CAPÍTULO 5
La construcción de conocimientos geométricos en un aula inclusiva[1]

Mariela Sosa

Una enseñanza eficaz, es una enseñanza eficaz para todos los alumnos

Ainscow y Miles, POR UNA EDUCACIÓN PARA TODOS QUE SEA INCLUSIVA

En este capítulo me propongo presentar el desarrollo de una clase de matemáticas de Geometría pensada y diseñada para "todos" los alumnos de 4to grado de la Escuela Graduada Joaquín V. González. Un 4to grado conformado por 30 alumnos entre los cuales se destaca la presencia de Gabi, un estudiante cuya dinámica de trabajo se diferenciaba del resto, particularmente por contar con un Plan Académico Particular[2].

La propuesta que describo en este capítulo se sustenta en un enfoque de enseñanza que asume un conjunto de supuestos asociados a una concepción particular de matemática y de matemática escolar. Se trata de una perspectiva didáctica sostenida fundamentalmente por la comunidad francesa, surgida en la década de 1980 a partir de los trabajos de Brousseau (1986), Chevallard (1997) y Vergnaud (1990), entre otros.

A partir de ese marco referencial, el propósito central de la enseñanza de la matemática es formar a los alumnos como individuos que "deben pensar por sí mismos y comportarse como sujetos matemáticos, como sujetos de la cultura, como individuos autónomos intelectualmente" (Broitman, 2013, p. 15). Se considera, al igual que Charlot (1986), que

> (…) la actividad matemática no es mirar y descubrir, es crear, producir, fabricar. Los conceptos matemáticos no son un bien cultural transmitido

---

[1] El presente capítulo es una reelaboración sintética del Trabajo Final Integrador, titulado "El lugar de las interacciones en los procesos de construcción de conocimientos geométricos en un aula inclusiva" trabajo de graduación realizado en el marco de la carrera Licenciatura en Enseñanza de la Matemática para la Educación Primaria, UNIPE, dirigido por Verónica Grimaldi, a quien la autora extiende su agradecimiento.

[2] El Plan Académico Particular es un documento de elaboración anual que brinda información sobre los avances en cada una de las áreas y en cada uno de los contenidos, que han ido registrando los distintos actores que acompañan a los alumnos con particularidades psicoemocionales y trayectorias escolares complejas.

> hereditariamente como un don o socialmente como un capital, sino el resultado de un trabajo del pensamiento, el trabajo de los matemáticos a través de la historia, el del niño a través de su aprendizaje (p. 3).

El autor, citado precedentemente, plantea que la matemática no es un capital de algunos pocos y advierte sobre la importancia de democratizar la enseñanza. Esta idea supone romper con una concepción elitista de “un mundo abstracto que existiría por sí mismo y que sólo sería accesible a algunos, y que se piense en cambio la actividad matemática como un trabajo cuyo dominio sea accesible a todos mediante el respeto de ciertas reglas” (Charlot, 1986, p. 3).

En ese sentido, durante mis 12 años de trayectoria como docente en la Escuela Graduada - particularmente en cuarto grado y en el área de matemáticas-, algunos aspectos de la organización de las clases han sido una preocupación constante: cómo generar situaciones de enseñanza donde “todos” los alumnos de un grado puedan participar de los momentos de socialización, cómo promover una puesta en común en la que circule la palabra de “todos” y cómo gestionar intercambios entre pares cuando cada alumno tiene su propio ritmo y cuenta con trayectorias escolares diferentes. En otras palabras, cómo hacer para que la clase de matemática sea “una comunidad de alumnos y maestro, que resuelven problemas, discuten, elaboran conjeturas, justifican sus afirmaciones y sus acciones, es decir producen matemática” (Sessa y Giuliani, 2008, p. 17). Estas inquietudes se intensificaron con Gabi en el aula.

El Plan Académico de Gabi, entre otras cosas, describía algunas condiciones didácticas como, por ejemplo, que permanezca dentro del aula acompañado de su maestra acompañante pedagógica (MAP)[3], quien se sentaba a su lado e intentaba intervenir para que él escuchara o prestara atención a la clase. En algunas oportunidades, la MAP tomaba la decisión de llevarlo fuera del aula cuando el clima áulico no beneficiaba a Gabi.

En cuanto a las tareas, al realizarlas fuera del aula, era difícil saber si los problemas le resultaban fáciles o difíciles, si lograba entenderlos o cómo los estaba pensando. Aunque en un principio las actividades eran pensadas por su MAP, ya que así lo venía haciendo desde el año anterior, me resultó indispensable pensar en las propuestas de trabajo para Gabi e intentar que las actividades que él realizara correspondieran a los mismos contenidos que se trabajaban en el aula. Sin embargo, como el niño seguía realizando las propuestas fuera del aula, continuaba siendo una incógnita para mí, el modo en que las resolvía ya que no estaba presente en ese momento.

El hecho de que Gabi se retire del aula o que su MAP trabaje de manera particular con él, estaba “naturalizado”, no solo por ellos sino también por el resto de los alumnos y alumnas. Esto llamó mi atención generando distintos interrogantes, entre ellos: ¿cuáles eran las razones por las cuales este alumno se iba de la clase de matemática?, ¿por qué si permanecía dentro del aula debía tener un adulto al lado?, ¿por qué no se involucraba con las tareas?, ¿solo fuera del aula

---

[3] Conforme al Proyecto de Gestión Institucional, Escuela Graduada Joaquín V. González, la MAP forma parte del equipo de trabajo del grado que le corresponde y ejerce también la tarea de enseñanza en sus fases preactiva, interactiva y postactiva. Esto significa que acompaña en las clases del aula estándar.

era posible su enseñanza y por ende su aprendizaje, al menos en matemáticas?, ¿en qué lugar quedan las interacciones con sus pares?, ¿cómo era posible que se apropie de estrategias ajenas trabajando en soledad o solo con su MAP?, ¿era un problema de él que no logre involucrarse con la clase?, ¿cómo acceder a su pensamiento genuino sobre los problemas si no era posible interactuar directamente con él?

Todas esas preguntas condujeron a proponer una secuencia de actividades destinada a todo el grupo de estudiantes de 4to, con el objetivo de que logren "involucrarse" en la clase de matemática y que la interacción entre pares cobre importancia a la hora de resolver problemas, considerando al igual que Quaranta y Wolman (2003), que:

> La situación de resolución conjunta entre alumnos es positiva porque facilita co-elaboración en el proceso de buscar juntos soluciones, mediante la coordinación de los procedimientos para alcanzar un objetivo determinado. Este proceso requiere tener en cuenta lo que dicen otros compañeros, las sugerencias que hacen, explicitar y justificar las elecciones, provocando intercambios cuya riqueza radica en que posibilitan tomar conciencia sobre algún aspecto no considerado del problema, formular, descubrir nuevos aspectos, cuestionar otras, etcétera (Quaranta y Wolman, 2003, p. 192).

La propuesta debía incluir a Gabi intelectualmente, con actividades que le permitieran desplegar diferentes formas de resolución o exploración, partiendo de sus conocimientos previos disponibles hacia la construcción de nuevos conocimientos, pero también debía ser convocante para todos los alumnos del grado. A su vez, me interesaba la incorporación de Gabi en la clase de matemática, sin su maestra acompañante pedagógica, evitando que su presencia capte su atención, para observar y promover la interacción con sus compañeros/as sin el apoyo mediador de su MAP.

Consideré que la secuencia de geometría que propone el libro escolar[4] con el que se trabaja en la escuela era una buena entrada hacia ese trabajo en tanto la enseñanza de la geometría pretende ser abordada desde:

> La construcción del significado de los contenidos espaciales y geométricos a través de su utilidad para resolver problemas. La construcción constituye un medio para reconocer las figuras. Se considera que las diferentes maneras de gestionar las construcciones en la clase suponen para los alumnos oportunidades de elaborar el conocimiento geométrico (Sadovsky et al., 1998, p. 5).

El contenido seleccionado fue "Círculo y circunferencia" y la propuesta era *Copiar figuras*. En el libro mencionado se propone el abordaje de la geometría a través de actividades que intentan

4En el área de matemáticas se utiliza "El libro de Mate 4" de Editorial Santillana.

propiciar un ida y vuelta entre los procesos de exploración y los procesos de reflexión y que, desde mi experiencia, requería conocimientos geométricos que todos tenían disponibles, a pesar de las diferencias en la trayectoria escolar de cada uno. Se tomó la decisión de que Gabi trabajara con el libro de matemática al igual que el resto, ya que, hasta el momento, no lo hacía y siempre realizaba tareas diferentes y adaptadas.

A su vez, las construcciones geométricas con los instrumentos clásicos de geometría bajo ciertas condiciones "permiten explorar, identificar, conjeturar y validar propiedades de las figuras" (Arsac, 1992, citado en Sadovsky et al., 1998, p. 13). En el mismo sentido:

> Analizar los datos con los que se debe construir una figura, determinar si la construcción es posible o no, establecer relaciones entre los datos conocidos y el dibujo a obtener, etc., resultan una experiencia sumamente útil en el camino hacia entender a una figura como el conjunto de relaciones que la caracterizan y que pueden ser enunciadas en un texto. Y el dibujo debe ser solo un representante (Itzcovich, 2005, p. 3).

Por tales motivos, se pensó que era una buena manera de involucrar a todos los alumnos en el trabajo geométrico, incluso a aquellos alumnos que vienen transitando la escolaridad con cierto "desfasaje" o con PAP, como es el caso de Gabi. El trabajo en torno a círculo y circunferencia liberaba de pensar propuestas diferentes a la del resto de los alumnos, como se venía haciendo hasta el momento con otros contenidos.

La propuesta debía tener en cuenta la posibilidad de que interactúe con la mayor cantidad de compañeros posibles, puesto que los momentos de intercambio colectivo organizados y planificados:

> Permiten la comunicación de procedimientos, difusión, comprender los procedimientos de otros, compararlos, reconstruir aquellos que parecen más eficaces, valorar los aspectos positivos de las diferentes producciones, considerar cuán generalizables son a otras situaciones, confrontarlos, cuestionar y defender las diferentes proposiciones utilizando argumentos vinculados con los conocimientos matemáticos en cuestión (Quaranta y Wolman, 2003, p. 189).

Sin embargo, considero al igual que Quaranta y Wolman, que las discusiones y la interacción entre pares "no pueden quedar libradas a las contingencias de una clase o a la espontaneidad de los alumnos" (2003, p. 189) y, por ello, se reformuló la secuencia de geometría con el propósito de garantizar diferentes dinámicas a lo largo del trabajo que favoreciera el intercambio en parejas, en grupos pequeños, en cuartetos y con el grupo total.

Las parejas de trabajo para la primera actividad fueron al azar, pero en el caso de Gabi se eligió una alumna que permitiría la opinión de él, que lo escucharía y habilitaría su palabra, además de ser una alumna cuyo posicionamiento en el aula es diferente al de Gabi, es escuchada y tenida en cuenta por el resto de sus compañeros. Esto, a mi entender, resultaría fundamental en esta primera clase para que él se sintiera cómodo con esta nueva dinámica de trabajo con otro.

Pensar la clase de matemáticas en este sentido debería tener su correlato con estas ideas: "(...) la clase de matemática como una comunidad de alumnos y maestro, que resuelven problemas, discuten, elaboran conjeturas, justifican sus afirmaciones y sus acciones, es decir producen matemática" (Sessa y Giuliani, 2008, p. 17). Entonces, el rol del docente en esta tarea juega un papel esencial:

> El trabajo del docente consiste, pues, en proponer al alumno una situación de aprendizaje para que produzca sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta, y los haga funcionar o los modifique como respuesta a las exigencias del medio y no a un deseo del maestro. (Brousseau, 1994, p. 66)

Al mismo tiempo, Quarante y Wolman advierten que:

> (…) las discusiones no pueden quedar libradas a las contingencias de una clase o a la espontaneidad de los alumnos. Por el contrario deben ser organizadas intencional y sistemáticamente por el maestro, a quien le corresponde un papel central e insustituible en su desarrollo (2003, p. 189).

El hecho de que Gabi no participara de las clases de matemática junto a sus compañeros/as, ya que siempre trabajaba en otro salón o separado del grupo, me hizo pensar que era necesario planificar intervenciones docentes específicas que apuntaran a dar lugar a las interacciones; preguntándole, captando su atención, convocándolo permanentemente para que escuche a su compañera y favoreciendo que sus compañeros lo escuchen a él. Es decir, también se contempló el papel central e insustituible de la intervención docente en el desarrollo de los intercambios entre pares.

Desarrollo de una propuesta didáctica

La propuesta de enseñanza debía contemplar la condición de que Gabi pueda participar, resolver e interactuar con sus compañeros, compañeras y maestra dentro del aula en la clase de matemática (geometría); situación que no era habitual para él, pero tampoco para sus compañeros y compañeras.

Actividad 1: Copiar figuras (igual forma distinto tamaño)

Este tipo de actividades de copia podrían habilitar la posibilidad de elaborar y validar conjeturas sobre la relación entre tamaño y elementos de la figura y argumentar sus producciones. Sin embargo, resultaba necesario pensar en ciertas condiciones para que sea posible el trabajo de Gabi dentro del salón, interactuando con su compañera e involucrándose en la clase de matemáticas.

Acerca de la posición de Gabi en el salón, en la clase de matemática, y siguiendo a Quaranta y Wolman (2003), se anticipó que dicha interacción no se iba a dar naturalmente entre Gabi y su compañera, como seguramente, tampoco en otras parejas. Por tal motivo durante la clase se insistió especialmente en que hablaran, escucharan, se pusieran de acuerdo, compartieran sus producciones. En un primer momento se observó que Gabi accedía a lo que su compañera proponía, posiblemente él no creía que su palabra tuviera el mismo valor que la de su compañera; o tal vez estaba influenciado por el hecho de que su pareja era una alumna que en el aula estaba posicionada en un lugar de aceptación por el resto de la clase. Es por esto que la docente insistió en que él pensara otras maneras de resolver, lo obligó a que se metiera en el problema e intentara pensar otras formas de resolución y las comparta con Emi. Esta posibilidad de darle el lugar para que sea él quien tenga que proponer una manera de resolución diferente tiene la intención de colocarlo en un lugar de un *individuo autónomo intelectualmente* (Broitman, 2013), un individuo que piensa por sí mismo.

Veamos un fragmento de la clase en la que se observa la interacción entre Gabi, Emi y la docente en el momento de resolución de la primera actividad con herramientas de geometría:

> **Gabi:** (piensa) Mmmm… se me ocurrió esta idea, como hacer puntitos...
> **Docente:** ¿Qué puntitos harías? A ver Emi escuchá.
> **Gabi:** Podríamos copiar igual a esto (señalando los tres puntitos negros que se ven en la figura sobre el diámetro). Y después podemos agarrar el lápiz y hacer así (con el compás en la mano indica que haría la circunferencia).
> **Docente:** ¿Dónde harías el puntito?
> **Emi:** (Asiente con la cabeza) Me parece que tiene razón podemos tomar esa medida, pero un poco más grande y hacer el círculo con la medida de la raya.
> **Gabi:** Así mirá (se para y dibuja los puntitos en la hoja mira a su compañera buscando su aprobación y su compañera asiente eso le empuja a seguir con su idea).

Las actividades de construcción que integraban la propuesta, también habilitaron un trabajo de exploración, de ensayo y errores en la búsqueda de construir la figura pedida, se puso atención en cómo Gabi pensaba los problemas, cómo utilizaba sus conocimientos disponibles, las herramientas de geometría que seleccionaba; todo esto, en interacción con su compañera.

Las observaciones realizadas permitieron hacer un seguimiento sobre cómo comienza a construir la figura. Él había propuesto empezar por delinear los tres puntos que se encontraban en la figura a copiar y replicarlo en su dibujo, trazar “la raya” (el diámetro) y luego la circunferencia.

El siguiente fragmento de clase muestra el momento de la construcción de Gabi y Emi, la docente solo interviene cuando lo cree conveniente.

> (Gabi dibuja dos puntitos como los de la figura original)
> **Emi:** Podés contar cuántos cuadraditos hay entre uno y otro.
> (Gabi coloca dos de los puntos a cierta distancia, pero no puede colocar el tercer punto. La compañera intenta ayudarlo contando con el dedo. Gabi logra dibujar el tercer punto, pero no está convencido intenta borrar)
> **Gabi:** Me equivoqué, lo hice muy grande…
> **Docente:** ¿Y cómo hacés ahí para hacer el dibujo?

Emi: Está bien, tenía que ser más grande (Intenta convencer a Gabi de que lo que hizo está bien).

Docente: ¿Qué decía la consigna te acordás? (La docente lo lleva nuevamente a la consigna)

Gabi: Que tiene que ser grande con la misma forma.

(Emi comienza a dibujar, mirando la hoja de Gabi)

Emi: 1, 2, 3, ahhh en el medio, yo pensé que era en el borde (Señalando la hoja de Gabi cuenta los cuadraditos entre punto y punto para corroborar que lo que ella está haciendo coincide con lo que él hizo. Allí advierte que Gabi colocó un punto en el medio de la cuadrícula pero el segundo en el borde -vértice del cuadradito-).

Docente: Él acá lo hizo en el medio (señala uno de los puntos) pero acá lo hizo en el borde (señala el otro punto)

Gabi: Ah está mal, está mal…

Emi: Sí está mal, tenés que hacerlo acá también en el borde (señala el punto que está ubicado en el medio de la cuadrícula).

Docente: ¿Qué te parece? (a Gabi)

Gabi: Tiene razón Emi... ¿Borro esto? (Señala algo en su hoja que no se llega a ver)

Emi: No, está bien, porque mirá si ahora apoyamos esto acá y empezamos a hacer así (gira el compás) dibujamos la figura.

Gabi: (Mira atento lo que hace su compañera) ¿A ver cómo lo hacés para que pueda hacer el círculo?

Docente: Gabi, ¿a vos dónde te parece que tenemos que apoyar el compás? Mirá Emi, mirá lo que hace Gabi. (Gabi intenta trazar la circunferencia ayudándose con las dos manos una en el pinche y la otra girando el lápiz, pincha en el centro pasando por los dos puntos dibujados, no se apoya en los puntos trazados sino en abrir el compás, un poco adivinando como muestra la imagen 1 desde abajo intentando que pase por los puntos que trazó.

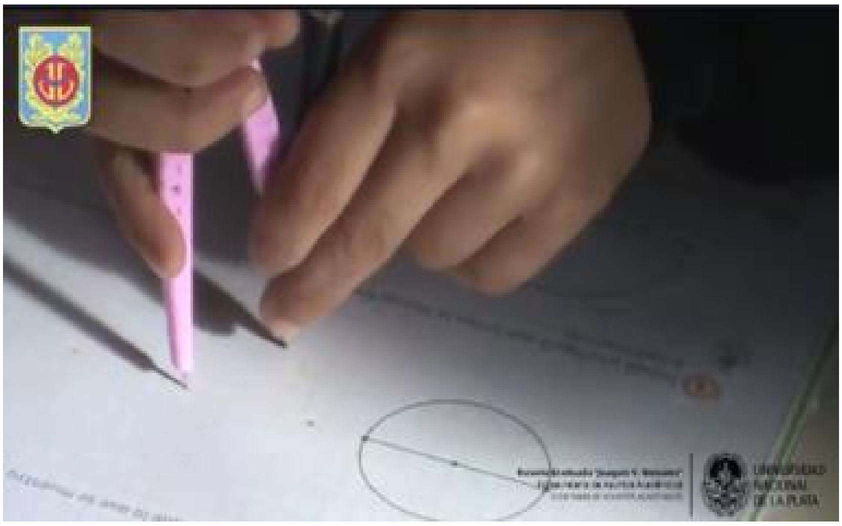

Imagen 1
Construcción de la circunferencia abriendo el compás "a ojo"

(Emi propone además sumar dos puntos más, uno arriba y uno abajo como se observa en la imagen 2)

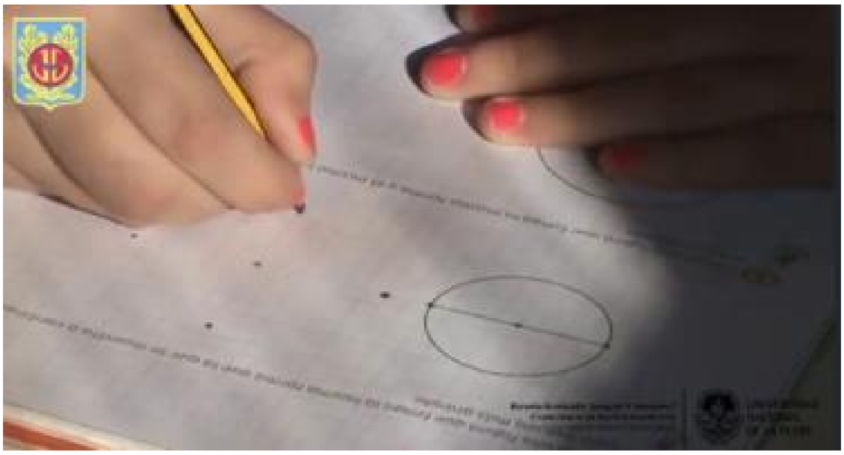

Imagen 2
Construcción de la circunferencia con los puntos de apoyo

(Gabi toma lo que dice su compañera y agrega los puntos en su hoja, dibuja el primer puntito en el medio de la cuadrícula, cuenta 5 cuadraditos y coloca el segundo puntito -centro- en uno de los vértices de la cuadrícula).

Si bien para esta actividad no era necesaria la medida exacta del radio, puesto que con dibujar una figura que sea más grande era suficiente, se produce un intercambio interesante entre él y su compañera. La docente advierte esto, pero decide no intervenir. Es su compañera la que le aconseja que tiene que hacer todos los puntitos en los vértices de las cuadrículas (imagen 3). Él está de acuerdo y continúa con su trabajo.

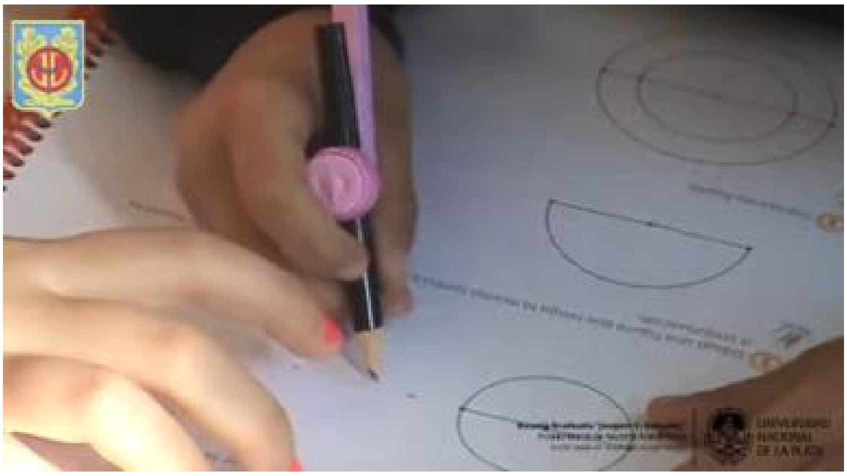

Imagen 3
Trabajo compartido sobre el conteo de los puntos de apoyo

Aunque no se indaga acerca de las razones por las cuales Emi cree que es necesario colocar los puntos en los vértices de las cuadrículas, se puede hipotetizar que tiene que ver con que le permite comparar la cantidad de cuadraditos entre un punto y otro de la figura original con la figura a copiar. Este consejo tuvo un efecto en Gabi, ya que inmediatamente borra, pero no borra los dos puntos que había trazado, sino sólo el que estaba “mal ubicado”.

Se puede interpretar que la decisión que él toma de no colocar todos los puntos en el vértice de cada cuadradito, se vincula con que el objetivo de Gabi era “copiar el dibujo”, no el usar los puntos como medidas del radio. Prevalece una lectura perceptiva de la figura geométrica: él ve esos tres puntos negros, una línea y la circunferencia, e intenta copiarlos en su dibujo. Se confirma esta idea cuando al trazar la circunferencia pincha el compás correctamente en el centro, pero no abre el lápiz hasta ninguno de los puntos, sino hacia abajo intentando, con cada movimiento circular, hacer coincidir el trazado de la circunferencia con uno de los puntos dibujados. Mientras hace esto va diciendo “¿A ver si llega?” (Imagen 1).

En este momento de la secuencia se observa cierta inestabilidad para resolver. Cuando es él quien elige el procedimiento percibimos que hay una “actividad matemática” en términos de Charlot (1986) ya que ahí se involucra con el problema y produce conocimiento, sin embargo, cuando por momentos es su compañera la que lo propone, él se desestabiliza y la atención deja de estar puesta en el problema y pasa a centrarse en cumplir con lo que la compañera indica, generando esa inestabilidad que se mencionó más arriba.

En otros momentos, se destaca cómo Gabi le expresa a su compañera cómo lo haría y ante la aceptación de su pareja se lo observa estimulado con la mirada puesta en el problema y con las herramientas en mano, comienza a desarrollar el trabajo propuesto.

Actividad 2: Copiar figuras (igual forma e igual tamaño)

En esta actividad los alumnos debían copiar una figura que tenga la misma forma, pero además el mismo tamaño. Gabi y Emi están trabajando solos sin supervisión docente, a diferencia de la actividad 1 en la que era ella, quien guiaba el intercambio. Gabi propone seguir con el procedimiento que había planteado para la primera actividad, pero su compañera le propone pensar otra cosa.

> **Emi:** Pero también podemos hacerlo de otra forma.
>
> **Gabi:** Ahhh!
>
> **Emi:** Si pensamos así, acá podemos contar también, acá tenemos un cuadrado (lo dibuja). Si contamos 1, 2, 3, 4, 5... (cuenta los cuadraditos que ocupa el lado corto del rectángulo), podemos copiar acá 1, 2, 3, 4, 5... (los cuenta al lado de la figura original, Mientras lo dice, lo va dibujando para explicarle a Gabi como debería quedarle en la hoja. Gabi mira y asiente constantemente).

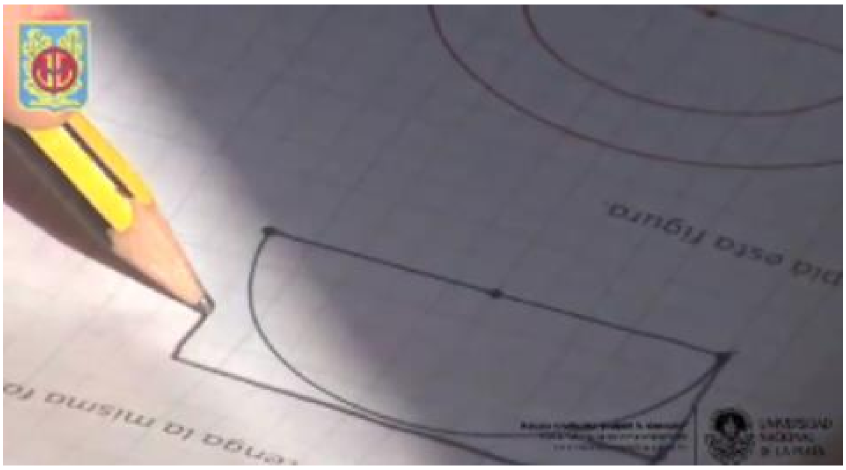

Imagen 4
Dibujo de la semicircunferencia dentro del rectángulo

Gabi: Ahhh como una carpa
Emi: Contamos acá 1, 2, 3, 4, 5 (contando los cuadritos del lado más corto del rectángulo dibujado) bueno vamos acá (en la hoja cuadriculada al lado de la figura original) y contamos 1, 2, 3, 4, 5, (marca un puntito arriba y otro abajo cuando termina de contar)

En esta escena se genera un intercambio entre lo que ella propone y lo que él entiende que tiene que hacer; si bien él está de acuerdo, pareciera no está tan convencido ya que primero intenta copiar el dibujo de la semicircunferencia sin el rectángulo (imagen 5), pero al ver que no es posible, porque al hacerlo a mano alzada el trazado no es perfecto y se va hacia arriba, accede a dibujar la figura que propone su compañera.

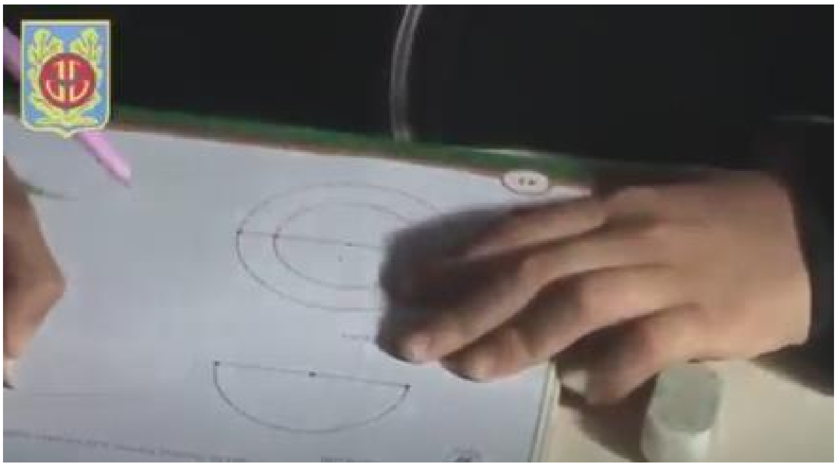

Imagen 5
Trazado de la semicircunferencia sin el rectángulo

Se puede visualizar en esta escena cómo Gabi construye un sentido específico de la sugerencia que le da la compañera, la cual le permitiría controlar su propio procedimiento. Cuando él intenta dibujar la semicircunferencia, al darse cuenta de que no es posible hacerla sin algo que lo controle, toma la propuesta de la compañera de hacer el rectángulo al que denominan “la carpa”. Es a partir de la conexión de estas dos ideas que él construye una idea propia. Si bien opta por copiar el rectángulo, se interpreta que no comparten el mismo propósito en la construcción.

Ella dibuja esta figura “rectángulo” denominándolo “la casa con el techo” el cual serviría para evitar que el semicírculo quede por fuera. Interviene el dibujo del libro como se ve en la imagen Se cree que su intención es mostrarle a Gabi cómo le quedaría construida la figura a copiar, y luego replica esa figura al lado.

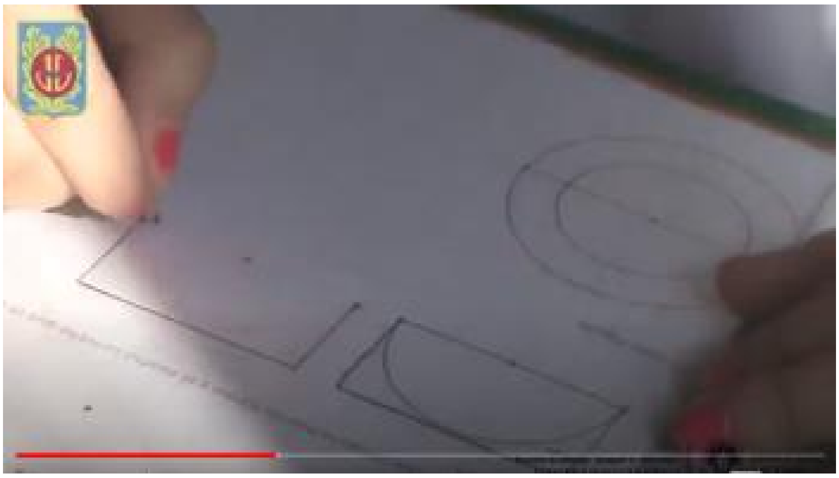

Imagen 6
Intervención en el libro como apoyo a la explicación

No se sabe si Emi hubiese optado por hacer esta construcción, si su pareja de trabajo no hubiese sido Gabi o si el trabajo hubiese sido individual, pero sí se cree que es la necesidad de explicarle a su compañero lo que está pensando lo que la empuja a intervenir la figura del libro. En la construcción de Gabi, en cambio, él dibuja el rectángulo, pero no lo hace al ras de la semicircunferencia, es decir no tiene en cuenta la cantidad de cuadraditos que corresponde al radio de la semicircunferencia. Esta construcción permite confirmar la idea de que el propósito de la construcción no es el mismo y entender por qué él no estaba tan seguro de hacerla en un primer momento.

Sin embargo, como él ya está convencido de que “la carpa” es necesaria, le quedan los dos rectángulos dibujados: el de la figura original y el de la copia. La mirada de Gabi está puesta en el dibujo del rectángulo, él lo construye con la semicircunferencia adentro y al parecer cumple con lo que la compañera le había propuesto. Luego traspasa esa información a la copia, quedándole los dos rectángulos dibujados (como se ve en la imagen 7). Al parecer su único objetivo es que le permita mantener a la semicircunferencia dentro del rectángulo.

Imagen 7
Construcción del rectángulo

En la siguiente escena interviene la docente e indaga acerca de la congruencia de las dos figuras, con el fin de que argumente las razones por las cuales él cree que esos dos rectángulos dibujados son iguales.

Docente: ¿Cómo sabes que ésta es igual a ésta? ¿Que esta rayita es igual a esta rayita?
Gabi: Porque ves esta rayita, voy viendo y son iguales.
Docente: ¿Y cómo sabes?
Gabi: Por esto mirá... (señala la parte de abajo del renglón donde está dibujado el diámetro) voy mirando.
Docente: Y ¿qué miras? ¿Qué es lo que miras ahí?
Gabi: Veo que son iguales.
Docente: A mí me parece que no son iguales no sé…
Emi: Contá cuántos hay acá... (Señala los cuadraditos que ocupa el diámetro de la figura original)
(Gabi cuenta los cuadraditos del diámetro de la semicircunferencia original y los compara con los cuadraditos de la figura que dibujó)
Docente: ¿Son iguales o no?
Gabi: Sí.
Docente: ¿Cómo sabes que son iguales?
Gabi: Porque tenía que contar los cuadraditos.
Docente: Ah bueno, está bien esa respuesta... Porque no es que son iguales porque se ven iguales, ¿sí? Son iguales porque tiene la misma cantidad de cuadraditos.
Gabi: Ah, entiendo…
Docente: ¿Y dónde ponés el punto? (El punto del centro de la circunferencia)
(Gabi empieza a contar desde uno de los puntos que corta la semicircunferencia, en la figura original, hasta el centro, cuenta 5 cuadraditos, luego en su figura, también cuenta 5 cuadraditos para colocar el punto del centro)
Gabi: Siempre hay que contar los cuadraditos en vez de con la regla.

En un principio las razones que da son meramente perceptivas, da respuestas como “veo las rayitas”, señalando con el dedo el diámetro de la semicircunferencia dice “veo que son iguales”. Si bien hay una idea acerca de las razones por las cuales él está convencido de que son iguales, ya que de hecho lo son, la docente no se conforma con esta respuesta e insiste en que debe convencerlo con otro tipo de fundamentos. En ese momento interviene su compañera y le dice “contá cuántos cuadraditos hay” señalando el diámetro de la semicircunferencia y mostrándole en acto un modo de producir otro tipo de fundamentos. Él entiende lo que la compañera le dice, no como en otras ocasiones en las que él aceptaba, aún sin estar tan convencido. Es ahí cuando él toma la idea de la compañera y la hace propia, utilizando esta estrategia en el resto de las actividades. Esta idea se sustenta cuando él dice: “Siempre hay que contar los cuadraditos en vez de con la regla”. Gabi, luego del intercambio con Emi, entiende que la igualdad en la cantidad de cuadraditos de la figura original y la copia, garantiza que la figura a copiar sea la misma.

Para el trazado de la semicircunferencia él propone utilizar una herramienta que reconoce que se parece a la semicircunferencia: el transportador. La docente se lo da para que demuestre cómo lo haría (Imagen 8).

Docente: ¿Hay alguna herramienta con la que puedan hacer esta forma? (señala la semicircunferencia)
Gabi: ¡Con la regla!
Docente: Pero esta forma así (vuelve a señalar), ¿la podrás hacer con la regla?
Gabi: Sí, una regla que hace así (hace la forma circular con la mano refiriéndose al transportador).
(La maestra consigue uno y se los muestra, se lo entrega a Gabi para que lo use)
Docente: ¿Este?
Gabi: Sí este (y lo apoya dentro del rectángulo… intenta con movimientos hacer que el transportador entre dentro del rectángulo)

Imagen 8
Uso del transportador para trazar la semicircunferencia

Emi: Pero ese se pasa de la medida, es mucho más grande.
Gabi: Pero podemos hacer esto (intenta utilizar la parte redondeada del transportador para copiar la figura de la semicircunferencia)
Emi: Yo pensé hacerlo con esto (señala el compás)

Se cree que él se niega a usar el compás ya que es una herramienta que le resulta difícil manejar y entonces propone esta, en la que pareciera resolver fácilmente el problema. Sin embargo, trata de darlo vuelta para que encaje aunque no logra inscribirlo en el rectángulo.

Si bien persiste un conocimiento de las figuras basado en lo perceptivo, se cree que comienza a encontrarse con ciertas dificultades e insuficiencias a la hora de resolver o argumentar, apoyándose únicamente en lo visual. Es por ello que las intervenciones apuntan a tensionar algunas de sus propuestas. Por ejemplo, que para dar cuenta de que dos segmentos son iguales, la medida entre ambos podría ser una manera de garantizarlo o que la forma circular no es suficiente para copiar la semicircunferencia, en este caso ya que puede copiar la forma, pero no garantizar la medida de esa semicircunferencia. Para copiar esa figura debería combinar forma y tamaño.

Su compañera le propone usar el compás, y él reconoce que no sabe usarlo:

> **Gabi:** A mí no me sale (Se refiere al uso del compás)
> **Docente:** Bueno puede ser que no les salga bien el principio... ¿Dónde apoyarías? ¿Ahí apoyarías el compás?
> (Gabi pincha correctamente el compás en el punto central y además lo abre hasta uno de los puntos trazados anteriormente. La docente lo ayuda a utilizarlo, le dice cómo tomar el compás, girarlo y logra hacerlo, después de varios intentos.) (Imagen 9 y 10)

Imagen 9
Uso del compás para trazar la semicircunferencia

Imagen 10
Semicircunferencia trazada

Se puede inferir que la dificultad radica en el simple hecho de la manipulación de la herramienta ya que cuando sí reconoce al compás como la herramienta que le permitiría garantizar tanto la forma como el tamaño, pincha correctamente el compás y lo abre hasta uno de los puntos como muestra la imagen.

En estas decisiones se visualizan algunos avances en relación al inicio de las actividades: reconoce correctamente dónde pinchar el compás y hasta dónde abrirlo.

Se cree que el haber transitado por la resolución de la primera actividad colaboró en el sentido de que ya no hizo movimientos al azar para hacer coincidir el lápiz del compás con los dos puntos que cortan la circunferencia. Se puede observar, actividad tras actividad, cómo su posición frente a la tarea se va modificando, así como los procedimientos que utiliza, en función de los conocimientos que produce con cada una.

Actividad 3: Copiar circunferencias concéntricas

En esta actividad debían realizar una copia de la figura, conservando forma y tamaño. En el siguiente fragmento del intercambio entre Gabi y Emi se observa cómo interactúan entre ellos y con la docente acerca de las posibles resoluciones:

> **Docente:** Ahora quiero que se pongan de acuerdo con éste (señala el tercer problema), a ver qué se les ocurre, ¿qué tenían que hacer acá?
> **Emi:** Copiar esta figura.
> **Gabi:** (Enseguida responde) Ya sé con esto (señalando el compás).
> **Emi:** Podemos usar las dos maneras que usamos acá (señala el problema 2).
> **Gabi:** Sí, pero... (Dice sí, no tan convencido e intenta empezar a hacer algo en su hoja. Emi lo convoca para que la escuche)
> **Emi:** Mirá Gabi vemos cuánto es acá (señala los puntitos de la figura 3). Ponemos los puntos arriba y abajo.
> (Gabi toma la regla y empieza a intentar resolver el problema en su hoja)
> **Docente:** ¿Qué medida vas a tomar Gabi?
> **Gabi:** No, no, voy a subrayar…

Emi: No, hay que poner así (Emi toma la regla y empieza a trabajar en su hoja mostrando a Gabi lo que hay que hacer) ¿cuánto mide ésto?... 6 cm (quiere trazar un diámetro de 6 cm)

Gabi: Ah, porque yo lo hago diferente... Yo no lo hago con la regla, lo hago contando los cuadrados…

(Comienza a ubicar los puntos contando cuántos cuadraditos hay entre un puntito y el otro en la figura. Comete algunos errores de conteo, porque cuenta vértices, no cuadrados, pero logra revisar y corregirlos finalmente. Traza el diámetro y encima de él copia los puntitos)

Gabi: ¡Yo creo que nos vamos a sacar un excelente!

Emi: Tenés razón Gabi (borra la línea del radio)

Gabi: Emi si querés te podés copiar…

En esta etapa de la clase ya se nota una diferencia en Gabi, no solamente en sus producciones sino también en el intercambio de procedimientos que propone. Desde el inicio de la nueva actividad, reconoce el compás como herramienta que garantiza la forma de la circunferencia (no el transportador, como en la actividad anterior) y el conteo de cuadraditos para garantizar la medida entre un punto y otro.

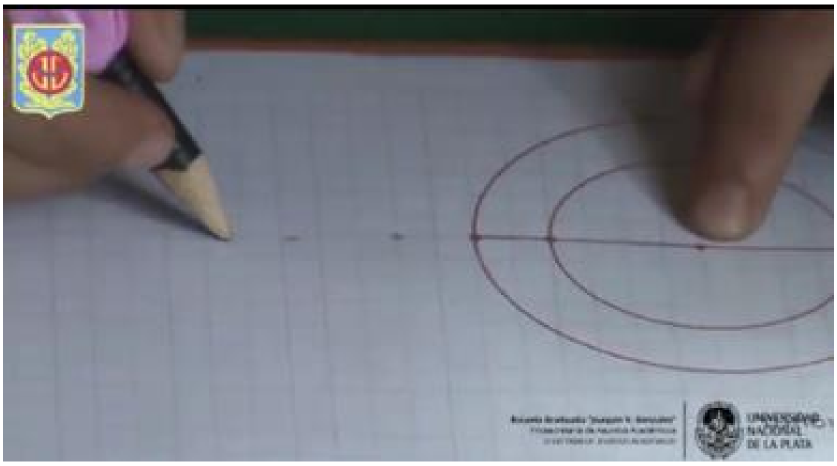

Imagen 11
Ubicación de los puntos usando cuadraditos como unidad de medida

Emi intenta convencerlo de usar la regla, pero él directamente comienza a trazar los puntitos (Imagen 11); inclusive le deja en claro que él lo hace diferente. Ya no hay un deseo de cumplir con lo que la compañera le propone, sino que es él quien decide y elige qué estrategia es la más adecuada para resolver.

Se puede observar en las imágenes anteriores cómo los dibujos ya son diferentes: ella opta por trazar el diámetro primero (Imagen 12).

Imagen 12
Trazado del diámetro

Él comienza contando los cuadraditos que hay entre un punto y el otro, reutilizando lo aprendido en el punto anterior. Cuenta en la figura original los cuadraditos y va colocando de a uno los puntitos. Si bien se encuentra con algunas dificultades en el conteo, logra reconocer el error y revisarlo. El primer error que comete es que cuenta tres cuadraditos en vez de dos, porque en realidad cuenta los vértices. Este error no tiene que ver con que no sabe lo que está haciendo o para qué lo está haciendo, como en algunos de los errores de construcción que podría haber tenido. Se trata de un error que puede corregir fácilmente cuando revisa, porque sabe hacia dónde va con ese procedimiento.

La revisión de lo hecho, es algo que también se nota sucede en esta actividad. Cuando Gabi termina de marcar todos los puntos, deja el lápiz en la mesa porque la acción cambia: ya no va a marcar más puntos, sino que va a revisar (Imagen 13). Vuelve a contar los cuadraditos de la figura original para asegurarse de que lo que hizo es correcto; esto le permite advertir el error, como se observa en la siguiente imagen. Primero cuenta que haya 5 puntos en su copia y luego que estén bien ubicados, identifica donde está el error y lo corrige.

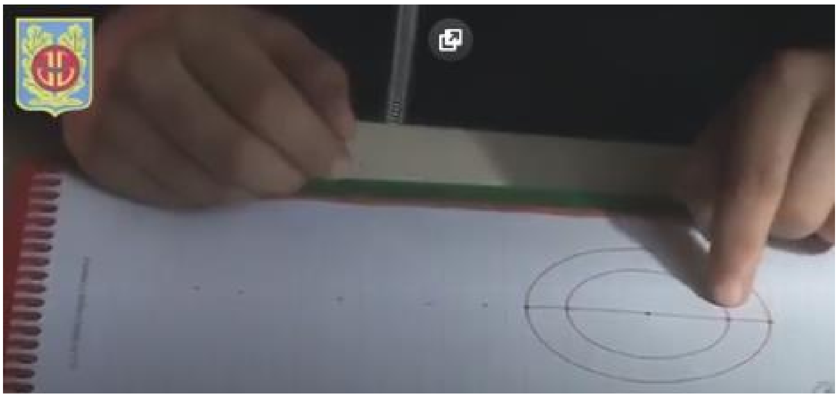

Imagen 13
Revisión de la copia, control del original

Algo muy interesante que quedó registrado en esta imagen es cómo Gabi está convencido y seguro de lo que está haciendo. Él no quita la mirada de su tarea porque se nota que está totalmente involucrado. Sin embargo, es su compañera la que ahora duda respecto de si lo que está haciendo es correcto o no, decide borrar y hacer lo que su compañero le propone. Es en ese momento donde Gabi le dice a su compañera “si querés te podés copiar”.

Puesta en común

En el momento de la puesta en común, instancia de trabajo colectivo, los estudiantes y la docente socializan y comparten diferentes formas de desarrollar las consignas. Ante esta situación y al momento de responder cómo realizaron la primera actividad, se observa la participación activa de Gabi. Explica su estrategia de usar los cuadraditos como medida para colocar los puntos como un procedimiento propio, aunque él no había utilizado esta estrategia inicialmente.

En el intercambio de la puesta en común se puede observar cómo esos conocimientos que Gabi fue construyendo a medida que avanzaba en la resolución de las actividades, le permitieron revisar lo que hizo en la primera actividad y explicitar cómo lo haría ahora luego del recorrido de la clase. También se hace observable su cambio de posición ante el saber en un espacio de intercambio colectivo ante un saber específico.

Conclusiones finales

Como docente del área de matemática el desafío constante es generar situaciones de enseñanza donde todos los alumnos y alumnas de un grado puedan participar de los momentos de socialización, de una puesta en común y de los intercambios entre pares al momento de realizar alguna actividad. Las propuestas didácticas pretenden atender a la heterogeneidad de las aulas, a los distintos ritmos y a las distintas trayectorias escolares, particularmente a aquellas situaciones singulares en las cuáles la institución propone un Plan Académico Particular en concurrencia con una maestra acompañante pedagógica. Así considerando a Gabi y la posibilidad de que él “formara parte” de una clase de matemática, no solamente con su presencia, sino que también se involucrara intelectualmente en la misma, se elaboró una propuesta de enseñanza que cumpliera las condiciones necesarias para que él pueda participar, resolver e interactuar con sus compañeros y compañeras.

De ese modo se pretendió dar respuesta a la pregunta que movilizó este trabajo y se transformó en el motor de dicha propuesta de clase: ¿cómo generar condiciones para que Gabi se involucre en la clase de matemática, con geometría y en interacción con sus compañeros?

Promover la interacción de Gabi con sus compañeros atendiendo a sus experiencias dentro del aula y de la clase de matemática, era el desafío.

Este trabajo permitió re-significar el concepto de interacción. No era cualquier tipo de interacción la que se pretendía provocar en las clases, sino aquella orientada a habilitar y darle lugar a un niño que -hasta entonces- no participaba dentro del aula. Se pretendía lograr que él se sienta cada vez más seguro dentro del aula, permitiendo además la producción de conocimientos matemáticos. El trabajo realizado con Gabi, me permitió también revisar algunas intervenciones habituales de la clase, repensar qué se pretende con eso. Por ejemplo, pedirles "ponerse de acuerdo" si bien podría ser una frase muy usada, acá cobró otro sentido, nos llevó a hacernos otras preguntas como: ¿qué es ponerse de acuerdo para un niño que siempre había trabajado fuera del salón o con un adulto? ¿Qué entendía él por ponerse de acuerdo? ¿Qué es lo que pretendíamos que haga?

A lo largo del análisis de la segunda clase de la propuesta, se señaló en varias oportunidades la idea de que Gabi era un alumno más dentro de la clase. Su trayectoria escolar había hecho pensar que durante toda la indagación íbamos a tener que prestar atención a sus "diferencias" en relación con la del resto de los alumnos, identificándolas y actuando en consecuencia. Sin embargo, su comportamiento dentro del aula demostró que, en tan solo dos clases, bajo ciertas condiciones diseñadas y planificadas, logró desempeñarse como cualquier otro alumno, dando su opinión, no solamente cuando se lo solicitaban, interactuando no sólo con su pareja, sino con la docente y el resto de la clase, pidiendo la intervención a la docente para despejar dudas, atento a la clase, explicitando procedimientos, usando estrategias propias para argumentar sus producciones.

La experiencia de la propuesta me permitió creer que era posible presentarle a Gabi otros contenidos nuevos para cuarto grado, como el de fracciones[5]. En consecuencia, la propuesta genera nuevas preguntas acerca de los modos en los que se podrían abordar aquellos contenidos donde los niveles de conocimiento de los alumnos y alumnas son más dispares, como podrían ser el contenido de operaciones o numeración, ¿Cómo se podrían generar interacciones productivas en estos casos? ¿Qué características podrían tener las situaciones para generar buenas condiciones de interacción, aún con niveles de conocimientos muy dispares?

De este modo, pone en situación de repensar los roles y dispositivos que se desarrollan al interior de las instituciones, atender a particularidades de los alumnos no estáticas, que pueden modificarse con intervenciones docentes que lo retroalimenten y destaquen las potencialidades de los encuentros entre pares, entre otras cuestiones que motivan a seguir pensando.

En este sentido, y para cerrar

> Lo importante para el alumno no es conocer la solución, es ser capaz de encontrarla por sí mismo y de construir así, a través de su actividad matemática, una imagen positiva de sí mismo, valorizante frente a las matemáticas. La recompensa al problema resuelto no es la solución del problema, es su éxito personal al resolverlo por sus propios medios, es la imagen que puede tener de sí mismo como alguien capaz de resolver problemas, de hacer matemáticas, de aprender (Charlot B. 1986, p. 9)

[5] Este tema no será abordado en este trabajo.

Referencias

Brousseau, G. (1986). *Teoría de las situaciones didácticas*. Grupal Logística y Distribución. Paris.

Chevallard, Y., & Gilman, C. (1997). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique.

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. Recherches en didactique des mathématiques, 10(2), 3.

Ainscow, M.; Miles, S. (2008). Por una educación para todos que sea inclusiva: ¿Hacia dónde vamos ahora? *Perspectivas*, 38 (1), 17-44.

Broitman, C. (2013). Introducción. En Broitman (comp.), *Matemáticas en la escuela primaria I*. Buenos Aires: Paidós.

Brousseau, G. (1994). Los Diferentes Roles del Maestro. En Parra, C. y Saiz, I. (comps.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

Charlot, B. (1986, March). La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. In Conferencia dictada en Cannes.

Itzcovich, H. (2005). Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de las construcciones a las demostraciones. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Itzcovich, H. y Murúa, R. (2016). GeoGebra: «nuevas» preguntas sobre «viejas» tareas.*Yupana. Revista de Educación Matemática de la UNL*, 10, 71-85.

Laborde, C. (1997). Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría en Investigar y enseñar. *Variedades de la educación matemática*. Bogotá. Grupo Editorial Iberoamérica.

Quaranta, M. E. y Wolman, S. (2003). Discusiones en las clases de matemáticas. Qué, para qué y cómo se discute. Panizza, M. (comp.), *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*, 189-243. Buenos Aires: Paidós.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy: Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Sadovsky, P., Parra, C., Itzcovich H., Broitman, C. (1998). *Matemática. Documento de trabajo N° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo.* Actualización Curricular. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Sessa, C. y Giuliani, D. (2008). Mirar la historia de la matemática para pensar en el aprendizaje y la enseñanza. Broitman, C.(comp.). *Enseñar Matemática Nivel Inicial y Primario*, (4).