

INVERSION DE ESPECTROS MT EN CASOS BIDIMENSIONALES

A.M.Osella\* y P.Martinelli#

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas  
y Naturales, Universidad de Buenos Aires  
Buenos Aires, Argentina

RESUMEN

El tensor de impedancia, obtenido a partir de sondeos MT, presenta dos componentes distintas en presencia de estructuras 2D, una que corresponde al modo TE y otra al modo TM. En estos casos, para determinar las características del medio es usual invertir los espectros suponiendo en cada punto de sondeo un modelo 1D y construir luego el perfil 2D correspondiente, con lo cual se pierde resolución en la interpretación. En el presente trabajo, se analiza la respuesta electromagnética generada en una estructura 2D modelada como un medio en multicapas con contornos irregulares. Se estudia la sensibilidad a las características 2D y se evalúa el error que se comete cuando los espectros se invierten usando métodos 1D.

ABSTRACT

The MT impedance tensor presents two components when dealing with 2D structures, corresponding to the TE and TM modes. In these cases, the characteristics of the medium are determined usually through a 1D inversion of each sounding followed by the construction of the corresponding 2D model based on these results. To improve this interpretation, in the present work the electromagnetic response due to a 2D structure modeled as a multilayered one with irregular boundaries is analyzed and the sensitivity to the 2D features is studied. Finally, the error introduced when 1D inversion is performed is evaluated for some particular cases.

\* Miembro de la Carrera del Investigador del CONICET.

# Becaria de CONICET.

## INTRODUCCION

La interpretación de espectros magnetotelúricos requiere generalmente de la aplicación de métodos numéricos para resolver problemas bi o tri-dimensionales. Aunque los tensores de impedancia determinados experimentalmente raramente son estrictamente 2D, en muchas circunstancias es posible determinar una dirección de simetría a escala regional, por lo menos en algún rango de períodos. En estos casos, las dos componentes del tensor, paralela y perpendicular al eje de simetría que resultan después de rotar convenientemente los ejes, se pueden analizar para inferir la estructura interna. Diferentes métodos se han desarrollado para analizar estructuras bidimensionales, basados usualmente en elementos finitos (p.e. Wannamaker y otros, 1987), diferencias finitas (p.e. Brewitt-Taylor y Weaver, 1976) o ecuaciones integrales (p.e., Ting y Hohmann, 1981). Estos métodos se aplican generalmente para contornos angulosos o cuerpos enterrados con dimensiones finitas, ya que cuando las irregularidades son suaves y extensas la aplicación de estos métodos se complica. Por lo tanto en el presente trabajo se describe un método complementario, que permite describir estructuras multicapas con contornos irregulares. En un trabajo previo (Osella y Martinelli, 1990), se describió el formalismo para el modo TE (E// al eje de simetría). En el presente se lo extiende al modo TM (H// al eje de simetría) y se lo aplica para analizar algunas estructuras particulares. Se estudia la sensibilidad del método para la determinación de las características 2D y se evalúa el error que se comete cuando se interpretan los espectros usando métodos de inversión 1D.

## DESCRIPCION DEL MODELO

Se supone un modelo en multicapas con contornos irregulares, cada uno dado por una función  $z_i = f_i(x_i)$ , con  $\hat{y}$  el rumbo de la estructura (ver fig. 1) y  $\rho_i$  la resistividad de la capa  $i$ . Para el rango de períodos involucrados ( $T = 0.1-100$  seg), el campo externo es considerado espacialmente uniforme y horizontal, con una dependencia temporal armónica.

En el aire y lejos de la fuente, el campo eléctrico  $E$  y el magnético,  $H$  satisfacen, en la aproximación cuasiestacionaria

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0 \qquad \vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H} \qquad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular y  $\mu_0$  la permeabilidad magnética en el vacío.

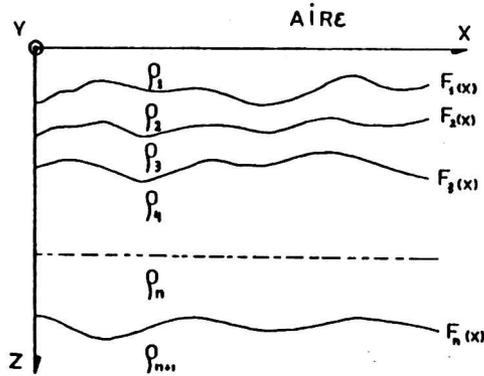


Figura 1  
Descripción del modelo

Dentro de la tierra los campos satisfacen en cada capa  $i$  las siguientes ecuaciones:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_i = \sigma_i \vec{E}_i \qquad \vec{\nabla} \times \vec{E}_i = i\omega\mu_0\vec{H}_i \qquad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_i = 0 \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{E}_i = 0$$

con  $\sigma_i = 1/\rho_i$  la conductividad eléctrica de la capa  $i$ .

Debido a la bidimensionalidad del modelo, la respuesta se puede expresar como combinación lineal de dos modos desacoplados: TM ( $\vec{H} // \hat{y}$ ) y TE ( $\vec{E} // \hat{y}$ ) en cuyo caso se induce un campo magnético vertical,  $H_z$ .

i) Modo TM.

En este caso el campo externo se puede expresar como:

$$\vec{H}_0 = e^{-i\omega t} \hat{y}$$

#### 4 Inversión de espectros MT...

En el aire la única componente no nula del campo magnético,  $H_{oy}$ , es constante mientras que el campo eléctrico satisface:

$$\begin{aligned} \frac{\partial_x E_x}{\sigma_0} + \frac{\partial_z E_z}{\sigma_0} &= 0 \\ \frac{\partial_x E_x}{\sigma_0} - \frac{\partial_z E_z}{\sigma_0} &= i \omega \mu_0 H_y \end{aligned} \quad (3)$$

En cada capa i dentro de la tierra, los campos satisfacen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial_x E_{x_i}}{\sigma_i} + \frac{\partial_z E_{z_i}}{\sigma_i} &= 0 \\ \frac{\partial_x H_{y_i}}{\sigma_i} &= -E_{x_i} \\ \frac{\partial_x H_{y_i}}{\sigma_i} &= E_{z_i} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial_x E_{x_i}}{\sigma_i} - \frac{\partial_z E_{z_i}}{\sigma_i} = i \omega \mu_0 H_{y_i}$$

con  $E_y, H_x$  y  $H_z$  iguales a cero.

Para resolver las ec. (3) y (4), los campos eléctrico y magnético se pueden escribir como desarrollos de Rayleigh, suponiendo, sin perder generalidad, que las funciones  $z_i = f_i(x)$  son simétricas. De hecho, siempre es posible suponer que la estructura es simétrica con respecto a algún origen, siempre que éste esté lejos de la zona de interés. Entonces, para cada capa los campos están dados por:

$$\begin{aligned} H_{y_i}(x, z, \omega) &= H_0 \sum_j [A_{j_i} \exp(R_{j_i} z) + B_{j_i} \exp(-R_{j_i} z)] \cos(k_j x) \\ E_{x_i}(x, z, \omega) &= -\frac{H_0}{\sigma_i} \sum_j R_{j_i} [A_{j_i} \exp(R_{j_i} z) - B_{j_i} \exp(-R_{j_i} z)] \cos(k_j x) \quad (5) \\ E_{z_i}(x, z, \omega) &= -\frac{H_0}{\sigma_i} \sum_j k_j [A_{j_i} \exp(R_{j_i} z) + B_{j_i} \exp(-R_{j_i} z)] \sin(k_j x) \end{aligned}$$

donde  $R_{j_i} = (k_j^2 - i\omega\sigma_i\mu_0)^{1/2}$  y  $k_j = j \frac{2\pi}{\lambda}$  es el número de onda. A fin de desprestigiar la influencia de la periodicidad impuesta

en la zona de interés, se elige la longitud de onda,  $\lambda$ , mucho más grande que la más grande de las longitudes características involucradas.

Los coeficientes  $A_j$  y  $B_j$  se obtienen aplicando las correspondientes condiciones de contorno. Como los campos no pueden diverger en infinito,  $A_{j,n+1}=0$  para todo  $j$ . En cada contorno  $z_i=f_i(x)$  las componentes tangenciales de  $H$  y  $E$  y la normal de  $D=\epsilon E$  deben ser continuas. Si  $\epsilon=\epsilon_0$ , que es la hipótesis usual, entonces  $E$  es continua y por lo tanto, es equivalente pedir la continuidad de  $E_x$  y  $E_y$  en cada contorno. Así, imponiendo la continuidad de  $E_x$  y  $H_y$  en  $z=f(x_i)$  (de modo que la continuidad de  $E_z$  se cumple automáticamente) para  $i=1, n$ , teniendo en cuenta que  $A_{j,n+1}=0$  y  $H_{y,i}(z=0)=H_{y0}=\text{constante}$ , se obtiene un sistema de ecuaciones que, para hacerlas independientes de  $x$ , se multiplican por  $\cos(k_j x)$  y se integran entre  $-\lambda/2$  y  $\lambda/2$ . Como las sumas se extienden hasta infinito, las series deben ser truncadas en algún valor  $j=M$  y por lo tanto hay que resolver ecuaciones matriciales de dimensiones  $(M+1) \times (M+1)$ . El método seguido para resolver este sistema está desarrollado en un trabajo previo (Osella y Martinelli, 1990) donde se lo aplicó para resolver el modo TE.

Una vez obtenidos los coeficientes, se calculan los campos eléctrico y magnético sobre la superficie y con estos, la impedancia eléctrica,  $Z_{TM}$ , la resistividad aparente,  $\rho_{TM}$ , y la fase,  $\phi_{TM}$ .

#### ii) Modo TE.

Este modo se analizó en un trabajo previo (Osella y Martinelli, 1990) por lo que en el presente se resumirán las ecuaciones fundamentales.

En el aire se cumple:

$$H_x(x, z, \omega) = H_0 \left[ 1 + \sum_j C_{j0} k_j \exp(k_j z) \cos(k_j x) \right]$$

$$H_z(x, z, \omega) = H_0 \sum_j C_{j0} k_j \exp(k_j z) \sin(k_j x)$$

y en cada capa  $i$ :

$$E_{y_i}(x, z, \omega) = i\omega\mu_0 H_0 \sum_j [C_{j_i} \exp(R_{j_i} z) + D_{j_i} \exp(-R_{j_i} z)] \cos(k_j x)$$

$$H_{x_i}(x, z, \omega) = -H_0 \sum_j R_{j_i} [C_{j_i} \exp(R_{j_i} z) - D_{j_i} \exp(-R_{j_i} z)] \cos(k_j x) \quad (6)$$

$$H_{z_i}(x, z, \omega) = -H_0 \sum_j k_j [C_{j_i} \exp(R_{j_i} z) + D_{j_i} \exp(-R_{j_i} z)] \sin(k_j x)$$

En este caso las condiciones de contorno en  $z=0$  y  $z=f_i(x)$  implican la continuidad de  $H$  (ya que  $\mu=\mu_0$  en cada capa) y de  $E_y$ . Los coeficientes se obtienen luego en forma similar a los obtenidos para el modo TM y con estos se calculan la impedancia  $Z_{TE}$ , la resistividad aparente  $\rho_{TE}$  y la fase  $\phi_{TE}$ , junto con la función transferencia,  $H_z/H_0$ .

#### COMPARACION CON EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS.

Como prueba de esta formulación comparamos las respuestas de modelos topográficos calculadas usando nuestro modelo y las obtenidas con el método de elementos finitos (Wannamaker y otros, 1986). Entre las estructuras estudiadas en este trabajo, elegimos como ejemplo una que representa una colina modelada en forma suave y aproximadamente cosenoidal. Este contorno se representará por la siguiente función (fig. 2a):

$$z = f(x) = -D \left( 1 + \cos \frac{\pi x}{G} \right) \quad \text{con } D=50\text{m} \text{ y } G=1200\text{m}.$$

Los coeficientes de las series de Fourier se obtienen de acuerdo a lo descrito en la sección anterior. En las figuras 2b y 2c se muestran las curvas de resistividad aparente para ambas polarizaciones, teniendo una coincidencia prácticamente total.

#### APLICACION.

Esta formulación es especialmente adecuada para tratar estructuras en multicapas con contornos irregulares. Como ejemplo, modelamos una cuenca sedimentaria, cuyas interfaces están representadas por funciones del tipo:

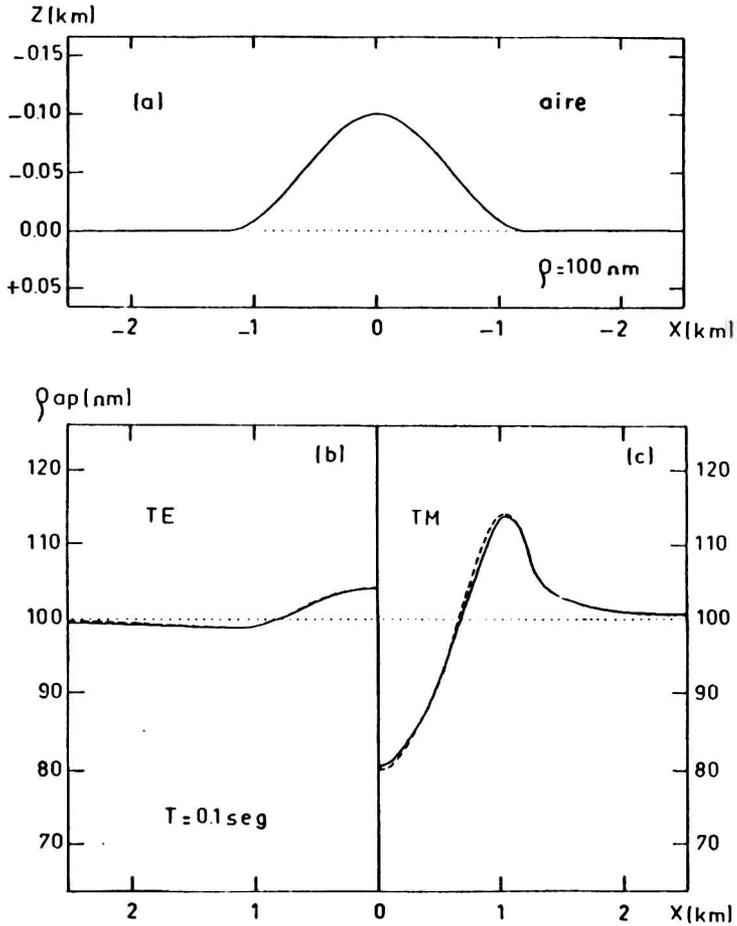


Figura 2

a) modelo propuesto. b)  $\rho_{TE}$  y c)  $\rho_{TM}$ , respectivamente, obtenidas por elementos finitos (línea rayada) y con el presente método.

## B Inversión de espectros MT...

$$f_i(x) = p_i + \frac{D_i}{1 + \frac{x^2}{G_i}}$$

donde  $p_i$  es la profundidad a la cual comienza la capa  $i$  y  $D_i$  y  $G_i$  tiene en cuenta el ancho y espesor de cada desnivel.

Con el fin de estimar la sensibilidad de la respuesta a las características bidimensionales de la estructura, se han elegido distintos conjuntos de parámetros  $D_i$ , manteniéndose constantes los restantes. Se han elegido los siguientes valores:

$\rho_1 = 50m$	$\rho_2 = 100m$	$\rho_3 = 250m$	$\rho_4 = 1500m$
$p_1 = 400m$	$p_2 = 1300m$	$p_3 = 6000m$	
$G_1 = 1500m$	$G_2 = 2000m$	$G_3 = 3000m$	

mientras que se han tomado tres conjuntos de valores para  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$  respectivamente:

Caso A: 50m, 75m, 100m.

Caso B: 100m, 150m, 200m

Caso C: 150m, 225m, 300m.

El número de onda  $k$  se elige del orden de  $10^{-4} m$  de modo que la periodicidad implícita en el modelo no influya en la zona de interés.

En la figura 3a se muestra como ejemplo la resistividad aparente para ambos modos como función de  $x$  para el caso C, con  $T=0,1$ seg, junto con los resultados que se obtienen para un modelo plano. Se ve claramente que  $\rho_{TM}$  depende fuertemente de las características 2D de la estructura mientras que  $\rho_{TE}$  es en promedio equivalente a la respuesta unidimensional. Si los valores de  $D_i$  se varían (casos A, B y C) las variaciones en  $\rho_{TE}$  son despreciables (menores que el 5%) mientras que la influencia en  $\rho_{TM}$  es importante (fig.3b). Similares conclusiones se obtienen cuando se analiza la fase. Estas variaciones se incrementan, por supuesto, a medida que la cuenca se hace más profunda.

La componente vertical del campo magnético también es un buen detector de estructuras 2D. Como esta componente es nula para casos 1D, comienza a ser detectable a períodos que impliquen profundidades de skin mayores que aproximadamente  $p_1$ , y tenderá a cero tanto para  $T$  como para  $x$  grandes, ya que en ambos casos se recupera la situación 1D. La figura 4 muestra  $H_z/H_0$  vs.  $T$  en  $x=2km$  para el caso C (4a) y vs.  $x$  para los

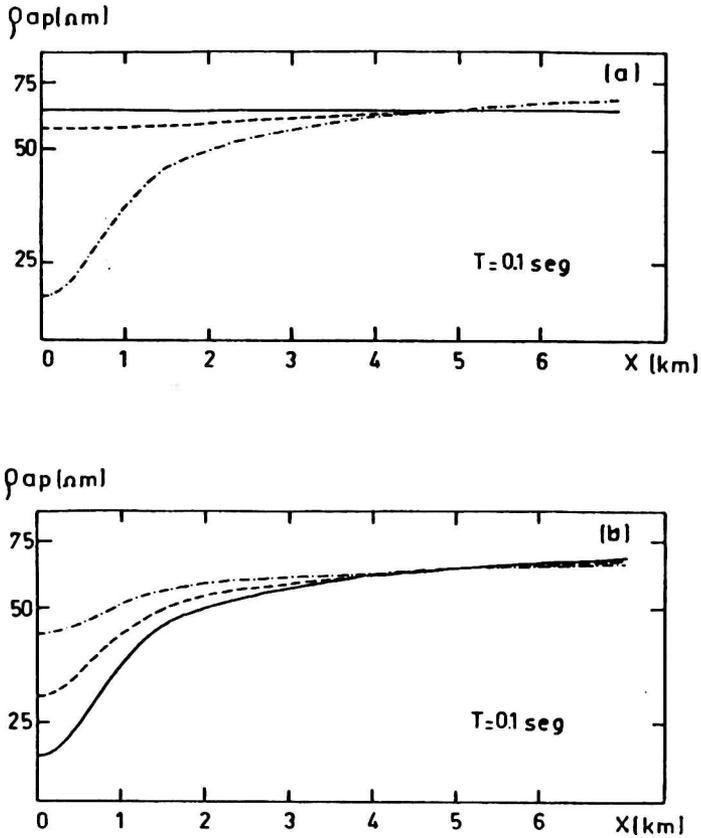


Figura 3

- a)  $\rho_{TM}$  (línea de punto y raya) y  $\rho_{TE}$  (línea rayada) para el caso C junto con el resultado para el caso 1D (línea llena).  
 b)  $\rho_{TM}$  para los casos A (línea de punto y raya), B (línea rayada) y C (línea llena).

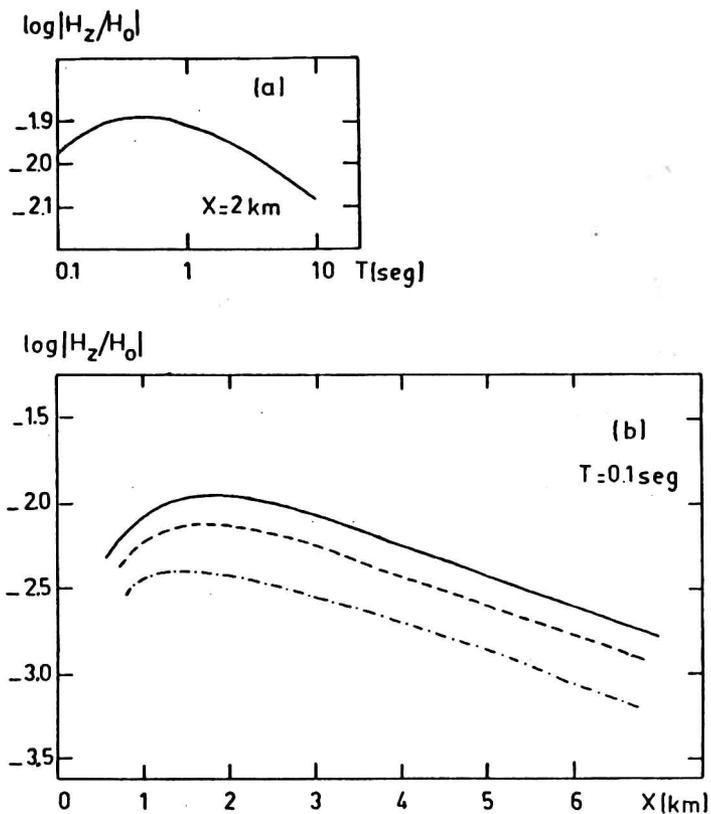


Figura 4

a) Componente vertical para el caso C en  $x=2$ km. b) Componente vertical para  $T=0.1$ seg para los casos A (línea de raya y punto), B (línea rayada) y C (línea llena).

casos A, B y C en  $T=0.1\text{seg}$  (4b) Si bien es claramente sensible a la forma de la estructura, su sensibilidad a los valores de los  $D_i$  es menor que en  $\rho_{TM}$ .

#### INVERSION DE LOS ESPECTROS

De los resultados mostrados en la sección anterior, resulta razonable suponer que para invertir los espectros usando algún método 1D, este debe ser aplicado a la componente TE, que es la que en promedio se comporta como una estructura de capas. Se puede estimar cual es el error que se comete en este caso, tomando como datos de entrada perfiles de  $\rho_{TE}$  vs. T para distintas posiciones y aplicandoles un método de inversión 1D (Jupp y Vozoff, 1975). Como ejemplo, se proponen dos modelos uno con valores de resistividades crecientes y otro alternados, siendo los valores de los parámetros los siguientes:

$$\begin{array}{lll} D_1 = 300\text{m} & D_2 = 450\text{m} & D_3 = 600\text{m} \\ \rho_1 = 400\text{m} & \rho_2 = 1300\text{m} & \rho_3 = 6000\text{m} \\ G_1 = 1500\text{m} & G_2 = 2000\text{m} & G_3 = 3000\text{m} \end{array}$$

y

$$\begin{array}{llll} \rho_1 = 50\text{m} & \rho_2 = 100\text{m} & \rho_3 = 250\text{m} & \rho_4 = 1500\text{m} \end{array}$$

para el caso D y

$$\begin{array}{llll} \rho_1 = 50\text{m} & \rho_2 = 300\text{m} & \rho_3 = 100\text{m} & \rho_4 = 1500\text{m} \end{array}$$

para el caso E

En ambos casos para invertir se dejaron fijas las resistividades de modo de evaluar el error cometido en la determinación de las profundidades al usar un método 1D. Los resultados se muestran en la figura 5. Se observa que el ajuste es mejor para el caso E que para el D, lo cual es esperable ya que al ser mayor el contraste de resistividades la resolución es mejor. En ambos casos empeora el ajuste para las capas más profundas (el efecto de promediado se hace más importante), perdiéndose totalmente la resolución en la forma de la interfase.

#### CONCLUSIONES

Se describió un método para calcular la respuesta MT de una estructura 2D en multicapas con contornos irregulares, siendo una de las ventajas de esta formulación la posibilidad de modelar estructuras complicadas describiendo los contornos de las interfases con funciones analíticas. Se lo aplicó para

## 12 Inversión de espectros MT..

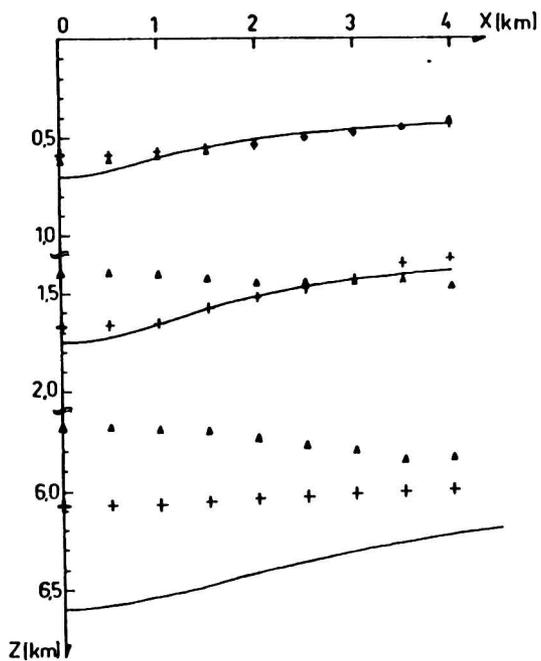


Figura 5

Modelo 2D propuesto (línea llena) y modelo resultante al aplicar un método de inversión 1D con resistividades crecientes (triángulos) y alternadas (cruces).

estudiar la respuesta de una cuenca.

De los resultados obtenidos, resulta que para el modo TE estos se aproximan en promedio a los que se obtienen para un modelo plano, mientras que los correspondientes al modo TM muestran una fuerte dependencia con las características 2D. También la componente vertical del campo magnético es un buen indicador de la bidimensionalidad, aunque menos sensible que la resistividad aparente.

Cuando los espectros de resistividad aparente para el modo TE se invierten usando métodos 1D, el ajuste es mejor para el caso de resistividades alternadas que crecientes, pero el error aumenta notablemente, en ambos casos, cuando se quiere determinar la profundidad de las capas más profundas. Esto muestra la necesidad de desarrollar métodos bidimensionales que permitan mejorar la interpretación de los espectros.

#### Referencias.

Brewitt-Taylor, C.R. y Weaver, J.T., 1976. On the finite difference solution of two-dimensional induction problems. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 47, 375.

Jupp, D.L. y Vozoff, K., 1975. Stable iterative methods for the inversion of geophysical data. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 42, 957.

Osella, A.M. y Martinelli, P., 1990. Obtención de las características de una cuenca a partir de sondajes MT. *Rev. Bras. Geof.* (en prensa).

Ting, S. y Hohmann, G., 1981. Integral equation modeling of three dimensional magnetotelluric response. *Geophysics*, 46, 182.

Wannamaker, P., Stodt, J. y Rijo, L., 1987. A stable finite element solution for two-dimensional magnetotelluric modeling. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 88, 2740.