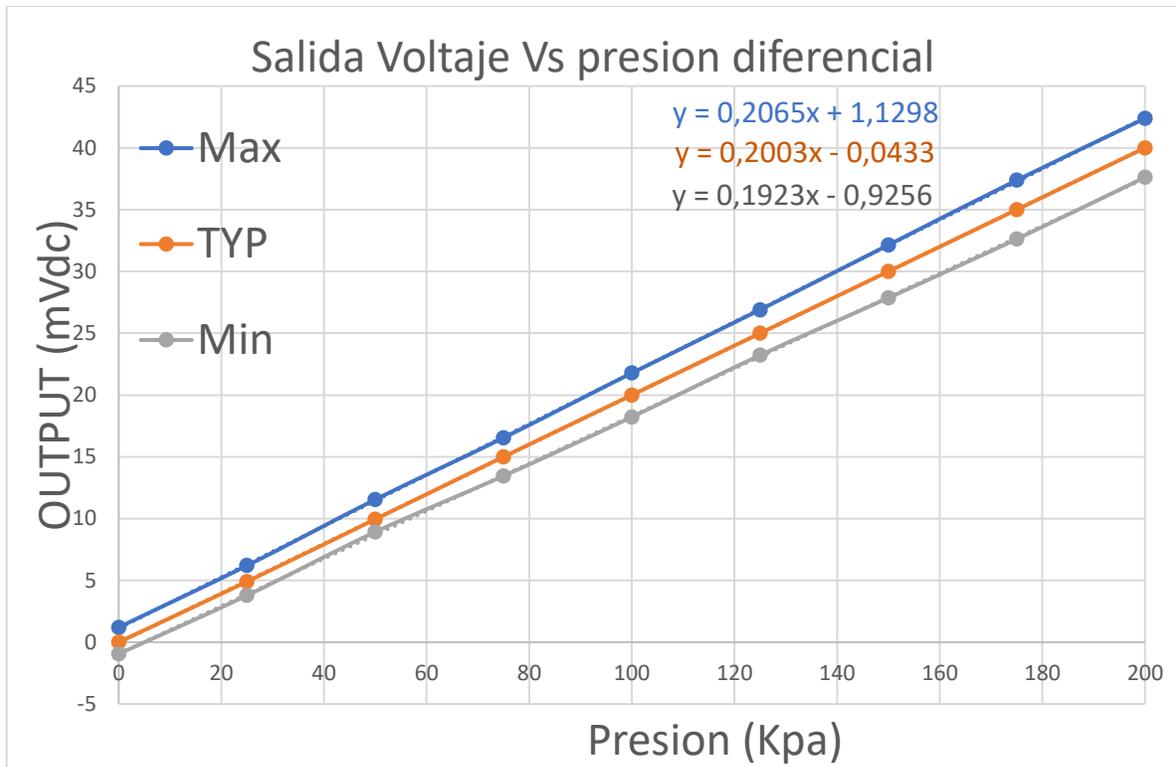


Figura 8.1. Curva de voltaje de salida (mV) Vs Presión diferencial (Kpa) digitalizado.

Tabla 8.1. Determinación de presión diferencial de sección de prueba “construcción 2”

Construcción 2	Obtención de presión diferencial															
	ΔPresión (Kpa)	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">Tomas de presión</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0,371</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0,315</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> </table>				Tomas de presión				1	2	3	4	0,371	-	0,315
Tomas de presión																
1	2	3	4													
0,371	-	0,315	-													

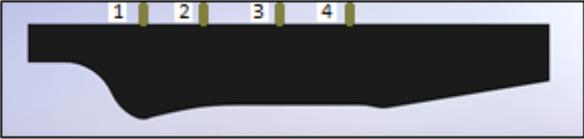
**Nota.** Pruebas en laboratorio.  $P_0 = 101080 Pa$ , Obtenida con estación meteorológica.

Tabla 8.2. Determinación de presión diferencial de sección de prueba “construcción 3”

Construcción 3	Obtención de presión diferencial				
	$\Delta$ Presión (Kpa)	0,512	0,746	0,611	0,527

**Nota.** Pruebas en laboratorio.  $P_o = 101080 Pa$ , Obtenida con estación meteorológica.

Tabla 8.3. Determinación de presión diferencial de sección de prueba “construcción 4”

Construcción 4	Obtención de presión diferencial				
	$\Delta$ Presión (Kpa)	0,482	0,694	0,596	0,566

**Nota.** Pruebas en laboratorio.  $P_o = 101080 Pa$ , Obtenida con estación meteorológica.

Obtenidas las presiones diferenciales de cada toma de presión, se le restara a la presión atmosférica, y por último lo dividimos por  $P_o$  (presión atmosférica), quedando:

$$\frac{P_o - P_d}{P_o} = \frac{P}{P_o} \quad (8.1)$$

Con este valor, se entra a la tabla B2 de [6, p. 616].

### 8.1.2 Determinación del N° de Mach de las secciones de prueba

Tabla 8.4. Determinación de N° De Mach de sección de prueba “construcción 2”

Construcción 2	Obtención de N° de Mach en Secc. de prueba				
	Mach = 0,75	1 0,84	2 -	3 0,75	4 -

**Nota.** Pruebas en laboratorio.

Tabla 8.5. Determinación de N° De Mach de sección de prueba “construcción 3”

Construcción 3	Obtención de N° de Mach en Secc. de prueba				
	Mach = 1,52	1 1,06	2 1,52	3 1,24	4 1,08

**Nota.** Pruebas en laboratorio.

Tabla 8.6. Determinación de N° De Mach de sección de prueba “construcción 4”

Construcción 2	Obtención de N° de Mach en Secc. de prueba				
	Mach = 1,40	1 1,01	2 1,40	3 1,20	4 1,16

**Nota.** Pruebas en laboratorio.

## 8.2 Visualización con técnica de Schlieren

Montado todo el sistema, tal como se explicó en el Capítulo 6 se realizaron algunas visualizaciones de las ondas de Mach producidas sobre la sección de prueba. Primero solo se

efectuó con la construcción de la sección N°3, sin ningún objeto dentro. Luego con la sección N°4, sin ningún objeto dentro y luego con la misma sección, pero con dos perfiles cuña (15° y 7°) dentro de la esta.

### **8.2.1 Sección de prueba N° 3 en reposo**

En la Figura 8.2 se puede observar la construcción N°3, sin aire que le corra por dentro, visualizado mediante la técnica Schlieren.

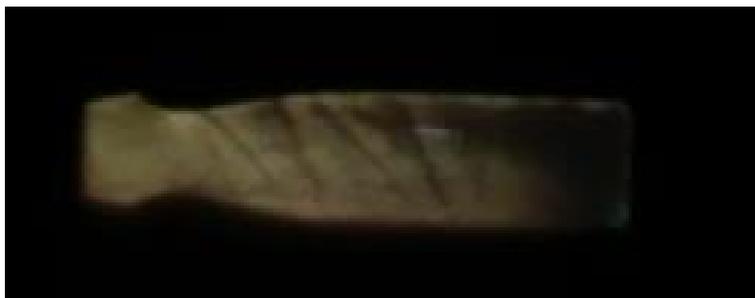


*Figura 8.2. Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren en “reposo”.*

### **8.2.2 Sección de prueba N°3 en funcionamiento**

Posteriormente a la calibración, se abre la llave de paso de aire del reservorio y se obtienen las siguientes imágenes:

### 8.2.2.1 Prueba N°1



*Figura 8.3. Prueba N°1 - Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.*

### 8.2.2.2 Prueba N°2



*Figura 8.4. Prueba N°2 - Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.*

### 8.2.2.3 Prueba N°3



*Figura 8.5. Prueba N°3 - Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”<sup>7</sup>.*

---

<sup>7</sup> Nota: El color azul marino de la prueba 3, se corresponde con un filtro de la cámara.

#### 8.2.2.4 Prueba N°4



*Figura 8.6. Prueba N°4 - Visualización de sección de prueba “Construcción 3” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.*

#### 8.2.2.5 Análisis generales

Analizando de forma general las cinco (5) pruebas llevadas a cabo, la prueba número 1 tiene mayor preponderancia sobre las demás, ya que se pueden observar de forma indudable la formación de “Ondas de Mach”.



*Figura 8.7. Visualización ángulo de ondas de Mach.*

Realizando una tabla resumida, se pueden contemplar los ángulos de la onda de Mach con los respectivos Mach correspondientes (Ver Anexo A – Ecuación (A.21)) en contraste con la Figura 8.7. **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

*Tabla 8.7. Ángulos de onda y números de Mach asociados de construcción N°3.*

<i>Punto de analisis</i>	<i>Ángulo de onda</i>	<i>Velocidad, Ma</i>
1	44°	1,44
2	61°	1,14
3	44°	1,44
4	60°	1,15
5	64°	1,11

**Nota.** La onda de Mach N°2 de la Figura 8.7 según el ángulo muestra una disminución del N° de Mach. Sin embargo, las ondas 1 y 3, muestras un caso contrario al descripto. Se desconoce motivo.

Claramente se obtiene un aumento del número de Mach acorde avanza por la tobera, con una destacada reducción de este, principalmente por efectos de fricción de las paredes.

### 8.2.3 Sección de prueba N°4 en reposo

En la Figura 8.8 se puede observar la construcción N°4, sin aire que le corra por dentro, visualizado mediante la técnica Schlieren.



*Figura 8.8. Visualización de sección de prueba “Construcción 4” mediante técnica de Schlieren en “reposo”.*

### 8.2.4 Sección de prueba N°4 en funcionamiento

Posteriormente a la calibración, se abre la llave de paso de aire del reservorio y se obtienen las siguientes imágenes:

#### 8.2.4.1 Prueba N°1



*Figura 8.9. Prueba N°1 - Visualización de sección de prueba “Construcción 4” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.*

#### 8.2.4.2 Prueba N°2



*Figura 8.10. Prueba N°2 - Visualización de sección de prueba “Construcción 4” mediante técnica de Schlieren “en funcionamiento”.*

#### 8.2.4.3 Análisis generales

En ambas pruebas, los efectos supersónicos se ven con mayor claridad, con simetría axial y ondas de Mach que corren desde la primera garganta hasta la segunda garganta.

A través del Photoshop, regulando algunos parámetros como la principalmente la temperatura, exposición, contraste, iluminación, sombras junto con los blancos y negros, se puede obtener una imagen más nítida, tal como se muestra en la Figura 8.11.



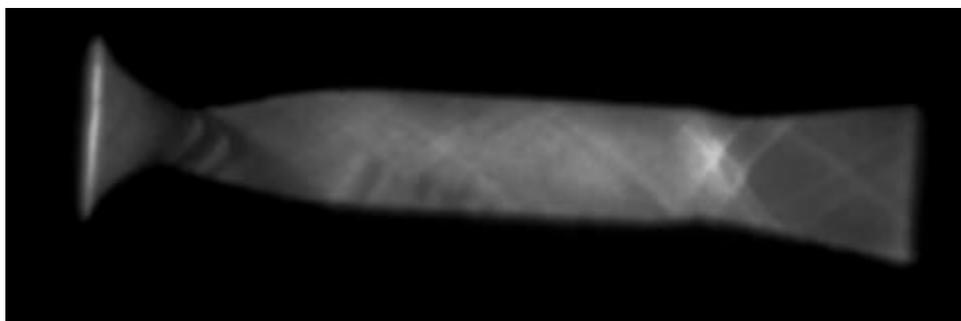


Figura 8.11. Visualización prueba N°2- Contraste aumentado.

Si se resaltan las ondas generadas a través de líneas, se pueden obtener los ángulos correspondientes, tal como se hizo para el caso anterior, representado en la Tabla 8.8.

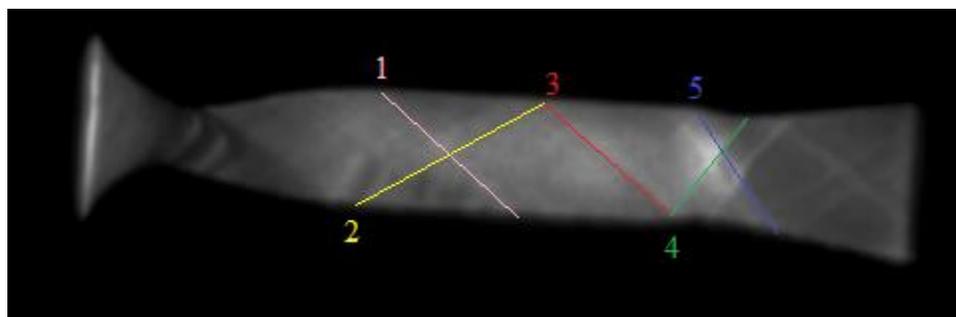


Figura 8.12. Visualización prueba N°2- Ondas de Mach.

Tabla 8.8. Ángulos de onda y números de Mach asociados de construcción N°3.

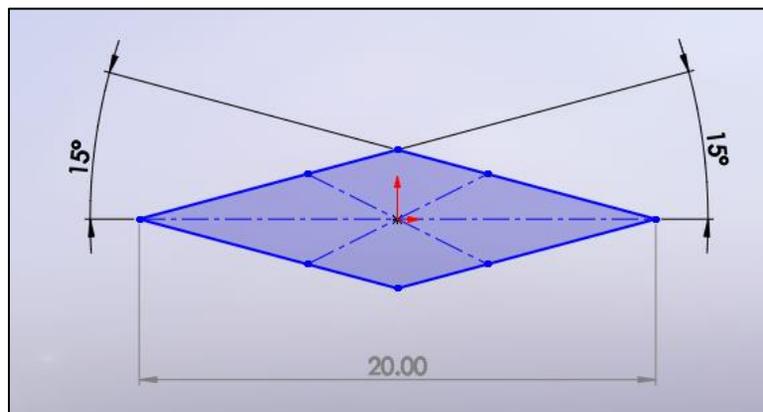
<i>Punto de analisis</i>	<i>Ángulo de onda</i>	<i>Velocidad, Ma</i>
1	28,4°	2,10
2	34,4°	1,77
3	34,6°	1,76
4	57,0°	1,19
5	52,0°	1,26

**Nota.**

Analizando la tabla anterior junto con la Figura 8.12, se destaca en la tobera la continuidad de ondas de Mach (tal como se diseñó la misma) que rebotan casi simétricamente a lo largo de toda la sección de prueba hasta pasar la segunda garganta (flujo supersónico posterior a la misma). El número de Mach es superior al medido por los sensores de presión. Sin embargo, posteriormente se analizará con un modelo dentro de la sección de ensayos para comprobar esto.

### 8.2.5 Sección de prueba N°4 con perfil cuña de 15°

Terminadas las pruebas de las secciones solas, para establecer el comportamiento ante el recorrido del flujo, se coloca un modelo de ensayos, tal como se explicó en la 5.4. En este caso particular, se colocó un perfil cuña simétrico de 15° con respecto a la horizontal a 0° de ángulo de ataque, tal como se muestra en la Figura 8.13.



*Figura 8.13. Croquis perfil cuña simétrico de 15°.*

Del cual se obtuvieron las siguientes pruebas:

#### 8.2.5.1 Prueba N°1

Se hace correr el aire supersónico dentro de la sección de ensayos, logrando visualizar las imágenes de las Figura 8.14 y Figura 8.15 (cabe destacar que es la misma imagen tratada con Photoshop para contrastar de forma más nítida las ondas producidas, resaltando los bancos y negros).

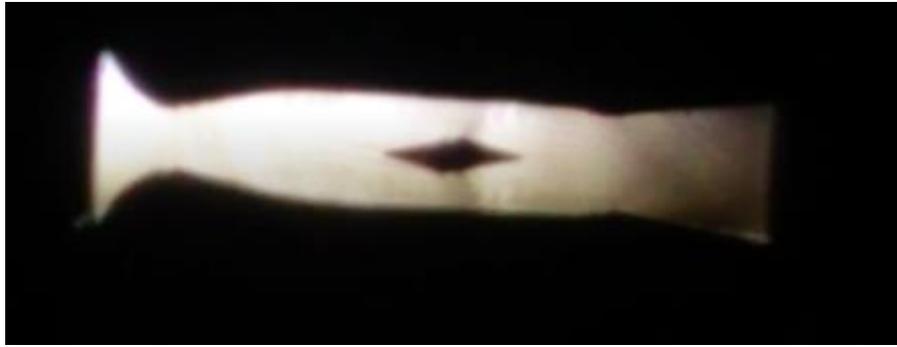


Figura 8.14. Visualización N°1 con perfil cuña simétrico de 15° a 0° de ángulo de ataque.

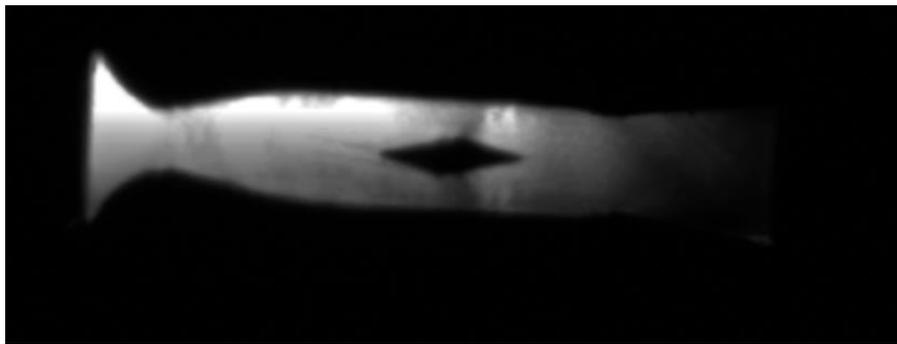


Figura 8.15. Visualización N°1 con perfil cuña simétrico de 15° con Photoshop a 0° de ángulo de ataque.

### 8.2.6 Sección de prueba N°4 con perfil cuña de 7°

Posteriormente, se realiza un cambio de perfil, por uno de similares características fisiológicas, pero con 7° de ángulo con respecto a la horizontal, tal como se muestra en la Figura 8.16.

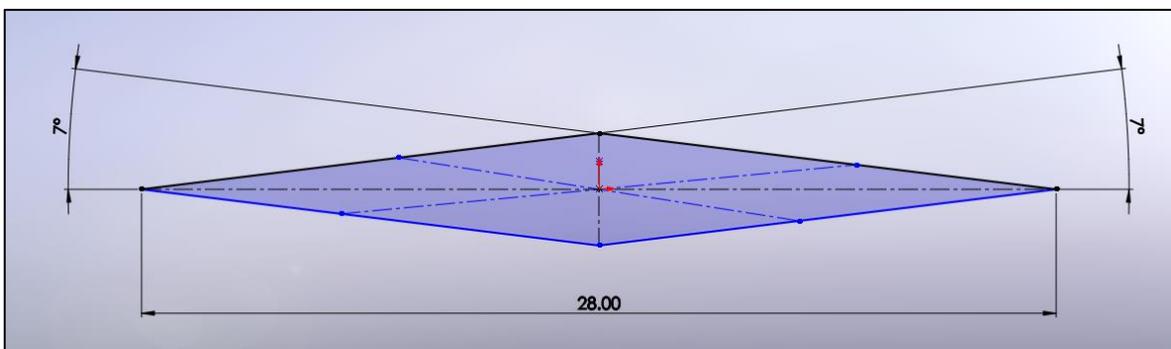


Figura 8.16. Croquis perfil cuña simétrico de 7°.

Del cual se obtuvieron las siguientes pruebas:

### 8.2.6.1 Prueba N°1

Contrariamente a la prueba anterior, al reducir el espesor y el ángulo del perfil, no se “bloquea” la sección y es posible la visualización de las ondas, tanto de compresión como de expansión. Tal como se muestra en la Figura 8.17.



*Figura 8.17. Visualización N°1 con perfil cuña simétrico de 7° a 0° de ángulo de ataque.*

### 8.2.6.2 Prueba N°2

Para finalizar la etapa de pruebas y ensayos, tal como se observa en la Figura 8.18, se ensaya el túnel de viento supersónico con el modelo asignado con un ángulo de ataque de 6°. La formación de ondas ya no es simétrica como en los casos anteriores.



*Figura 8.18. Visualización N°2 con perfil cuña simétrico de 7° a 6° de ángulo de ataque.*

Retocando la foto anterior destacando los negros, blancos, el contraste, etc., se puede obtener una imagen más nítida con un resalte de las ondas tanto de compresión como de expansión. Ver Figura 8.19.



Figura 8.19. Visualización N°2 con perfil cuña simétrico de 7° a 6° de ángulo de ataque con Photoshop.

### 8.3 Rendimiento de tobera real

Al haber realizado todas las pruebas y ensayos posibles, podemos ser capaz de obtener el rendimiento de nuestra tobera. Esta fue diseñada para que trabaje al 95% de eficiencia. Por esta razón a continuación analizaremos con cuanta certeza hemos acertado a este valor. En la siguiente tabla se dejan los datos con los que trabajaremos para el cálculo del rendimiento.

Tabla 4.14. Caract. y propiedades del fluido sobre la tobera.

<i>Prop. y Caract.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>Unidad</i>
$Ma_{real}$	1,4	
$R$	286,9	J/kg K
$T_o$	298	Kelvin
$\rho_o$	1,225	kg/m <sup>3</sup>
$K$	1,4	m <sup>2</sup>
$C_p$	1004	J/kgK
$\nu$	$1,74 \times 10^{-5}$	m <sup>2</sup> /s

**Nota.**

Con el N° de Mach real lo primero que se debe hacer es calcular las relaciones de  $T_o/T$  establecida en la Ecuación (4.14).

$$T_o/T = 1,392$$

Obtenida dicha expresión, se calcula la  $T_{real}$  como la división de:

$$T_{real} = \frac{298 \text{ K}^\circ}{1,392}$$

$$T_{real} = 214,08 \text{ K}^\circ$$

despejada la temperatura real, con la Ecuación (4.12) se computa la velocidad real:

$$V_{real} = 410,50 \frac{m}{s}$$

Por lo tanto:

$$\left(\frac{V^2}{2}\right)_{real} = 84255,22 \frac{m^2}{s^2}$$

Y como se conoce del capítulo 4:

$$\left(\frac{V^2}{2}\right)_{Iso} = 132974,22 \frac{m^2}{s^2}$$

Entonces:

$$\eta_t = \frac{\left(\frac{V^2}{2}\right)_{Real}}{\left(\frac{V^2}{2}\right)_{Iso}} \quad (8.2)$$

$$\eta_t = \frac{84255,22 \frac{m^2}{s^2}}{132974,22 \frac{m^2}{s^2}}$$

$$\eta_t \cong 0,64$$

La tobera se había calculado para un rendimiento de 95% y termino quedando del 64%, es decir, que tiene un error del 27% con respecto a la de diseño.

# Capítulo 9

## Conclusiones y líneas futuras

### 9.1 Conclusiones

En primer lugar, se hará referencia al desafío y reto que fue llevar a cabo este proyecto. Comenzando por la búsqueda de la bibliografía, los cimientos necesarios para entender y procesar cada parte del túnel, principios de funcionamiento y explicaciones físicas de cada fenómeno, que si bien, en cierta medida no fue dificultosa su ubicación, fue de dura lectura y comprensión.

Seguidamente por su construcción, el cual, es el punto más destacado a nuestra perspectiva. Llevar adelante los métodos de fabricación, con materiales y herramientas disponibles en el mercado local preferentemente, nos obligó a tomar decisiones de diseño. Si bien las impresiones 3D no permiten un acabado superficial extremadamente liso, lograron cumplir con las expectativas pensando en que no hay antecedentes de otro similar en dicha Unidad de Trabajo.

Y, por último, el obstáculo para lograr conseguir todo el sistema de visualización, que no solo permitió realizar las pruebas, sino que se abre una nueva puerta a través de este sistema. Ahora bien, lo expuesto a lo largo de este trabajo permite arribar a las siguientes conclusiones:

1. El análisis matemático expuesto en el Capítulo 4, en contraste con las experimentaciones y mediciones realizadas en el Capítulo 8 difieren en cierto punto. El

número de Mach propuesto para la sección de prueba, correspondiente a un valor de dos ( $Ma = 2$ ) tuvo un error con respecto a:

*Tabla 9.1. Errores en % de los diferentes N° Mach en la sección de prueba.*

<i>Metodo de análisis</i>	<i>Valor numérico del Ma en sección de prueba</i>	<i>Error, %</i>
Numérico	2,0	0
Medición de presiones	1,4	30
Visualizaciones	1,76	12

**Nota.** Se asume que el número de Ma encontrado para la sección de prueba a través del método numérico no contempla errores.

Es evidente que los errores entre las mediciones de presión con el método numérico y las visualizaciones con la técnica Schlieren y el numérico son elevados. Un análisis de los motivos de estas discrepancias queda pendiente como trabajo futuro.

Cabe destacar, que, en este trabajo, no se estudió los efectos de fricción (Fanno) que se generaba por el paso del fluido por todo el túnel, el cual es la principal causa de pérdida de energía en la sección de pruebas.

2. Analizando todas las visualizaciones plasmadas desde la sección 8.2.1 hasta la 8.2.6 y constatando con los métodos analíticos se pueden obtener los ángulos de las ondas de expansión y compresión sobre los perfiles, que resultan:

#### **Perfil cuña 15° a 0° de ángulo de ataque.**

Si se lleva adelante un análisis teórico de la formación de ondas sobre el mismo, se va a obtener que el  $\theta$  del perfil (15°) es mayor que el  $\theta_{m\acute{a}x}$  correspondiente para un Ma de 1,4, por lo tanto, no habría ondas oblicuas de compresión sobre la parte delante del perfil, pero si una onda desprendida por delante del borde de ataque.

Experimentalmente se puede observar que el modelo propuesto, “bloquea” la sección de pruebas producto de su elevado espesor. Este bloqueamiento conduce a un flujo subsónico



desde la parte más elevada del perfil hacia aguas arriba, sin mostrar ondas de compresión oblicuas ni desprendidas. Posteriormente, el aumento del área, producto de la reducción del ángulo de perfil tiende a acelerar el flujo obteniendo una especie de tobera “convergente-divergente” con una formación de una onda de choque tanto por encima como por debajo de la línea media, todo esto como consecuencia de esta expansión final. Dicha “ondita normal” se puede observar en la Figura 9.1.

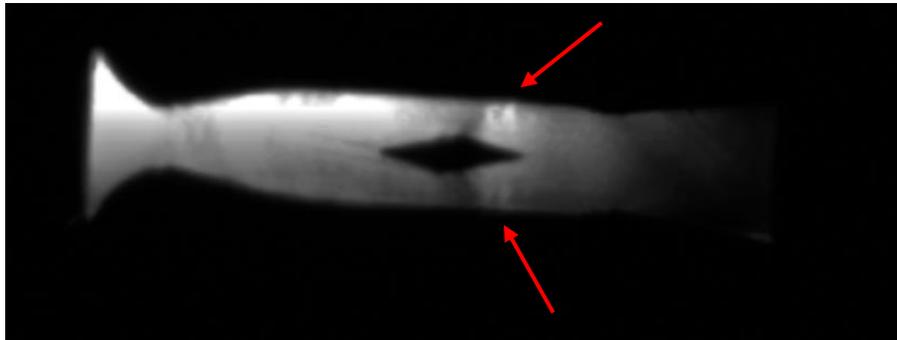


Figura 9.1. Visualización de ondas de choque en bordes salientes del perfil.

#### Perfil cuña 7° a 0° de ángulo de ataque.

Primeramente, analizando teóricamente la respuesta ante la posible formación de ondas de choque y expansiones, se puede establecer que el  $\theta$  del perfil es inferior al  $\theta_{m\acute{a}x}$ , por lo tanto, en la Tabla 9.2 se expresan estos ángulos junto con las visualizaciones correspondientes.

Tabla 9.2. Comparación entre método analítico y experimental de ondas de compresión y expansión sobre el perfil cuña simétrico de 7° con  $\alpha = 0^\circ$ .

Método	Tipo de onda	Ángulo de ondas
Analítico	Ondas de compresión	57,0°
	Ondas de expansión	39,1°
Visualizaciones	Ondas de compresión	61,0°
	Ondas de expansión	---

**Nota.**

Claramente, la formación de ondas de compresión oblicuas simétricas es uno de los fenómenos más notables de la Figura 9.2 (flechas amarillas). Los ángulos teóricos y experimentales de estas compresiones delanteras tienen concordancia, con errores del 7%.

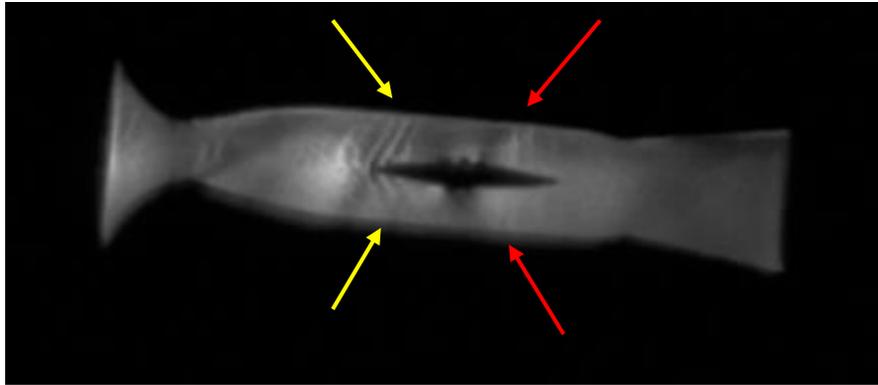


Figura 9.2. Visualización de ondas de choque oblicuas y normales – perfil  $7^\circ$  con  $\alpha = 0^\circ$ .

Sin embargo, la parte posterior a la salida del perfil tiende a la formación de ondas normales de choque (flechas rojas). Esto conlleva a la siguiente pregunta: ¿Es posible que el flujo detrás de las ondas oblicuas se frene hasta  $Ma = 1$  en la zona de máximo espesor del perfil? Esta pregunta solo puede responderse con la interpretación del patrón del flujo y la necesidad de optimizar la calibración del sistema de Schlieren.

### Perfil cuña $7^\circ$ a $6^\circ$ de ángulo de ataque.

Realizando un cambio en el ángulo de ataque, analítica y experimentalmente empiezan a generarse diferencia en los números finales. En este caso el  $\theta$  del perfil vuelve a superar el  $\theta_{m\acute{a}x}$  por lo que en las dos caras inferiores del perfil deja de existir ondas de compresión oblicuas y de expansión. Solo hay solución analítica en las dos caras superiores. En la Tabla 9.3, se pueden ver los ángulos correspondientes a estas ondas analíticas.

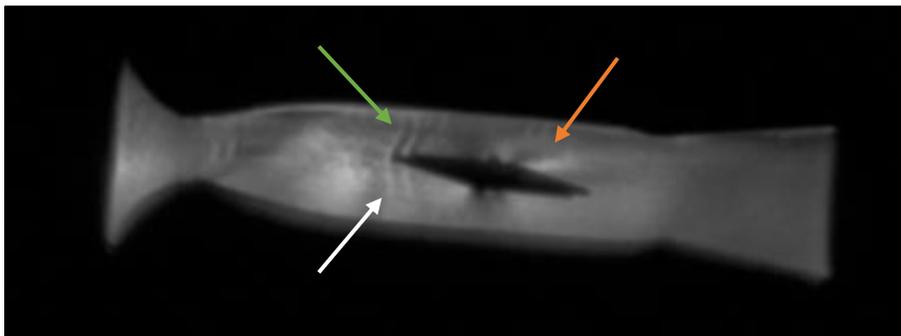
Tabla 9.3. Comparación entre método analítico y experimental de ondas de compresión y expansión sobre el perfil cuña simétrico de  $7^\circ$  con  $\alpha = 6^\circ$ .

Método	Tipo de onda	Ángulo de ondas
Analítico	Ondas de compresión superior	$46,8^\circ$

<i>Método</i>	<i>Tipo de onda</i>	<i>Ángulo de ondas</i>
	Ondas de expansión superior	37,7°
	Ondas de compresión inferior	---
	Ondas de expansión inferior	---
Visualizaciones	Ondas de compresión superior	65,0°
	Ondas de expansión superior	29,0°
	Ondas de compresión inferior	73,0°
	Ondas de expansión inferior	56,0°

**Nota.**

Analizando la fotografía representada por la Figura 9.3 captada por los ensayos en el laboratorio, es indudable la aparición de ondas de choque oblicuas y de expansión, representadas por las flechas verde y naranja respectivamente, cuyos ángulos están detallados en la Tabla 9.3. Sin embargo, en la parte inferior, ya que el  $\theta$  del perfil supera el  $\theta_{m\acute{a}x}$ , debería desarrollarse una onda desprendida que debería coexistir junto con la onda de choque oblicua superior (fenómeno de gran complejidad) que particularmente en la Figura 9.3 no se distingue y aprecia de forma completa (zona marcada con flecha blanca) resultando más visible una onda de compresión oblicua.



*Figura 9.3. Visualización de ondas de choque oblicuas y expansiones perfil 7° con  $\alpha = 6^\circ$ .*

3. La puesta en marcha y calibración de todo el sistema de visualización resultaron complejas, ya que no se tenía antecedentes ni habilidad sobre dicha técnica. Todo este proceso conllevó tiempo y esfuerzo para lograr obtener las visualizaciones presentadas anteriormente. La utilización de un teléfono como método de captura de las tomas e imágenes primeramente da un indicio de que puede utilizarse para llevar a cabo la técnica sin la utilización de cámaras costosas. Sin embargo, la calidad, la nitidez, el foco y todos los aspectos importantes que pueden desarrollarse al máximo en un video no son posibles con la utilización con cámaras de teléfonos, por lo que es de fundamental importancia el uso de óptimas cámaras para mejorar dichos aspectos mencionados.

A modo de pruebas, se intentó utilizar un teléfono con cuatro (4) cámaras, específicamente el “Motorola One Fusión” cuyas cámaras se dividen de la siguiente manera:

- Cámara ultra gran angular.
- Sensor principal de 48 MP.
- Macro.
- Sensor de profundidad.

Los resultados en estas pruebas fueron nulos. Nunca se obtuvieron visualizaciones, ya que se cree que cada cámara funciona independientemente. Es por ello que se recomienda el uso y utilización de un dispositivo con un solo lente que traigan todos los elementos como el foco, obturador, diafragma, visor, etc. concentrados en un solo lugar.

4. Los rendimientos de toberas no fueron los esperados ya que tuvo un error del 27% aproximadamente. Se cree que, mejorando la calidad de fabricación de esta, el rendimiento subirá considerablemente. Según bibliografía consultada, un parámetro que afecta el rendimiento es el N° de Reynolds.

Para conseguir la mejor eficiencia se deben realizar pruebas experimentales para poder garantizar que el material, el proceso de fabricación y el diseño son los óptimos.

5. Entre otras conclusiones importantes, según antecedentes previos, lo ideal para este tipo de ensayos, es que el aire ambiente debe estar seco. Si esto no fuera así, el punto de rocío se alcanzaría rápidamente y se formaría una onda de choque de condensación en el punto en

el que la temperatura descendiera por debajo del valor crítico. [23]. No podemos garantizar que este fenómeno no haya aparecido en algunos experimentos.

6. Finalmente, queremos destacar a nivel personal de ambos, el aumento de todos los conocimientos desarrollados a lo largo de todo el trabajo final y la carrera. Y el desafío de todos los problemas presentados, encontrando soluciones a los contratiempos y cuestiones asociados al mismo para llevarlo adelante.

## **9.2 Líneas futuras**

Todas las investigaciones realizadas, si bien fueron cubiertas, pueden ser mejoradas y optimizadas ampliamente, dejando abiertas las puertas a sus modificaciones.

Primeramente, se propone reanalizar el diseño conceptual y constructivo del túnel completo.

En este paso se deberán rever a nuestro criterio, los siguientes puntos:

1. Si se mantiene el sistema actual de túnel intermitente, aumentar el volumen del reservorio con posibilidad final de aumentar las áreas de gargantas y pruebas manteniendo los tiempos de operación.
2. Reducción de la fricción dentro de la sección de pruebas, con posible modificación de los materiales.
3. Construcción de un túnel completo sin uniones entre secciones evitando pérdidas de interferencia y conexionado.
4. Mejoramiento de la eficiencia de la tobera y difusor.
5. Considerar y efectuar, el cambio radical en el tipo de funcionamiento del túnel, pasando de intermitente a una función continua, esto llevado a cabo con un cambio a partir de la posible disponibilidad de una bomba de mayor caudal.
6. Hacer la zona de pruebas más didácticas, facilitando los cambios de perfiles y modificaciones en las características de estudio como ser el ángulo de ataque.
7. Preparar una mesa ad hoc para el montaje, con estabilidad para evitar vibraciones y movimientos del túnel.

Seguidamente, con lo que respecta al sistema de visualización, se pueden establecer los siguientes puntos de análisis futuros.

1. Montaje predeterminado y automático de todos los componentes de dicho sistema, a fin de reducir los tiempos de calibración.
2. Experimentar y atestiguar los distintos tipos de montajes Schlieren, con el objetivo de establecer si hay modificaciones en las visualizaciones como ser mejoramiento en la calidad de las filmaciones.
3. Revisión e inclusión de cámara fotográfica de alta calidad y performance para optimizar al máximo las imágenes obtenidas en las visualizaciones.

Para finalizar, consensuar una armonía entre ambos sistemas (túnel + visualizaciones) para el mejor aprovechamiento de ambos, sin que uno opaque la importancia sobre el otro.

No cabe la menor duda, de que cualquiera de estas líneas de investigación será una ardua tarea, que se verá recompensada con los buenos resultados que en ellas se obtengan.

Indudablemente, todas las nuevas direcciones y líneas de investigación serán tareas tediosas y difíciles, que se verán recompensadas con los buenos resultados obtenidos.

# Bibliografía

- [1] NASA, «Whirling Arms and the First Wind Tunnels,» 18 01 2022. [En línea]. Available: <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/WindTunnel/history.html>.
- [2] A. F. Ardanuy, «Sistema eléctrico y de control de potencia de un tunel aerodinámico,» Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España, 2012.
- [3] A. M. Mejías, «Diseño y análisis computacional para tunel de viento de baja velocidad,» Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España, 2012.
- [4] J. F. M. Guzmán, «Simuladores didácticos para arquitectura y construcción,» Universidad Autónoma de San Luis Potosí, San Luís Potosí, México, 2013.
- [5] G. K. L. Pope Alan, High-Speed wind tunnel testing, United Stated of America: John Wiley & Sons, Inc., 1965.
- [6] A. H. Shapiro, The dynamics and thermodynamics of Compressible Fluid Flow, New York, United Stated of America: The Ronald Press Company, 1953.
- [7] A. H. Shapiro, Compressible Fluid Flow, New York: The Ronald Press Company, 1953.
- [8] «Wikipedia,» 08 Enero 2022. [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Dise%C3%B1o>.
- [9] M. F. Labruna, 2020. [En línea]. Available: <https://www.marialabruna.com/supersonic-wind-tunnel>.
- [10] J. H. B. a. R. D. Mehta, Contraction design for small low-speed wind tunnels, California: Stanford University - Departmen of Aeronautics ans Astronautics, 1988.
- [11] MathWorks, «Britton Jeffrey Olson,» 16 01 2019. [En línea]. Available: [https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/14682-2-d-nozzle-design?s\\_tid=FX\\_rc1\\_behav](https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/14682-2-d-nozzle-design?s_tid=FX_rc1_behav). [Último acceso: 14 10 2021].
- [12] Motorola, «datasheet.octopart,» 15 1 2022. [En línea]. Available: <http://www.motorola.com/semiconductors/>.

- [13] M. A. M. González, «Estudio y caracterización de un sistema de velocidad óptica para hacer mediciones de temperatura y velocidad,» Centro de investigaciones en óptica, León, Guanajuato, México, 2014.
- [14] R. Hooke, «Micrographia or some phyfiological descriptions. Of a new property in teh air (LVIII),» Jhon Martyn y James Alleftry, Londres, 1664.
- [15] A. Toepler, «Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode,» Maximilian Cohen und Sosh, Bonn, 1864.
- [16] A. R. B. Brayan, «Diseño y contrucción de técnica de visualización de fluidos de alta velocidad Schlieren tipo Z,» Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá D.C, Colombia, 2018.
- [17] D. V. B. García., «Diseño y montaje de un sistema Schlieren para la visualización de gases,» Universidad de Oviedo - Centro Internacional de Postgrado, Oviedo, España, 2018.
- [18] S. Diez, «Construyendo un sistema de fotografía Schlieren,» 09 05 2021. [En línea]. Available: <http://www.maquinarum.com/sistema-de-fotografia-schlieren/>.
- [19] G. Settles, Dirección, *Background-Oriented Schlieren (BOS) of Oscillating Bunsen Burner Flame*. [Película]. 2016.
- [20] Construmática, «Construmática,» 22 04 2008. [En línea]. Available: [https://www.construmatica.com/construpedia/Luz\\_Puntual](https://www.construmatica.com/construpedia/Luz_Puntual).
- [21] «Vanguard,» 20 04 2016. [En línea]. Available: <https://naturapixel.com/2016/04/20/lo-debes-saber-uso-del-tripode/>.
- [22] Sodivac, «Manual de operaciones, bomba compacta de vacio,» 15 1 2022. [En línea]. Available: [www.sodivac.com](http://www.sodivac.com).
- [23] A. & A. 520, 10 02 2014. [En línea]. Available: <https://engineering.purdue.edu/~aae520/sswt-rev3.pdf>.
- [24] C. Gherardelli, «Flujo compresible,» Universidad de Chile, Santiago de Chile, Chile, 2010.
- [25] F. M. White, *Mecánica de fluidos*, New York, United States of America: McGraw-Hill Companies, Inc., 2008.



- [26] J. Martínez de la Calle, «Flujo compresible,» Escuela Politécnica Superior de Ingeniería de Gijón, Gijón, España, 2009.
- [27] «Significados,» 13 05 2021. [En línea]. Available: <https://www.significados.com/optica/>.
- [28] «óptica geométrica,» 13 05 2021. [En línea]. Available: <http://acacia.pntic.mec.es/jruiz27/elementos.htm>.
- [29] A. Clic, «El espectro visible,» 11 2020. [En línea]. Available: [https://www.aulaclie.es/fotografia-photoshop/t\\_4\\_7.htm](https://www.aulaclie.es/fotografia-photoshop/t_4_7.htm).
- [30] F. R. A. Young Hugh D., Física Universitaria, con física moderna volumen 2, México: Pearson Educación, 2009.
- [31] «La luz,» 17 05 2021. [En línea]. Available: [http://www.quimicaweb.net/grupo\\_trabajo\\_ccnn\\_2/tema5/](http://www.quimicaweb.net/grupo_trabajo_ccnn_2/tema5/).
- [32] E. Hecht, Optics, volume 1, Addison Wesley, 2001.
- [33] M. M. S. J. E. C. E. P. García, Óptica geométrica, Editorial Ariel, 2004.
- [34] R. Jiménez, «Concepto de óptica geométrica,» 24 02 2012. [En línea]. Available: <https://www.clinicagma.com/blog/concepto-de-optica-geometrica/>.
- [35] FotoNostra, «¿Que es la reflexión de la luz?,» 18 05 2021. [En línea]. Available: <https://www.fotonostra.com/fotografia/reflexion.htm>.
- [36] Físic, 18 05 2021. [En línea]. Available: <https://www.fisic.ch/contenidos/optica/refracci%C3%B3n-de-la-luz-y-ley-de-snell/>.
- [37] Wikipedia, «Wikipedia,» 04 03 2010. [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Refracci%C3%B3n.svg>.
- [38] «Movimiento ondulatorio,» 18 05 2021. [En línea]. Available: [http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica\\_/ondas/interfer/difraccion/difraccion.html](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/ondas/interfer/difraccion/difraccion.html).
- [39] «Físic,» 18 05 2021. [En línea]. Available: <https://www.fisic.ch/contenidos/ondas-y-la-luz/difracci%C3%B3n-de-la-luz/>.
- [40] A. Cañamero, 30 06 2005. [En línea]. Available: <http://rincondelaciencia.educa.madrid.org/Curiosid/rc-83/rc-83.html>.

- [41] «Espejos Planos,» 19 05 2021. [En línea]. Available: <http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es>.
- [42] Calculisto, «Calculisto,» 08 05 2021. [En línea]. Available: <https://www.calculisto.com/topics/optica-geometrica/summary/429>.
- [43] 19 05 2021. [En línea]. Available: <http://e-ducativa.catedu.es>.
- [44] «Física,» 19 05 2021. [En línea]. Available: <https://www.calculisto.com/topics/optica-geometrica/summary/429>.
- [45] «Wikimedia,» 13 12 2007. [En línea]. Available: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parabola\\_with\\_focus\\_and\\_arbitrary\\_line.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parabola_with_focus_and_arbitrary_line.svg).
- [46] S. Lanza, «Óptica geométrica,» Departamento de Física y Química, Madrid, España, 2009.
- [47] Educaplus, «Tipo de lentes delgadas,» 2017.
- [48] W. -. Esférica, «Wikipedia - Esférica,» 08 05 2021. [En línea]. Available: [https://es.wikipedia.org/wiki/Aberraciones\\_%C3%B3pticas\\_del\\_ojo#/media/Archivo:Spherical\\_aberration\\_2.svg](https://es.wikipedia.org/wiki/Aberraciones_%C3%B3pticas_del_ojo#/media/Archivo:Spherical_aberration_2.svg).
- [49] W. -. C. óptica, «Wikipedia,» 08 05 2021. [En línea]. Available: [https://es.wikipedia.org/wiki/Coma\\_\(%C3%B3ptica\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Coma_(%C3%B3ptica)).
- [50] W. -. Astigmatismo, «Wikipedia,» 08 05 2021. [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Astigmatismo>.
- [51] Cromática, «365 Enfoques,» 08 05 2021. [En línea]. Available: <https://365enfoques.com/mejorar-fotos/aberracion-cromatica/>.
- [52] T. Tatay, «dzoom,» 03 01 2020. [En línea]. Available: <https://www.dzoom.org.es/3-cuestiones-fundamentales-que-deberias-conocer-de-tu-objetivo/>.
- [53] W. -. C. d. campo, «Wikipedia,» 05 08 2021. [En línea]. Available: [https://es.wikipedia.org/wiki/Curvatura\\_de\\_campo](https://es.wikipedia.org/wiki/Curvatura_de_campo).
- [54] T. U. Rueda, «Técnicas de visualización de flujos,» Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia , 2006.

- [55] H. G. K. T. H. Kleine, «Simultaneous shadow, Schlieren and interferometric visualization of compressible flows,» *Optics and Lasers in Engineering*, Volume 44, Issue 3-4, p. 170-189., 2006.
- [56] K. M. P. Panigrahi, «Schlieren and shadowgraph methods in heat and mass transfer,» Springer Science & Business, 2012.
- [57] J. L. Yoma Vásquez, «Visualización de flujos no isotérmicos con un dispositivo óptico schlieren,» Universidad de Chile, Chile, 2007.
- [58] A. López, «La técnica secreta que te permite fotografiar cosas invisibles,» 08 05 2021. [En línea]. Available: <https://culturacolectiva.com/fotografia/la-tecnica-secreta-que-te-permite-fotografiar-cosas-invisibles>.
- [59] W. -. Shadowgraph, «Wikipedia,» 08 05 2021. [En línea]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/Shadowgraph>.
- [60] F. E. Chicas, «Diseño y construcción de túnel de viento,» Universidad Centroamericana "José Simeon Cañas", San Salvador, El Salvador, 2012.
- [61] M. Fernández, «Aerodinámica F1,» 14 11 2019. [En línea]. Available: <https://www.aerodinamicaf1.com/2019/11/el-tunel-de-viento-en-la-formula-1/>.
- [62] L. D. Iberri, «Estudio de propulsores para aplicación de túneles de viento,» Escola Politècnica Superior de Castelldefels, Castelldefels, España, 2005.
- [63] Renishaw, «¿Como funcionan los sistemas interferométricos?,» 20 05 2021. [En línea]. Available: <https://www.renishaw.es/es/como-funcionan-los-sistemas-interferometricos--38612>.
- [64] J. D. Anderson, *Modern Compressible Flow: With Historical Perspective*, New York, United State of America: McGraw-Hill Companies, Inc, 2003.
- [65] S. H. -. P. 85, «Compressible Fluid Flow,» New York, The Ronald Press Company, 1953.
- [66] F. a. día, 20 11 2010. [En línea]. Available: <https://www.flaldia.com/10650/tuneles-de-viento-i/>. [Último acceso: 01 02 2022].
- [67] R. P. Illana, «Sistema eléctrico y de control de potencia de un túnel aerodinámico,» Escuela universitaria de ingeniería técnica aeronáutica , Madrid, 2012.



# Anexo A

## Flujo compresible

### A.1 Introducción

En este apartado se desarrollará la teoría elemental que gobierna el flujo compresible a partir de la compresibilidad del fluido. Cuando se establece compresibilidad de un fluido, se ven reflejadas variaciones de algunas de las propiedades físicas, como lo es principalmente la densidad. Los cambios de velocidad traen consigo modificaciones de la presión y temperatura, factores importantes a la hora de diseño en flujo compresible. Cabe destacar que los efectos de compresibilidad en los líquidos son despreciables frente a los gases. Esto es debido a que los gases están compuestos de moléculas muy separadas entre sí. En el caso de los líquidos y sólidos, los átomos y moléculas que los componen están más en contacto. Si no se acercan aún más es por la repulsión mutua de los electrones que existen en las regiones exteriores de los átomos. Esta repulsión es una resistencia mucho más fuerte a la compresión que el movimiento molecular en un gas.

Para el análisis del flujo compresible se debe tener presente algunas de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0 \quad (A.1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V \right) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla V + (\nabla V)^T)] + \nabla \cdot [\lambda(\nabla \cdot V)I] + \rho g \quad (A.2)$$

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} + \nabla \cdot (K\nabla T) + \Phi \quad (A.3)$$

Siendo  $\Phi$ :

$$\Phi = \mu \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] + \lambda (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 \quad (A.4)$$

De la ecuación de conservación de la masa (A.1) junto con las ecuaciones de balance de cantidad de movimiento y conservación de la energía (A.2) y (A.3) respectivamente para el estudio del flujo compresible, se suma que el fluido tiene un comportamiento ideal tal como lo expresa la expresión (A.5).

$$p = \rho RT \quad (A.5)$$

Con todas estas consideraciones y a través de desarrollo y conceptos termodinámicos se buscará relacionar propiedades como lo son la temperatura, densidad, presión y velocidad a tal fin de describir el comportamiento del flujo compresible.

## A.2 Número de Mach y velocidad del sonido

El número de Mach es un parámetro adimensional que relaciona la velocidad del flujo de fluido  $V$  con la velocidad local del sonido en el gas  $c$ .

Matemáticamente, se escribe tal como lo representa la ecuación (A.6).

$$Ma = \frac{V}{c} \quad (A.6)$$

La velocidad del sonido ( $c$ ) se define como la velocidad de propagación de una onda de presión a través de un medio fluido.

Si se considera un pulso de presión, ver Figura A.1, es decir, una onda elástica que se desplaza a la velocidad del sonido producto de un impulso generado en un fluido que originalmente se encontraba en reposo, aguas arriba, es decir, por donde paso la onda, las condiciones del fluido como lo son la temperatura, densidad, presión, etc., quedan alterados.

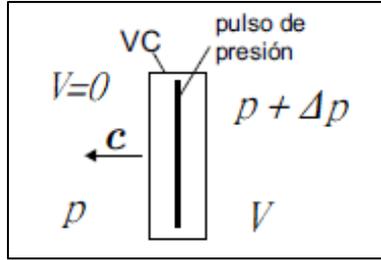


Figura A.1. Pulso de presión.

Si se envuelve a través de un volumen de control (VC) al pulso de presión y se aplican las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento, ecuaciones (A.1) y (A.2) se puede establecer la velocidad de propagación  $c$ .

La ecuación de continuidad aplicada al VC, se obtiene

$$\rho A c = (\rho + \delta\rho) A (c - \delta V) \quad (A.7)$$

Desarrollando y despreciando los términos de segundo orden  $\delta^2$  se obtiene

$$n\rho\delta V = c\delta\rho \quad (A.8)$$

La ecuación de cantidad de movimiento aplicada al VC, se obtiene:

$$-c\rho c A + (c - \delta V) (\rho + \delta\rho) (c - \delta V) A = p A - (p + \delta p) A \quad (A.9)$$

Desarrollando y despreciando los términos de segundo orden  $\delta^2$  y superiores, se obtiene

$$-c\rho c + (c - \delta V)\rho c = \delta p \quad (A.10)$$

O de forma más sintética

$$\delta V\rho = \frac{\delta p}{c} \quad (A.11)$$

Combinando las ecuaciones (A.8) y (A.11) se obtiene

$$c = \sqrt{\frac{\delta p}{\delta\rho}} \quad (A.12)$$

Es decir, como  $\delta p$  es muy pequeño y  $\delta \rho$  se produce en un lapso muy rápido, el proceso se puede asumir adiabático y reversible, en otras palabras, isoentrópico, por lo tanto

$$c = \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{s=cte}} \quad (A.13)$$

Al ser un proceso isoentrópico (adiabático y reversible) se cumple lo siguiente<sup>8</sup>

$$\frac{p}{\rho^k} = cte \quad (A.14)$$

Desarrollando

$$\frac{p}{\rho^k} = \frac{p_{ref}}{\rho_{ref}^k} \quad (A.15)$$

O escrito de otra forma

$$p = \frac{p_{ref}}{\rho_{ref}^k} \rho^k \quad (A.16)$$

Derivando la ecuación (A.16) con respecto a la densidad

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{s=cte} = \frac{p_{ref}}{\rho_{ref}^k} k \rho^{k-1} \quad (A.17)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{s=cte} = \frac{k p}{\rho} \quad (A.18)$$

En resumen, para un gas ideal, la velocidad del sonido solo depende de la constante de los gases ( $k$ ), de la densidad del fluido ( $\rho$ ) y de la presión ( $p$ )

$$c = \sqrt{\frac{k p}{\rho}} \quad (A.19)$$

O si se utiliza la relación de los gases perfectos, solo dependerá de la temperatura del medio

$$c = \sqrt{k R T} \quad (A.20)$$

---

<sup>8</sup>  $k$ : Constante gas. Para condiciones normales de presión y temperatura, la constante  $k$  toma el valor de 1,40.



### A.3 Clasificación de los tipos de flujo

Según el número de Mach, se pueden establecer la siguiente clasificación:

Flujo incompresible	$Ma < 0,3$
Flujo compresible subsónico	$0,3 \leq Ma < 0,85$
Flujo transónico	$0,85 \leq Ma < 1,2$
Flujo supersónico	$1,2 \leq Ma < 5,0$
Flujo hipersónico	$5,0 \leq Ma$

En la Figura A.2 se puede observar cómo se relaciona el número de Mach con la presión para un flujo compresible e incompresible.

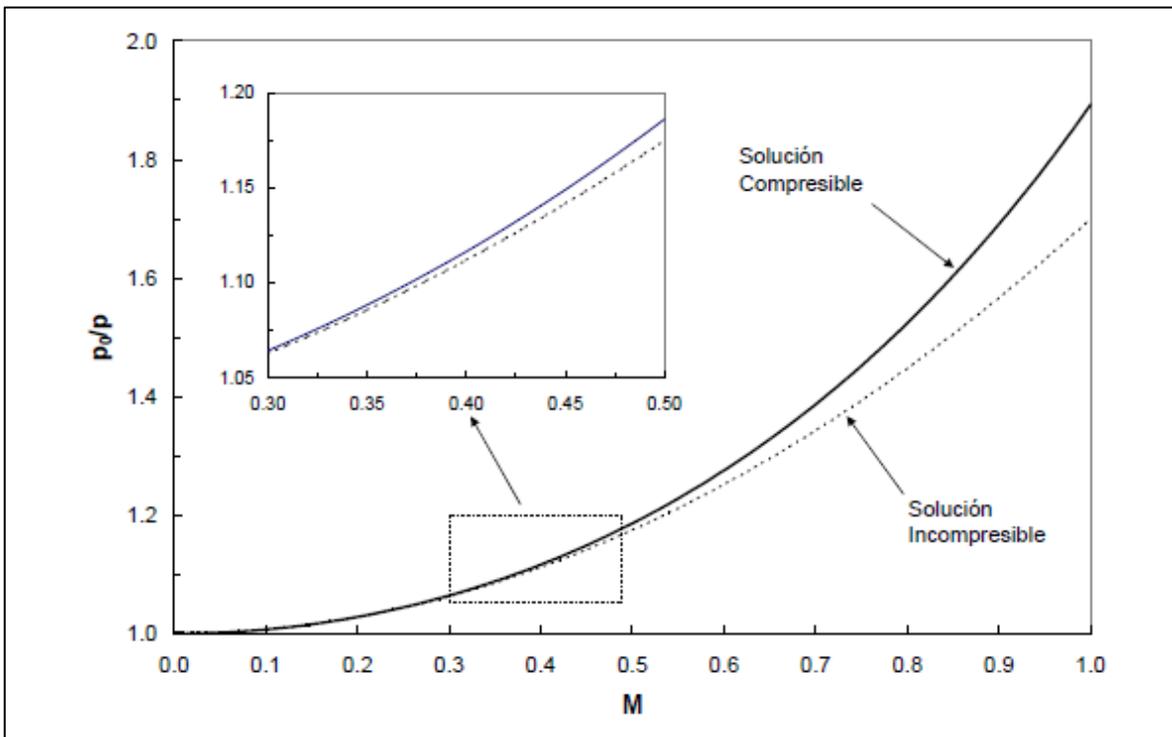


Figura A.2. Efecto número de Mach en la presión para un flujo compresible e incompresible [24].

De esta figura, se puede concluir que, hasta un  $Ma$  menor a 0,3 la solución incompresible es igual a la compresible. Sin embargo, para un  $Ma = 0,4$ , las soluciones para ambos flujos empiezan a desviarse con un error aproximado del 4%.

En resumen, los flujos incompresibles y compresibles pueden asumirse iguales hasta velocidades que no superen  $Ma \leq 0,3$ .

#### A.4 Cono de Mach

Se supone que una fuente fija y estacionaria en el fluido genera un pulso de presión en cada intervalo de tiempo  $\Delta t$ . Si el fluido está en reposo ( $V = 0$ ), la onda se propagará en forma de círculos concéntricos, como se muestra en la Figura A.3 (en tres dimensiones, por supuesto, tenemos esferas concéntricas).

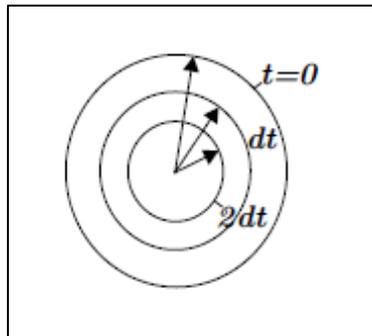


Figura A.3. Pulso de presión estacionario ( $V = 0$ ).

Si el fluido tiene un movimiento uniforme con respecto a la fuente de sonido y su velocidad es menor que la velocidad del sonido ( $V < c$ ), los círculos no serán concéntricos, con la consecuencia de que su origen se moverá, pero estarán completamente sumergidos dentro de un pulso producido con anterioridad, como lo describe la Figura A.4.

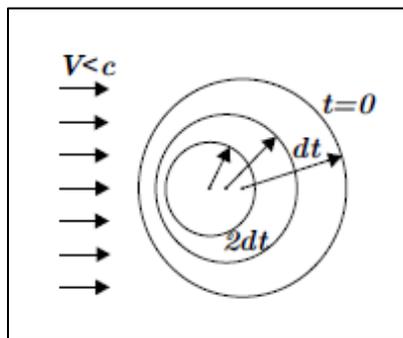


Figura A.4. Pulso de presión con velocidad ( $V < c$ ).

En el caso limite, en donde la velocidad  $V = c$  el pulso de presión generado será incapaz de viajar aguas arriba de la fuente. En este caso, la fuente de sonido llega primero a un punto que la onda de sonido. En este punto se genera un plano, en el cual aguas abajo, no es posible

detectar la presencia tanto del pulso como de la fuente. En cambio, agua arriba, se denomina zona activa donde si es posible detectar a la fuente y a las ondas de presión producidas. Para una mejor comprensión, visualizar la Figura A.5.

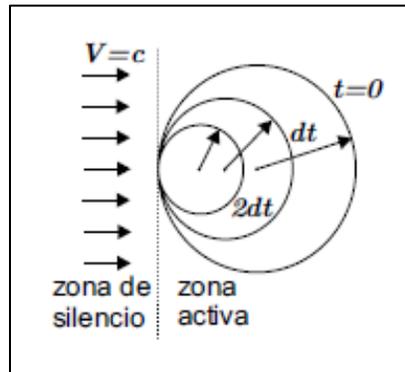


Figura A.5. Pulso de presión con velocidad ( $V = c$ ).

Superada la velocidad del sonido ( $V > c$ ), ver Figura A.6, la superficie tangencial de las ondas de presión genera un cono, denominado Cono de Mach. La zona activa estará dentro del volumen encerrado por el cono. En cuanto a la parte externa del cono, se encontrará la zona de silencio.

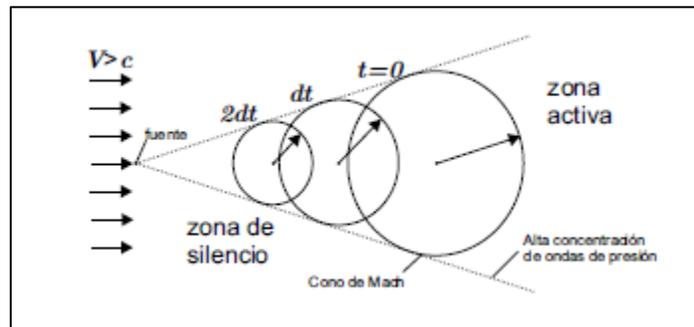


Figura A.6. Pulso de presión con velocidad ( $V > c$ ).

Para el ángulo medio del cono ( $\alpha$ ), es decir, el representado por la horizontal y la tangencial a las ondas de presión, se cumple que

$$\sin(\alpha) = \frac{c}{V} = \frac{1}{Ma} \quad (A.21)$$

En donde, si el número de Mach aumenta, el ángulo  $\alpha$  disminuye y viceversa.

## A.5 Propiedades de estancamiento: Estado de referencia

Es el estado que alcanzaría un fluido en movimiento si experimenta una desaceleración adiabática reversible hasta que su velocidad sea cero. Con la hipótesis de flujo isoentrópico, se considera un flujo de alta velocidad sobre una pared aislada, tal como lo representa la Figura A.7.

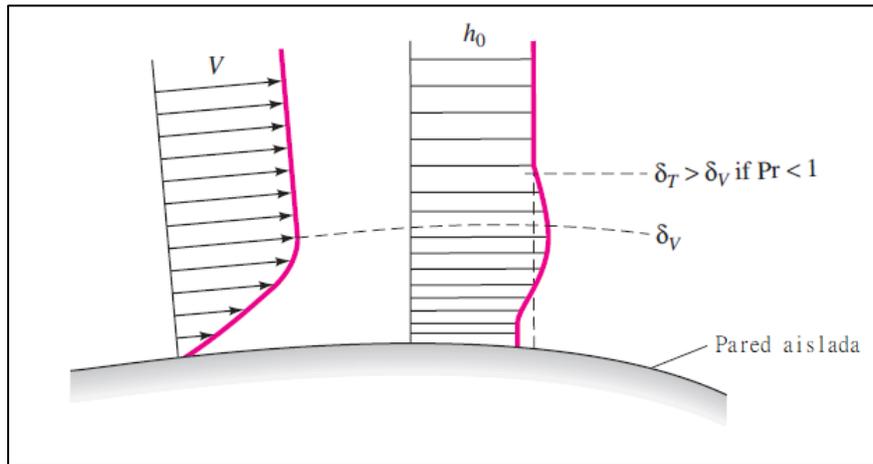


Figura A.7. Distribución de velocidad y entalpía de remanso sobre una pared aislada [25].

Planteando la ecuación de la energía estacionaria, resulta de la siguiente forma

$$h_1 + \frac{1}{2}V_1^2 + gz_1 = h_2 + \frac{1}{2}V_2^2 + gz_2 - q + w_v \quad (A.22)$$

De la Figura A.7 se pueden hacer las siguientes consideraciones e hipótesis:

- No hay trabajo de artefactos móviles hacia el fluido.
- Las variaciones de energía potencia en gases, son muy pequeñas, por lo que puede despreciarse estos términos.
- Los términos de transferencia de calor y trabajo esfuerzos viscosos  $q$  y  $w_v$  dentro de la capa limite, no son nulos, pero fuera de esta capa si son nulos por definición.

Con estas consideraciones, la ecuación (A.22) se simplifica a lo representado por la ecuación (A.23).

$$h_1 + \frac{1}{2}V_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}V_2^2 = cte \quad (A.23)$$

La constante de la ecuación (A.23) es igual a la máxima entalpía que puede alcanzar el fluido cuando se lo lleva al reposo adiabáticamente, denominada entalpía de remanso o de estancamiento  $h_0$ .

$$h + \frac{1}{2}V^2 = h_0 = cte \quad (A.24)$$

Si se tiene en cuenta, la hipótesis de gases perfectos, en donde  $h = C_p T$  y se lo reemplaza en la (A.24).

$$C_p T + \frac{1}{2}V^2 = C_p T_0 \quad (A.25)$$

$T_0$  es la temperatura que alcanzaría un gas perfecto en desacelerarse hasta el reposo adiabáticamente.

Teniendo en cuenta la expresión resultante en la ecuación (A.25) al adimensionalizarla dividiendo por  $T$  y  $C_p$  ambos lados de la ecuación, se obtiene

$$1 + \frac{V^2}{2 C_p T} = \frac{T_0}{T} \quad (A.26)$$

Por la ley de los gases perfectos, se sabe que

$$C_p T = \frac{c^2}{k - 1} \quad (A.27)$$

Reemplazando (A.27) en (A.26)

$$\frac{T_0}{T} = \left[ 1 + \frac{(k - 1)Ma^2}{2} \right] \quad (A.28)$$

De igual manera, con las hipótesis de flujo isoentrópico y gas perfecto se pueden obtener las relaciones de presión y densidad en las ecuaciones (A.29) y (A.30) respectivamente.

$$\frac{p_0}{p} = \left[ 1 + \frac{(k - 1)Ma^2}{2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (A.29)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left[ 1 + \frac{(k-1)Ma^2}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (A.30)$$

## A.6 Condiciones críticas

El caso crítico, está dado cuando el flujo alcanza la velocidad de  $Ma = 1$ . Se denotan particularmente con asteriscos ( $T^*, p^*, \rho^*, c^*$ ).

$$\frac{T_0}{T^*} = \left[ 1 + \frac{(k-1)}{2} \right] \quad (A.31)$$

$$\frac{p_0}{p^*} = \left[ 1 + \frac{(k-1)}{2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (A.32)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho^*} = \left[ 1 + \frac{(k-1)}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (A.33)$$

$$c^* = V^* = \sqrt{k R T^*} \quad (A.34)$$

## A.7 Flujo compresible isoentrópico unidimensional

En un conducto de sección variable, tal como se observa en la Figura A.8 (a), en la condición de flujo compresible real se cumplirán dos características:

- Condición de no deslizamiento en la pared de dicho conducto y;
- Distribución de velocidad tanto en  $x$  como en  $y$ , es decir,  $V(x, y)$  según los ejes coordenados.

Sin embargo, si se tienen en cuenta ciertas hipótesis como lo es una variación de área pequeña y un radio de curvatura de pared grande,

$$\frac{dh}{dx} \ll h(x) \ll R(x) \quad (A.35)$$

Entonces el flujo puede aproximarse a unidimensional, con una velocidad que varía solo en la coordenada  $x$ , es decir  $V(x)$  producto de una variación del área  $A(x)$  tal como lo muestra la Figura A.8 (b). No siempre se satisface la ecuación (A.36) en toberas y difusores, sin embargo, se utiliza esta aproximación por la simpleza en la resolución de los cálculos.

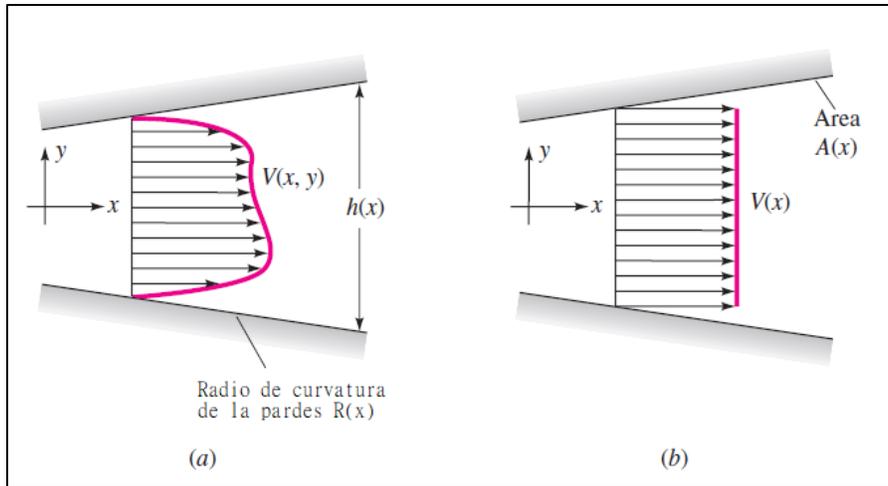


Figura A.8. Flujo compresible en conducto. (a) perfil de velocidad para fluido real; (b) aproximación unidireccional [25].

Con la hipótesis de flujo unidimensional, planteando la ecuación de conservación masa o continuidad, se obtiene

$$\rho(x)A(x)V(x) = \dot{m} = cte \quad (A.36)$$

Derivado la ecuación (A.36)

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (A.37)$$

Junto con las ecuaciones de cantidad de movimiento

$$\frac{dp}{\rho} + V dV = 0 \quad (A.38)$$

Y con la velocidad del sonido

$$dp = c^2 d\rho \quad (A.39)$$

Combinando las ecuaciones (A.37), (A.38) y (A.39) se puede hallar la variación en ductos de la velocidad y del área en flujo isoentrópico., representado por la ecuación

$$\frac{dV}{V} = \frac{dA}{A} \frac{1}{Ma^2 - 1} = \frac{dp}{\rho V^2} \quad (A.40)$$

La ecuación (A.40) indica que las variaciones de las propiedades cuando se trata de flujo compresible cambian de signo al pasar de flujo subsónico a supersónico.

Por ejemplo, en flujo subsónico, cuando se reduce el área de un conducto, aumenta su velocidad y disminuye la presión. Sin embargo, al pasar a flujo supersónico, estas propiedades cambian de signo, particularmente, disminuyendo su velocidad y aumentando su presión.

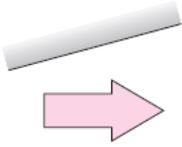
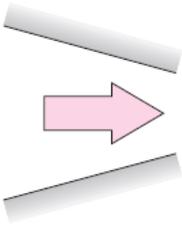
Geometría del conducto	Subsónico, $Ma < 1$	Supersónico, $Ma > 1$
	$dA > 0$	$dV > 0$ $dp < 0$
	Difusor subsónico	Tobera supersónica
	$dA < 0$	$dV < 0$ $dp > 0$
	Tobera subsónica	Difusor supersónico

Figura A.9. Efecto sobre las propiedades con el número de Mach cuando se produce cambios del área de conducto [25].

En el caso límite entre estos apartados presentados, cuando el número de Mach toma el valor de 1, como una aceleración infinita es físicamente imposible, la expresión de la ecuación (A.40), indica que  $dV$  sólo puede ser finito si  $dA = 0$ , esto es un mínimo de área (garganta) o un máximo.

La garganta de la tobera convergente-divergente de la Figura A.10 (a) puede acelerar el flujo suavemente logrando pasar de flujo subsónico al supersónico, sin embargo, la sección de la figura (b) no puede, ya que el número de Mach se aleja de la condición sónica en lugar de acercarse a ella.



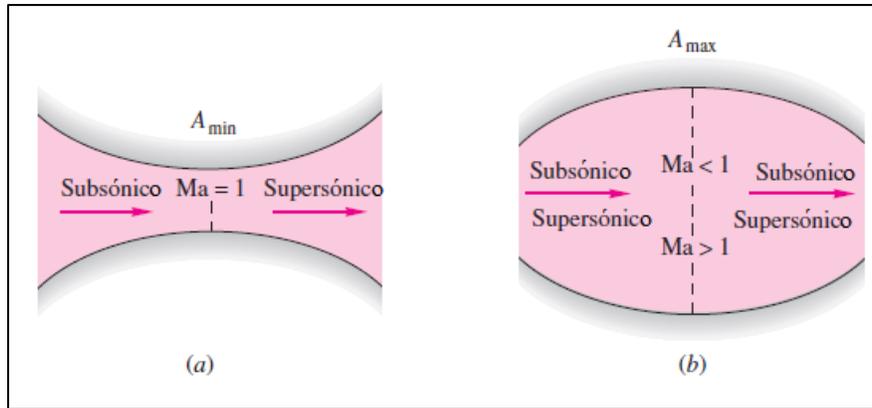


Figura A.10. Solución de ecuación diferencial en garganta [25].

De lo anterior se pueden realizar las siguientes observaciones:

12. Nunca se puede tener  $Ma = 1$  en un máximo de área.
13. Si se tiene  $Ma = 1$ , será donde el área es mínima (garganta).
14. Cuando se alcanza  $Ma = 1$ , se dice que la garganta está bloqueada o choqueada.

## A.8 Caudal másico local

Si se desea obtener el gasto másico que se tiene en cualquier sección, conocida el área, la presión y temperatura, se puede trabajar y manipular la expresión de continuidad de la siguiente manera

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho V = \frac{p}{RT} V = \sqrt{k} \frac{p}{\sqrt{RT}} \frac{V}{\sqrt{kRT}} \quad (A.41)$$

Por definición obtenida de ecuación (A.20),  $\sqrt{kRT}$  representa la velocidad del sonido y en contraparte  $V/c$  el número de Mach, resultando

$$\frac{\dot{m}}{A} = \sqrt{k} \frac{p}{\sqrt{RT}} Ma \quad (A.42)$$

Reacomodando la ecuación y multiplicando y dividiendo por  $\sqrt{T_0}$

$$\frac{\dot{m}}{A} = \sqrt{\frac{k}{R}} \frac{p}{\sqrt{T}} Ma \sqrt{\frac{T_0}{T_0}} \quad (A.43)$$

Utilizando la definición de la ecuación (A.28) y multiplicando y dividiendo por  $p_0$

$$\frac{\dot{m}}{A} = \sqrt{\frac{k}{R} \frac{p}{\sqrt{T_0}}} Ma \left[ 1 + \left( \frac{k-1}{2} \right) Ma^2 \right]^{\frac{1}{2}} \frac{p_0}{p_0} \quad (A.44)$$

Como

$$\frac{p}{p_0} = \left[ 1 + \frac{(k-1)Ma^2}{2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (A.45)$$

Acoplando ambas ecuaciones (A.44) y (A.45) y reordenando los términos se puede obtener la relación del caudal en función del área y del número de Mach.

$$\frac{\dot{m}}{A} = \sqrt{\frac{k}{R} \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}} Ma \left[ 1 + \left( \frac{k-1}{2} \right) Ma^2 \right]^{\frac{-(k+1)}{2(k-1)}} \quad (A.46)$$

## A.9 Relación del número de Mach con el área en gas perfecto

Considerando las mismas hipótesis que se utilizaron hasta el momento, es decir, gas ideal en flujo isoentrópico, se puede hallar una relación que expresa áreas en función del número de Mach.

Primeramente, utilizando la expresión (A.46) en condición de flujo sónico ( $Ma = 1$ )

$$\frac{\dot{m}}{A^*} = \sqrt{\frac{k}{R} \frac{p_0}{\sqrt{T_0}}} \left[ \frac{k+1}{2} \right]^{\frac{-(k+1)}{2(k-1)}} \quad (A.47)$$

O, de otra manera

$$\dot{m} = A^* \sqrt{2p_0\rho_0 \frac{k}{k-1} \left( \frac{p^*}{p_0} \right)^{\frac{2}{k}} \left[ 1 - \left( \frac{p^*}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (A.48)$$

Dividiendo la expresión (A.46) entre (A.47)

$$\frac{\frac{\dot{m}}{A}}{\frac{\dot{m}}{A^*}} = \frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma} \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right) \left( 1 + \left( \frac{k-1}{2} \right) Ma^2 \right) \right]^{\frac{(k+1)}{2(k-1)}} \quad (A.49)$$

La ecuación (A.49) nos establece que existen dos valores de número de  $Ma$  para una misma relación lo cual está de acuerdo con el flujo a través de un ducto convergente-divergente con una sección de área mínima.

Esta variación del  $A/A^*$  junto con las relaciones de las ecuaciones (A.28), (A.29) y (A.30) se pueden ver graficadas en la Figura A.11.

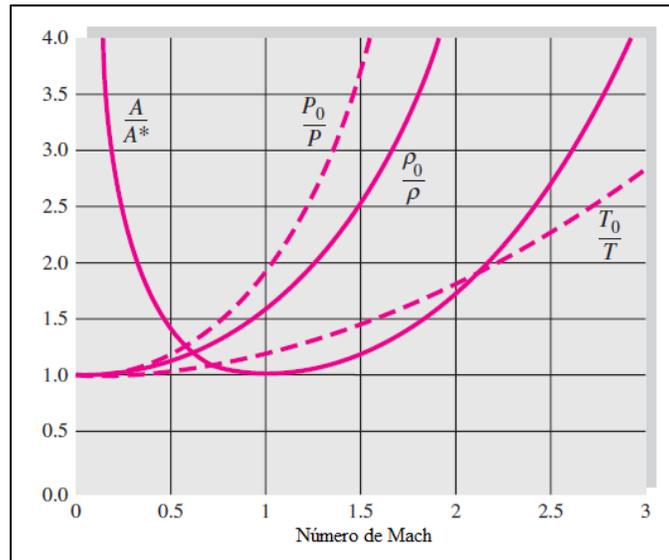


Figura A.11. Relación de propiedades con el número de Mach [25].

## A.10 Ondas de choque normal

Con flujo supersónico, en función de la geometría y de las condiciones aguas abajo<sup>9</sup>, se pueden producir bruscos cambios de muy poco espesor (del orden de  $10^{-6}$  m) a flujo subsónico, de marcado carácter irreversible y por tanto con aumento de entropía, equivalentes a discontinuidades en el flujo, en donde se tienen altos gradientes de presión y de temperatura, en el sentido del flujo [26]:

$$p_2 > p_1 \quad T_2 > T_1$$

Para analizar estas ondas de choque (onda de presión), se supone que se genera una en una sección aleatoria y a través de un volumen de control se la limita, obteniendo dos puntos de análisis ① y ②, por delante y detrás de la onda.

<sup>9</sup> Aguas abajo: Con relación a una sección de un curso de fluido, se dice que un punto está aguas abajo, si se sitúa después de la sección considerada, avanzando en el sentido de la corriente.

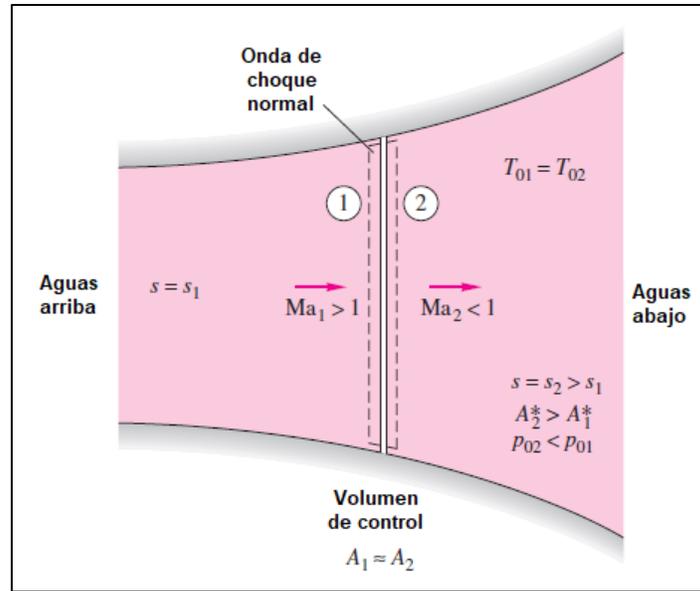


Figura A.12. Propiedades de onda de choque en conducto [25].

Para el análisis del cambio de las propiedades se utilizarán las ecuaciones ya establecidas con anterioridad, entre los puntos de estudio.

Continuidad  $\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$  (A.50)

Cantidad de movimiento  $p_1 - p_2 = \rho_2 V_2^2 - \rho_1 V_1^2$  (A.51)

Energía  $h_1 + \frac{1}{2} V_1^2 = h_2 + \frac{1}{2} V_2^2 = h_0$  (A.52)

Gas perfecto  $\frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2}$  (A.53)

$C_p$  constante  $h = C_p T$  (A.54)

En este caso particular, como se dijo anteriormente, esta discontinuidad encerrada en el volumen de control tiene un espesor muy bajo, por lo tanto, las áreas  $A_1$  y  $A_2$  pueden considerarse como como una misma área  $A_1 \approx A_2 \approx A$ , por lo que la ecuación (A.50) puede reescribirse como:

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \quad (A.55)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, (A.50) a (A.54), se puede obtener las relaciones de todas las características del flujo en la condición ② a partir de las condiciones en ①.

Esta solución de las ecuaciones se las conoce como relaciones de Rankine-Hugoniot. En la Tabla A1 se pueden observar dichas relaciones.

*Tabla A1. Relaciones de Rankine-Hugoniot.*

$V_1 > V_2$	$V_1 < V_2$
$Ma_1 > 1 \Rightarrow Ma_2 < 1$	$Ma_1 < 1 \Rightarrow Ma_2 > 1$
$p_2 > p_1$	$p_2 < p_1$
$T_2 > T_1$	$T_2 < T_1$
$\rho_2 > \rho_1$	$\rho_2 < \rho_1$
$\Delta S > 0$	$\Delta S < 0$

**Nota.**

Se observa que si la velocidad después de la onda de choque ( $V_2$ ) es mayor a la velocidad antes de la onda ( $V_1$ ), la variación de entropía es negativa al atravesar la onda, por lo tanto, viola la segunda ley de la termodinámica.

Por consiguiente, con el aumento la entropía las propiedades principales antes y después de la onda son las que se corresponden a la primera columna de la Tabla A1.

En resumen, las relaciones de propiedades físicas en ambos puntos de análisis son:

$$Ma_2^2 = \frac{Ma_1^2(k-1) + 2}{2kMa_1^2 - (k-1)} \quad (A.56)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2kMa_1^2 - (k-1)}{k+1} \quad (A.57)$$

O, en función de ambos números de Mach

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + k Ma_1^2}{1 + k Ma_2^2} = \frac{V_1}{V_2} \quad (A.58)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(k+1)Ma_1^2}{(k-1)Ma_1^2 + 2} \quad (A.59)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = [2 + (k - 1)Ma_1^2] \frac{2kMa_1^2 - (k - 1)}{(k + 1)^2 Ma_1^2} \quad (A.60)$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} = \left[ \frac{(k + 1)Ma_1^2}{2 + (k - 1)Ma_1^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \left[ \frac{k + 1}{2kMa_1^2 - (k - 1)} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (A.61)$$

En este caso, el área crítica  $A^*$  de la garganta crítica aumenta al atravesar la onda de choque

$$\frac{A_2^*}{A_1^*} = \frac{Ma_2}{Ma_1} \left[ \frac{2 + (k - 1)Ma_1^2}{2 + (k - 1)Ma_2^2} \right]^{(1/2)(k+1)(k-1)} \quad (A.62)$$

Considerando que en la onda de choque no se produce una transferencia de calor, considerándose adiabática, se puede establecer que

$$T_{01} = T_{02} \quad (A.63)$$

En la Figura A.13 se muestran todas estas relaciones escritas anteriormente<sup>10</sup>. La mayor variación o cambio lo denota la relación de presiones. La temperatura y la densidad lo hacen de una forma más moderada.

La relación de áreas tiene a incrementarse lentamente al comienzo, pero conforme aumenta los números de Mach, se incrementa rápidamente esta relación.

De forma compacta, se puede resumir toda esta sección en los siguientes ítems (White, 2008).

1. El flujo es supersónico aguas arriba y subsónico aguas abajo.
2. En gases perfectos (y también en los fluidos reales, excepto en condiciones termodinámicas extremas), las ondas de rarefacción<sup>11</sup> son imposibles, y únicamente puede haber ondas de compresión.
3. La entropía aumenta a través de una onda de choque, con la consecuente caída de la presión y densidad de remanso y aumento del área crítica  $A^*$ .
4. Las ondas de choque débiles son prácticamente isoentrópicas.

<sup>10</sup> Gráfico valido para  $k=1,4$

<sup>11</sup> Ondas de rarefacción: Onda simple en la que la densidad disminuye al atravesarla y la presión es más baja.

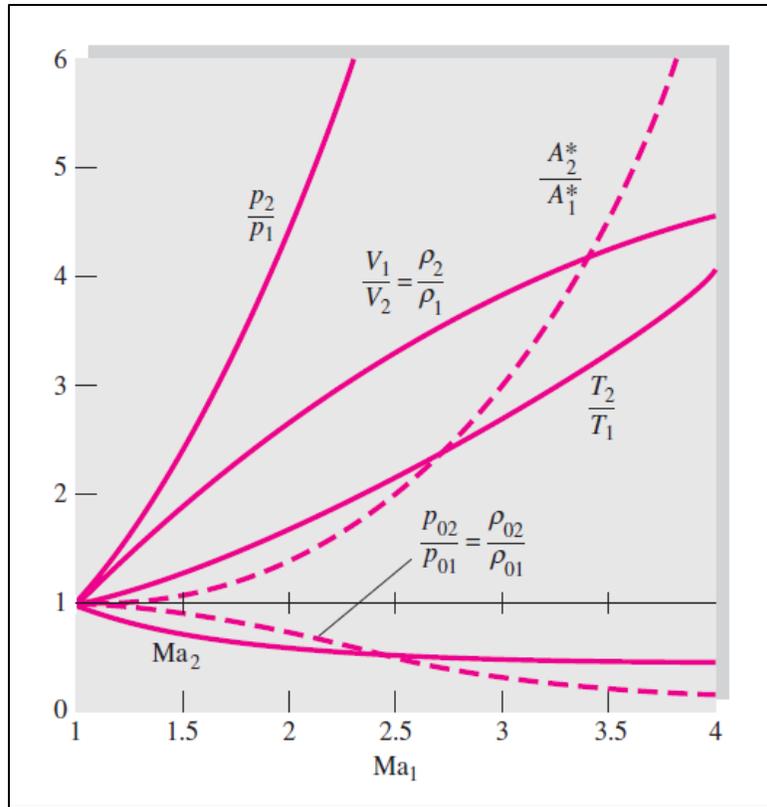


Figura A.13. Cambio de relaciones de propiedades a través de una onda de choque normal [25].

## A.11 Ondas de choque oblicuas u ondas de expansión

La evidencia establece que se puede formar una onda de choque formando un ángulo con la corriente supersónica incidente. Dicha onda deflectará la corriente un ángulo  $\theta$ , al contrario que las ondas de choque normales, para las cuales el flujo aguas abajo mantiene la misma dirección. En esencia una onda de choque oblicua se debe a la necesidad de deflectar una corriente supersónica un cierto ángulo [25].

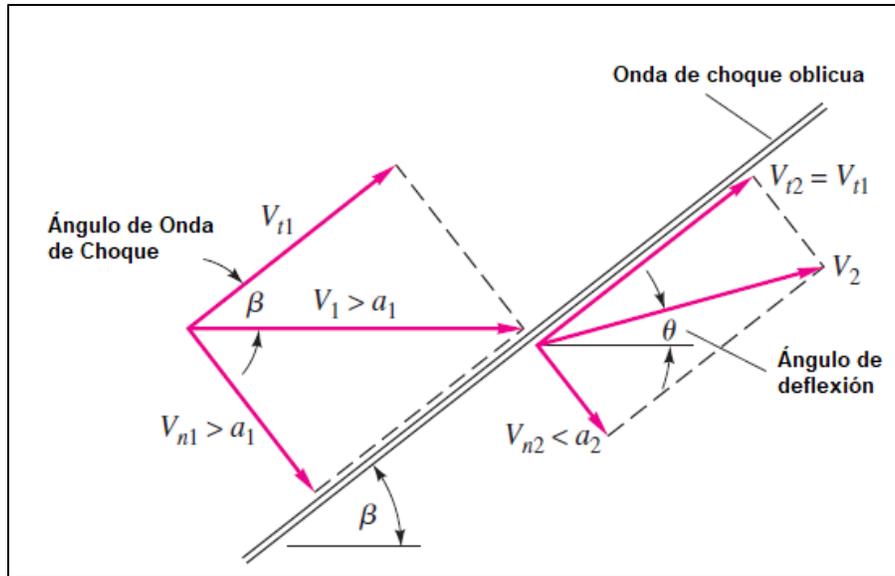


Figura A.14. Geometría del flujo a través de una onda de choque oblicua [25].

Para encontrar la relación entre las condiciones del flujo antes y después de la onda de choque se analizará la Figura A.14 donde existe un flujo supersónico el cual es obligado a cambiar de dirección. Para esta figura se tiene que  $V_1$  y  $V_2$  son la velocidad antes y después de la onda de choque,  $V_{nj}$  y  $V_{tj}$  las componentes normal y tangencial, de la velocidad  $V_j$ , a la superficie que contiene la onda de choque,  $\theta$  el ángulo de giro de la superficie y  $\beta$  el ángulo en el cual se produce la onda de choque [24].

Para analizar esta onda de choque oblicua, a través de un volumen de control se la limita, obteniendo dos puntos de análisis ① y ②, por delante y detrás de la onda.

Para el análisis del cambio de las propiedades se utilizarán las ecuaciones ya establecidas con anterioridad, entre los puntos de estudio.

Continuidad  $\rho_1 A_1 V_{n1} = \rho_2 A_2 V_{n2}$  (A.64)

Cantidad de movimiento normal  $p_1 - p_2 = \rho_2 V_{n2}^2 - \rho_1 V_{n1}^2$  (A.65)

Cantidad de movimiento tangencial  $0 = \rho_1 V_{n1} (V_{t2} - V_{t1})$  (A.66)

Energía  $h_1 + \frac{1}{2} V_{n1}^2 + \frac{1}{2} V_{t1}^2 = h_2 + \frac{1}{2} V_{n2}^2 + \frac{1}{2} V_{t2}^2 = h_0$  (A.67)

De (A.66) se obtiene que no hay cambios en la velocidad tangencial a través de una onda de choque oblicua:

$$V_{t1} = V_{t2} = V_t \quad (A.68)$$



Se puede concluir que las ecuaciones (A.64) a (A.67) se corresponde de igual manera a las establecidas para onda de choque, con la salvedad de reemplazo de las velocidades  $V_1$  y  $V_2$  con las componentes normales  $V_{n1}$  y  $V_{n2}$ .

Donde:

$$V_{n1} = V_1 \text{sen}(\beta) \quad (A.69)$$

$$V_{t1} = V_1 \text{cos}(\beta) \quad (A.70)$$

$$V_{n2} = V_2 \text{sen}(\beta - \theta) \quad (A.71)$$

$$V_{t2} = V_2 \text{cos}(\beta - \theta) \quad (A.72)$$

El salto de las propiedades a través de la onda de choque puede calcularse resolviendo las ecuaciones anteriores, y considerando la geometría de la Figura A.14.

$$Ma_{n1} = \frac{V_{n1}}{c_1} = Ma_1 \text{sen}(\beta) \quad (A.73)$$

$$Ma_{n2} = \frac{V_{n2}}{c_2} = Ma_2 \text{sen}(\beta - \theta) \quad (A.74)$$

Para gases perfectos con calores específicos constantes la relación de propiedades resulta:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{k+1} [2kMa_1^2 \text{sen}^2 \beta - (k-1)] \quad (A.75)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\text{tg} \beta}{\text{tg}(\beta - \theta)} = \frac{(k+1)Ma_1^2 \text{sen}^2 \beta}{(k-1)Ma_1^2 \text{sen}^2 \beta + 2} = \frac{V_{n1}}{V_{n2}} \quad (A.76)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = [2 + (k-1)Ma_1^2 \text{sen}^2 \beta] \frac{2kMa_1^2 \text{sen}^2 \beta - (k-1)}{(k+1)^2 Ma_1^2 \text{sen}^2 \beta} \quad (A.77)$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \left[ \frac{(k+1)Ma_1^2 \text{sen}^2 \beta}{2 + (k-1)Ma_1^2 \text{sen}^2 \beta} \right]^{\frac{k}{k-1}} \left[ \frac{k+1}{2kMa_1^2 \text{sen}^2 \beta - (k-1)} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (A.78)$$

$$Ma_{n2}^2 = \frac{(k-1)Ma_{n1}^2 + 2}{2kMa_{n1}^2 - (k-1)} \quad (A.79)$$

Para valores de  $V_1$  y  $c_1$  suponiendo gas perfecto, se puede representar todas las soluciones posibles de  $V_2$  aguas debajo de la onda de choque a través de lo que se denomina Hodógrafa o polar de velocidades para onda de choque oblicua [25].

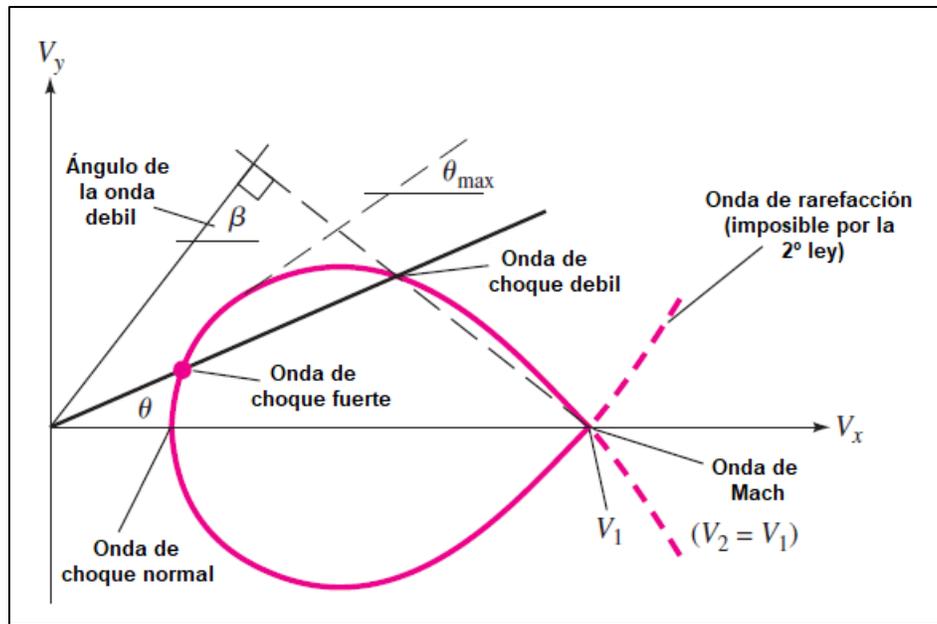


Figura A.15. Hodógrafa polar de ondas de choque oblicuas con solución fuerte y débil [25].

La línea gruesa en color rosa de la Figura A.15 establece todas las soluciones físicamente posibles para un  $Ma_1$ , mientras que las líneas punteadas establecen soluciones que violan la segunda ley de termodinámica.

Para un determinado ángulo de deflexión  $\theta$  se corresponde dos soluciones:

- Onda de choque fuerte.
- Onda de choque débil.

La onda de onda de choque fuerte desacelera en gran medida el flujo, por lo que posterior a la onda, el flujo es siempre subsónico. En cambio, detrás de una onda de choque débil el flujo puede tanto subsónico como supersónico (dependiendo del tipo de deflexión  $\theta$ ).

Si se traza la tangencial a la polar, tal como lo muestra la Figura A.15 se puede obtener la deflexión máxima ( $\theta_{m\acute{a}x}$ ).

En resumidas palabras analizaremos Figura A.16. Cuando el semi ángulo de la cuña es  $\theta < \theta_{m\acute{a}x}$ , Figura A.16 (a), la onda de choque oblicua se forma en el vértice con el ángulo  $\beta$  adecuado para hacer que la corriente incidente se defleccione en el ángulo  $\theta$ . En este caso, el  $Ma_2$  se mantiene constante a lo largo de la superficie de la cuña. Además, se puede aproximar

que tanto la presión, temperatura y densidad se mantiene constante a lo largo de la superficie con una final expansión en el borde de fuga de dicha cuña [25].

En la Figura A.16 (b), el semiángulo de la cuña es mayor que  $\theta_{m\acute{a}x}$ , por lo que la onda de choque deja de estar adherida. Delante del cuerpo se forma una onda de choque desprendida que induce en el flujo deflexiones con ángulos menores que  $\theta_{m\acute{a}x}$ . Posteriormente el flujo se curva, se expande y se defleciona subsónicamente alrededor del cuerpo [25].

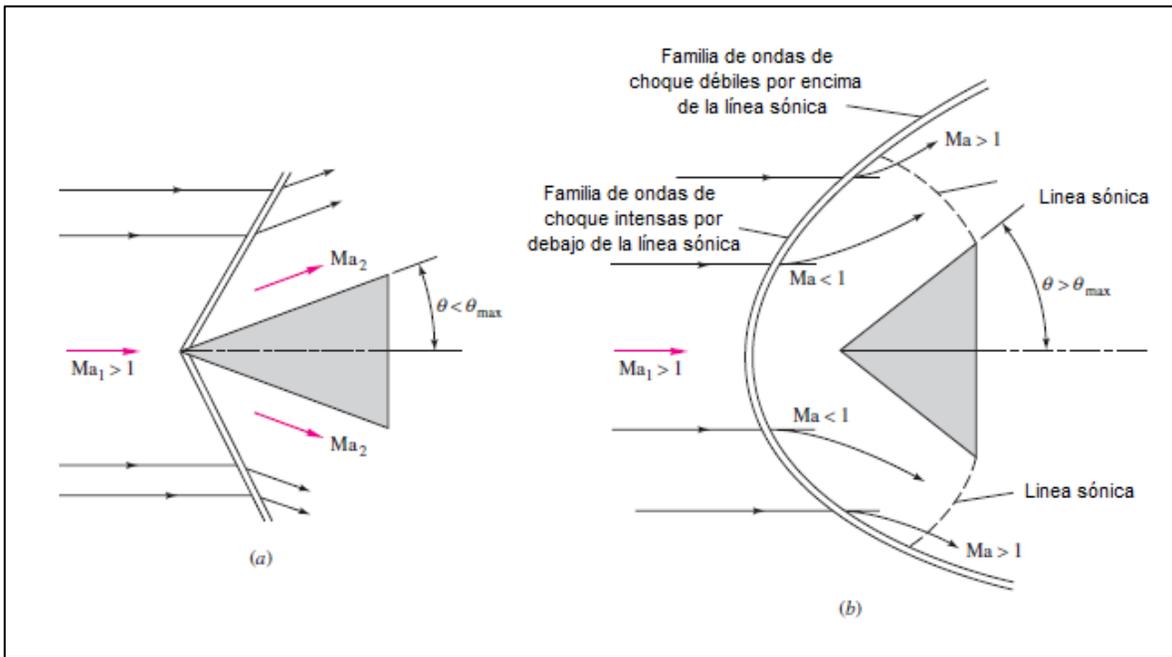


Figura A.16. Flujo supersónico alrededor de una cuña [25].

De la geometría establecida en la Figura A.16 se puede calcular este  $\theta_{m\acute{a}x}$ . Se parte conociendo que:

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_t}{V_{n2}} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_t}{V_{n1}} \quad (A.80)$$

Derivando e igualando la expresión de la ecuación (A.80) a cero, se obtiene que:

$$\theta_{m\acute{a}x} = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{V_{n1}}{V_{n2}} \right)^{\frac{1}{2}} - \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{V_{n1}}{V_{n2}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (A.81)$$

# Anexo B

## Óptica geométrica

### **B.1 Introducción**

En este capítulo se examinará los conceptos elementales de óptica y los principios matemáticos y físicos que dominan esta rama. La óptica es comprendida como parte de la física que se encarga de estudiar las leyes y fenómenos de la luz [27]. En este concepto tan amplio, nos centraremos en la definición de óptica geométrica.

La óptica geométrica es aquella que estudia la luz a partir de los principios de refracción y reflexión, considerando esta como un elemento de comportamiento particular y por ende lineal. Dentro de este contexto se aplican los conceptos de la formación de imágenes en espejos y lentes [28].

### **B.2 Fundamentos ópticos**

La luz es una onda electromagnética capaz de ser percibida por el ojo humano y cuya frecuencia determina su color. En la Figura B.1 se puede observar el espectro visible por el ojo humano.

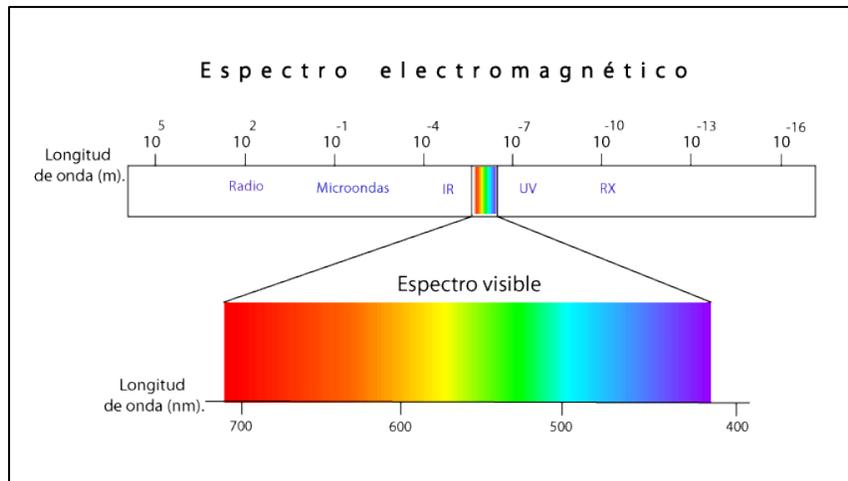


Figura B.1. Espectro electromagnético [29].

Las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío a la velocidad de  $299.792.458 \text{ m/s}$  [30], que se conoce como "velocidad de la luz en el vacío" y se simboliza con la letra  $c$ . La velocidad de la luz en el vacío no puede ser superada por la de ningún otro movimiento existente en la naturaleza. En cualquier otro medio, la velocidad  $v$  de la luz es inferior.

La luz se propaga en línea recta. La línea recta que representa la dirección y el sentido de la propagación de la luz se denomina rayo de luz [31].

Al relacionar las dos velocidades anteriores para un medio específico cual sea, podemos obtener el índice de refracción  $n$  de dicho medio:

$$n = \frac{c}{v} \quad (B.1)$$

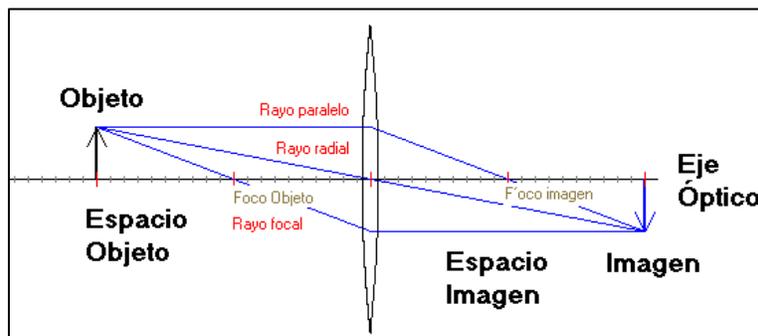
La transmisión de la luz en un medio uniforme (homogéneo) es un proceso continuo y repetitivo de dispersión y redispersión en donde el índice de refracción es constante para una determinada longitud de onda [32]. Esto permite representar las trayectorias luminosas mediante trazos rectos (rayos), los cuales no interfieren entre sí y son perpendiculares al frente de onda, correspondiendo así a la dirección de un flujo de energía radiante (luz) en el espacio [33].

## B.3 Óptica geométrica

Los axiomas sobre los que se construye la óptica geométrica son [34]:

- Las trayectorias de los rayos de luz en los medios homogéneos e isótropos son rectilíneas.
- El rayo incidente, el refractado y la normal están en un mismo plano.
- Se cumple la ley de la reflexión.
- Se cumple la ley de la refracción.
- Las trayectorias de la luz a través de distintos medios son reversibles.
- No existe interacción entre los diferentes rayos.

En la Figura B.2 se puede observar los principales conceptos aplicables a óptica geométrica.



*Figura B.2. Conceptos de óptica geométrica [28].*

Entre las principales definiciones, se encuentran las siguiente

- Eje óptico: Línea imaginaria que atraviesa los centros de un sistema óptico.
- Espacio Objeto: Distancia que existe entre el objeto y la lente.
- Espacio Imagen: Distancia que existe entre la imagen y la lente.
- Imagen Real: Imagen formada por dos rayos refractados convergentes.
- Imagen Virtual: Imagen formada por dos rayos refractados divergentes.
- Foco Objeto: Punto del cual una lente forma una imagen en el infinito.
- Foco Imagen: Punto en el que se formaría la imagen de un objeto situado en el infinito.

### B.3.1 Reflexión

Definido como la variación de la dirección de un rayo luminoso que ha de producirse al impactar con la superficie de un objeto. Se rige por dos leyes de reflexión:

- Reflexión especular: Un rayo incidente sobre una superficie reflectante, será reflejado con un ángulo igual al ángulo de incidencia. Ambos ángulos se miden con respecto a la normal a la superficie. Ver Figura B.3 (a).
- Reflexión difusa: En caso de que la superficie no sea idealmente lisa, los rayos incidentes, se reflejan con una dirección y ángulo diferente al proyectado tal como se representa la Figura B.3 (b).

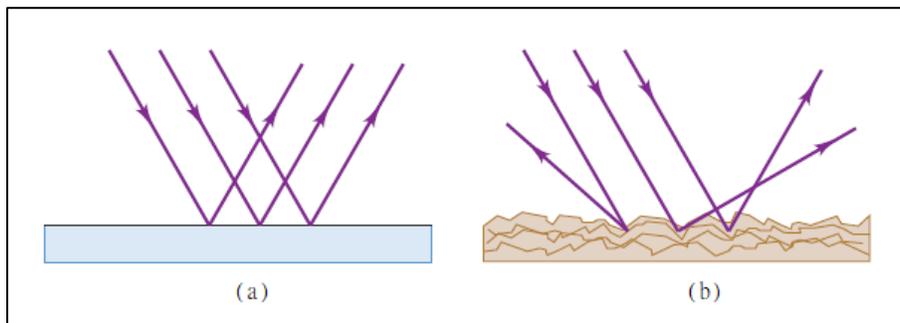


Figura B.3. (a) Reflexión especular y (b) reflexión difusa [30].

Para aprovechar el fenómeno de reflexión en cuestiones físicas y ópticas, se utilizan espejos con interfaz completamente lisas y pulidas. Por lo tanto, un rayo incidente, al reflejar sobre un espejo, puede arrojar las siguientes conclusiones [30]:

- Los rayos incidentes y reflejados, así como la normal a la superficie, yacen todos en el mismo plano.
- Con respecto a la normal, el ángulo de incidencia y reflexión tienen el mismo ángulo, cumpliéndose:

$$\theta_{\text{incidencia}} = \theta_{\text{reflejado}} \quad (B.2)$$

En la Figura B.4 se puede observar estas aclaraciones mencionadas con anterioridad

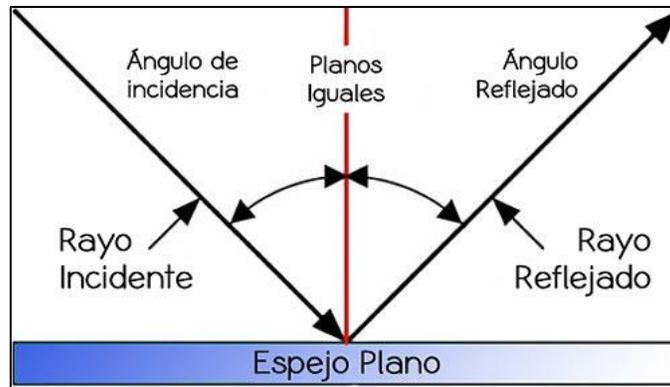


Figura B.4. Reflexión de rayo de luz incidente [35].

### B.3.2 Refracción

La refracción es el cambio de dirección que experimenta una onda al pasar de un medio material a otro. Sólo se produce si la onda incide oblicuamente sobre la superficie de separación de los dos medios y si estos tienen índices de refracción distintos. La refracción se origina en el cambio de velocidad de propagación de la onda, cuando pasa de un medio a otro [36].

En la Figura B.5 se puede observar un rayo incidente proveniente de un medio ( $n_1$ ) refractando hacia el segundo medio ( $n_2$ ). Al mostrar cualidades físicas diferentes estos medios, los ángulos de incidencia ( $\theta_1$ ) y refracción ( $\theta_2$ ) no son iguales.

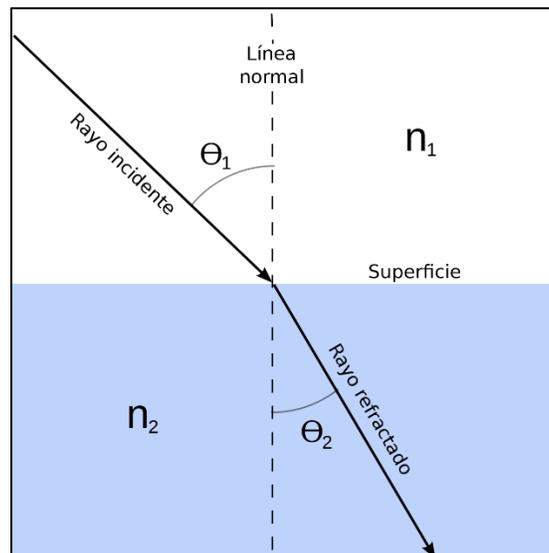


Figura B.5. Refracción del rayo incidente por variación del medio de propagación [37].

Para la obtención del ángulo refractado, se utiliza la ley de refracción o ley de Snell:



$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1} \quad (B.3)$$

o,

$$\sin(\theta_1) \cdot n_1 = \sin(\theta_2) \cdot n_2 \quad (B.4)$$

### B.3.3 Difracción

La difracción es junto con la interferencia un fenómeno típicamente ondulatorio. La difracción se observa cuando se distorsiona una onda por un obstáculo cuyas dimensiones son comparables a la longitud de onda. El caso más sencillo corresponde a la difracción Fraunhofer, en la que el obstáculo es una rendija estrecha y larga, de modo que podemos ignorar los efectos de los extremos [38].

En la Figura B.6 se muestra este fenómeno, en donde los rayos incidentes notan la desviación al encontrarse un obstáculo (hendidura). La difracción hace que no se concentre en un solo punto, sino en un patrón.

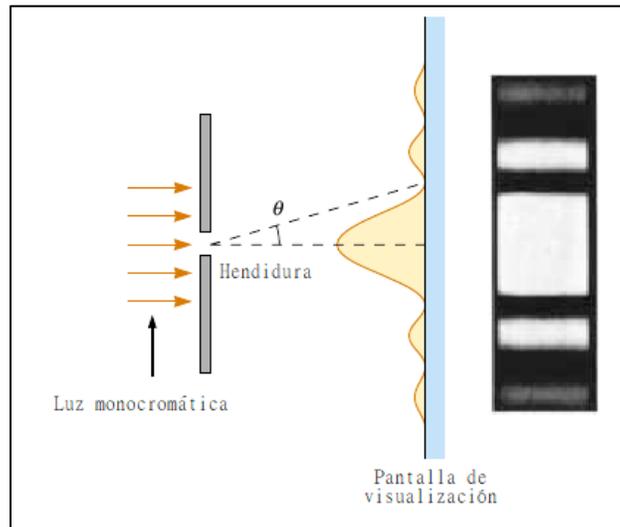


Figura B.6. Difracción de una sola rendija [39].

Cabe mencionar que estos patrones dependerán del tipo de obstáculo al cual se vea afectada la luz monocromática.

## B.4 Espejos

Un espejo es toda superficie lisa y pulimentada capaz de reflejar los rayos luminosos. Según la forma de la superficie pueden ser planos o curvos. Los espejos antiguos eran simplemente láminas metálicas pulidas. En 1857, J. Foucault introdujo la técnica de la metalización del vidrio que consiste en impregnar con una capa plateada una de las caras de la lámina de vidrio [40].

### B.4.1 Espejo plano:

Un espejo plano es una superficie plana muy pulimentada que puede reflejar la luz que le llega con una capacidad reflectora de la intensidad de la luz incidente del 95% (o superior) [41]. Una imagen en un espejo se ve como si el objeto estuviera detrás y no frente a éste ni en la superficie.

Por lo tanto, la imagen formada (Figura B.7) es:

- Simétrica, porque aparentemente está a la misma distancia del espejo.
- Virtual, porque se ve como si estuviera dentro del espejo, no se puede formar sobre una pantalla, pero puede ser vista cuando la enfocamos con los ojos.
- Del mismo tamaño que el objeto.
- Derecha, porque conserva la misma orientación que el objeto.

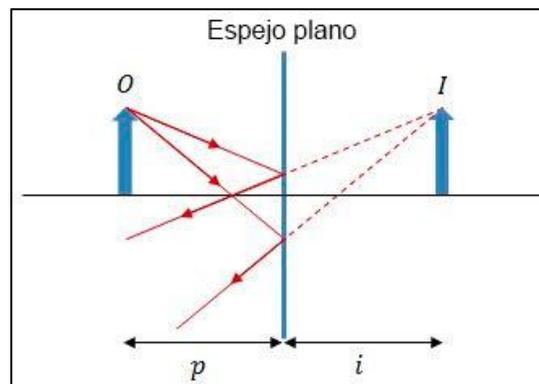


Figura B.7. Objeto e imagen en un espejo plano [42].

### B.4.2 Espejos esféricos:

Un espejo esférico es aquel cuya superficie tiene un radio de curvatura ( $R$ ) constante. En función de si el objeto se refleja en el interior o el exterior de la esfera, es posible distinguir dos tipos de espejos esféricos [43]:

- Espejos cóncavos: Son aquellos cuya superficie reflectora está en su interior.
- Espejos convexos: Son aquellos en que la superficie reflectora está en su parte externa.

En el caso de los espejos esféricos solo existe un punto focal, cuya posición coincide con el punto medio entre el centro del espejo y el vértice del mismo ( $f = R/2$ ). Este foco, se encontrará a la izquierda del vértice para los espejos cóncavos y a la derecha para los espejos convexos.

La Figura B.8 y Figura B.9 muestran las características geométricas de los espejos convexos y cóncavos, en donde:

- $C$ : Centro de curvatura.
- $c$ : Centro del espejo.
- $f$ : Distancia focal.
- $F$ : Punto focal.
- $r$ : Distancia entre centro del espejo y centro de curvatura.

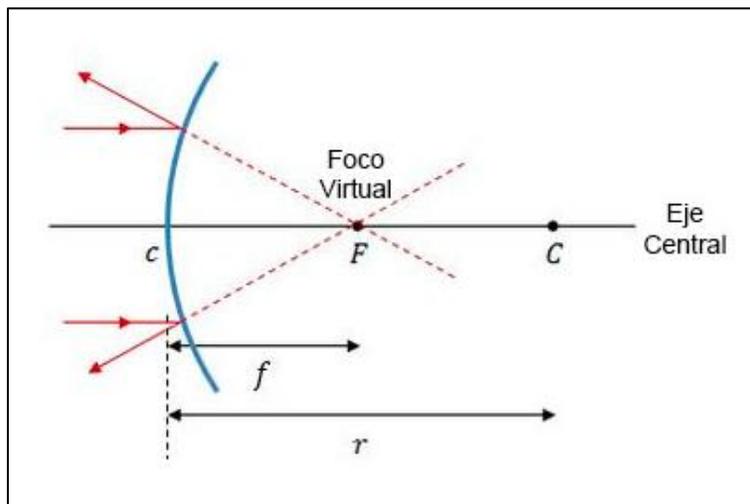


Figura B.8. Características geométricas de espejo convexo [44].

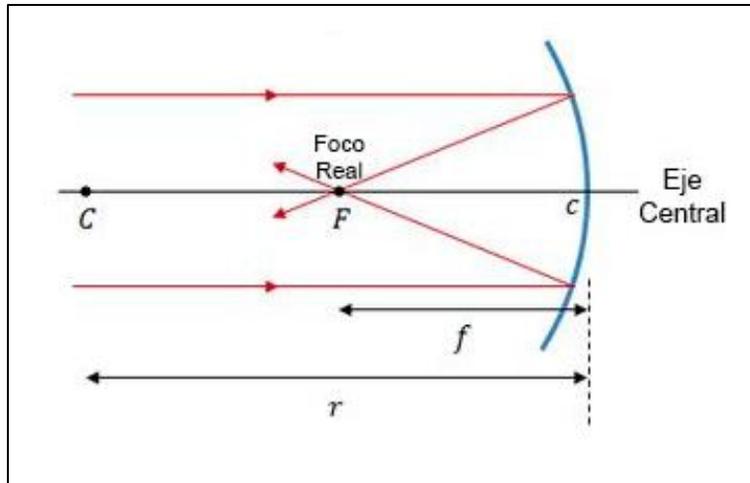


Figura B.9. Características geométricas de espejo cóncavo [44].

### B.4.3 Espejos parabólicos

Un espejo parabólico tiene la particularidad de que todos los rayos que llegan paralelos al eje óptico se reflejan pasando por el foco. De la misma manera todos los rayos que pasen por el foco se reflejan en el espejo saliendo paralelos al eje [40].

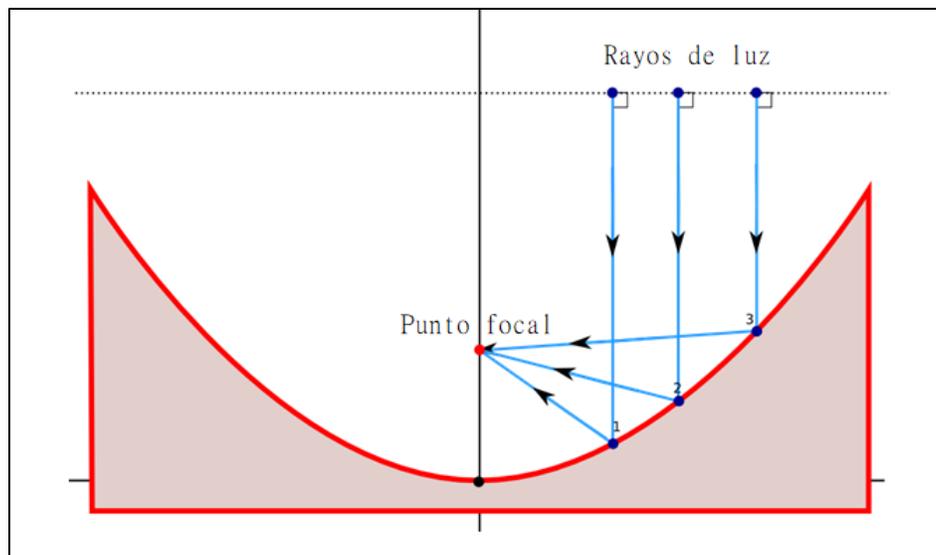


Figura B.10. Convergencia de todos los rayos al punto focal producto de la utilización de espejo parabólico [45].

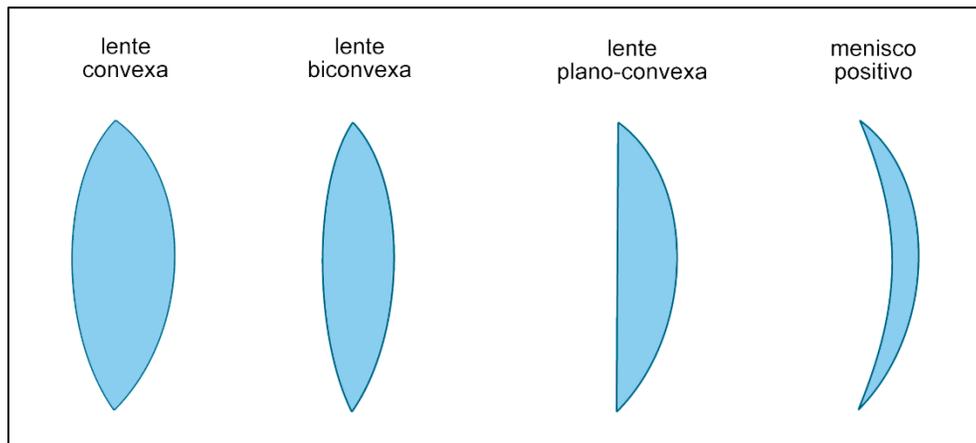
Este comportamiento lo presentan sólo los espejos parabólicos, aunque también puede considerarse que se comportan así los espejos esféricos cuando corresponden a una pequeña sección de esfera.

## B.5 Lentes

Es un medio transparente y homogéneo, de materiales vidriosos o plásticos, limitado por dos superficies, una de ellas por lo menos, curva. Al ser atravesados por un rayo luminoso, éste se refracta [46].

Su clasificación principal puede responder a:

- Lentes convergentes: Son de mayor espesor en el centro que en los bordes. La Figura B.11 muestra este tipo de lentes con sus variantes. Tienen la característica principal de que son más gruesas por el centro que en los bordes y hacen converger a un punto los rayos de luz que refractan la misma.



*Figura B.11. Lentes convergentes [47].*

De acuerdo con las características de estas lentes, la refracción de los rayos de luz, convergen teóricamente hacia un único punto denominado foco tal como se observa en la Figura B.12.

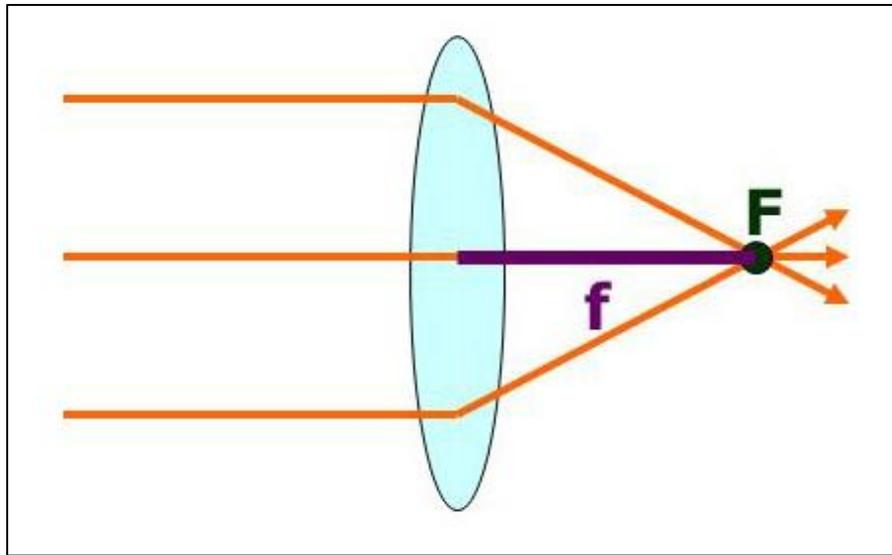


Figura B.12. Lente convergente hacia foco real.

- Lentes divergentes: Son más delgadas en el centro que en los bordes. La Figura B.13 muestra este tipo de lentes con sus variantes. Tienen la característica principal de que son más gruesas en los bordes que en el centro produciendo virtualmente la procedencia de rayos desde el foco.

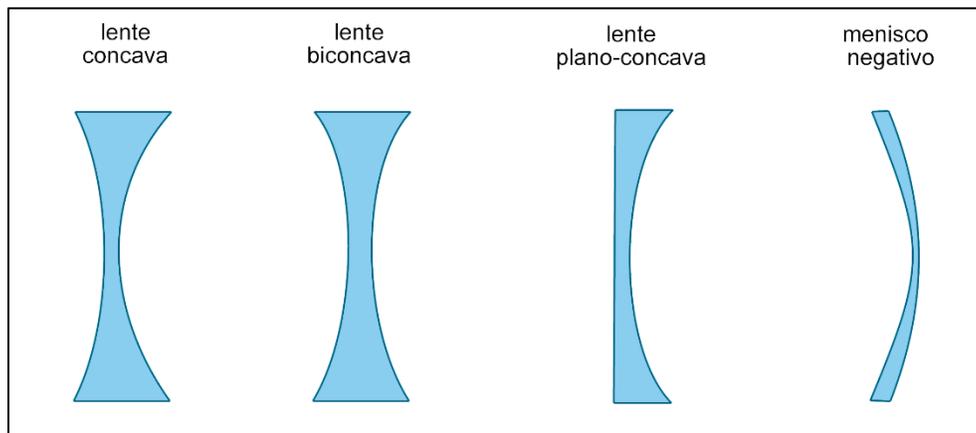
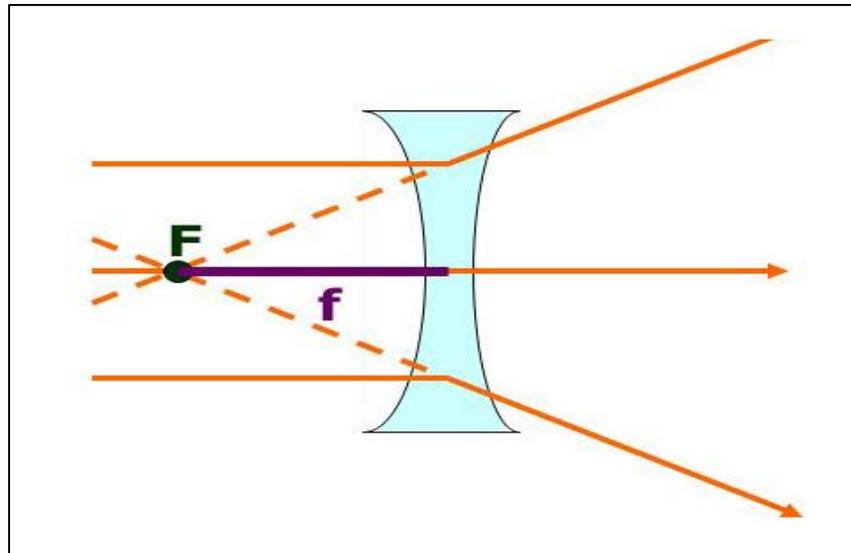


Figura B.13. Lentes divergentes [47].

De acuerdo con las características de estas lentes, la refracción de los rayos de luz, divergen teóricamente desde un único punto denominado foco tal como se observa en la Figura B.14.



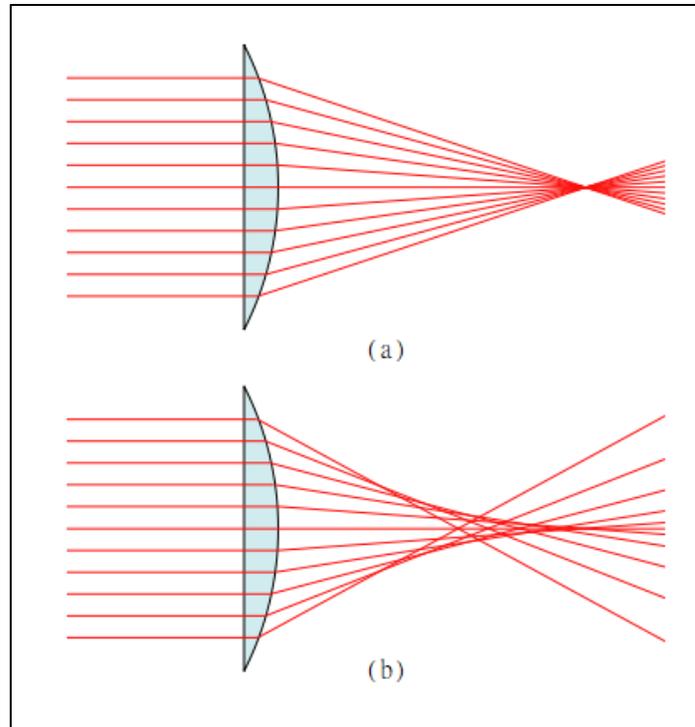
*Figura B.14. Lente divergente con foco imaginario.*

## **B.6 Aberraciones ópticas**

Cuando utilizamos sistemas ópticos reales es habitual que se produzcan ciertas desviaciones o comportamientos no esperados respecto a los modelos ideales. Llamamos aberraciones ópticas a estas desviaciones y son debidas fundamentalmente a que no se cumplen en todo momento las aproximaciones ópticas que hemos hecho en teoría. En este apartado estudiaremos sus principales tipos:

### **B.6.1 Esférica**

Este tipo de aberración se establece cuando los rayos paralelos próximos al eje óptico (rayos paraxiales) de una lente esférica o de un espejo esférico se concentran en un punto y los alejados del eje óptico en otro, en lugar de hacerlo todos en el foco, como en el caso ideal. Este comportamiento es inevitable y se debe a la propia simetría esférica de las superficies. En la Figura B.15(a) se puede observar el caso ideal antes mencionado con la convergencia de todos los rayos a un solo punto (foco). Sin embargo, tal como lo muestra la Figura B.15(b) la aberración esférica produce que los rayos alejados del eje óptico se desplacen hacia otros puntos generando nuevos focos.



*Figura B.15. Aberración esférica [48].*

La aberración esférica puede corregirse de distintas maneras:

- Empleando un diafragma que interrumpa el paso de los rayos más alejados del eje óptico.
- Combinando lentes con efectos opuestos.
- Cambio de las superficies esféricas por parabólicas.

### **B.6.2 Coma**

Este efecto se produce cuando los rayos procedentes de la fuente de luz no llegan paralelos con el eje óptico sino oblicuos a este, con la consecuencia de no encontrar el plano focal. En la Figura B.16 se puede observar la imagen obtenida cuando se produce este tipo de aberración.

Para corregir el coma se usan también combinaciones de lentes o/y diafragmas.



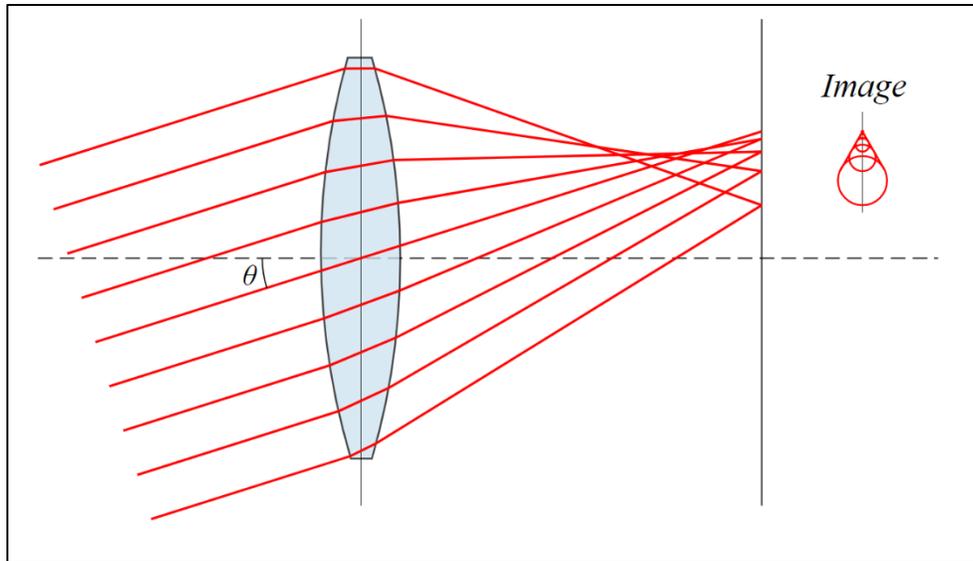


Figura B.16. Aberración coma [49].

### B.6.3 Astigmatismo

El astigmatismo en un instrumento óptico se refiere a una magnitud que mide de manera convencional un cierto defecto de estigmatismo. Un sistema óptico que exhibe astigmatismo enfoca dos ejes ortogonales de luz a dos distancias diferentes. En otras palabras, el astigmatismo es una aberración óptica que hace que los rayos se propaguen en dos planos perpendiculares con dos focos diferentes.

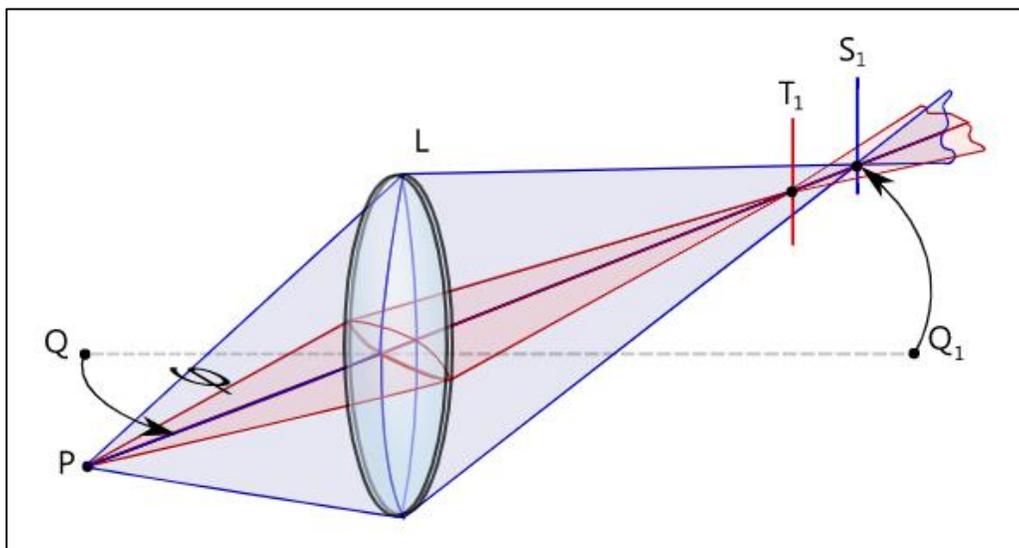
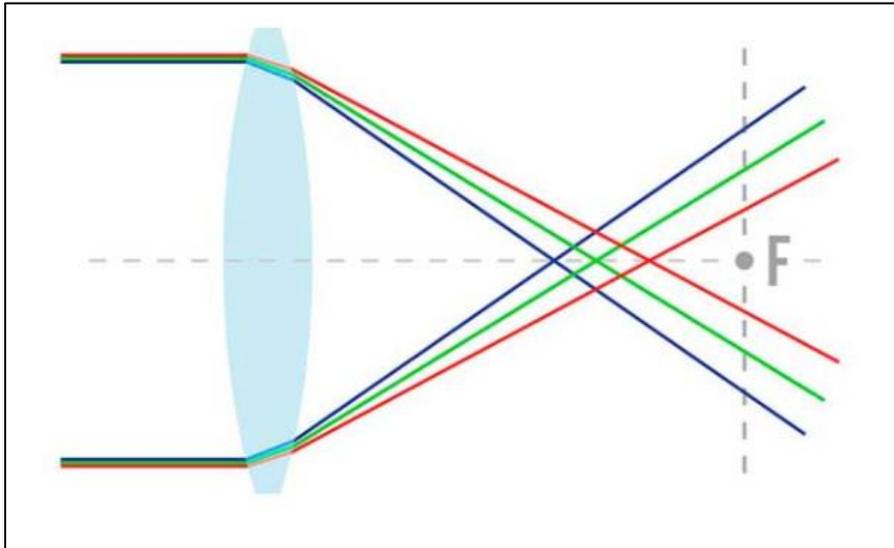


Figura B.17. Aberración de astigmatismo [50].

### B.6.4 Cromática

La aberración cromática se produce como resultado de la dispersión de la lente, cuando esta no posee capacidad para llevar todas las longitudes de color al mismo plano focal o cuando se enfocan, dichas longitudes, en diferentes posiciones dentro del mismo plano.

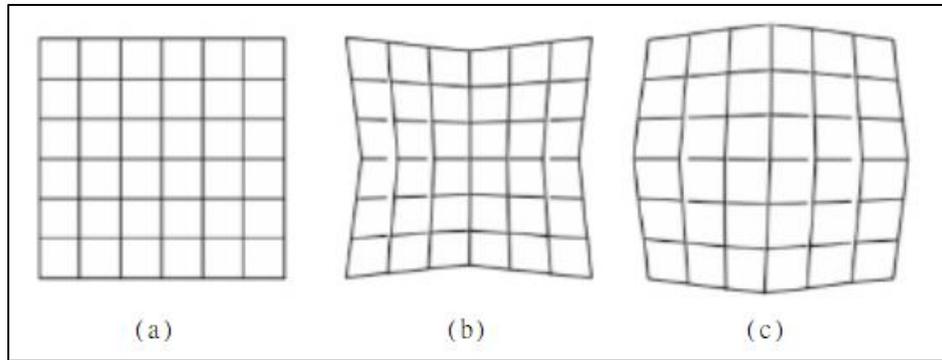
Tal como se muestra en la Figura B.18, la distancia focal de una lente para la luz roja es mayor que para la azul, debido a la variación del índice de refracción con la longitud de onda con lo que la imagen no se formará adecuadamente.



*Figura B.18. Aberración cromática [51].*

### B.6.5 Distorsión

El aumento lateral de algunos sistemas ópticos varía con la distancia al eje óptico, lo cual hace que las distintas partes del objeto formen las distintas partes de su imagen con distintos tamaños. Expresado de otra manera, una lente magnifica de distinta manera en el centro que, en la periferia, lo que lleva a diferencias geométricas entre la imagen y el objeto. Así, por ejemplo, para un objeto en forma de malla podemos distinguir las distorsiones de la Figura B.19.



*Figura B.19. Aberración por distorsión [52].*

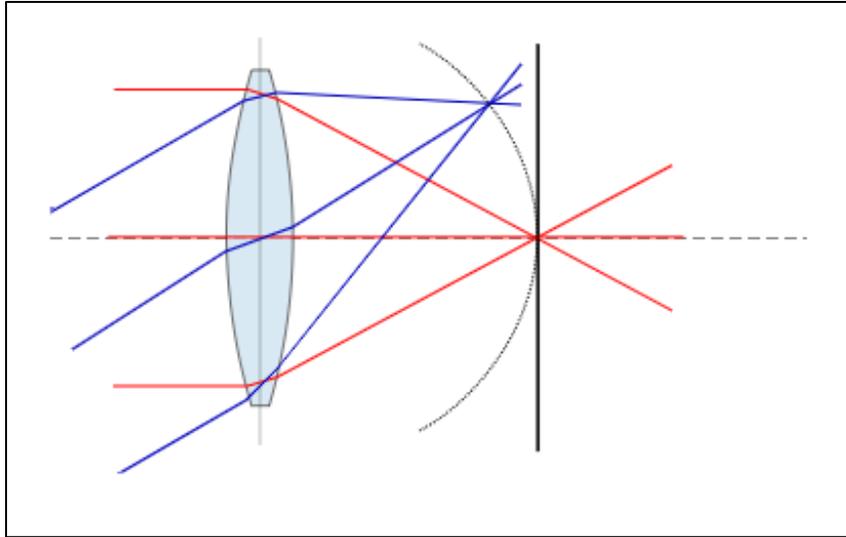
A la izquierda, Figura B.19(a), la imagen de un objeto en forma de malla cuando no se presenta distorsión. La geometría de la imagen coincidiría con la del propio objeto. En el centro Figura (b), vemos el efecto de la distorsión de corsé, también llamada de cojín. Esta distorsión se considera positiva, ya que la distancia al eje de la imagen aumenta, respecto a la imagen sin distorsión, en aquellas partes más alejadas del propio eje. A la derecha, Figura (c) vemos el efecto de la distorsión de barril o tonel. Esta distorsión se considera negativa ya que la distancia al eje de la imagen disminuye, respecto a la imagen sin distorsión, en aquellas partes más alejadas del eje.

### **B.6.6 Curvatura de campo**

Si rayos paralelos o colimados atraviesa una lente, esta proyecta idealmente a una distancia igual a su distancia focal ( $f$ ) la imagen.

Si se sitúa una pantalla plana a esa distancia  $f$  de la lente, para proyectar las imágenes de los objetos sobre la misma, no habrá problema para los puntos próximos al eje óptico. No obstante, cuando estos rayos que inciden la lente no son totalmente paralelos al eje óptico, convergen antes de llegar a la pantalla. A este fenómeno se le llama curvatura de campo o curvatura de Petzbal. Se produce sobre todo cuando se trata de formar la imagen de un objeto plano extenso.

La Figura B.20 muestra en color rojo la incidencia a la lente de rayos paralelos al eje óptico y en contraparte, en color azul, la incidencia a la lente con una desviación del eje óptico.



*Figura B.20. Aberración curvatura de campo [53].*

La imagen formada aparece sobre una superficie curva, cuya curvatura es el recíproco del radio de la lente.

# Anexo C

## Sistemas de visualización de flujo

### C.1 Introducción

Las técnicas de visualización de flujo varían en la forma en la que se puede hacer visible el flujo, ya que en la mayoría de los fluidos son transparentes. Dentro de estas técnicas se presentan [54]:

1. Uso de algún trazador que haga el flujo visible.
2. Uso de técnicas ópticas a partir de variación de densidad.
3. Uso de energía al fluido como trazador.

De acuerdo con los criterios presentados en capítulos previos, la compresibilidad de un flujo es básicamente una medida en el cambio de la densidad. Esto hace posible que técnicas ópticas, como lo son Interferometría, Schlieren y Shadowgraph sean las óptimas para la visualización de dicho flujo.

Ambas técnicas no son intrusivas en la zona de estudio ya que no alteran las condiciones del medio y por lo tanto no modifica el fenómeno de análisis.

Es por ello que en este capítulo se profundizará y estudiará sobre estas técnicas ópticas por variación en la densidad del fluido.

De forma resumida se puede establecer que la interferometría permite inferir la diferencia de desplazamiento entre trayectorias luminosas al comparar un haz de luz que atraviesa un fluido con cambios de densidad o índice de refracción contra un haz de referencia. Los cambios en la densidad del fluido se manifiestan en los patrones de franjas de interferencia que se obtienen en imágenes fotográficas [55].

La técnica Shadowgraph puede definir, además del desplazamiento, la desviación de un haz de luz que atraviesa un fluido con perturbaciones en el índice de refracción, lo cual provoca cambios en la distribución de la intensidad de luz con respecto a la intensidad original [56].

Por su parte, con la técnica Schlieren es posible determinar de manera cualitativa y cuantitativa las deflexiones angulares de un haz de luz que pasa a través de un fluido no homogéneo [57]. Se han desarrollado diversas variantes de esta técnica de medición, en lo cual su principal variación se refleja en el costo del montaje.

La elección de cualquiera de estas técnicas ópticas debe hacerse tomando en cuenta la sensibilidad, resolución, alcance del trabajo, así como los costos económicos.

En la Figura C.1 se puede observar un diagrama con las diferentes técnicas de visualización.

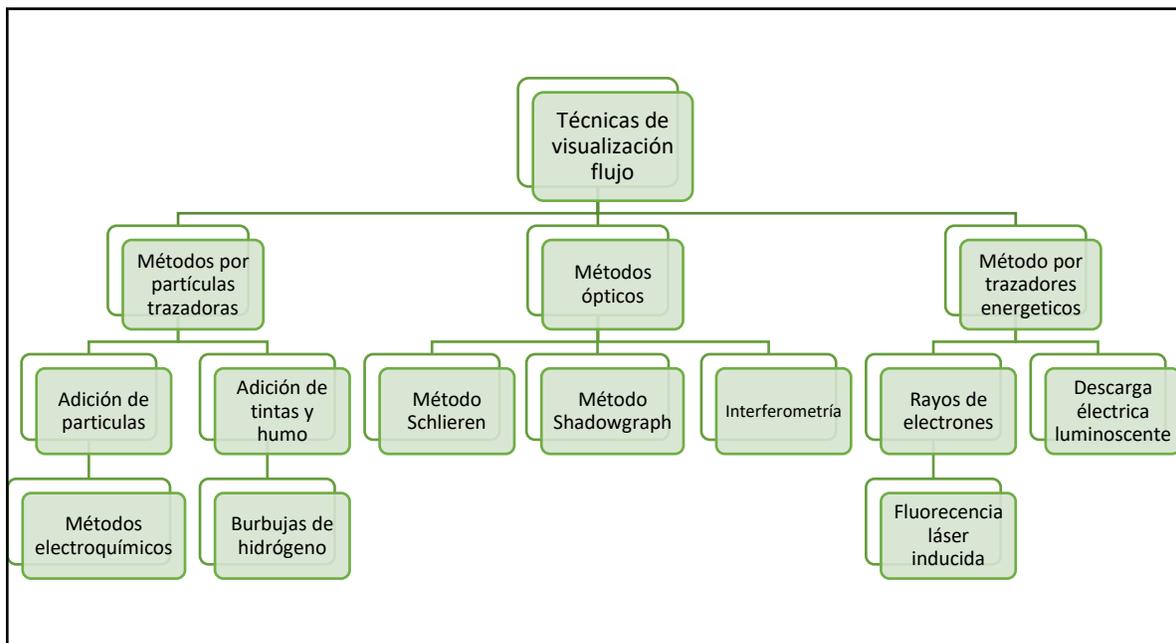
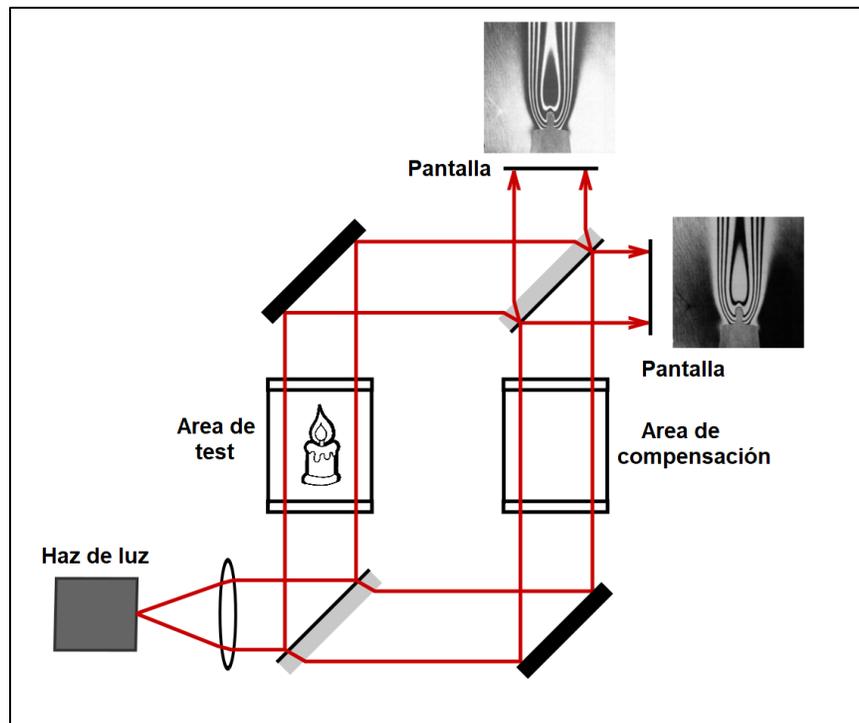


Figura C.1. Organigrama de técnicas de visualización de flujo [54].

## C.2 Interferometría

La interferometría es un método de medición que aplica el fenómeno de interferencia de las ondas (generalmente, ondas de luz, radio o sonido). Las mediciones pueden incluir otras determinadas características de las propias ondas y los materiales por los que se propagan. Además, la interferometría se utiliza para describir las técnicas que utilizan ondas de la luz para estudiar los cambios de desplazamiento. Mediante dos rayos de luz (normalmente, un rayo desdoblado en dos), se forma un patrón de interferencia donde se superponen los dos rayos. Puesto que la longitud de onda del rayo visible es muy corta, pueden detectarse pequeños cambios en las diferencias de las trayectorias ópticas (distancia recorrida) entre los dos rayos (ya que las diferencias producen cambios notables en el patrón de interferencia). Por consiguiente, la interferometría óptica ha sido una técnica de medición muy valiosa desde hace más de cien años. Su precisión se ha mejorado con la aparición del láser. El montaje básico para esta técnica puede observarse en la Figura C.2.



*Figura C.2. Configuración básica de interferometría.*

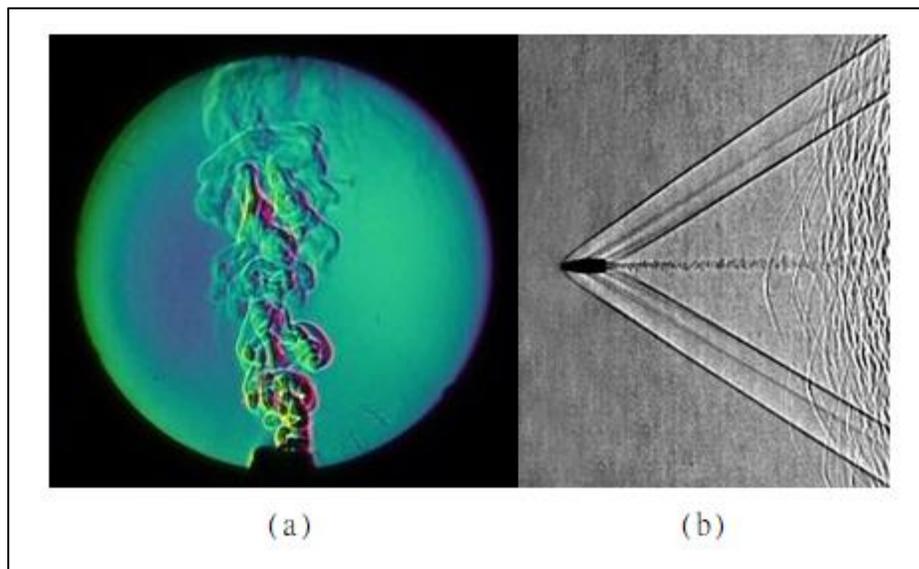
### C.3 Técnicas de visualización: Schlieren y Shadowgraph

Las técnicas Schlieren y Shadowgraph, son métodos ópticos que permiten ver cambios en el índice de refracción en medios transparentes y no homogéneos, producidos por variaciones de la densidad en el medio. Transforman diferencias de fase de la luz en diferencias de amplitud o color según el arreglo y la fuente de iluminación.

Las variaciones de densidad pueden estar relacionadas con variaciones en la presión, cambios en la temperatura debidos a la transferencia de calor lo que produce movimientos convectivos en los fluidos, por exposición de flujos a altas velocidades y/o a la existencia de particulado o materiales que no pertenezcan al elemento de estudio.

Un claro ejemplo de los mencionado anteriormente es la combustión, donde se aprecian los fenómenos anteriores combinados al mismo tiempo, al tener grandes cambios de temperatura, mezcla de componentes y compresión.

En la Figura C.3 (a) se muestra una imagen obtenida a través de técnica Schlieren, en la cual se observa la combustión en un mechero, y en la Figura C.3 (b) una fotografía de una bala a través de visualización por la técnica de Shadowgraph. Ambas, remarcando la variación de las densidades en el entorno de estudio de ambas imágenes.



*Figura C.3.(a) Técnica Schlieren [58] - (b) Técnica Shadowgraph [59].*



## C.4 Diferencias entre Método Schlieren y Shadowgraph

Schlieren y Shadowgraph son métodos de visualización muy parecidos, pero con importantes distinciones:

*Tabla C.1. Diferencias entre Técnica Schlieren y Técnica Shadowgraph.*

<i>Técnica Schlieren</i>	<i>Técnica Shadowgraph</i>
Imagen óptica formada por lentes o espejos, por lo que tiene una relación óptica directa con la imagen Objeto.	Método que no visualiza imágenes ópticas enfocadas, sino meramente sombras.
Requiere de un filtro o cuchilla para la luz refractada	Requiere de una pantalla sobre la cual visualizar las sombras
El nivel de iluminosidad en una imagen Schlieren responde a la primera derivada del índice de refracción $\frac{\partial n}{\partial x}$ .	El nivel de iluminosidad en una imagen Shadowgraph responde a la segunda derivada, $\frac{\partial^2 x}{\partial n^2}$ .
Schlieren visualiza el desplazamiento del ángulo de refracción $\varepsilon$	Shadowgraph visualiza el rayo desplazado resultante de la refracción.
Consta de una muy superior sensibilidad por lo que, siendo conscientes de los sistemas ópticos a emplear y su compleja calibración, dicho método destaca sobre el Shadowgraph en cualquier experimento que se precise de cierta precisión o nitidez.	Facilidad para visualizar imágenes, ya que solo precisa de una fuente puntual de luz y una pantalla de proyección, con lo que se puede realizar pruebas de mayor tamaño

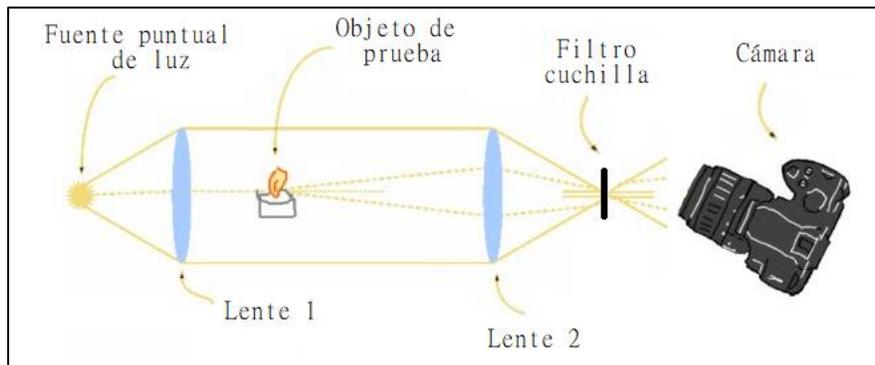
**Nota.** Fuente: [17].

## C.5 Elementos de la técnica Schlieren

En la actualidad, no existe una configuración preestablecida para la tecnología Schlieren, sino varias modificaciones o adaptaciones del sistema según la aplicación o prueba a estudiar, con el fin de lograr la mejor visualización de los cambios del índice de refracción. Sin embargo, todos los sistemas deben ensamblarse utilizando la misma base o componentes ópticos:

- Lentes y espejos.
- Fuente de luz.
- Filtro o cuchilla.
- Colimar la luz.
- Pantalla de visualización o cámara de captación.

En la Figura C.4 se puede observar una configuración básica esquemática con los principales componentes que tiene un sistema de visualización por técnica Schlieren.

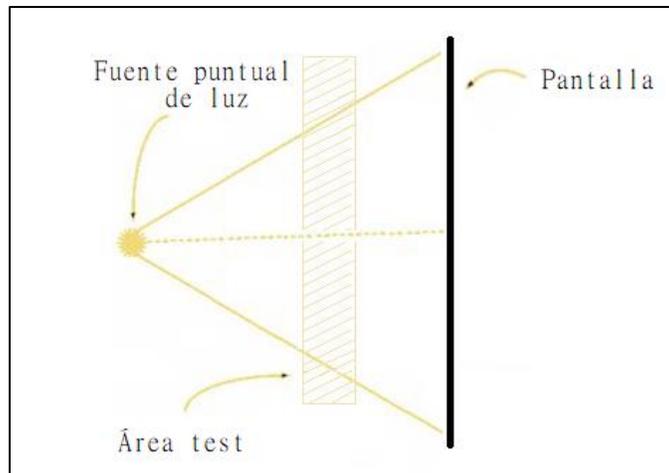


*Figura C.4. Esquema ilustrativo de los principales componentes de técnica Schlieren*

## C.6 Elementos de la técnica Shadowgraph

Esta técnica, como se mencionó previamente solo precisa de tres elementos lo cual la hace muy simple y sencilla con la contraparte de imágenes sin precisión y nitidez. Entre estos elementos se encuentran:

- Fuente de luz.
- Pantalla de visualización.
- Cámara de captación.



*Figura C.5. Esquema ilustrativo con las principales componentes de técnica Shadowgraph.*

Tal como se especificó detalladamente en el resumen de dicho documento, el principal objetivo de este trabajo final es el de generar toda la documentación necesaria con el fin de diseñar y construir un túnel de viento supersónico bidimensional, por lo que es de fundamental importancia que el sistema de visualización del flujo aplicable a dicho túnel tenga entre las principales características nitidez, precisión y resolución, propio del sistema Schlieren. Aunque originalmente la técnica Shadowgraph muestra ventajas como lo son la simpleza, facilidad de calibración y sobre todo la baja inversión inicial, esta técnica queda descartada ya que no posee cualidades como las mencionadas en cuanto a su calidad de imagen.

Otra de las ventajas de Schlieren sobre Shadowgraph es la multipluralidad de experimentos a los cuales es aplicable, es decir, con un sistema ajustable en cuando a dimensionamiento geométrico se podrá utilizar esta técnica no solo aplicable al túnel supersónico sino al prototipo o elemento que se requiera.

# Anexo D

## Scripts de Matlab

En esta sección se establecerán todos los scripts utilizados para la realización de ciertos diseños.

### D.1 Diseño de curva lateral de sección de contracción

```
%Diseño de curva lateral de sección de contracción
clear all
clc
clf

Hi = 90; %mm
Ho = 20; %mm

L = 165; %longitud de sección de contracción
x = [0:1:L]; %vector coordenada axial
xi = x./L;

H = ((-10*xi.^3 + 15*xi.^4 - 6*xi.^5)*(Hi - Ho)) + Hi;

%Gráfico de sección de contracción
plot(x,H);
grid on;
title('Curva lateral de sección de contracción');
xlim([0 165]);
ylim([0 95]);
xlabel('Longitud de la sección de contracción [mm]');
ylabel('Altura de la entrada de aire dese el eje de simetría [mm]');
legend('Curva lateral de la sección de contracción');
```

## D.2 Diseño de curva superior de sección de contracción

```
%Diseño de curva superior de sección de contracción

clear all
clc
clf

Hi = 90; %mm
Ho = 4; %mm

L = 165; %longitud de sección de contracción
x = [0:1:L]; %vector coordenada axial
xi = x./L;

H = ((-10*xi.^3 + 15*xi.^4 - 6*xi.^5)*(Hi - Ho)) + Hi;

%Gráfico de sección de contracción
plot(x,H);
grid on;
title('Curva superior de sección de contracción');
xlim([0 165]);
ylim([0 95]);
xlabel('Longitud de la sección de contracción [mm]');
ylabel('Altura de la entrada de aire dese el eje de simetría [mm]');
legend('Curva superior de la sección de contracción');
```

## D.3 Diseño de la tobera por método de las características

```
% Britton Jeffrey Olson
% Ph.D. Candidate
% Stanford University
% Deparment of Aero/Astro

%%%%%%%%%   Introducción y Antecedentes   %%%%%%%%%%
% Este programa proporciona la geometría de boquilla ideal
% utilizando el método de características para una boquilla divergente
% cuasi-2D. Suponga que el gas sale de una cámara de combustión que
% no tiene un caudal másico. Usando relaciones de flujo de boquilla
% 2D, se encuentra un área de garganta óptima que producirá la cantidad
% máxima de empuje para la presión ambiental y los parámetros de la
% cámara de combustión dados. Esta área se configura automáticamente
% y se introduce en la parte del método de características de ese
código.
% El método de características también utiliza el número Mach de salida
% que corresponde al área de salida ideal.

%%%%%%%%%   Instrucciones para ejecutar el programa   %%%%%%%%%%
% Ejecute los parámetros predeterminados o modifique los parámetros del
problema en nozzle.m y noz_cfd.m
% 1) Ejecute el programa nozzle.m: esto diseñará la boquilla
% 2) Ejecute noz_mesh.m- Esto configurará una cuadrícula para el nuevo
diseño de tobera
% 3) Ejecute noz_cfd.m- Esto resolverá las ecuaciones de Euler 2-D en
la malla de la boquilla y trazará el resultado.
```

```

% ***Nota***
%     Debe ejecutarlos en este orden sin borrar las variables.
%     Cada gui3n depende del anterior. Adem3s, el solucionador tiene
las
%     funciones utilizadas por noz_cfd.m y debe estar en el mismo
directorio
%
%     Figura (1): Empuje est3tico en funci3n del 3rea de salida
%     Figura (2): Dise1o de la boquilla y gr3ficos del n3mero de Mach y la
presi3n frente a la longitud
%     Figura (3): simulaci3n CFD de la boquilla dise1ada

clear all;
clc;

%     Par3metros del Problema
T_c = 288;      % Temperatura en la c3mara de combusti3n (K)
P_c = 101325;  % Presi3n en al c3mara de combusti3n (Pa)
P_amb = 101325*0.1278; % Presi3n ambiente (Pa)
T_amb = 288;   % Temperatura ambiente (K)
gamma = 1.4;   % Relaci3n de calores espec3ficos Cp / Cv (Gamma)
W = 28.8;      % Peso molecular del gas (kg / kmol) [dEL AIRE SON 28.8
Kg/Kmol]
width = 0.008; % Ancho de la boquilla (metros)
h_th = 0.0165; % Altura de la garganta (metros)

%%
%     Metodo de las Caracterisitic3s

num = 15;      % N3mero de l3neas caracter3sticas
theta_i = .03; % Paso inicial en theta
plotter = 1;   % Establecer en '1' para trazar la boquilla
dh = h_th/100;
max_iter = 10000;
R = 8314/W;

%     Part A

% Encuentra donde P se convierte en u
h(1) = h_th;
A_star = h_th*width;
M = 2;
dM1 = .1;
for i=1: max_iter
    h(i) = h(1) + (i-1)*dh;
    Ae(i) = h(i)*width;
    A_Asq = (Ae(i)/A_star)^2;
    A_ratio(i) = sqrt(A_Asq);

    % Newton Rhapsn sobre la ecuaci3n. 5.20 - Texto de Anderson
    res = 1;
    if i > 1
        M = Ma(i-1);
    end

    while res > .001
        M2 = M + dM1;

```

```

        funa1 = -A_Asq + (1/M^2)*((2/(gamma+1))*(1+(gamma-
1)*M^2/2))^( (gamma+1)/(gamma-1));
        funa2 = -A_Asq + (1/M2^2)*((2/(gamma+1))*(1+(gamma-
1)*M2^2/2))^( (gamma+1)/(gamma-1));
        dv_dm = (funa2-funa1)/dM1;

        M = M - funa1/dv_dm;
        res = abs(funa1);

end
Ma(i) = M;

% Encontrar presión
P(i) = P_c*(1+(gamma-1)*Ma(i)^2/2)^(-gamma/(gamma-1));

% Encuentra empuje para cada punto
Te(i) = T_c/(1+(gamma-1)*Ma(i)^2/2);
Tt(i) = T_c/(1+(gamma-1)/2);
Ve(i) = Ma(i)*sqrt(Te(i)*gamma*R);
Vt(i) = sqrt(Tt(i)*gamma*R);
rhot(i) = P(i)/(R*Te(i));
mdot(i) = rhot(i)*Ve(i)*Ae(i);
TT(i) = mdot(i)*Ve(i) + (P(i) - P_amb)*Ae(i);

if P(i) < P_amb

    % Romper
    % calcular la presión si existe una onda de choque en el plano de
salida
    P_exit = P(i)*(1+(gamma*2/(gamma+1))*(Ma(i)^2-1));

    if P_exit <= P_amb
        P(i) = P_exit;
        break
    else
        end

else
end

end
figure(2)
plot(Ae,TT)
title('Thrust curve')
xlabel('Exit Area (m^2)')
ylabel('Thrust (N)')

% Part B

% Determine el área de salida nominal de la boquilla para maximizar el
empuje

[a,b]=max(TT);
% Sobre o subexpandir la boquilla
b = b;
A_max = Ae(b);
Max_thrust = TT(b);

```

```

hold on;
plot(A_max,Max_thrust,'r*')
legend('Thrust Curve','Max Thrust')

% Part C

% Metodo de las Caracterisiticas
M_e = Ma(b); % Número de Mach a la salida ideal
% Encuentre theta_max usando la ecuación 11.33
theta_max = (180/pi)*(sqrt((gamma+1)/(gamma-1))*atan((sqrt((gamma-1)*(M_e^2-1)/(gamma+1))))-atan(sqrt(M_e^2-1)))/2;
% D_theta para cada línea de caracteres
del_theta = (theta_max - theta_i)/(num-1);
% Hallar
for i=1:num
    % Inicializar el número de mach

    for j=1:num
        if i==1
            % Theta para cada línea (primeras líneas)
            theta(i,j) = theta_i + del_theta*(j-1);
            nu(i,j) = theta(i,j);
            K_m(i,j) = theta(i,j) + nu(i,j);
            K_p(i,j) = theta(i,j) - nu(i,j);

        elseif i > 1

            K_p(i,j) = -K_m(1,i);

            % Encontrar Theta
            if j >= i
                theta(i,j) = del_theta*(j-i);
            else
                % theta(i,j) = theta(j,i-1);
                theta(i,j) = theta(j,i);

            end
            nu(i,j) = theta(i,j) - K_p(i,j);
            K_m(i,j) = theta(i,j) + nu(i,j);
        end

        % Función de Prandtl-Meyer (usando Newton Rhapson)
        dM = .1; % Dejar aproximadamente .1
        if j == 1
            M_ex(i,j) = 1.00;
        else
            M_ex(i,j) = M_ex(i,j-1);
        end
        M = M_ex(i,j);

        res = 1;
        while res > .01
            M2 = M + dM;
            funv1 = (-nu(i,j)*(pi/180)+(sqrt((gamma+1)/(gamma-1))*atan((sqrt((gamma-1)*(M^2-1)/(gamma+1))))-atan(sqrt(M^2-1))));
            funv2 = (-nu(i,j)*(pi/180)+(sqrt((gamma+1)/(gamma-1))*atan((sqrt((gamma-1)*(M2^2-1)/(gamma+1))))-atan(sqrt(M2^2-1))));

```



```

dv_dm = (funv2-funv1)/dM;

M = M - funv1/dv_dm;
res = abs(funv1);

end
M_ex(i,j) = M;

% Encuentra el ángulo mu
mu(i,j) = (180/pi)*asin(1/M_ex(i,j));

end

% Agregar el último punto a la línea de caracteres
theta(i,num+1) = theta(i,num);
nu(i,num+1) = nu(i,num);
K_m(i,num+1) = K_m(i,num);
K_p(i,num+1) = K_p(i,num);
end
char = zeros(num,num+1,2);
for i=1:num

    for j=1:num+1

% Dibujar puntos de intersección
% Punto 1 de todas las líneas de caracteres
if j == 1
    char(i,j,1) = 0;
    char(i,j,2) = h_th/2;
end

% Donde la primera línea golpea la línea de simetría
if i == 1 & j==2
    char(i,j,1) = (-h_th/2)/tan((pi/180)*(theta(1,j-1)-mu(1,j-
1)));
    char(i,j,2) = 0;
end

% Donde todas las demás líneas golpean la línea de simetría
if j == i+1 & j>2
    char(i,j,1) = -char(i-1,j,2)/tan((pi/180)*(0.5*theta(i,j-2)-
.5*(mu(i,j-2)+mu(i,j-1)))) + char(i-1,j,1);
    char(i,j,2) = 0;
    test(i,j) = (theta(i,j-2)-.5*(mu(i,j-2)+mu(i,j-1)));
    testpty(i,j) = char(i-1,j,2);
    testptx(i,j) = char(i-1,j,1);
end

% Todos los demás puntos de datos para el carácter 1 calculados
if i ==1 & j>2 & j ~= i+1
    C_p = tan((pi/180)*(0.5*(theta(i,j-2)+theta(i,j-
1))+.5*(mu(i,j-2)+mu(i,j-1)))));
    C_m = tan((pi/180)*(0.5*(theta(j-1,1)+theta(i,j-1))-0.5*(mu(j-
1,1)+mu(i,j-1)))));
    A = [1,-C_m;1,-C_p];
    B = [char(1,1,2) - char(1,1,1)*C_m;
        char(1,j-1,2) - char(1,j-1,1)*C_p];
    iterm(1,:) = inv(A)*B;

```

```

        char(i,j,1) = iterm(1,2);
        char(i,j,2) = iterm(1,1);
    end

    % Todos los demás puntos para todas las líneas de caracteres
    calculados
    if i > 1 & j~=i+1 & j>2
        C_p = tan((pi/180)*(.5*(theta(i,j-2)+theta(i,j-
1))+.5*(mu(i,j-2)+mu(i,j-1))));
        C_m = tan((pi/180)*(.5*(theta(i-1,j-1)+theta(i,j-1))-
.5*(mu(i-1,j-1)+mu(i,j-1))));
        A = [1,-C_m;1,-C_p];
        B = [char(i-1,j,2) - char(i-1,j,1)*C_m; char(i,j-1,2) -
char(i,j-1,1)*C_p];

        iterm(1,:) = inv(A)*B;
        char(i,j,1) = iterm(1,2);
        char(i,j,2) = iterm(1,1);
    end
end
end

% Complete puntos similares (donde las líneas de caracteres comparten
puntos)
for i = 2:num
    for j=2:num
        char(j,i,1) = char(i-1,j+1,1);
        char(j,i,2) = char(i-1,j+1,2);
    end
end

% *****Haga la forma de la boquilla y extienda las líneas de caracteres
a la pared*****
% Punto de inicio inicial de la boquilla (en la garganta)
noz(1,1) = 0;
noz(1,2) = h_th/2;
% Encuentra todos los puntos de la boquilla
for i = 2 : num
    % Encuentra diferentes pendientes y puntos para intersecar
    m1 = tan((pi/180)*(theta(i-1,num)+mu(i-1,num)));
    if i ==2
        m2 = (pi/180)*theta_max;
    else
        m2 = ((pi/180)*(theta(i-1,num+1)));
    end
    m3 = ((pi/180)*(theta(i-1,num)));
    m4 = tan((m2+m3)/2);

    A = [1,-m4; 1,-m1];
    B = [noz(i-1,2) - noz(i-1,1)*m4; char(i-1,num+1,2) - char(i-
1,num+1,1)*m1];

    iterm(1,:) = inv(A)*B;
    noz(i,1) = iterm(1,2);
    noz(i,2) = iterm(1,1);

    % Extienda las líneas de caracteres a la pared

```

```

        char(i-1,num+2,1)= noz(i,1);
        char(i-1,num+2,2)= noz(i,2);
end

% Última línea
m1 = tan((pi/180)*(theta(num,num)+ mu(num,num)));
m2 = ((pi/180)*(theta(num-1,num)));
m3 = ((pi/180)*(theta(num,num+1)));
m4 = tan((m2+m3)/2);
A = [1,-m4; 1,-m1];
B = [noz(num,2) - noz(num,1)*m4; char(num,num+1,2) -
char(num,num+1,1)*m1];

iterm(1,:) = inv(A)*B;
noz(num+1,1) = iterm(1,2);
noz(num+1,2) = iterm(1,1);

% Extienda las líneas de caracteres a la pared
char(num,num+2,1)= noz(num+1,1);
char(num,num+2,2)= noz(num+1,2);
if plotter ==1
% Plotea la forma de la boquilla
figure(1);clf;
subplot(2,1,1);
plot(noz(:,1),noz(:,2),'k','LineWidth',3)
axis equal
hold on;
[a,b] = max(noz);
plot(a(1),A_max/width/2,'g*')
% Plotea bucle para líneas de caracteres
for i = 1 : num
figure(1)
hold on;
plot(char(i,:,1),char(i,:,2))
hold on;
plot(char(i,:,1),-char(i,:,2))
end
% Plotea la forma de la boquilla (lado inferior)
figure(1)
subplot(2,1,1)
hold on;
plot(noz(:,1),-noz(:,2),'k','LineWidth',3)
hold on;
plot(a(1),-A_max/width/2,'g*')
title('Max Thrust (minimum length) Nozzle Design')
xlabel('Nozzle length (m)')
ylabel('Nozzle height (m)')
legend('Nozzle shape','Area_e_x_i_t(predicted)','Char. Lines')
else
end
% Encuentre% de errores en A / A * y Mexit
error_Area = 100*(width*2*noz(num,2) - A_max)/(A_max)
error_Mach = 100*(M_e - M_ex(num,num))/M_e
% Trace el número de Mach y la presión a través de la boquilla usando
% las relaciones de área cuasi-1D. (Expansión isentrópica a través de
la boquilla)
Mnoz(1) = 1.0; % Flujo bloqueado

```

```

M = Mnoz(1);
for i=1: size(noz,1)
    Ae(i) = 2*noz(i,2)*width;
    A_Asq = (Ae(i)/A_star)^2;
    A_ratio(i)=sqrt(A_Asq);

    % Newton Rhapson sobre la ecuación. 5.20 - Texto de Anderson
    res = 1;
    if i > 1
        M = Mnoz(i-1);

        while res > .001
            M2 = M + dM1;
            funa1 = -A_Asq + (1/M^2)*((2/(gamma+1))*(1+(gamma-
1)*M^2/2))^( (gamma+1)/(gamma-1));
            funa2 = -A_Asq + (1/M2^2)*((2/(gamma+1))*(1+(gamma-
1)*M2^2/2))^( (gamma+1)/(gamma-1));
            dv_dm = (funa2-funa1)/dM1;

            M = M - funa1/dv_dm;
            res = abs(funa1);

        end
        Mnoz(i) = M;
    end
    % Encontrar presion
    Pnoz(i) = P_c*(1+(gamma-1)*Mnoz(i)^2/2)^(-gamma/(gamma-1));
end
figure(1);
subplot(2,1,2)
plot(noz(:,1),Mnoz, 'r*')
hold on;
plot(noz(:,1),Pnoz/P_amb, 'b*')
hold on;
plot(noz(size(noz,1),1),M_e, 'go')
hold on;
plot(noz(size(noz,1),1),1, 'go')
xlabel('Nozzle length (m)')
ylabel('Mach number and P/P_c')
legend('MachNumber', 'P/P_a_m_b', 'M_e_x_i_t(predicted)', 'P_a_m_b/P_a_m_b')

```

## D.4 Creador de cuadrícula en dirección x

```

% *****Consulte nozzle.m para obtener instrucciones. *****
% Programa para extrapolar los puntos de datos del
% diseño de la boquilla y hacer un espaciado uniforme
% de la cuadrícula en la dirección x No cambie nada ... simplemente
% ejecute este script Encuentre el espaciado mínimo dado por
% el método de características y configúrelo como el valor dx
dx = 0;
for i=1: size(noz,1)-1
    len = noz(i+1,1) - noz(i,1);
    if (len < dx || i == 1)
        dx = len;
    end
end

```

```

end
% Dar explícitamente el valor dx aquí
dx = max(noz(:,1))/ceil(max(noz(:,1))/dx);
n = max(noz(:,1))/dx;
% len = max(noz(:,1));
% n = 50; % Nota: el número de puntos es en realidad n + 1
% dx = len/n
% Elija m puntos en y como un factor de x puntos
yfactor = .8;
m = ceil(yfactor*n);
% Hacer una distribución x uniforme de puntos
xmax = 0;
i = 1;
while xmax < max(noz(:,1))
    xmax = dx*(i-1);
    x(i,1:m) = xmax;
    i = i+1;
end
% Haga los puntos y, y extrapole linealmente desde los puntos
% más cercanos para ajustar la geometría de la boquilla
% Inicializar y asignar el último valor
y(1:size(x,1),1:size(x,2)) = 0;
y(1,size(y,2)) = noz(1,size(noz,2));
y(size(y,1),size(y,2)) = noz(size(noz,1),size(noz,2));
for i = 1 : size(x,1)-1

    j = 1;
    while x(i,1) >= noz(j,1)
        x1 = noz(j,1);
        x2 = noz(j+1,1);
        y1 = noz(j,2);
        y2 = noz(j+1,2);
        j = j + 1;
    end

    slope = (y2 - y1)/(x2 - x1);
    y(i,size(y,2)) = y1 + slope*(x(i,1)-x1);

    % Rellenar malla
    dy = y(i,size(y,2))/(size(y,2)-1);
    for k = 1: size(y,2)
        y(i,k) = dy*(k-1);
    end

end

% Fill in mesh
dy = y(size(y,1),size(y,2))/(size(y,2)-1);
for k = 1: size(y,2)
    y(size(y,1),k) = dy*(k-1);
end

'Mesh done'

```

## D.5 Graficador de Tobera CFD

```

% ***** Consulte nozzle.m para obtener instrucciones *****
% Con la cuadrícula dada del código de la boquilla, resuelva
% el flujo usando el método de volumen finito de MacCormack
% Parámetros de la porción CFD
cfl = .8; % Factor de estabilidad de Courant-Friedricks-Lewy (<1)
tt = 500; % Número de pasos a seguir
init = 1; % ¿Inicializar o utilizar los datos de la ejecución
anterior? [1-init 0-anterior]
visit = 0; % Archivo de visualización de salida? [1-sí 0-no]
% Hacer que algunas variables sean globales
global gamma R x y cfl P_amb Vol T_c;
% Inicialice el dominio aquí
if (init == 1)
    n = size(x,1);
    m = size(x,2);
    p(1:n+1,1:m+1) = P_c*(1+(gamma-1)/2)^(-gamma/(gamma-1));
    T(1:n+1,1:m+1) = T_c;
    u(1:n+1,1:m+1) = 1.25*M_e*sqrt(gamma*R*T_c);
    v(1:n+1,1:m+1) = 0;
    rho = p./(R.*T);
    e = p/(gamma-1) + (1/2)*rho.*(u.*u + v.*v);
    % Fundido en forma de conservación
    Q(:, :, 1) = rho; % Conservacion de masa
    Q(:, :, 2) = rho.*u; % Conservacion de Momento X
    Q(:, :, 3) = rho.*v; % Conservacion de Momento Y
    Q(:, :, 4) = e; % Conservacion de Energia
    % Obtenga y almacene los términos de volumen y flujo superficial
    Vol(1:size(x,1)+1,1:size(x,2)+1) = 1;
    for i=1 : n-1
        for j=1 : m-1
            side1 = ( x(i,j)-x(i+1,j) ) * y(i+1,j+1) + ( x(i+1,j)-x(i+1,j+1)
) * y(i,j) ...
                + ( x(i+1,j+1)-x(i,j) ) * y(i+1,j);
            side2 = ( x(i,j)-x(i+1,j+1) ) * y(i,j+1) + ( x(i+1,j+1)-x(i,j+1)
) * y(i,j) ...
                + ( x(i,j+1)-x(i,j) ) * y(i+1,j+1);
            Vol(i+1,j+1) = (1/2)*( abs(side1) + abs(side2) );
        end
    end
end
% Bucle de iteración principal para la integración en el tiempo
for k = 1: tt
    Q = solver(Q); % Llame al solucionador para avanzar un paso de
tiempo
    k % Salir de aquí para el contador de iteraciones
end
% Recupere las variables de flujo de las variables conservadas
rho = Q(:, :, 1);
u = Q(:, :, 2) ./ rho;
v = Q(:, :, 3) ./ rho;
e = Q(:, :, 4);
p = (gamma-1) * (e - (1/2) * rho .* (u.*u + v.*v));
T = p ./ (R * rho);
ss = sqrt(abs(gamma * R * T));

```

```

Mach = sqrt(u.^2 + v.^2)./ss;
% Plotee la malla y el número de Mach local de flujo
figure(3);clf;
surf(x,y,Mach(1:size(p,1)-1,1:size(p,2)-1));view(0,90);
hold on;surf(x,-y,Mach(1:size(p,1)-1,1:size(p,2)-1));view(0,90); hold on
colorbar
% Grafique la presión y el número de Mach en el eje
figure(1);hold on;plot(x(:,1),p(1:size(p,1)-1,1)/P_amb,'b')
hold on;plot(x(:,1),Mach(1:size(p,1)-1,1),'r')
legend('Mach Number','P/P_a_m_b','M_e_x_i_t(predicted)',...
'P_a_m_b/P_a_m_b','CFD-Mach','CFD-P/P_a_m_b')
% Escriba un archivo para Tecplot * o VisIT
% * TecPlot es un paquete comercial de visualización de CFD
% ~ VisIT es un paquete de visualización CFD gratuito y es muy bueno.
% Puede descargarse aquí: (www.llnl.gov/visit)
if (visit == 1)

% Encabezado para que los programas reconozcan el formato de datos
dlmwrite('visit.tec','VARIABLES="X","Y","Pressure","Mach" ZONE
I=', 'delimiter','')
dlmwrite('visit.tec',size(x,1),'delimiter','', '-append')
dlmwrite('visit.tec','J=', 'delimiter','', '-append')
dlmwrite('visit.tec',size(x,2),'delimiter','', '-append')
dlmwrite('visit.tec','F=POINT','delimiter','', '-append')
% Recorrer los datos
for j = 1: size(y,2)
for i = 1:size(y,1)
dlmwrite('visit.tec',x(i,j),'delimiter','', '-append')
dlmwrite('visit.tec',y(i,j),'delimiter','', '-append')
dlmwrite('visit.tec',p(i,j),'delimiter','', '-append')
dlmwrite('visit.tec',Mach(i,j),'delimiter','', '-append')
end
end
end
end

```

## D.6 Resolvedor ecuaciones de Euler 2-D en la malla de la boquilla

```

% ***** Consulte nozzle.m para obtener instrucciones. *****
% solver.m
% Solucionador del método macormack
function [Q] = solver(Q)
global gamma R
[u,v,rho,p,e,T,ss,F,G] = flowvars(Q);
% Da un paso de MacCormack
[Q] = mac(Q);
end
%%%%%%%%% flowvars %%%%%%%%%%
function [u,v,rho,p,e,T,ss,F,G] = flowvars(Q)
global gamma R
% Calcule las variables de flujo reales en cada paso de tiempo.
rho = Q(:, :, 1);
u = Q(:, :, 2)./rho;
v = Q(:, :, 3)./rho;
e = Q(:, :, 4);
p = (gamma-1)*(e-(1/2)*rho.*(u.*u+v.*v));
T = p./(R*rho);

```

```

ss = sqrt(abs(gamma*R*T));

F(:,:,1) = rho.*u;
F(:,:,2) = rho.*u.*u + p;
F(:,:,3) = rho.*u.*v;
F(:,:,4) = (e+p).*u;
G(:,:,1) = rho.*v;
G(:,:,2) = rho.*u.*v;
G(:,:,3) = rho.*v.*v + p;
G(:,:,4) = (e+p).*v;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%% mac %%%%%%%%%
function [Q] = mac(Q)
global gamma R
Q0 = Q;
% Flujo hacia adelante
[Qflux,dt] = flux_mc(Q,-1);
Qbar = Q - dt*Qflux;
Q = Qbar;
[Q] = boundary(Q);
% Flujo hacia atrás
[Qflux,dt] = flux_mc(Q,0);
Q = (1/2)*(Q0 + Qbar - dt*Qflux );
[Q] = boundary(Q);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%% flux_mc %%%%%%%%%
function [Qflux,dt] = flux_mc(Q,dd)
global x y Vol cfl
[u,v,rho,p,e,T,ss,F,G] = flowvars(Q);
nx = size(x,1);
ny = size(x,2);
a(1:nx+1,1:ny+1) = 0;
b(1:nx+1,1:ny+1) = 0;
c(1:nx+1,1:ny+1) = 0;
Qflux(1:nx+1,1:ny+1,1:4) = 0;
% Obtener los flujos
for i = 2: size(x,1)
    for j = 2: size(x,2)
        ii = i-1;
        jj = j-1;

% Cara derecha
sfpx = y(ii+1,jj+1)-y(ii+1,jj);
sfpy = -( x(ii+1,jj+1)-x(ii+1,jj) );

% Cara izquierda
sfmx = -( y(ii,jj+1) - y(ii,jj) );
sfmy = ( x(ii,jj+1)-x(ii,jj) );
% Cara superior
sgpx = -( y(ii+1,jj+1) - y(ii,jj+1) );
sgpy = x(ii+1,jj+1) - x(ii,jj+1);
% Cara inferior
sgmx = ( y(ii+1,jj)-y(ii,jj) );
sgmy = -( x(ii+1,jj) - x(ii,jj) );
% Obtener el flujo

```



```

Qflux(i,j,:) = ( F(i+1+dd,j,:)*sfpx + G(i+1+dd,j,:)*sfpy + ...
    F(i+dd,j,:)*sfmx + G(i+dd,j,:)*sfmy + F(i,j+1+dd,:)*sgpx ...
    + G(i,j+1+dd,:)*sgpy + F(i,j+dd,:)*sgmx + G(i,j+dd,:)*sgmy );

% Normalizar por volumen
Qflux(i,j,:) = Qflux(i,j,:)./Vol(i,j);

% Términos CFL
a(i,j) = abs(u(i,j))*sfpx + v(i,j)*sfpy);
b(i,j) = abs(u(i,j))*sgpx + v(i,j)*sgpy);
c(i,j) = ss(i,j)*sqrt(abs( sfpx^2 + sfpy^2) ...
    + abs( sgpx^2 + sgpy^2) );

end
end
dt = max(max((a+b+c)./Vol));
dt = cfl/dt;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%% Perímetro %%%%%%%%%
function [Q] = boundary(Q)
global x y gamma R P_amb T_c
[u,v,rho,p,e,T,ss,F,G] = flowvars(Q);
% Condiciones de contorno del problema aquí
nx = size(x,1);
ny = size(x,2);
% Pared superior
p(:,ny+1) = p(:,ny);
v(:,ny+1) = 0;
u(:,ny+1) = 0;
rho(:,ny+1) = rho(:,ny);

% Línea de simetría
p(:,1) = p(:,2);
v(:,1) = -v(:,2);
u(:,1) = u(:,2);
rho(:,1) = rho(:,2);
% El flujo de entrada no debería cambiar desde la inicialización
u(1,:) = sqrt(gamma*R*T_c);
v(1,:) = v(2,:);
% Flujo de salida: configurado para celdas aguas arriba
u(nx+1,:) = u(nx,:);
v(nx+1,:) = v(nx,:);
p(nx+1,:) = p(nx,:); %P_amb;
rho(nx+1,:) = rho(nx,:);
% EOS
e = p/(gamma-1) + (1/2)*rho.*(u.*u + v.*v);
Q(:, :, 1) = rho;
Q(:, :, 2) = rho.*u;
Q(:, :, 3) = rho.*v;
Q(:, :, 4) = e;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

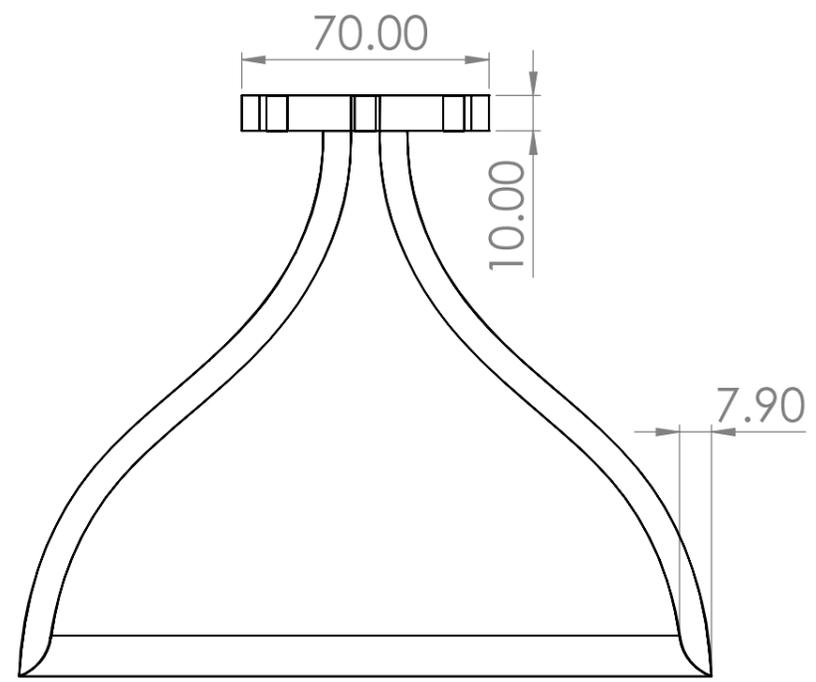
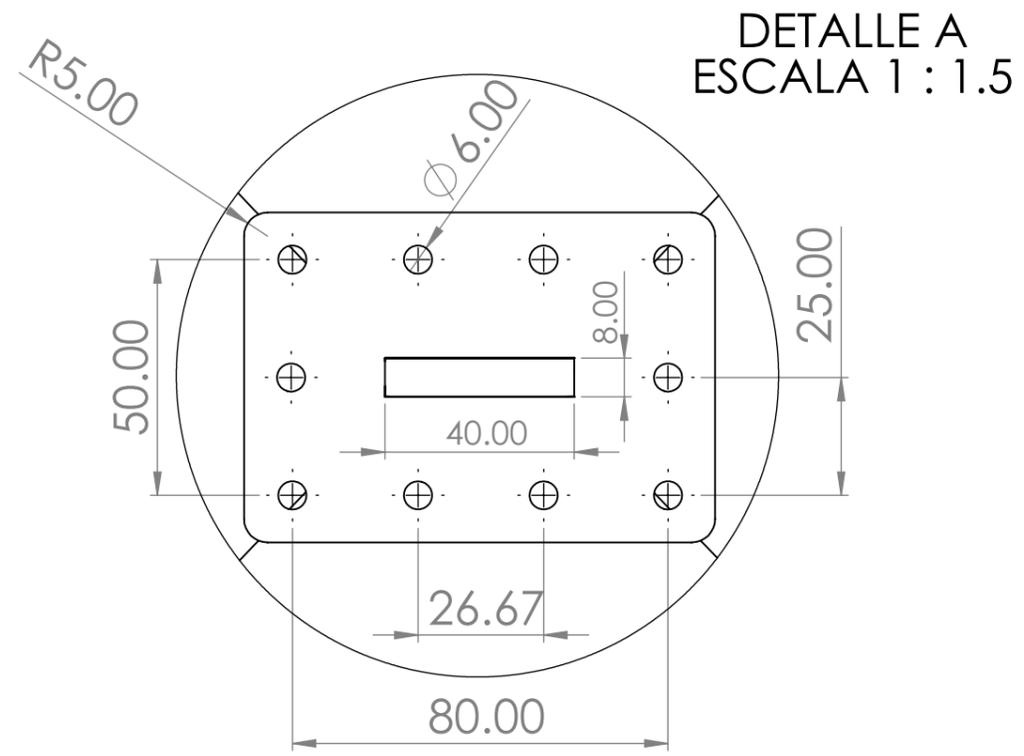
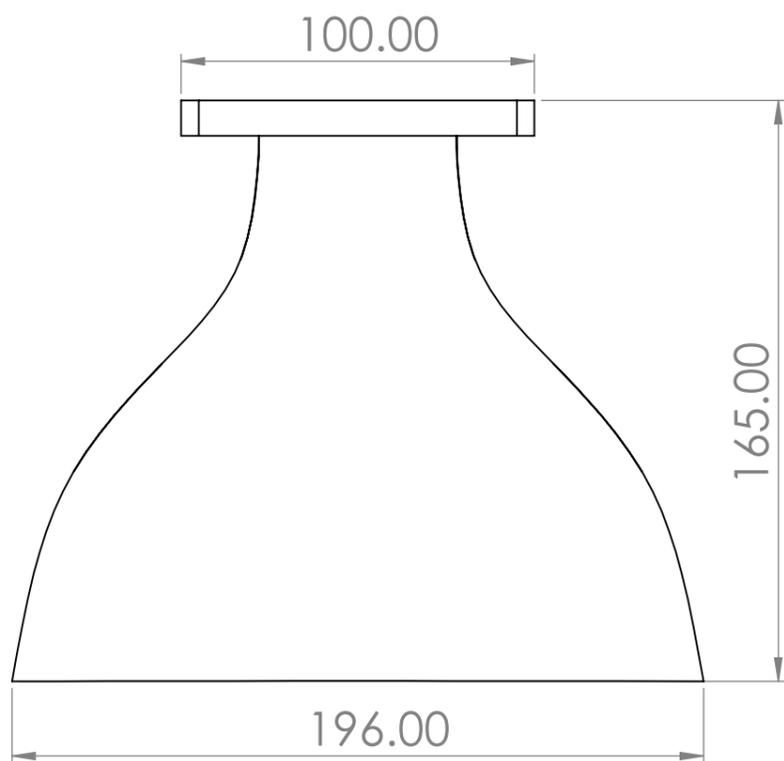
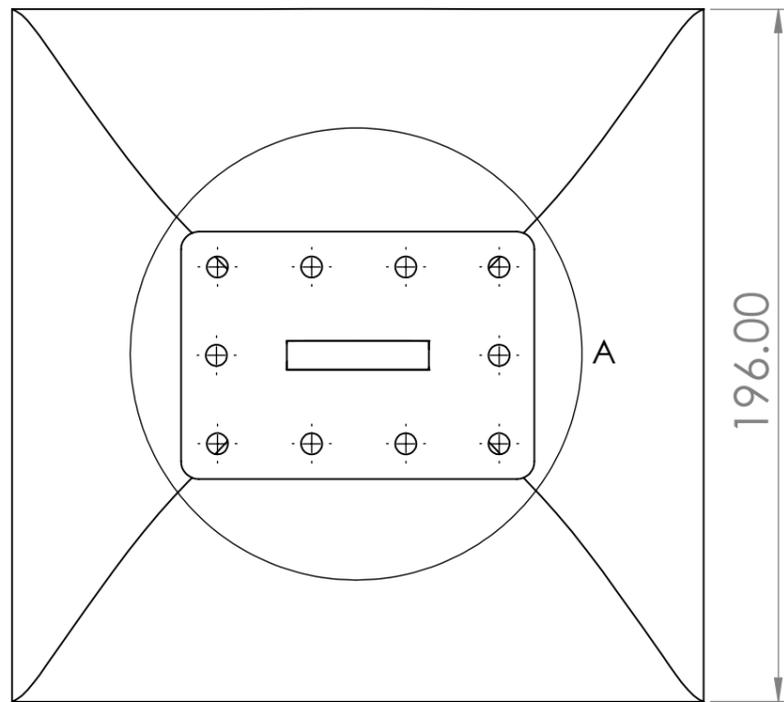
```

# Anexo E

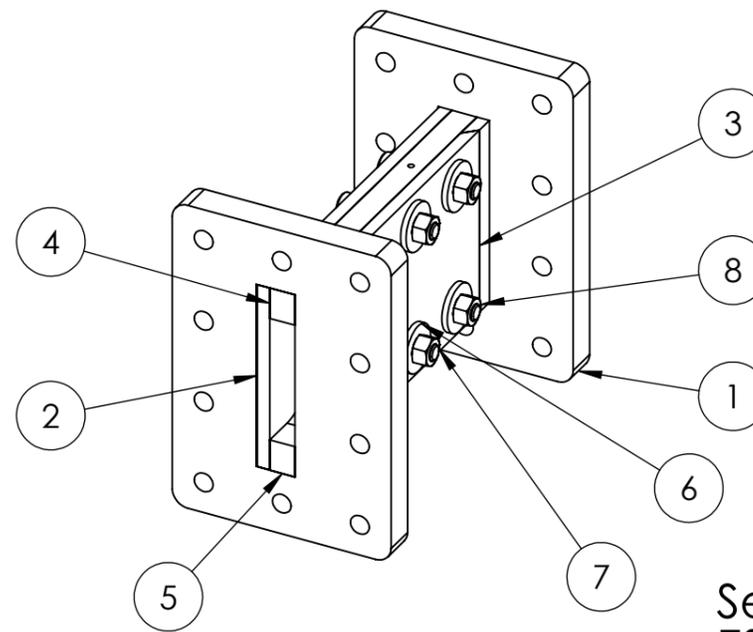
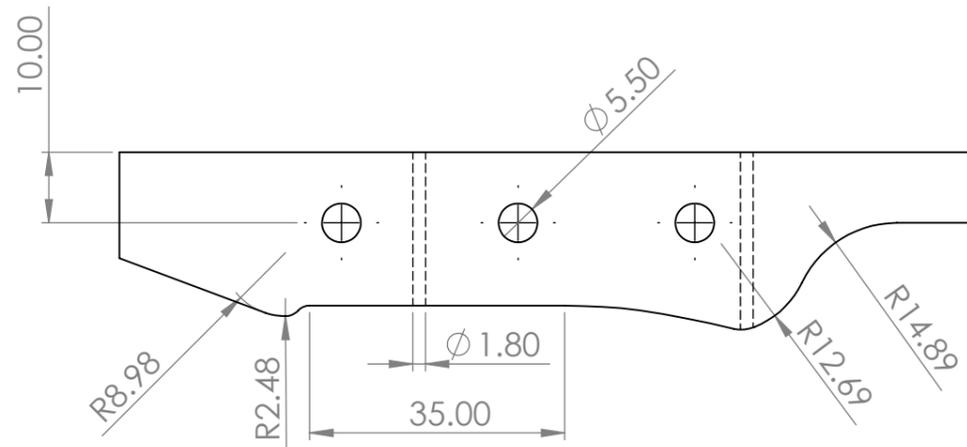
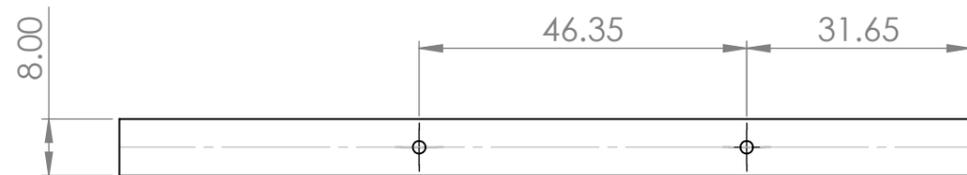
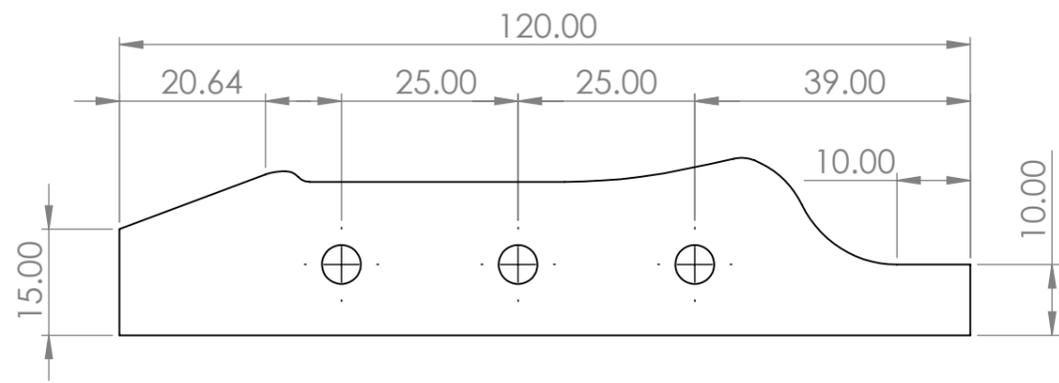
## Planos y croquis

En este anexo se presentarán todos los planos correspondiente a los diseños de todas las partes que conforman el trabajo final, con los siguientes nombres.

- [1] Contracción subsónica.
- [2] Sección de prueba – Construcción 2.
- [3] Sección de prueba – Construcción 3.
- [4] Sección de prueba – Construcción 4.
- [5] Bridas.
- [6] Salida posterior a segunda garganta.
- [7] Brida inferior tanque.
- [8] Base espejo.
- [9] Porta espejo.
- [10] Aro de movimiento.



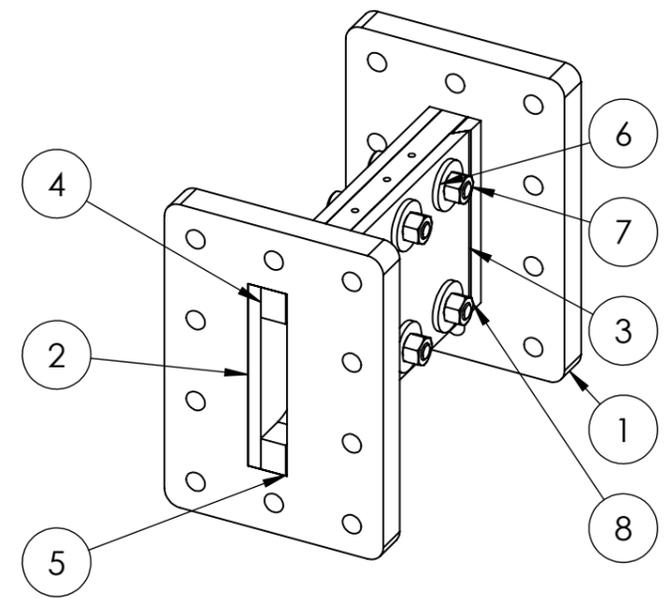
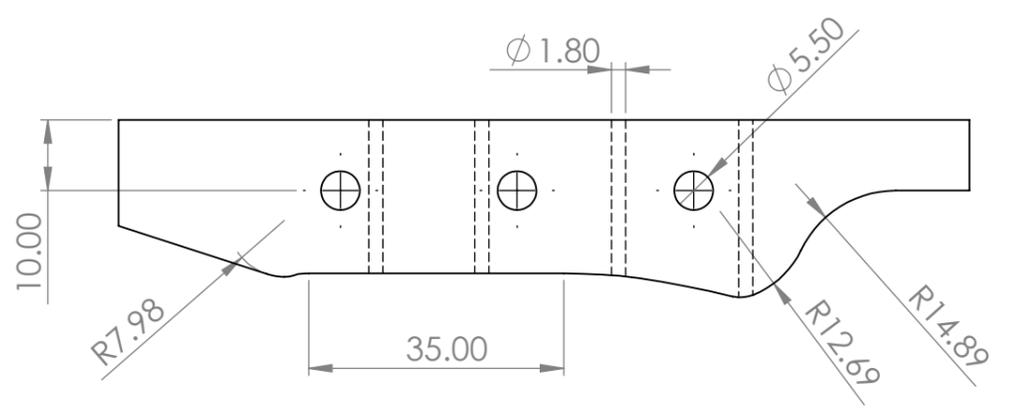
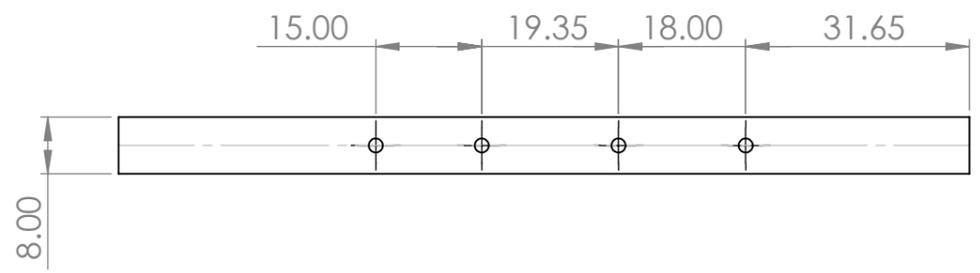
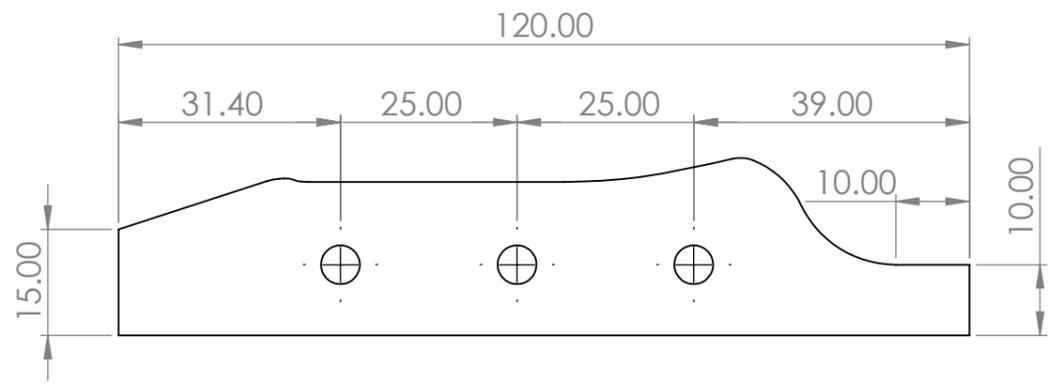
OBS. IMPRESIÓN 3D MATERIAL: PLA MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.			CONTRACCIÓN SUBSÓNICA	PROYECTO ZONDA 2
	ESC.	1:2			
TOLER. RUG.				N.º DE DIBUJO: 1	
					N.º DE PLANO: 1



Sección de pruebas  
ESCALA 1:2

N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	Bridas	Material: PLA	2
2	Placa acrílico de 120 mm x 60 mm x 4 mm	-	1
3	Placa acrílico de 88 mm x 60 mm x 4 mm	Bordes biselados a 45°	1
4	Sección de prueba	Material: PLA	1
5	Sección de prueba	Materual: PLA	1
6	B18.22M - Plain washer, 5 mm, regular	-	12
7	B18.3.1M - 5 x 0.8 x 25 Hex SHCS -- 25NHX	-	6
8	B18.2.4.1M - Hex nut, Style 1, M5 x 0.8 --D-N	-	6

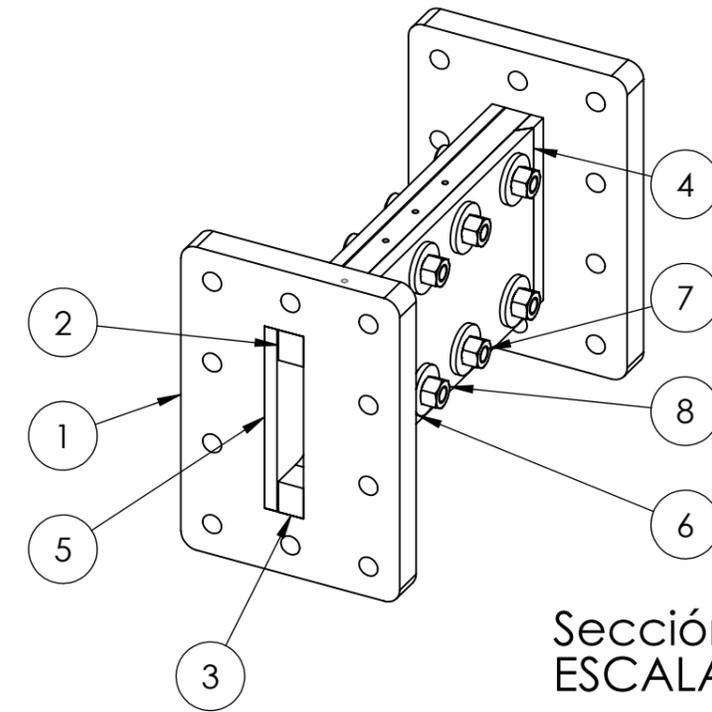
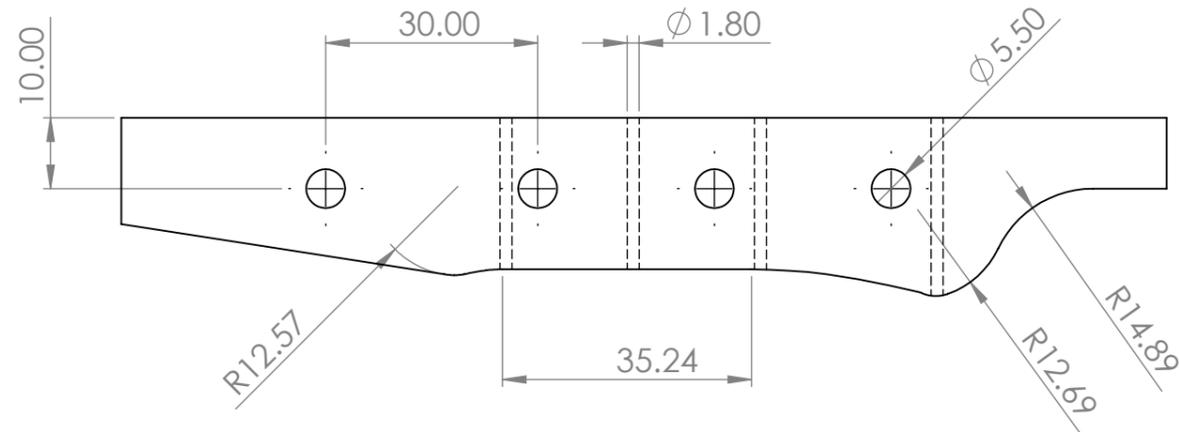
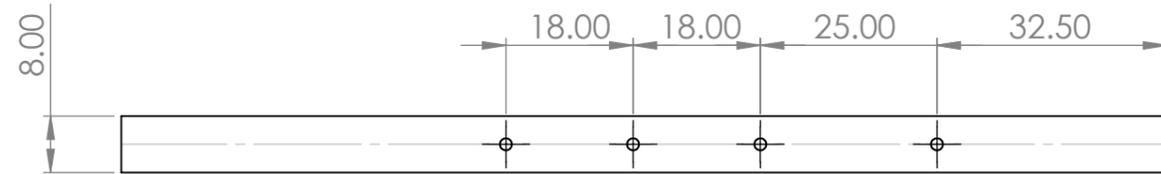
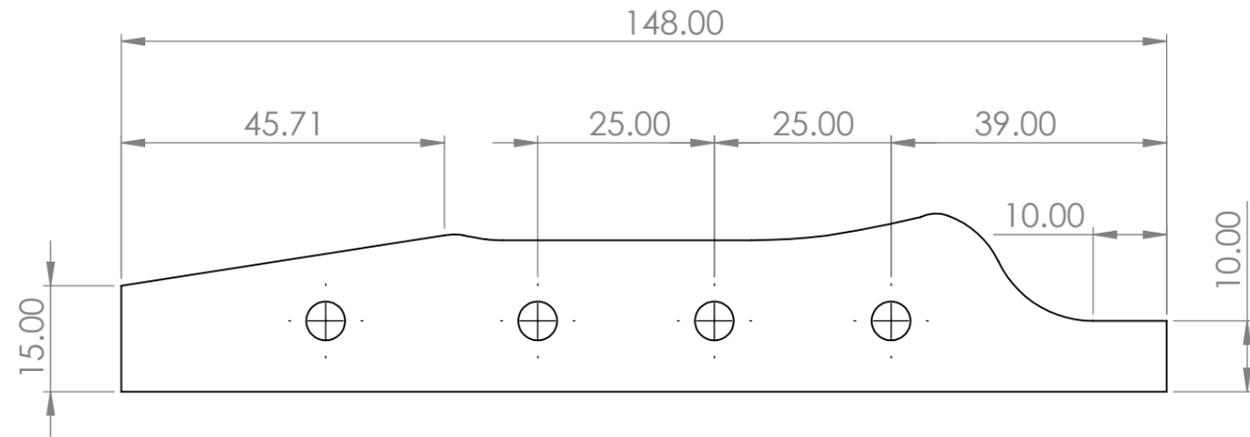
OBS. MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.			Sección de pruebas Construcción 2	PROYECTO ZONDA 2
	ESC.	1:1			
TOLER. RUG.				N.º DE DIBUJO: 2	
				N.º DE PLANO: 2	



Sección de pruebas  
ESCALA 1:2

N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	Bridas	Material: PLA	2
2	Placa acrílico de 120 mm x 60 mm x 4 mm	-	1
3	Placa acrílico de 88 mm x 60 mm x 4 mm	Bordes biselados a 45°	1
4	Sección de prueba	Material: PLA	1
5	Sección de prueba	Material: PLA	1
6	B18.22M - Plain washer, 5 mm, regular	-	12
7	B18.3.1M - 5 x 0.8 x 25 Hex SHCS -- 25NHX	-	6
8	B18.2.4.2M - Hex nut, Style 2, M5 x 0.8 --D-N	-	6

OBS. MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.			Sección de pruebas Construcción 3	PROYECTO ZONDA 2
	ESC.	1:1			
TOLER. RUG.				N.º DE DIBUJO: 3	
				N.º DE PLANO: 3	

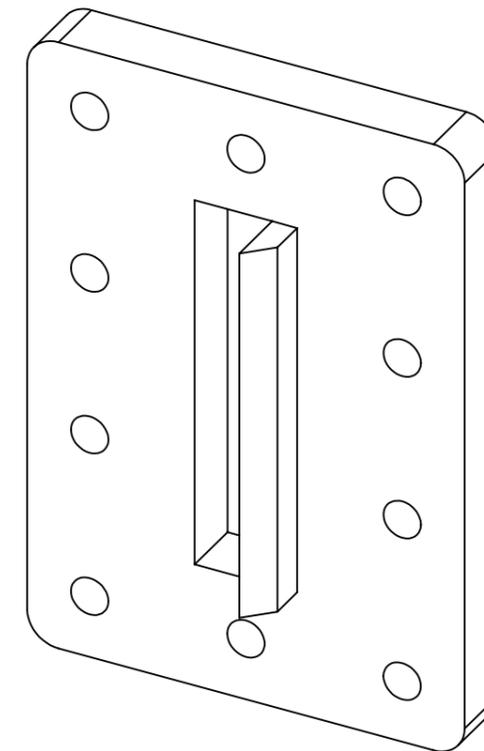
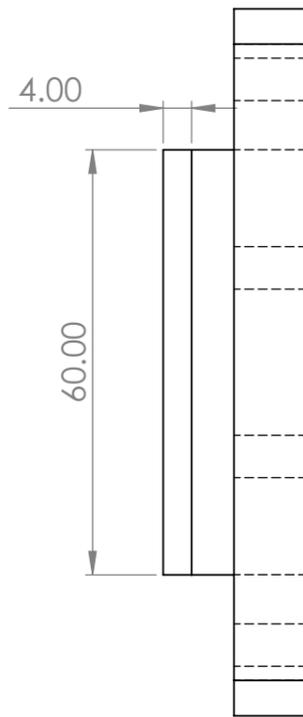
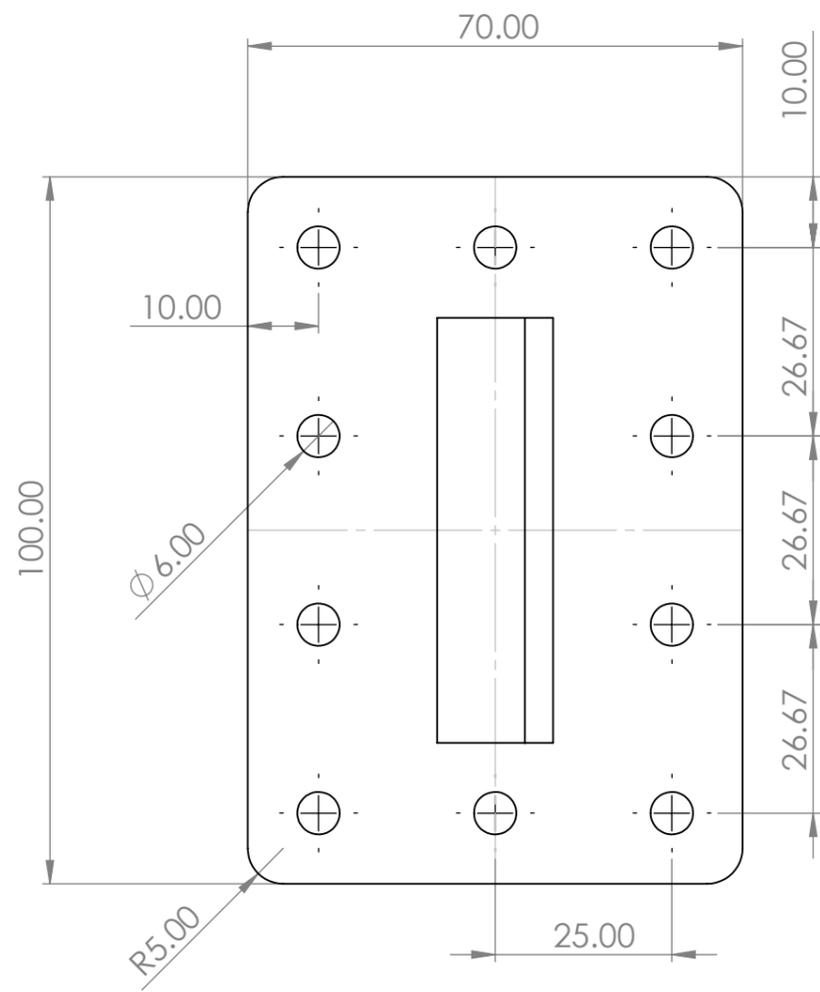


Sección de pruebas  
ESCALA 1:2

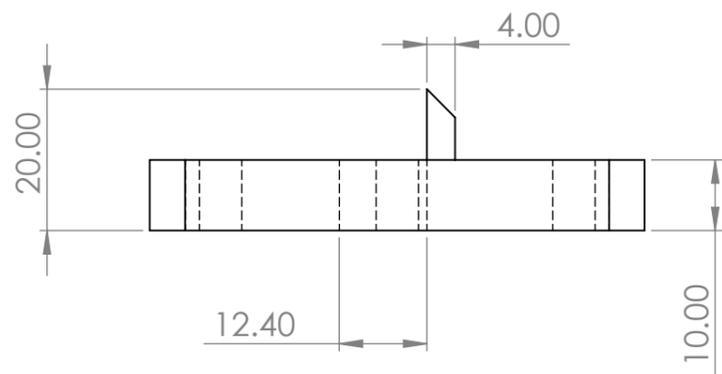
N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	Bridas	Material: PLA	2
2	Sección de prueba	Material: PLA	1
3	Sección de prueba	Material: PLA	1
4	Placa de acrílico 116 mm x 60 mm x 4 mm	Bordes biselados a 45°	1
5	Placa de acrílico 148 mm x 60 mm x 4 mm	-	1
6	B18.22M - Plain washer, 5 mm, regular	-	16
7	B18.3.1M - 5 x 0.8 x 25 Hex SHCS -- 25NHX	-	8
8	B18.2.4.2M - Hex nut, Style 2, M5 x 0.8 --D-N	-	8

OBS. MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.			PROYECTO ZONDA 2	
	ESC.	1:1			
				N.º DE DIBUJO: 4	
				N.º DE PLANO: 4	

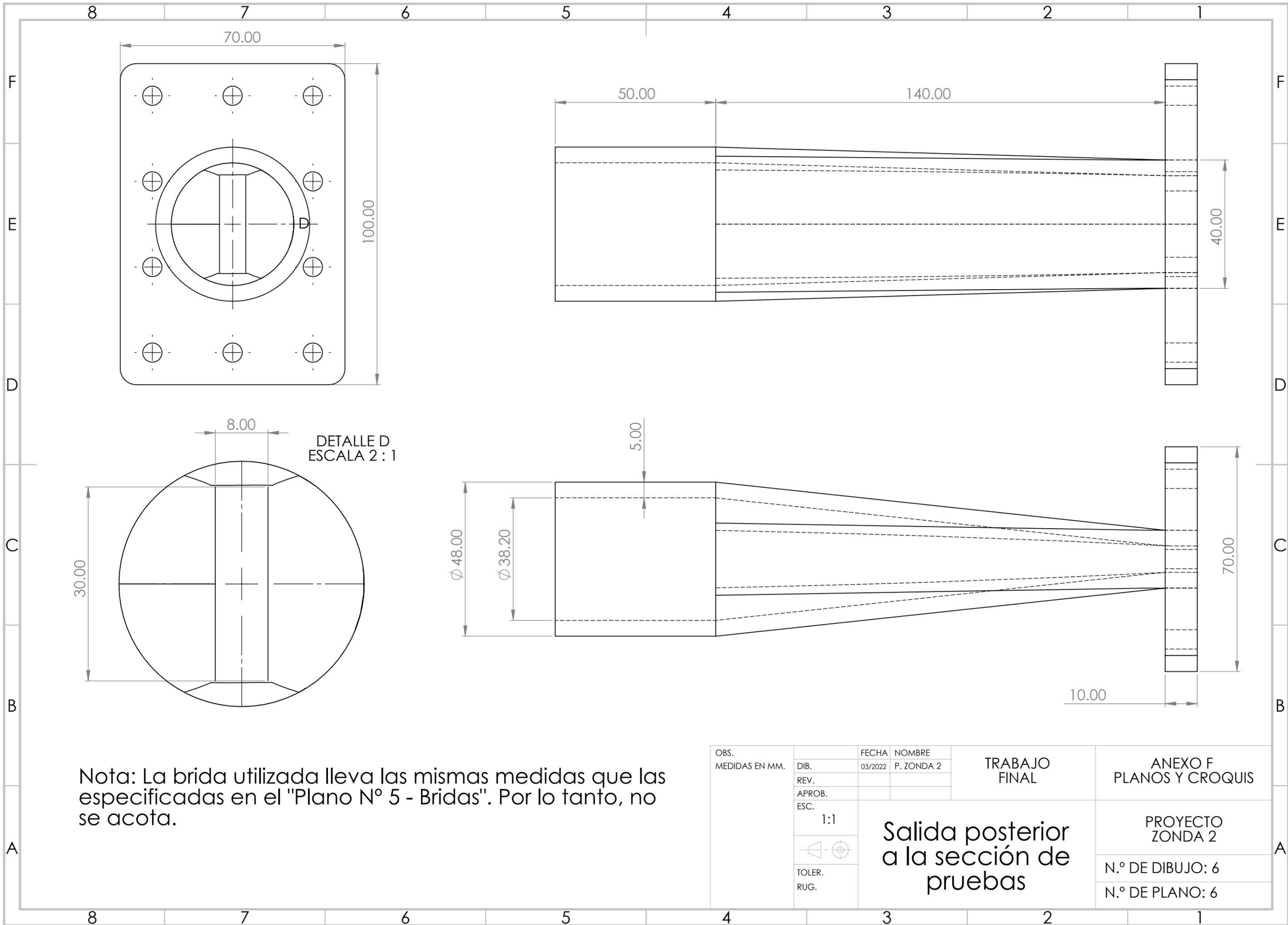
Sección de pruebas  
Construcción 4



Brida.  
ESCALA 1:1



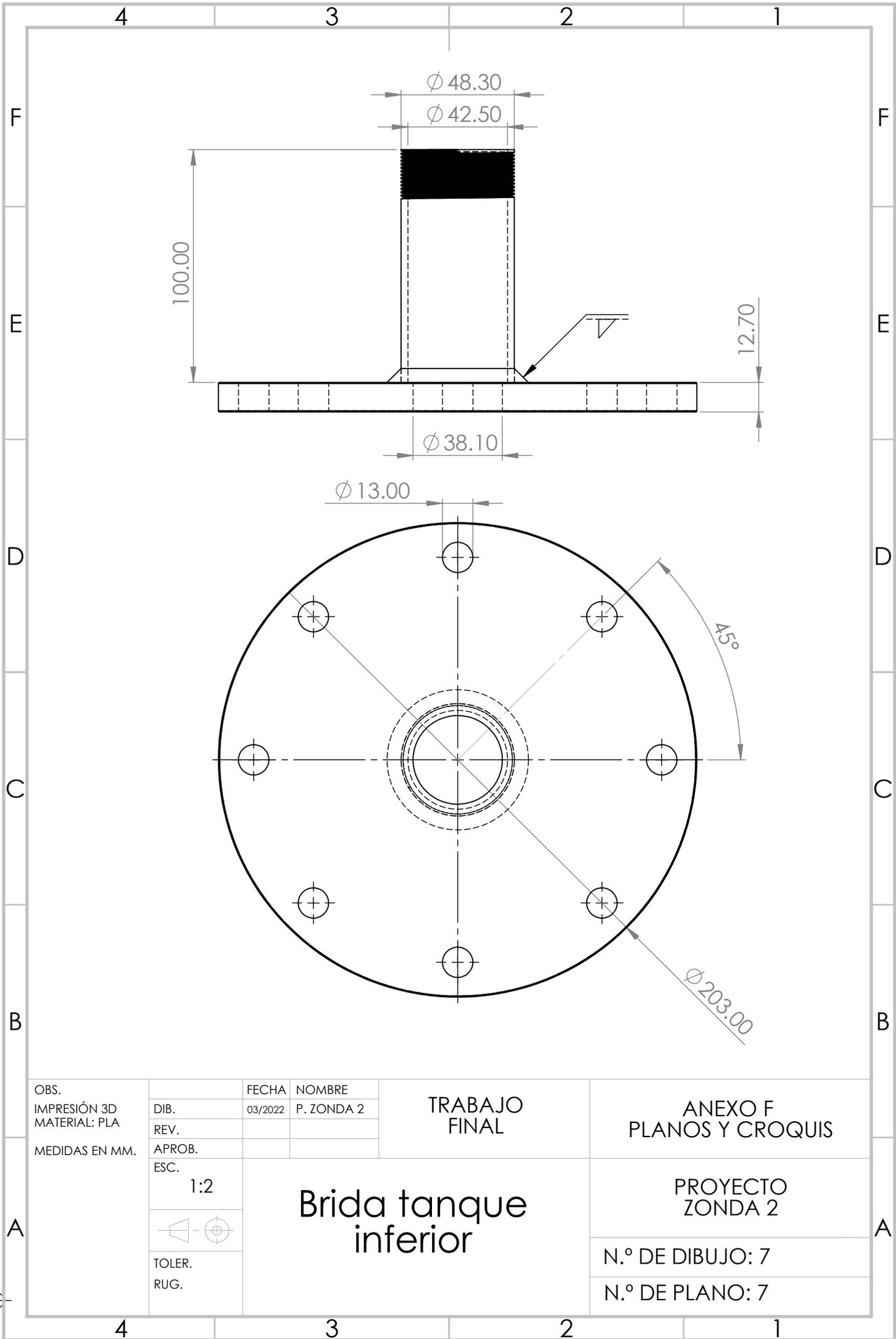
OBS. MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.				
	ESC.	1:1			PROYECTO ZONDA 2
			Bridas		
TOLER.					
RUG.			N.º DE PLANO: 5		



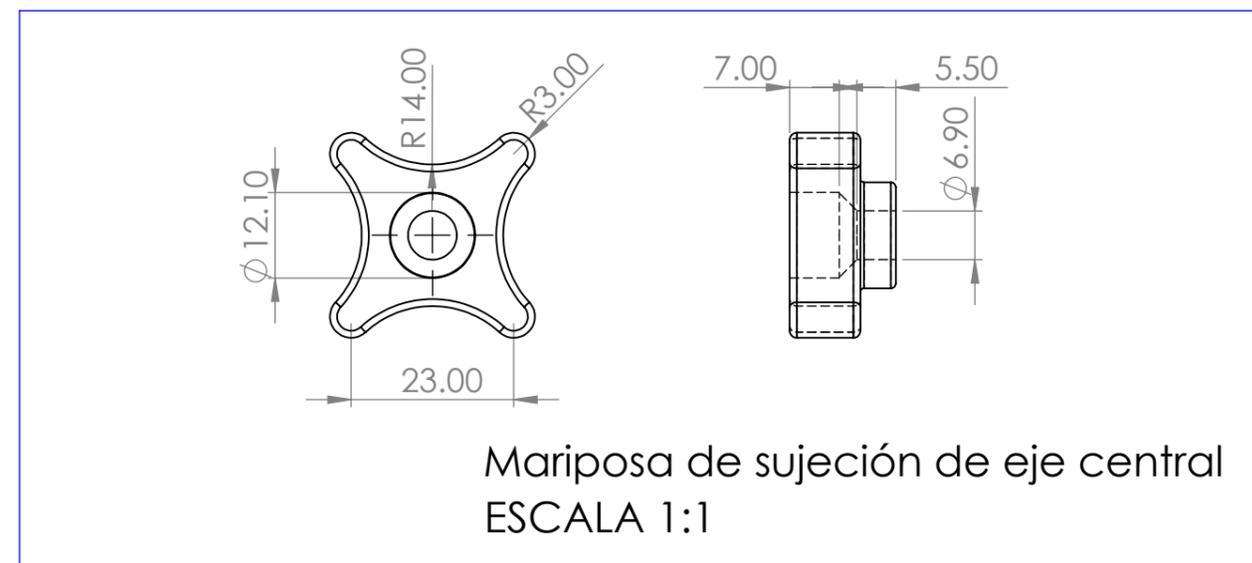
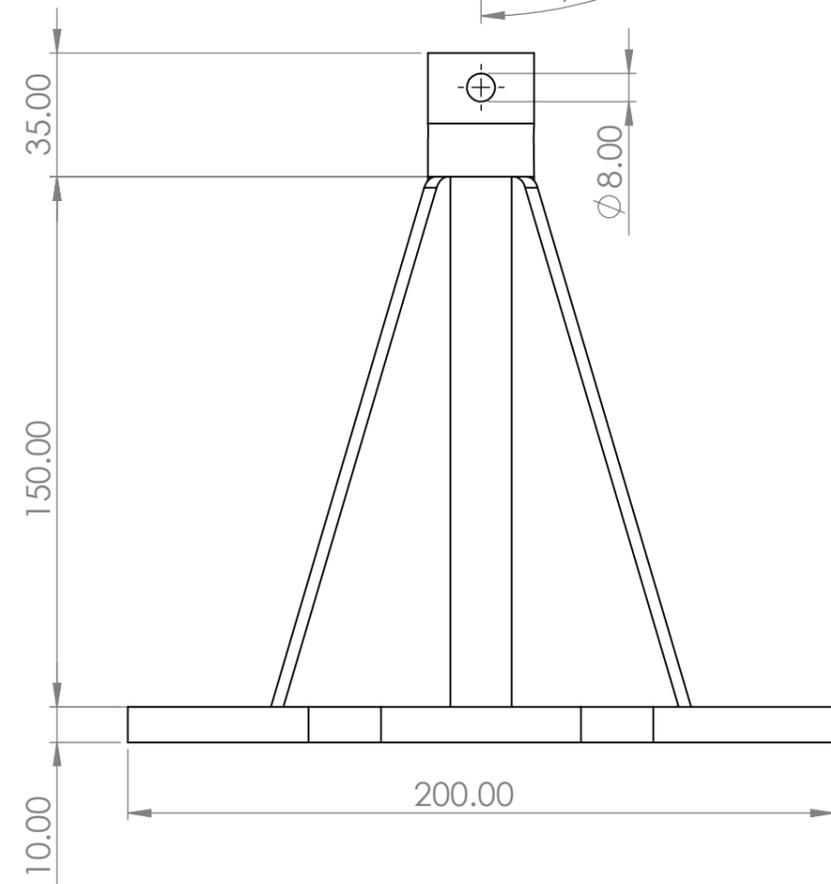
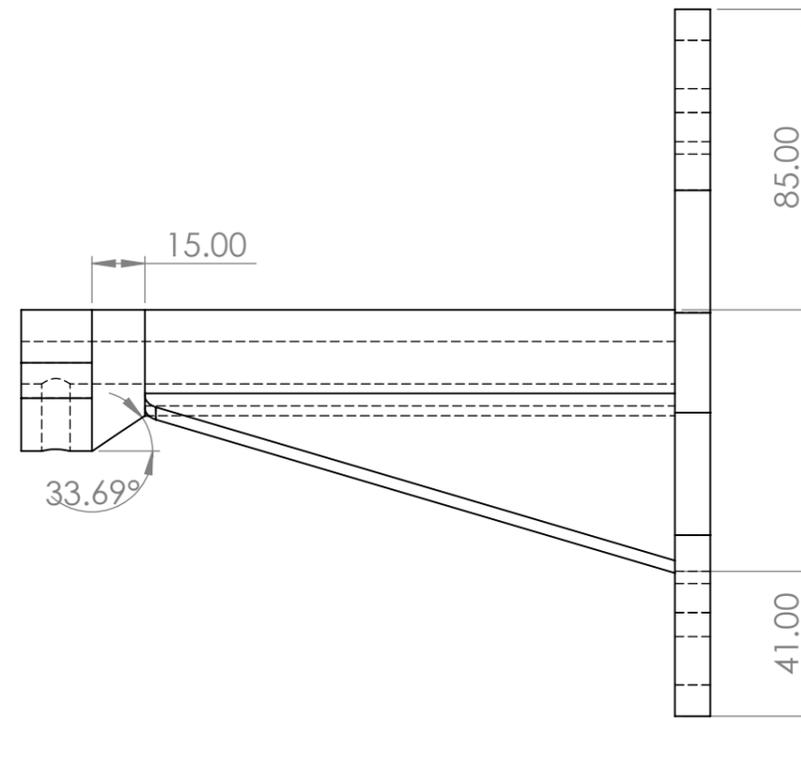
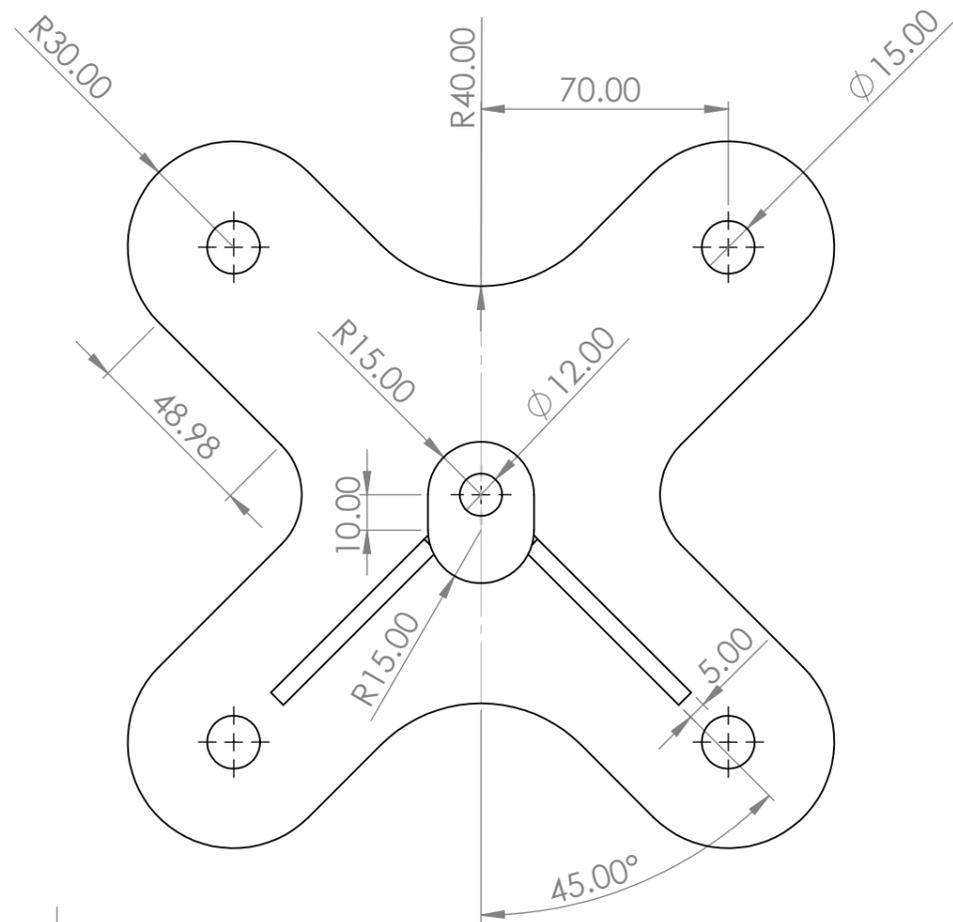
Nota: La brida utilizada lleva las mismas medidas que las especificadas en el "Plano N° 5 - Bridas". Por lo tanto, no se acota.

OBS. MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.				
	ESC.	1:1		Salida posterior a la sección de pruebas	PROYECTO ZONDA 2
TOLER. RUG.			N.º DE DIBUJO: 6		
					N.º DE PLANO: 6

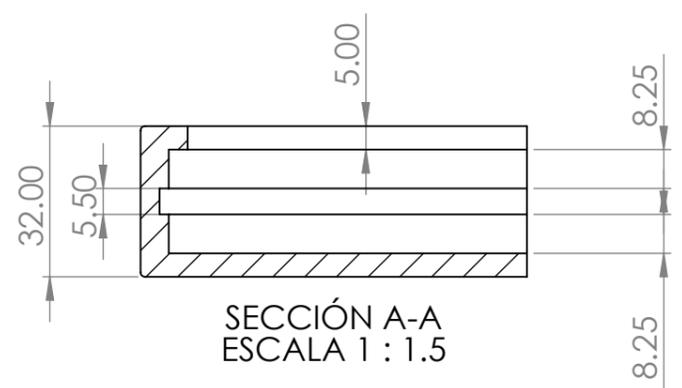
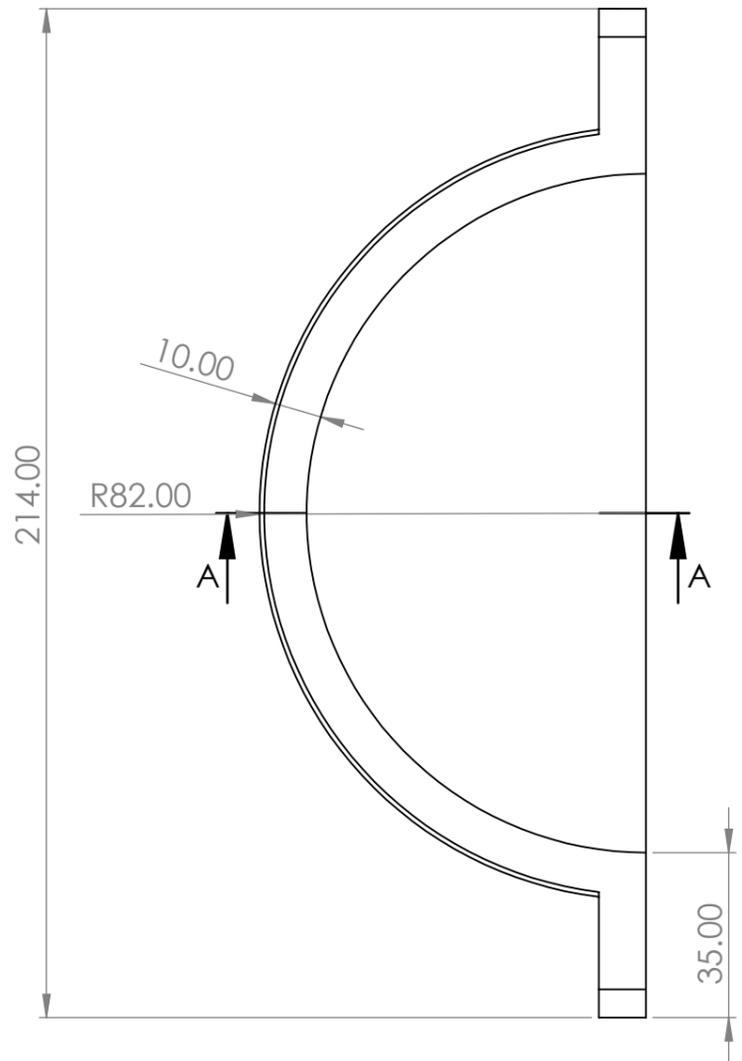




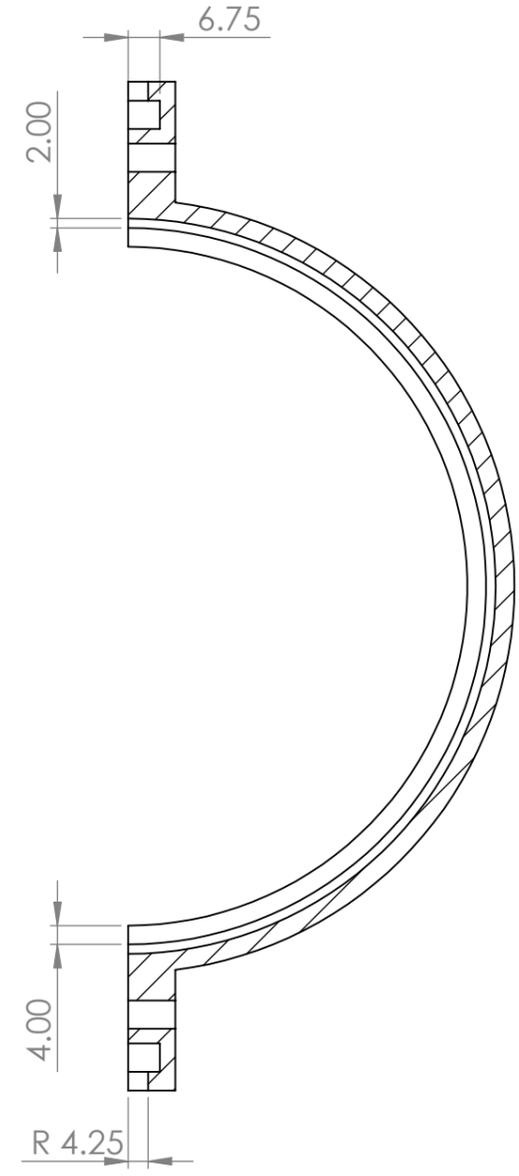
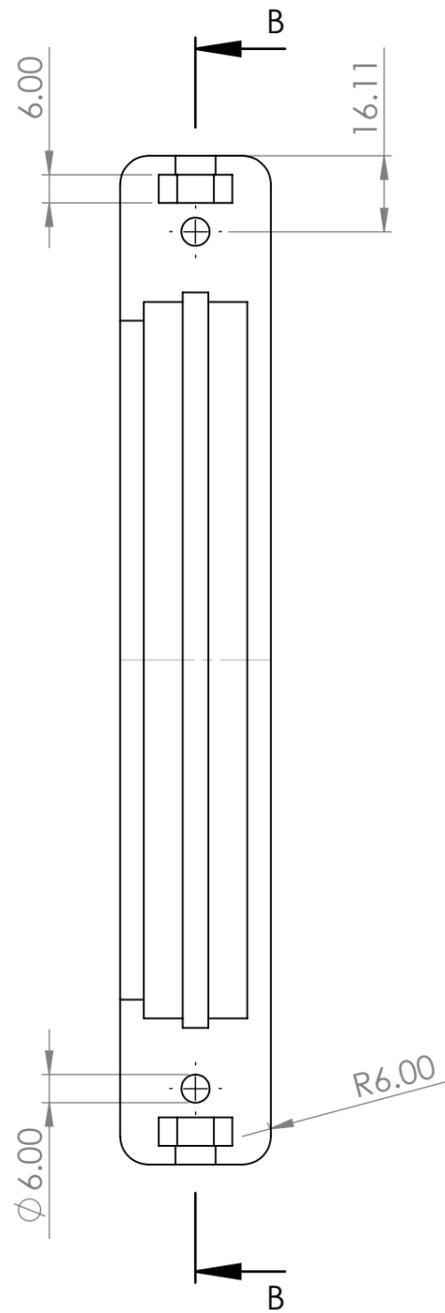
OBS. IMPRESIÓN 3D MATERIAL: PLA  MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.				
	ESC.				
	1:2	Brida tanque inferior		PROYECTO ZONDA 2	
				N.º DE DIBUJO: 7	
TOLER. RUG.				N.º DE PLANO: 7	



OBS. MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.			Base espejos parabólicos	PROYECTO ZONDA 2
	ESC.	1:2			
TOLER. RUG.			N.º DE DIBUJO: 8		
				N.º DE PLANO: 8	



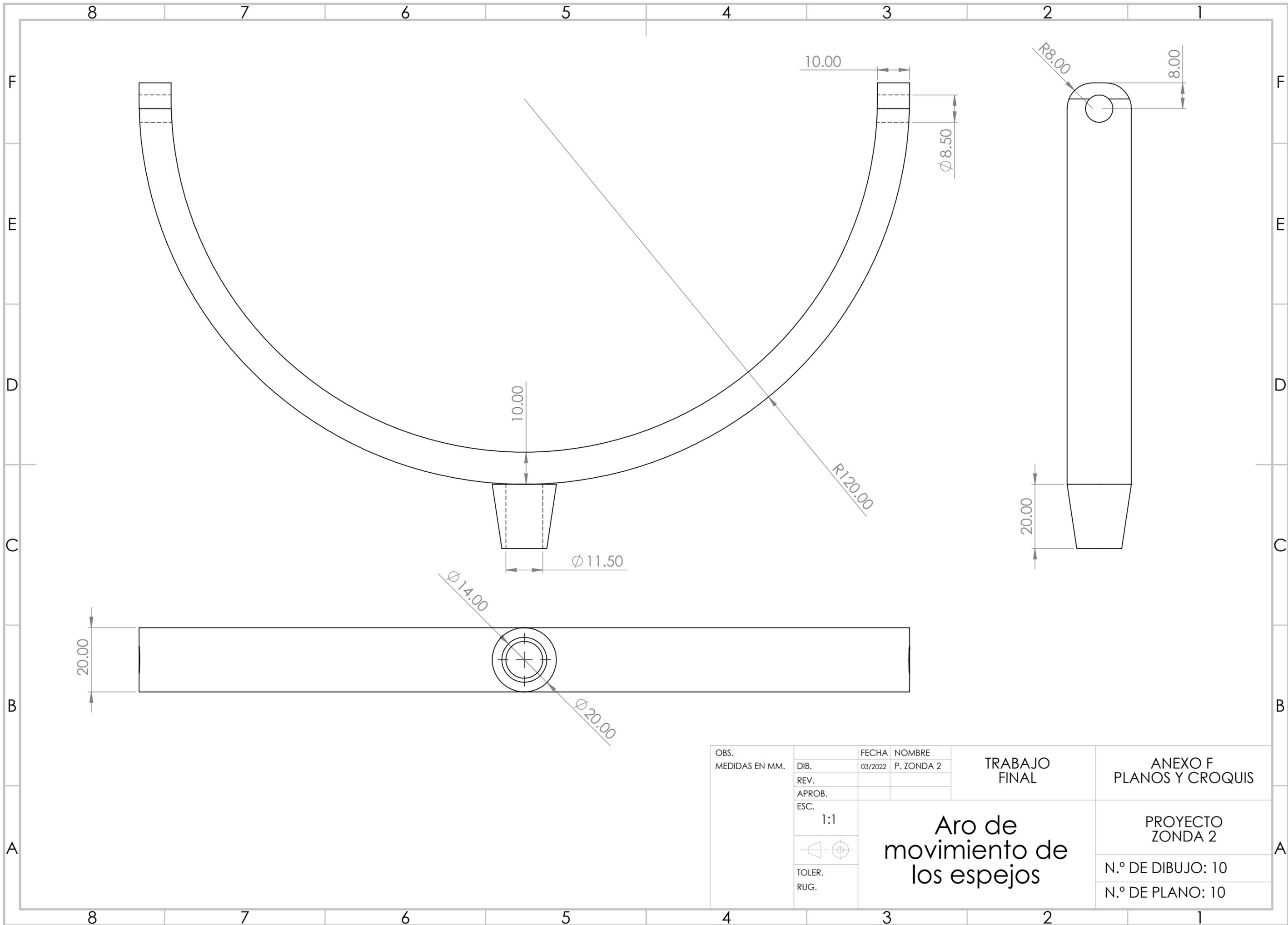
SECCIÓN A-A  
ESCALA 1 : 1.5



SECCIÓN B-B  
ESCALA 1 : 1.5

Nota: Cada espejo lleva dos mitades

OBS. MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.				
	ESC.	1:1.5		PROYECTO ZONDA 2	
	TOLER. RUG.				
Porta espejos parabólicos				N.º DE DIBUJO: 9	
				N.º DE PLANO: 9	



OBS. MEDIDAS EN MM.	DIB.	FECHA	NOMBRE	TRABAJO FINAL	ANEXO F PLANOS Y CROQUIS
	REV.	03/2022	P. ZONDA 2		
	APROB.			<b>Aro de movimiento de los espejos</b>	PROYECTO ZONDA 2 N.º DE DIBUJO: 10 N.º DE PLANO: 10
	ESC.	1:1			
TOLER.					
RUG.					