

Identificación de dificultades en la aplicación de la definición de continuidad puntual a través de grabaciones de videos

M. Lorena Guglielmone¹ y Cecilia D. Fochesatto²

¹ Facultad de Ciencias de la Administración. Universidad Nacional de Entre Ríos.

lorena.guglielmone@uner.edu.ar

² Facultad de Ciencias de la Administración. Universidad Nacional de Entre Ríos.

cecilia.fochesatto@uner.edu.ar

Resumen

La pandemia por el COVID-19 ha obligado a los docentes a repensar y rediseñar sus propuestas de enseñanza para trabajarlas en la virtualidad. En ese sentido, las tecnologías digitales han sido unas aliadas para la enseñanza de la matemática.

En este artículo presentamos una experiencia didáctica que desarrollamos en el año 2021, en contexto de pandemia, con estudiantes universitarios. La misma, implementada con grupos de estudiantes, estuvo centrada en la resolución de una actividad vinculada a la aplicación de la definición de continuidad puntual. Cada grupo tuvo que resolver la actividad por escrito y luego repartir la resolución entre los integrantes para realizar una grabación de video. En dicha grabación, cada estudiante debía mostrar la parte de la resolución elegida y explicar oralmente lo realizado.

De la evaluación de los videos entregados, identificamos algunas dificultades en las explicaciones orales de muchos estudiantes, que podrían estar asociadas con la falta de comprensión del concepto de continuidad puntual y de otros conceptos utilizados. En muchos casos, esas dificultades no se reflejaron en las resoluciones escritas proyectadas en los videos.

Palabras claves: identificación de dificultades en matemática, definición de continuidad puntual, grabaciones de videos, explicaciones orales, educación superior.

Introducción

La pandemia por el COVID-19 puso en jaque la educación, obligando a los docentes a trabajar en un contexto al que no estaban habituados: la virtualidad. En el caso de las universidades, los equipos de educación a distancia ya consolidados facilitaron la tarea de los docentes de “virtualizar” sus clases, lo cual permitió dar continuidad pedagógica (Maggio, 2020). En el caso de la Universidad Nacional de Entre Ríos, todas las asignaturas contaban con un espacio en el campus virtual –implementado en la plataforma educativa Moodle– y, en particular, la Facultad de Ciencias de la Administración de la universidad, donde desarrollamos esta experiencia, llevaba más de siete años impartiendo cursos de formación docente para el uso significativo de tecnologías digitales en la enseñanza.

Entendiendo que la complejidad del conocimiento contemporáneo requiere generar prácticas que representen expresiones coherentes del compromiso con el derecho a la educación superior, la tecnología aparece como una oportunidad para deconstruir patrones, certezas y rutinas y repensar el sentido de una enseñanza centrada en contenidos disciplinares ya construidos (Lion, 2021; Maggio, 2018; Guglielmone, 2020). En ese sentido y teniendo en cuenta el escenario de virtualidad al que tuvimos que adaptarnos en el año 2021, aprovechamos el gran potencial que nos ofrecen las tecnologías y, en particular, las grabaciones de videos, para diseñar e implementar una propuesta donde los estudiantes tuvieron que poner en juego explicaciones orales

relacionadas con el concepto de continuidad puntual.

Marco de referencia

Entre las investigaciones realizadas por Maggio (como se citó en Landau et al., 2021) respecto a las prácticas de inclusión genuina de tecnologías en propuestas de enseñanza, la autora señala que los docentes deciden el empleo de herramientas tecnológicas porque:

- a) reconocen la articulación entre la construcción de conocimiento disciplinar y los usos de tecnologías; b) valoran las transformaciones culturales y las oportunidades de inclusión social que promueve el acceso tecnológico; c) recuperan problemas de enseñanza originales que llevan a recrear didácticamente las propuestas. (p. 12-13).

Si bien la pandemia obligó a los docentes a tomar decisiones pedagógico-didácticas apresuradas para enseñar en la virtualidad, con el tiempo se fueron abriendo oportunidades para diseñar propuestas de enseñanza relevantes, contextualizadas y con sentido pedagógico. De acuerdo con Lion (2020), los docentes tuvieron que tomar decisiones en torno a:

- ✓ qué vale la pena de ser enseñado con mediación tecnológica,
- ✓ cómo situar las actividades para que tengan sentido en relación con las trayectorias de los alumnos.
- ✓ cómo conjugar lo cognitivo con lo emocional.
- ✓ cómo presentar temas nuevos con mediación tecnológica.
- ✓ cómo abordar la diversidad con propuestas inclusivas.

La necesidad de construir experiencias tecno-pedagógicas donde los estudiantes fuesen los verdaderos protagonistas en un contexto donde la presencialidad estaba vedada, nos obligó a crear desde cero nuestras propuestas de enseñanza. En este trabajo presentamos una de ellas, donde los estudiantes tuvieron que

realizar grabaciones de videos en las que explicaron oralmente sus producciones escritas. Si bien existen algunas experiencias relacionadas a la producción de videos matemáticos –como ser la propuesta en el *Festival de Vídeos e Educação Matemática*¹ que organiza la Universidad Estatal Paulista–, de acuerdo con Borba (2021), no ha sido una tendencia sólida en la literatura. Como afirma el autor, “en lugar de centrarnos en los resultados de pruebas, podemos hacer que los estudiantes

produzcan videos online para expresar lo que han aprendido en condiciones tales como la pandemia” (p. 12).

Además, queremos destacar que la producción de videos, como estrategia didáctica, permite que los docentes lleven un registro de explicaciones y justificaciones orales de sus estudiantes, pudiendo revisarlas en cualquier momento.

Propósitos

General:

Facilitar la identificación de dificultades relacionadas a la aplicación del concepto de continuidad puntual.

Específicos:

- Diseñar una actividad pedagógica vinculada a la aplicación del concepto de continuidad puntual.
- Solicitar a los estudiantes la grabación de videos donde expliquen oralmente la resolución escrita de la actividad.
- Identificar dificultades en la aplicación del concepto a partir de las explicaciones orales de los estudiantes.

Descripción de la experiencia

Contexto

Realizamos esta experiencia en el segundo cuatrimestre de 2021 en la asignatura Análisis Matemático I del primer año de la carrera Licenciatura en Sistemas de la Universidad de Entre Ríos. Dicha materia es de cursado anual con cinco horas semanales repartidas en dos

¹ <https://www.festivalvideomat.com/>

horas de teoría y tres horas de práctica. Por la pandemia del COVID-19 las clases se desarrollaron de manera virtual a través de la plataforma Meet con un total de 115 alumnos cursantes.

La experiencia estuvo vinculada a una actividad didáctica sobre continuidad puntual de funciones reales de variable real y la diseñamos para ser trabajada en grupos de entre cinco a siete estudiantes, pudiendo realizarla con la ayuda de tecnologías digitales. En total, participaron de la experiencia 82 alumnos.

Objetivos de aprendizaje

Que los estudiantes:

- Utilicen la definición de continuidad puntual para la construcción de funciones reales de variable real.
- Justifiquen oralmente las funciones construidas, utilizando lenguaje matemático.

Actividad

En la Figura 1 presentamos la actividad que formó parte de la experiencia. Si bien la práctica completa constó de siete ítems, los alumnos tuvieron que presentar en video la resolución de los últimos tres (ítems 5, 6 y 7).

Figura 1

Actividad diseñada

Dada la definición de continuidad en un punto:

Sea $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, definida en el conjunto $A \subset \mathbb{R}$, se dice que es continua en un punto $a \in A$, si:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

- 5) Construyan una función que tenga límite en $x = 2$, pero que no sea continua en dicho punto. Justifiquen.
- 6) Construyan una función continua en (todo) su dominio. Justifiquen.
- 7) Construyan una función discontinua en su dominio. Justifiquen.

Para la entrega de la actividad deberán realizar un video de 5 minutos (como máximo), donde proyecten la resolución escrita y la expliquen oralmente. Todos los integrantes del grupo

deben participar del video, por lo que tendrán que ponerse de acuerdo para determinar qué parte explicará cada uno.

Entrega y Evaluación de la Actividad

Para realizar la actividad contaron con 15 días, teniendo que subir el video a una carpeta compartida en Google Drive.

Para la evaluación de los videos diseñamos una rúbrica que tuvo en cuenta, principalmente, dos dimensiones: 1) las resoluciones escritas, 2) las explicaciones orales. Dicha rúbrica se la presentamos a los estudiantes junto con la actividad.

Resultados

A continuación, presentamos los videos² entregados por dos grupos de estudiantes junto con un breve análisis de los mismos.



Video 1

El video cuya captura se presenta en la Figura 2, fue realizado por un grupo de seis estudiantes (Guglielmone, 2022a).

Figura 2

Captura de pantalla del video presentado por el grupo 1

5) Construyan una función que tenga límite en $x = 2$, pero que no sea continua en dicho punto. Justifiquen.

$f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = x$

x	f(x)
-3	-3
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
3	3

Nota. Video disponible en:

<https://youtu.be/sE3e8aP2T2o>

En términos generales, la resolución proyectada en el video presenta errores en el uso de la definición de continuidad puntual. Además, no hay interacción entre lo proyectado en la pantalla y las explicaciones orales, lo cual podría deberse a que los estudiantes las hayan

² Cliqueando sobre cada imagen, se puede acceder al video correspondiente.

leído. A pesar de ello, los análisis realizados no pierden validez.

A continuación, mostramos un breve análisis de las explicaciones dadas por cada alumno:

- *Alumno 1*: para la primera función afirma “la función construida entonces cumple con los requisitos ya que en el dominio restringimos el valor dos y, por lo tanto, la función deja de ser continua” (0m18s). No queda claro cuál es la función que, para él, “deja de ser continua”. Pareciera que partió de una cierta función y buscó hacerle algún cambio para “dejarla” discontinua.
- *Alumno 2*: al presentar la función confunde el codominio con la imagen, lo cual no se visualiza en la resolución por escrito. Por otro lado, presenta la función como no continua por no estar definida en el punto, nombrando ello como uno de los tres requisitos de continuidad puntual, pero luego dice “por lo tanto, a la función no estar definida en este punto, no tiene sentido evaluar la continuidad” (1m23s). Se presenta una contradicción en sus explicaciones, ya que evalúa la continuidad en el punto, pero luego afirma que no es posible hacerlo.
- *Alumno 3*: expresa “la función elaborada es continua en todo su dominio, ya que no existen restricciones en el mismo, existen en todos los puntos tomados en el dominio” (1m39s). En esa explicación se vislumbran dos dificultades: 1) pareciera que el alumno entiende que una función es continua si no tiene “restricciones” en su dominio; 2) pareciera haber problemas de comprensión del concepto del dominio. Además, llama la atención la rapidez con la que realiza las explicaciones.
- *Alumna 4*: en su explicación expresa “entonces concluimos que cuando equis tiende a menos dos es igual a cuarenta y ocho, que coincide con los valores de función de menos dos” (2m43s). Entendemos que se refiere al límite de la función cuando x tiende a 48 pero luego habla de “los” valores de la función en ese punto, lo que nos hace pensar en un error conceptual en la definición de función. Por otro lado, los titubeos que realiza en algunos

momentos son similares a los de una lectura poco legible. Esto puede indicar que tenía escritas las explicaciones.

- *Alumno 5*: si bien en la resolución proyectada no está claro cuál es el dominio y codominio considerado, este alumno lo menciona verbalmente por lo que complementa lo escrito. Por otro lado, en su explicación dice “y podemos observar que la función es discontinua” (3m24s) pero no indica dónde podemos observarlo. Por último, trata de explicar por qué el límite no existe, pero lo hace informalmente, sin rigor matemático, afirmando que “no hay límite en común cuando equis tiende a tres” (3m36s).
- *Alumno 6*: en sus explicaciones deja en evidencia algunas cuestiones que no se reflejan en la resolución. Si bien menciona la palabra “codominio”, por cómo lo expresa pareciera confundirlo con la imagen de la función, diciendo “su codominio es de menos uno unión menos cuatro a menos infinito” (4m5s). A su vez, el error cometido al nombrar el conjunto pareciera deberse a una mala lectura realizada desde el eje y (de arriba hacia abajo).

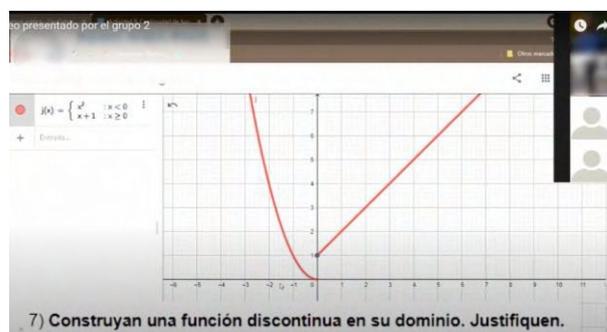


Video 2

El video cuya captura se presenta en la Figura 3, fue realizado por un grupo de cuatro estudiantes (Guglielmone, 2022b).

Figura 3

Captura de pantalla del video presentado por el grupo 2



Nota. Video disponible en:

<https://youtu.be/UsscALWeJ34>

A pesar de que en la actividad se recuerda la definición de continuidad en un punto, en el

video muestran otra definición de continuidad que es la que suele citarse en libros, páginas web y videos en YouTube. Por otro lado, cabe destacar que el video presenta un gran trabajo de edición, habiendo salvado –con simpáticas imágenes– algunos de los errores cometidos en las explicaciones.

A continuación, mostramos un breve análisis de las explicaciones dadas por cada alumno:

- *Alumno 1*: el gráfico presentado no representa la función construida, sin embargo, el alumno aclara verbalmente que el GeoGebra no marca puntos abiertos. En algún momento sus explicaciones son confusas, pero, usando imágenes y memes, las subsanaron.
- *Alumna 2*: inicialmente muestra una función denotada con la letra “g” que la alumna lee correctamente. Luego, al mostrar la gráfica, pareciera que el video fue recortado y la alumna continúa con la explicación, diciendo “pe de equis igual a dos está definida en la función, pero en la gráfica podemos observar que genera un salto, es decir, una discontinuidad porque para el punto efe de dos da como resultado ocho” (2m44s). Esa explicación presenta varias inconsistencias: 1) cambia el nombre de la función, primero la llama “ge” y luego “pe”; 2) para ningún valor del dominio se cumple que p es igual a 2; 3) en la definición de continuidad puntual –dada en la actividad– no se hace referencia a “saltos” en la gráfica de la función; 4) vuelve a confundirse con el nombre de la función ya que termina nombrándola como “efe” (3m5s).
- *Alumno 3*: en su explicación dice “en el gráfico se traza una diagonal que pasa por el punto uno siendo continuo, siendo continua en todo su dominio, ya que se podría tomar cada valor de su dominio para comprobar la continuidad y siempre se darán valores idénticos, comprobando así la misma dando como resultado que el límite de la función ‘hache’ sea igual a uno, por lo tanto, la función cero es igual a uno” (3m30s). Esta explicación dada por el alumno presenta imprecisiones y errores

conceptuales que van más allá de la definición de continuidad puntual.

- *Alumna 4*: al igual que su compañera (alumna 2) habla de “salto” en la función, diciendo “como se puede observar en la gráfica hay un salto en los valores de la función” (4m30s). Nuevamente aparece la idea de discontinuidad asociada a la identificación de “saltos” en la representación gráfica de la función.

Implicaciones

En términos generales, podemos afirmar que, en todos los grupos, las explicaciones orales de por lo menos uno de sus integrantes presentaron errores, imprecisiones o incoherencias respecto a la resolución proyectada en pantalla. A su vez, varias resoluciones tenían errores principalmente relacionados al uso de la definición de continuidad puntual.

Por otro lado, las explicaciones dadas por muchos estudiantes parecían leídas, sin mostrar interacción con lo que se estaba proyectando. Cabe aclarar que esto no fue un impedimento para realizar la evaluación de las mismas.

Conclusiones

Conocer las voces de nuestros estudiantes fue muy importante para nosotras ya que en las clases sincrónicas la mayoría se conectaba con la cámara apagada y participaban principalmente desde el chat de la plataforma virtual. Sumado a que muchos estudiantes no podían asistir a las clases por cuestiones laborales.

Por otro lado, la posibilidad de evaluar a nuestros alumnos de manera individual nos permitió hacer un mayor seguimiento respecto a la participación de cada uno en la resolución de los trabajos grupales, algo que, en la virtualidad, es complicado de lograr. Además, el uso de grabaciones de video nos facilitó el reconocimiento de algunas dificultades en la aplicación del concepto de continuidad puntual junto con otros conceptos subyacentes, lo cual podría estar relacionado con la falta de comprensión de los mismos. En muchos casos, esas dificultades no se evidenciaron en las resoluciones escritas por lo que no hubiésemos

podido identificarlas si solo los hubiéramos evaluado desde allí.

Cabe destacar que, como los estudiantes contaron con dos semanas para realizar la actividad, es de esperar que hayan pensado con detenimiento las explicaciones que iban a dar en el video, probablemente escribiéndolas para no olvidarse de decir algo. Eso nos alertó aún más ya que es muy probable que los errores observados no se hayan debido a olvidos o nervios que suelen traer aparejados una exposición en vivo.

A partir de esta experiencia podemos afirmar que el uso de videos, como estrategia didáctica para la evaluación de contenidos matemáticos, puede ayudar a los docentes a identificar problemas y dificultades de aprendizaje en sus estudiantes. Y si bien realizamos esta experiencia durante la pandemia por COVID-19, creemos que su potencial pedagógico no se pierde en contextos de presencialidad.

Referencias bibliográficas

- Borba, M. (2021). El futuro de la educación matemática a partir del COVID 19: humanos-con-medios o humanos-con-cosas-no-vivientes. *Revista de Educación matemática*, 36(3), 5-27. <https://doi.org/10.33044/revem.36050>
- Guglielmone, L. (2019). *Lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas como estrategia didáctica en el ingreso a la universidad: construyendo significados con tecnologías. El caso de la Facultad de Ciencias de la Administración de la Universidad Nacional de Entre Ríos*. Centro de Estudios Avanzados, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. doi: 10.13140/RG.2.2.16891.54561
- Guglielmone, L. (10 de abril de 2022a). *Video presentado por el grupo 1*. [Archivo de video]. YouTube. <https://youtu.be/sE3e8aP2T2o>
- Guglielmone, L. (10 de abril de 2022b). *Video presentado por el grupo 2*. [Archivo de video]. YouTube. <https://youtu.be/UsscALWeJ34>
- Landau, M., Sabulsky, G. y Schwartzman, G. (2021). Hacia nuevos horizontes en las clases universitarias en contextos emergentes. *Contribuciones de la Tecnología Educativa. Virtualidad, Educación y Ciencia*, 24(12), 9-24. <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/vesc/article/view/36279>
- Lion, C. (2020). Enseñar y aprender en tiempos de pandemia: presente y horizontes. *Saberes y prácticas. Revista de Filosofía y Letras*, 5(1). <https://revistas.uncu.edu.ar/ojs3/index.php/saberesypracticas/article/view/3675>
- Lion, C. (2021). La enseñanza universitaria: tablero para armar. *Trayectorias Universitarias*, 7(12). 047. <https://doi.org/10.24215/24690090e047>
- Maggio, M. (2018). *Reinventar la clase en la universidad*. Buenos Aires: Paidós.
- Maggio, M. (2020). Las prácticas de la enseñanza universitarias en la pandemia: de la conmoción a la mutación. *Campus Virtuales*, 9(2), 113-122. <http://www.uajournals.com/campusvirtuales/journal/17/9.pdf>