GEOACTA,vol.12,n.1 (1984) pag.331 a 337

GENERALIZACION DE UNA LEY DE DISTRIBUCION EMPIRICA APLICABLE A PROBLEMAS GEOFISICOS

Francisco A.Hirsch* y Lilia M.Romanelli*
Centro Argentino de Estudios de Radiocomunicaciones
y Compatibilidad Electromagnética (CAERCEM)
Julián Alvarez 1218 - (1414) Buenos Aires
Argentina

RESUMEN

Para la descripción de datos geofísicos se utilizan distribuciones matemáticas de distinto tipo. En el presente trabajo se propone una generalización de la distribución log-normal aplicable a datos empíricos tales como la distribución de intensidad de precipitación. Esta distribución tiene la ventaja de no forzar los datos dentro de modelos prefijados.

ABSTRACT

In the description of geophysical data, different mathematical expressions are used. In the present work a generalization of the log-normal distribution is proposed and applied to empirical rainfall data. The distribution proposed avoids the straight-jacket of predetermined models.

* Miembros de la Carrera del Investigador del CONICET

INTRODUCCION

Cuando se estudia la influencia de hidrometeoros en las comunicaciones por microondas es importante evaluar la distribución de intensidad de precipitación para predecir la atenuación. Dicha distribución generalmente se aproxima por una de dos leyes empíricas de acuerdo a la intensidad de lluvia caída. Para lluvias leves o moderadas, se usa generalmente la distribución log-normal (Battesti, 1979a), mientras que para lluvias muy intensas generalmente se aplica la ley gamma (Morita e Higuti, 1976; Boithias, 1980).

Recientemente (Morita, 1980) describió un nuevo método para estimar la distribución de intensidad de precipitación. Los datos fueron divididos en dos porciones (uno para lluvias leves y otro para lluvias intensas) y aproximó cada uno de ellos por distribuciones log-normal con distintos parámetros de ajuste. Por otra parte, para los datos canadienses (Segal, 1980) se usó una ley de potencias para ajustarlos.

En este trabajo se presenta una distribución generalizada que tiene las ventajas de no forzar los datos dentro de modelos prefijados (en ausencia de teorías que los justifiquen) y a la vez es fácilmente aplicable.

LA DISTRIBUCION POLILOGNORMAL

Si se grafica la intensidad de lluvia acumulada de manera tal que la ordenada "y" sea la inversa de la distribución normal, es decir:

$$Q(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-R'^2/2)\, dR' \qquad (1)$$

y log R es la abcisa, la distribución log normal se representa por una línea recta.

Pero en general, la naturaleza no sigue leyes tan sencillas. Teniendo en cuenta este hecho, proponemos una generalización de la distribución log normal que evita el uso de una distribución predeterminada y, por ello es útil para gran variedad de climas e intensidades de precipitación.

La expresión para esta distribución es:

$$Q(R) = \frac{1}{2\pi} \int_{R}^{\infty} \{\sum_{n=0}^{N} (na_n \log^{n-1} R')\, \exp(-\frac{1}{2}(\sum_{0}^{N} a_n \log^n R')^2)\, d(\log R') \qquad (2)$$

Con R valor instantáneo de intensidad de precipitación. LLamamos a esta distribución la Distribución Polilognormal. A pesar de su aspecto intimidatorio, los coeficientes y la expresión son fácilmente evaluables como se verá más adelante.

Cuando no se cuenta con datos instantáneos de R en la ecuación (2) se usa el valor medio de R en T minutos, R_T, obteniéndose en este caso la distribución en R_T.

METODO

Se comienza calculando el valor de y tal que, en la ecuación (1), Q(y) es la probabilidad que la intensidad de precipitación exceda R (ó, en un intervalo T cuando se usa R_T), según el grado de precisión requerida y se completa de acuerdo a algunos de los métodos mostrados en el Apéndice I.

Los puntos así evaluados en el espacio y vs. log R podrán ser aproximados por un polinomio en log R; siendo

$$y = \sum_{n=o}^{N} a_n \log^n R \qquad (3)$$

Usando el método de cuadrados mínimos se determinará el valor de N óptimo y el de los coeficientes a_n.

Por otra parte, cuando se requiere conocer la probabilidad de intensidad de precipitación mayor que R,Q(R), basta simplemente reemplazar R en la ecuación (3) y buscar en una tabla de función de probabilidad normal.

Se podría pensar en un procedimiento similar para la función gamma. Sin embargo, esto no es posible, ya que la función gamma depende en forma no lineal del parámetro, lo que impide la construcción de una escala para la ordenada y, ya que ésta sería función de los datos experimentales.

RESULTADOS OBTENIDOS

A modo de ejemplo en la fig. 1 se presentan los datos de precipitación cada cinco minutos para Buenos Aires e Iguazú. En ambos casos el polinomio que los representa es de segundo grado y sus coeficientes se muestran en Tabla 1.

Como se observa en la figura, estos datos no corresponden ni a una ley log normal ni a una ley gamma.

APENDICE I

Cálculo de y conociendo Q(y) según la ecuación 26.2.22 de Abramowitz y Stegun (1954).

$$y = t - \frac{a_0 + a_1 t}{1 + b_1 t + b_2 t^2} + \varepsilon(p)$$

con

$$t = (-2 \ln p)^{1/2}$$

y donde el error $|\varepsilon(P)| < 3 \times 10^{-3}$

Los coeficientes son

$a_0 = 2{,}30753$ $\quad$ $b_1 = 0{,}99229$

$a_1 = 0{,}27061$ $\quad$ $b_2 = 0{,}04481$

Si se requiere mayor precisión se puede usar lo anterior como una primera aproximación y a continuación el método de Newton-Raphson:

$$y_{i+1} = y_i - \frac{Q(y_i) - p}{Z(y_i)}$$

donde $Z(y) = \exp(-(y)^2/2)$

y $\quad Q(y) = Z(y)(\sum_i b_i u^i)$

con $u = 1/(1+ky)$ con $k = 0{,}2316419$

$b_1 = 0{,}319381530$ $\quad$ $b_4 = -1{,}821255978$

$b_2 = -0{,}356563782$ $\quad$ $b_5 = 1{,}330274429$

$b_3 = 1{,}781477937$

BIBLIOGRAFIA

Abramowitz, M. and Stegun, A., 1954: Handbook of Mathematical Functions; Dover Publications, New York.

Battesti, J., 1979a: Effet des hydrométéores sur la propagation des ondes aux fréquences supérieures a 10GHz. CNET, Note Technique NT/TCR/APH/63.

Boithias, L., 1980: Au Sujet de la loi de distribution statisque des intensités de pluie. Ann.Télécommunic., 35, N°9-10, pp. 365.

Morita, K., 1980: A New Method for Estimating Rain Attenuation Distribution. Rev. of the Electrical Communic., 28, N°5-6, pp.472-476.

Morita, K. and Higuti,I.,1976: Prediction Methods for Rain Attenuation Distribution of Micro and Millimeter Waves. Rev. of the Electrical Communic. 24, N°7-8, pp.651-668.

Segal, B., 1980: An analytical examination of mathematical models for the rainfall rate distribution function. Ann.Télécommunic., 35, N°11-12, pp.434-438.

TABLA I

Coef.	Buenos Aires	Iguazú
a_0	3,04	2,81
a_1	0,61	0,67
a_2	0,34	0,44

Coeficientes de la ecuación (2) para Buenos Aires e Iguazú. En ambos casos $\{R\}$ = mm/5min.

EPIGRAFES DE LAS FIGURAS

Fig. 1: Datos acumulativos de precipitación en cinco minutos para Buenos Aires junto con el ajuste por cuadrados mínimos de la ecuación (2) para Buenos Aires (línea llena) e Iguazú (línea punteada). La ordenada y(Q) se ha graficado junto a la escala porcentual equivalente de tiempo. Los coeficientes se muestran en la Tabla 1. (Notar que la escala del gráfico es en mm/hora).

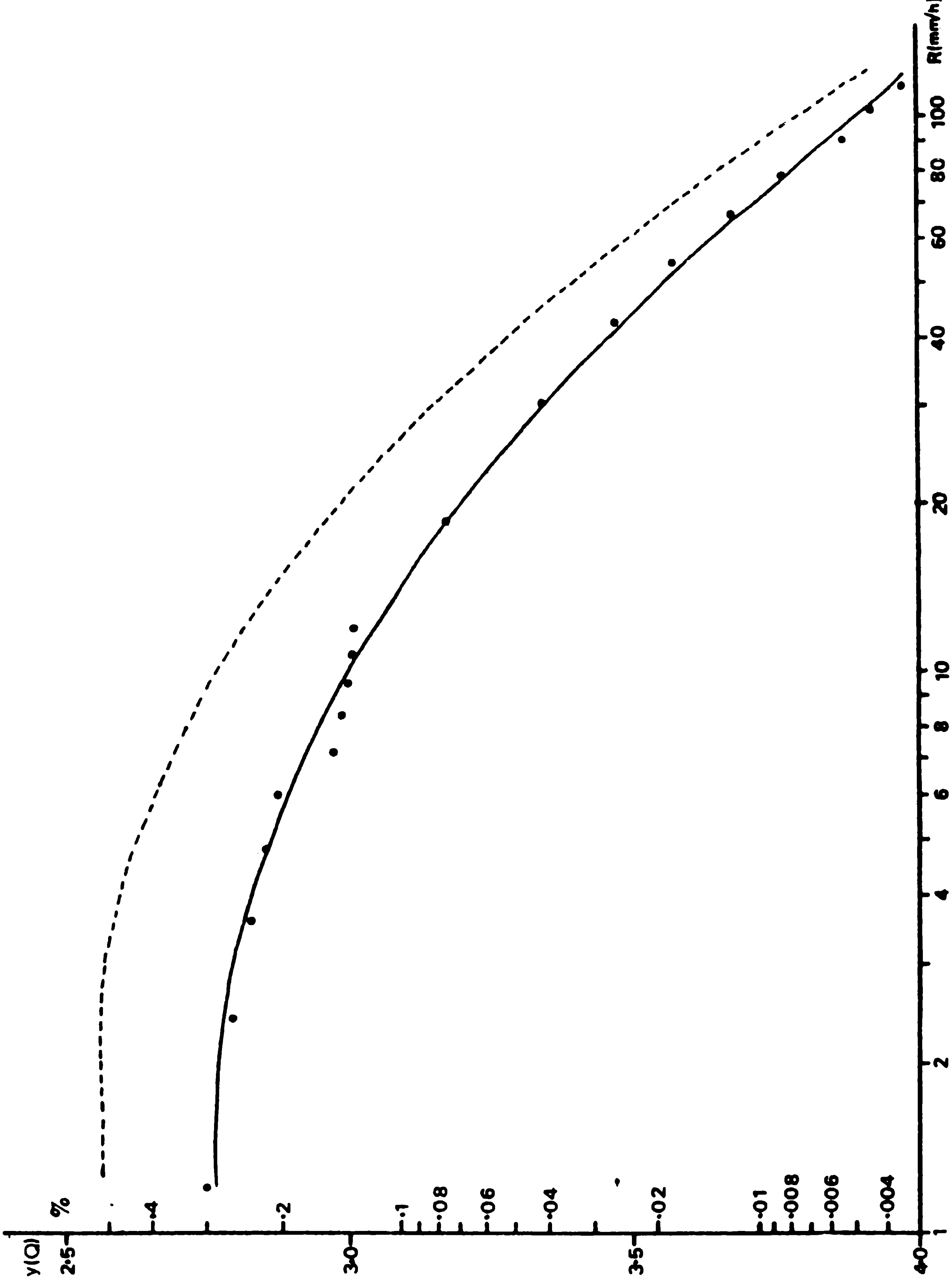
y(Q)
%
R(mm/h)
2·5
3·0
3·5
4·0
·4
·2
·1
·08
·06
·04
·02
·01
·008
·006
·004
1
2
4
6
8
10
20
40
60
80
100

Fig. 1