

# Aplicación de Sistemas Dinámicos a las Relaciones Laborales

Julia Cabral, Luis Lara, Nahuel D. Meinardi

Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura. UNR. Rosario, Santa Fe, Argentina

**Resumen.** En este trabajo se muestra la posibilidad de aplicar la teoría de sistemas dinámicos para la descripción de las relaciones laborales, como así también mencionar trabajos existentes que modelizan matemáticamente la conducta humana. A través de ecuaciones diferenciales se representan diferentes tipos de relaciones laborales.

**Palabras Claves:** Sistemas Dinámicos, Ciencias Sociales, Relaciones Laborales.

## 1 Introducción

La aplicación de la teoría de los sistemas dinámicos se ha expandido más allá de las aplicaciones físicas, donde se originó y, se ha estudiado con mayor profundidad en problemáticas relacionadas con la biología, como el modelo logístico aplicado al crecimiento poblacional propuesto por Pierre-François Verhulst [1], en la zoología con el modelo de la competencia de especies de Begon, M., Harper, J. L. y Townsend, C. R. [2] y también se observan modelos en la economía, química e ingeniería.

En las ciencias sociales y, más particularmente en el ámbito empresarial, la profundidad con la que se ha aplicado, es considerablemente menor.

La importancia de la aplicación de la teoría de los sistemas dinámicos a problemas empresariales, reside en que a pesar de que las empresas invierten gran cantidad de su tiempo en mejorar la utilización de sus materias primas, sus métodos de fabricación y sus maquinarias, los responsables de crear, implementar y gestionar los desarrollos, las innovaciones y la evolución de la organización, son las personas que integran las mismas. Por lo que la eficacia y eficiencia de las personas y los grupos dentro de la organización son los factores claves para el éxito de las empresas en cualquier horizonte temporal.

Por esto mismo, nuestro interés se centra en el estudio de los individuos como miembros de una organización y, en su dinámica dentro de la misma.

Una disciplina que hace foco en el estudio de los individuos dentro de las organizaciones, es el comportamiento organizacional. Esta estudia el impacto que los individuos, los grupos y las estructuras tienen sobre la conducta dentro de las organizaciones con el objeto de aplicar tal conocimiento al mejoramiento de la eficacia de la misma. Esta se vincula con otras disciplinas afines tales como la psicología conductista, la sociología y la psicología social, que estudian al hombre y su comportamiento desde múltiples perspectivas.

En este trabajo se pretenden simular escenarios donde equipos de trabajo desempeñan sus roles en el ámbito laboral, aplicando para su análisis las teorías del comportamiento organizacional y las de sistemas dinámicos.

## 2 Aplicación de los Sistemas Dinámicos a la Conducta

Basándonos en la Teoría Cualitativa de los Sistemas Dinámicos, podemos abordar la problemática a partir de un conjunto de observables y modelizar el comportamiento individual con diferentes niveles de abstracción.

Para describir el comportamiento de una persona es factible usar una única variable, como S. Strogatz [3], o hasta un número importante de ellas que modelen muchos de los mecanismos internos del individuo, como S. J. Guastello [4]. En este último caso se debe tener en cuenta que el incremento del número de variables, otorga la posibilidad de modelizar mayor cantidad de situaciones de un modo más preciso a costa de una mayor complejidad, dificultando su tratamiento.

La primer etapa es la selección de las variables relevantes que describen el sistema y que van a formar parte del modelo, mientras que la segunda fase es la determinación de las relaciones que existen entre las mismas.

El estudio de las variables que describen a los individuos y sus relaciones, ha sido extensamente abordado desde los orígenes de la psicología. Autores vinculados al comportamiento organizacional, han hecho aportes para determinar estas relaciones, tales como el de E. Mayo [5] en Hawthorne, la teoría X e Y de Mc Gregor [6], la teoría de motivación jerárquica de Maslow [7] y la teoría de los dos factores de Herzberg [8] entre otros.

### 1. Modelo

En este modelo se considerarán tanto variables endógenas, que definen el estado del individuo, como exógenas que influyen sobre las variables internas. Las variables internas del individuo serán denominadas en este trabajo “emociones” y las externas “estímulos”. Las “Emociones” serán representadas mediante  $x_i(t)$  lo cual simboliza a la emoción  $i$ -ésima, en el instante  $t$ .

Entonces en el espacio  $\{x_1, \dots, x_n\}$  cada punto del mismo representa un estado del individuo y el lugar geométrico que van describiendo los estados en el tiempo definen la trayectoria.

Los “estímulos” influyen en las “emociones” del individuo; ejemplos de ello son el clima laboral, las características de las tareas a realizar, las condiciones ambientales, la compensación, los incentivos, entre otros.

En una primera aproximación, la trayectoria que seguirán las variables de un individuo, se pueden modelizar con el siguiente sistema.

$$x_1' = F_1(x_1, \dots, x_n), \quad (1)$$

$$\dot{x}_n = F_n(x_1, \dots, x_n). \tag{2}$$

Las funciones  $F_i, i = 1, \dots, n$  son propias de cada individuo y definen la evolución de las emociones en el tiempo cuando la interacción con el medio es débil, es decir cuando la variación de las emociones depende de su propio estado.

La evolución de las variables se determina por un estado inicial en el espacio de las fases y el desarrollo de la trayectoria está dado por el sistema de ecuaciones diferenciales anterior.

Dado que las percepciones son siempre acotadas, el espacio de las fases también es acotado, lo cual desde el punto de vista de la teoría de sistemas dinámicos, permitiría la formación de conductas caóticas. Este modelo considera al individuo aislado de los estímulos, lo que equivale a estudiar su comportamiento en una escala de tiempo tal que la acción externa no sea significativa. Un agregado al modelo anterior es considerar que el individuo interactúa con el medio, para lo cual la nueva dinámica se representaría sería:

$$\dot{x}_1 = F_1(x_1, \dots, x_n) + G_1(t, y_1, \dots, y_m), \tag{3}$$

$$\dot{x}_n = F_n(x_1, \dots, x_n) + G_n(t, y_1, \dots, y_m), \tag{4}$$

$$y_1' = H_1(t, x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m), \tag{5}$$

$$y_m' = H_m(t, x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m). \tag{6}$$

Donde  $y_i, i=1, \dots, m$  representan las variables que describen al medio ambiente;  $G_i(t, y_1, \dots, y_m), i = 1, \dots, n$  dependen explícitamente del tiempo y representan la acción externa sobre el sistema. La tasa de cambio del medio es modelado por  $H_j, j = 1, \dots, m$ .

Estas ecuaciones muestran claramente la retroalimentación, entre el individuo y el medio ambiente y es claro que el estado del individuo depende ahora también del estado del medio, y recíprocamente. El hecho de pensar la causalidad del estado del individuo como la suma de dos funciones, es para mantener la estructura propia del

mismo como algo dominante. Suponiendo que en el espacio de fases del individuo la trayectoria esté alrededor de una conducta estacionaria, entonces como resultado de la excitación transitoria  $G_i$  el estado del sujeto tendrá un régimen transitorio que lo apartará del estado inicial y lo posicionará en otra región del espacio de fases, lo cual corresponde a nuevos valores en sus emociones.

### 1.1 Una Aplicación

Con el fin de aclarar la sección anterior consideramos un modelo sumamente simple, reinterpretando el modelo propuesto por Strogatz[3], el cual corresponde a un sistema social conformado por dos personas, las cuales interaccionan entre sí. En este sistema binario uno de los individuos es considerado como el medio ambiente del otro.

Entonces  $x$  e  $y$ , definen el estado de “emoción” de cada uno de los individuos siendo  $x$  el medio ambiente de  $y$  y viceversa. El modelo lineal más simple sería:

$$x' = a_{11}x + a_{12}y \quad (7)$$

$$y' = a_{21}y + a_{22}x \quad (8)$$

Donde la percepción que tiene cada individuo de la relación con el otro la representan los coeficientes  $a_{ij} > 0$ ; permitiendo que en casos particulares  $a_{ij} = 0$ ; los cuales se definen posteriormente.

Esta extremada simplificación del modelo se logra considerando hipótesis adicionales, como ser que las “emociones” de un individuo afectan proporcionalmente las del otro.

Es evidente que entre las emociones de un individuo y las del otro, existen una gran cantidad de filtros los cuales las distorsionan. Un modelo más completo debería incluir la traducción de esas emociones en conductas que las expresen y la percepción de esas conductas por parte del segundo individuo, proceso de interpretación que es influido por la memoria.

En esta reinterpretación del modelo, el individuo A representa en una situación laboral a un líder, el cual no necesariamente debe tener un nivel jerárquico formal dentro de la organización. La manera en que este líder influencia a B, su colaborador, se caracteriza con el coeficiente  $a_{22}$  y también es influenciado por este mediante el coeficiente  $a_{12}$ .

Podemos expresar el sistema matricialmente como  $\mathbf{x}' = \mathbf{A} \mathbf{x}$ , siendo A la matriz de coeficientes:

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}$$

Este sistema tiene un único punto fijo en (0,0) la estabilidad estará dada por la traza ( $\tau$ ) y el determinante ( $\Delta$ ) (Strogatz [3]) siendo:

$$\tau = a_{11} + a_{22} \quad (9)$$

$$\Delta = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12} \quad (10)$$

Se pueden presentar en función de  $\tau$  y  $\Delta$  cinco situaciones:

- a)  $\Delta < 0$  y  $\forall \tau$ , se presentará una semi estabilidad
- b)  $\Delta < 0$  y  $\tau = 0$ , el punto fijo es un centro estable
- c)  $\Delta > 0$  y  $\tau < 0$ , el punto fijo es estable, puede ser una estrella, un espiral o un nodo
- d)  $\Delta > 0$  y  $\tau > 0$ , el punto fijo es inestable, puede ser una estrella, un espiral o un nodo
- e)  $\Delta = 0$  el punto fijo es no aislado, si  $\tau > 0$  es un punto fijo estable y si  $\tau = 0$  entonces el punto fijo es inestable.
- f)  $\Delta = 0$ , el punto fijo es no aislado, si  $\tau > 0$  es inestable y si  $\tau = 0$  es estable.

#### Caso I

Representa una relación en que el líder o el colaborador tienen una personalidad avasallante y no se dejan influenciar por el otro, tanto así que no permiten que el otro pueda valorar sus propias “emociones”. Sería el caso de relación entre una personalidad autocrática y una personalidad débil. Los coeficientes serían  $a_{12}, a_{22} = 0$  o  $a_{11}, a_{21} = 0$ , es decir no se ve reflejada la influencia de uno de los integrantes de esta relación. Por lo que  $\Delta = 0$  y  $\tau = a_{11}$  o  $\Delta = 0$  y  $\tau = a_{22}$ .

$$x' = a_{11}x \quad (11)$$

$$y' = a_{21}x \quad (12)$$

Esta misma dinámica se presenta en el caso en que tanto el líder como el colaborador tengan personalidades abiertas y no se aprecie una marcada influencia de uno sobre el otro. Esta situación se representaría en este modelo de la siguiente forma:  $a_{21} \approx a_{22}$  y  $a_{11} \approx a_{12}$ , donde el caso extremo sería  $a_{21} = a_{22}$  y  $a_{11} = a_{12}$ . Es decir que tanto el líder como el colaborador valoran de forma similar su percepción del otro como las propias.

$$x' = a_{11}x + a_{12}y = a(x + y) \quad (13)$$

$$y' = a_{21}x + a_{22}y = b(x + y) \quad (14)$$

En este caso  $\Delta = 0$  y  $\tau = a_{11} + a_{22} > 0$ , esto implica que el punto fijo será estable, es decir tenderá a una situación de equilibrio. Una personalidad autoritaria tanto del líder como del colaborador; como personalidades similares tenderán a crear relaciones estables.

**Caso II**

Si los participantes de la relación fuesen, un líder autocrático como en el caso anterior, y un colaborador que no ve la relación únicamente por sus percepciones sobre el líder sino que también considera sus propias percepciones, las ecuaciones resultarían:

$$x' = a_{12}y \quad (15)$$

$$y' = a_{21}x + a_{22}y \quad (16)$$

En este caso se da una dinámica muy diferente al Caso I ya que  $\Delta = a_{11} \cdot a_{22}$  y  $\tau = a_{11} + a_{22}$ , por lo que  $\Delta > 0$  y  $\tau > 0$ .

Esta dinámica se da también en la situación en que el líder afecta negativamente al colaborador, a pesar de que el colaborador tiene una actitud positiva sobre sus emociones.

$$x' = a_{11}x \quad (17)$$

$$y' = -a_{21}x + a_{22}y \quad (18)$$

También en este caso  $\Delta = a_{11} \cdot a_{22}$  y  $\tau = a_{11} + a_{22}$ , lo que implica que la situación será inestable, pudiendo ser una estrella, un espiral o un nodo siempre crecientes. Lo que llevará a los participantes a tener emociones cada vez más fuertes sobre la relación.

Asimismo pueden presentarse situaciones en que la relación tienda a mejorar permanentemente pero serían casos en que las condiciones iniciales sean favorables, las cuales son altamente impredecibles entre dos individuos, por lo que estas relaciones no serían recomendadas.

**Caso III**

Otra posibilidad que se puede presentar es, como en el caso II, que el colaborador sea influenciado negativamente por el líder autocrático, y además que este tenga una personalidad depresiva por lo que su propia percepción de la relación lo afecta negativamente.

$$x' = a_{11}x \quad (19)$$

$$y' = -a_{21}x - a_{22}y \quad (20)$$

$\Delta = -a_{11}a_{22}$   $\tau = a_{11} - a_{22}$ , por lo que  $\Delta < 0$ , es decir el punto fijo es inestable sin importar el valor de  $\tau$ , ni de las condiciones iniciales. Por lo que estas personalidades no serían recomendadas para una relación.

## 2. Otros Modelos

Podemos mencionar modelos de autores que toman como base el trabajo de S. H. Strogatz [3], como es el caso de S. Rinaldi [9] que modeliza la dinámica de parejas amorosas utilizando dos variables para describirla, el olvido y la recompensa que obtienen de la relación. Además consideró el appeal entre ambos. Este autor también analizó en diversos trabajos [10] [11], casos en el que se presenta una conducta cíclica entre dos amantes mediante un modelo matemático.

Otro modelo afín es el de J. C. Sprott [12], que adiciona a la relación inicial de Romeo y Julieta a Guinevere, otra amante de Romeo. J.C. Sprott [12] además utilizó la ecuación logística  $x(1 - |x|)$  para modelizar las no linealidades presentes en las relaciones humanas.

## 3 Conclusiones

En este trabajo hemos remarcado la posibilidad de construir modelos matemáticos para comprender cualitativamente las relaciones laborales y sus cambios. Por otro lado hemos querido mencionar trabajos vinculados a la conducta humana y las matemáticas. Siendo esta un área poco abordada o difundida y que pensamos que debe dársele importancia.

## 4 Referencias

1. Verhulst, Pierre-François (1838). "Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement" *Correspondance mathématique et physique* 10: 113-121.
2. M. Begon, J. L. Harper y C. R. Townsend, (1990) *Ecology: Individuals, Populations and Communities*. Blackwell Scientific Publications, Oxford.
3. S. H. Strogatz (1994) *Nonlinear dynamics and chaos: With applications to physics, biology, chemistry, and engineering*.
4. S. J. Guastello, (2002) "Nonlinear Dynamics in Psychology", *Discrete Dynamics in nature and society*, Vol 6, pp 11-29
5. G.E. Mayo, (1939) "Hawthorne and the western Electric Company", *American Sociological Review*, pp. 335-340
6. D. Mc Gregor, (1957) "El Aspecto Humano De La Empresas Principales Aportaciones Ensayos y Documentos", Conferencia 5º aniversario de la Escuela de Administración Alfred P. Sloan del MIT
7. A. Maslow, (1943) *A Theory of Human Motivation*.
8. F. I. Herzberg, (1987), "One more time: How do you motivate employees?", *Harvard Business Review*, Vol. 65 Issue 5, p109-120

8 **Julia Cabral, Luis Lara, Nahuel D. Meinardi**

9. S. Rinaldi, (1998a), "Love dynamics: the case of linear couples", Applied Mathematics and Computation, pp. 181-192
10. S. Rinaldi, (1998b), "Laura and Petrarch: An intriguing case of cyclical love dynamics", SIAM Journal on Applied Mathematics, pp 1205-1221
11. A. Gragnani, S. Rinaldi, G. Feichtinger, (1997) "Cyclic Dynamics in Romantic Relationship", International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 7, n° 11, pp. 2611-2619
12. J. C. Sprott, (2004), "Dynamical Model of Love" Nonlinear dynamics Psychology, and life Sciences, vol 8, No 3, july . Society for Chaos theory in Psychology and Life Sciences.