

Ciencia e ingeniería de los Materiales

**ANÁLISIS FRACTOMECÁNICO DEL COMPORTAMIENTO EN MODO I
DEL HORMIGÓN SIMPLE**

Pedro S. Comancho y Nicolás E. Badano

Grupo de Métodos Numéricos de Simulación y Mecánica Computacional.

Área Departamental Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.

Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Buenos Aires, República Argentina.

simec@ing.unlp.edu.ar – <http://www.ing.unlp.edu.ar/constr/gdmndsymc>

Resumen. En la actualidad no existe una teoría que describa adecuadamente los procesos de fractura del hormigón simple, caracterizados por la pérdida de proporcionalidad entre tensiones y deformaciones en las zonas microfisuradas. Entre los modelos no lineales más difundidos se encuentran los Modelos de Fisuración Cohesiva, cuya principal hipótesis es la existencia de una fisura cohesiva, capaz de transmitir tensiones entre sus caras, relacionadas con sus aperturas mediante una función de ablandamiento. En el presente trabajo se estudia la influencia de dicha función en el comportamiento en fractura del hormigón simple. Para ello, se han simulado ensayos de flexión en tres puntos sobre probetas fisuradas considerando hormigones de distintas calidades y tres funciones de ablandamiento diferentes. De la discusión de los resultados se puede concluir que la solución es prácticamente independiente de la forma de dicha función, lo cual justificaría la utilización de aproximaciones más sencillas en lugar de otras más complejas.

Palabras Clave: Fractomecánica, hormigón simple, modelos de fisuración cohesiva, función de ablandamiento.

1. Introducción

El hormigón es un material cuasi-frágil ampliamente utilizado en la construcción de obras civiles, viales e hidráulicas. Su uso se ha generalizado debido no solamente a la elevada resistencia a la compresión que posee, sino también a su durabilidad, trabajabilidad, economía y a la posibilidad de disponer de él en la mayoría de los lugares.

Una característica muy importante (y altamente desfavorable) que presenta este material es su escasa resistencia frente a tensiones de tracción, no obstante lo cual la mayoría de las estructuras civiles se encuentran sometidas a sollicitaciones de este tipo. Desde el mismo momento en que comienza a hidratarse la pasta del cemento se producen variaciones volumétricas, dando lugar a la aparición de fisuras debido a la escasa resistencia del material a edades tempranas. Por otro lado, los esfuerzos generados una vez cargada la estructura contribuyen a incrementar el proceso de fisuración pudiendo, en consecuencia, ser consideradas las fisuras como inspectores o informantes de que la resistencia a tracción en dicha zona ha sido superada.

En el caso de estructuras de pequeño y mediano porte (casas, edificios de gran altura, puentes, etc.) este inconveniente ha sido resuelto con la incorporación de barras de acero en aquellos lugares en los que el elemento de hormigón se encuentra trabajando a tracción, dando lugar a lo que se conoce hoy en día como hormigón armado. Como es sabido, su aplicación está muy difundida en la actualidad y en consecuencia, los problemas derivados de su aplicación están ampliamente estudiados y solucionados en la práctica.

Sin embargo, en el caso de estructuras masivas como las presas, losas de gran espesor, bloques de anclaje, etc., es habitual la utilización del hormigón simple, sin armar, para el cual no existe en la actualidad una teoría que describa adecuadamente su comportamiento en fractura, caracterizado por la pérdida de proporcionalidad entre tensiones y deformaciones en las proximidades de las zonas microfisuradas. En tal sentido, los intentos llevados a cabo para aplicar la mecánica de la fractura elástica y lineal (*LEFM*) a probetas de laboratorio no dieron los resultados esperados, surgiendo así la necesidad de proponer otras teorías sobre la mecánica de fractura del mismo.

Entre los criterios no lineales más difundidos en la actualidad para caracterizar el comportamiento en fractura de los materiales con comportamiento cuasi-frágil, como el hormigón, se encuentran los Modelos de Fisuración Cohesiva (*MFC*). Su hipótesis fundamental es la existencia de una fisura cohesiva, capaz de transmitir tensiones entre sus caras, que se relacionan con las aperturas de la misma a través de una propiedad del material denominada curva (o función) de ablandamiento, tal como puede observarse en la Fig. (1). Dicha función se define de tal manera que la tensión decrece desde un valor inicial máximo igual a la resistencia a tracción del material (también llamada tensión cohesiva),

f'_{ctm} , hasta una apertura crítica, w_c , a partir de la cual la tensión transmitida se anula. A partir de este momento se genera una fisura real que representa una discontinuidad del material.

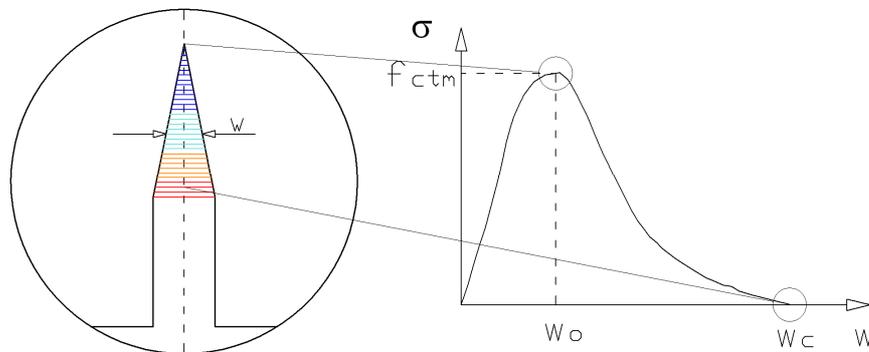


Figura 1. Definición general de una función de ablandamiento

Para la utilización de un *MFC* es necesario conocer previamente los siguientes datos:

1. La ecuación constitutiva del material fuera de la zona en proceso de fractura.
2. Un criterio de iniciación que determine las condiciones en las cuales la fisura cohesiva se forma.
3. La función de ablandamiento del material (forma y parámetros asociados).

Para que la fisura avance barriendo completamente la función de ablandamiento es necesario un suministro energético por unidad de área denominado energía específica de fractura, G_F , que puede interpretarse como el área encerrada debajo la curva de ablandamiento y cuya expresión analítica está dada por la Ecuación (1).

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma \cdot dw \quad (1)$$

La energía específica de fractura así definida es la energía necesaria para crear una unidad de área completamente rota, es decir, que ha sufrido un proceso en el que ha recorrido completamente la curva de ablandamiento pasando de ser una zona sana a una zona con una fisura real.

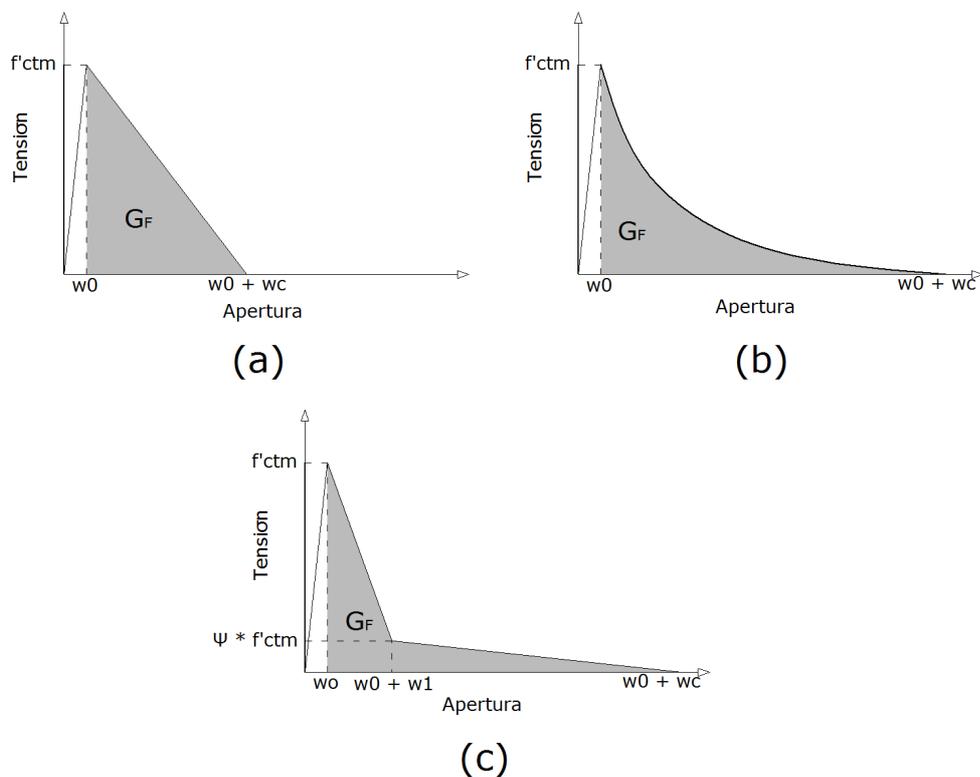
2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es contribuir al estudio del comportamiento en fractura del hormigón simple, uno de los materiales más utilizados en la construcción de obras civiles de gran porte. Con ese fin se ha simulado la respuesta macroscópica de probetas fisuradas de flexión en tres puntos con las geometrías recomendadas por *RILEM*,

implementando un Modelo de Fisuración Cohesiva en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos (*ABAQUS/CAE*). Se ha analizado la influencia de la forma de la función de ablandamiento en el comportamiento en fractura del material, considerando hormigones de distintas calidades, cuyos parámetros característicos han sido obtenidos de las recomendaciones efectuadas por el *CEB 90* para un tamaño máximo de agregado de 32 mm. Se han considerado tres de las funciones de ablandamiento más reportadas en la literatura especializada (la lineal, la exponencial y la bilineal), manteniendo constantes los demás parámetros del modelo (la resistencia cohesiva, f'_{ctm} , la energía específica de fractura, G_F , y la pendiente inicial de la curva de ablandamiento, k). Los resultados obtenidos se presentan en forma de curvas adimensionales que relacionan la carga aplicada sobre la probeta con la apertura de la boca de la fisura, *CMOD*, y se discuten al final del trabajo.

3. Casos analizados

Las tres funciones de ablandamiento indicadas en la Fig. (2) han sido implementadas en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos (*ABAQUS/CAE*) para simular numéricamente, dentro del marco de los *MFC*, ensayos normalizados de flexión en tres puntos sobre probetas fisuradas de hormigón simple, con las geometrías recomendadas por *RILEM*.



**Figura 2. Funciones de ablandamiento consideradas.
(a) lineal, (b) exponencial, (c) bilineal**

Se han considerando hormigones de distintas calidades, cuyas características para un tamaño máximo de agregado de 32 mm, tomadas de las recomendaciones publicadas por el *CEB 90*, se indican en la Tabla 1. La denominación de los hormigones se realiza según la resistencia a compresión, anteponiendo la letra C (por concrete) al valor numérico de la resistencia característica en MPa.

	C12	C20	C30	C40	C50	C60
Resist. característica a compresión [MPa]	12	20	30	40	50	60
Resist. media a compresión [MPa]	20	28	38	48	58	68
Resist. media a Tracción [MPa]	1.6	2.2	2.9	3.5	4.1	4.6
Modulo tangente inicial [Mpa]	27000	30000	34000	36000	39000	41000
GF para dmax=32mm [Nm/m ²]	60	80	95	115	130	145
Wc para dmax=32mm [mm]	0.188	0.1818	0.1638	0.164	0.159	0.158
W1 para dmax=32mm [mm]	0.047	0.045	0.041	0.041	0.040	0.039

Tabla 1. Propiedades de los hormigones especificados por el *CEB 90*

A cada uno de estos hormigones le corresponde una energía específica de fractura, que constituye uno de los parámetros más importantes a ingresar y sirve como parámetro de control del modelo computacional.

Con el objetivo de que las diferencias en los resultados puedan atribuirse únicamente a la forma de la función, el análisis se ha llevado a cabo manteniendo constantes los valores de los tres parámetros del modelo: la rigidez inicial de la curva, k , la resistencia cohesiva, f_{ctm} y la energía específica de fractura, G_F . Para el hormigón *C30* se adoptaron los siguientes valores: $G_F=95 \text{ Nm/m}^2$; $f_{ctm}=2.9 \text{ MPa}$ y $k=34000 \text{ MPa/mm}$.

Los parámetros introducidos para el ablandamiento bilineal son los recomendados por el *CEB 90*. Para el caso de la función lineal, el valor de la apertura crítica de la fisura, w_c , se obtiene igualando el área encerrada debajo de la curva de ablandamiento con el valor de G_F , respetando la resistencia a tracción del material. En el caso de la función de ablandamiento exponencial, a partir de los valores de f_{ctm} y de w_c dados por el *CEB 90* para un ablandamiento bilineal, se modifica el exponente α hasta igualar el área encerrada debajo de la curva con el valor de la energía específica de fractura, G_F .

Las dimensiones de la probeta definida por *RILEM*, para un tamaño de agregado máximo de 32 mm son las que se indica en la Tabla 2. El motivo por el cual se utilizó esta geometría para la simulación numérica de los ensayos de flexión en tres puntos es que el código modelo *CEB 90* obtiene el valor de la energía específica de fractura a partir de dicha geometría.

Tamaño Máximo de Agregado "Tmax" [mm]	Alto "h" [mm]	Ancho "b" [mm]	Longitud "L" [mm]	Luz Efectiva "S" [mm]
16.1 - 32	200 ± 5	100 ± 5	1190 ± 10	1160 ± 5
La profundidad de la entalla "Do" es igual a la mitad de la altura de la probeta con un margen de error de 5mm y con un espesor menor a 10 mm				

Tabla 2. Tamaño de probeta recomendado para la determinación de G_F .

El esquema de ensayo es el indicado en la Fig. (3). Para realizar la simulación numérica de los ensayos de fractura se ha implementado un Modelo de Fisuración Cohesiva en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos (*ABAQUS/CAE*).

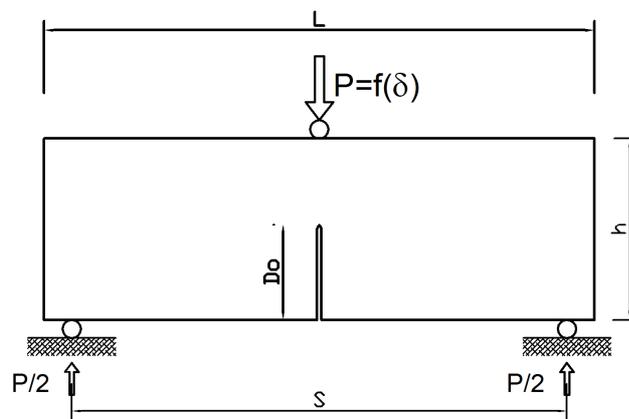


Figura 3. Esquema de ensayo y dimensiones de las probetas

La geometría de la probeta ha sido discretizada utilizando un mallado irregular y se han aplicado las condiciones de simetría indicadas en la Fig. (4) con la finalidad de reducir los tiempos de cálculo.

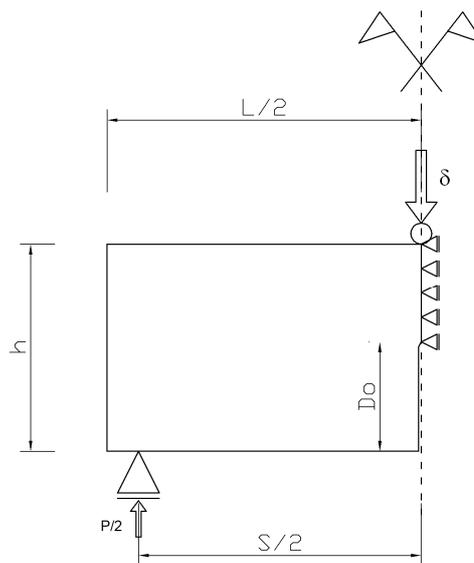


Figura 4. Esquema de cálculo utilizado

El eje teórico de propagación de la fisura se ha discretizado utilizando unos elementos cohesivos de espesor nulo, disponibles en la librería de elementos del código, cuyo comportamiento queda definido mediante tres parámetros; rigidez, criterio de inicio y tipo de ablandamiento. En el resto de la probeta el material se representa con elementos cuadriláteros planos y con comportamiento elástico y lineal hasta la rotura, también disponibles en la librería de elementos del código. En tal sentido, cabe mencionar que la mayoría de los *MFC* que se utilizan en la actualidad suponen este comportamiento fuera de la zona en proceso de fractura. De este modo se gana simplicidad a la hora del estudio, centrando lo fundamental del modelo en la zona de fractura. Aunque se trata de una simplificación, parece que para el hormigón en tracción el error es de segundo orden. Un ejemplo de las mallas de elementos finitos empleadas puede observarse en la Fig. (5).

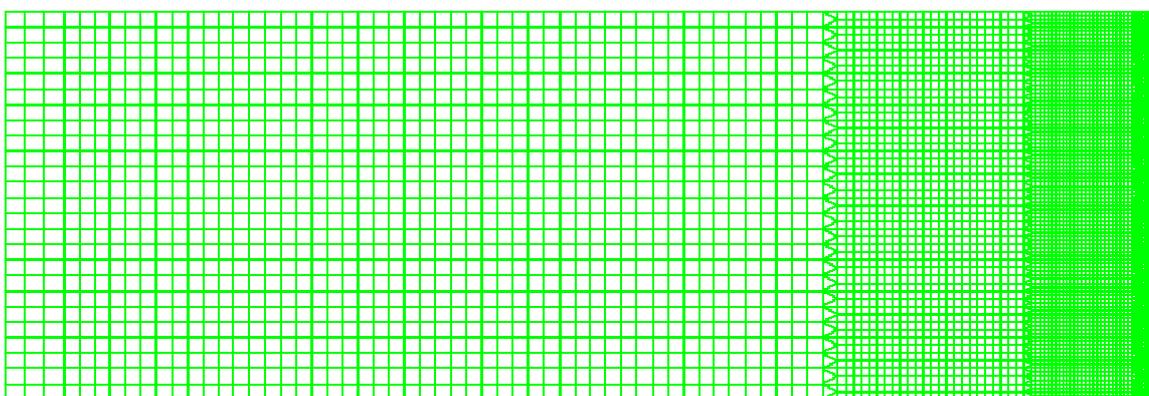


Figura 5. Malla de elementos finitos utilizada

Es importante tener en cuenta que, a pesar de ser un material heterogéneo compuesto por agregados y pasta de cemento hidratada como ligante, al analizar su comportamiento macroscópico el hormigón puede considerarse un material homogéneo y así definir, por ejemplo, un único módulo de elasticidad.

4. Resultados

Una vez simulados todos los casos se extrajeron las curvas adimensionales que relacionan la carga aplicada sobre la probeta, $P=f(\delta)$, con la apertura de la boca de la fisura (*CMOD*, según sus siglas en inglés) y con el desplazamiento impuesto sobre la probeta, δ . Una representación esquemática de la probeta bajo carga puede observarse en la Fig. (6).

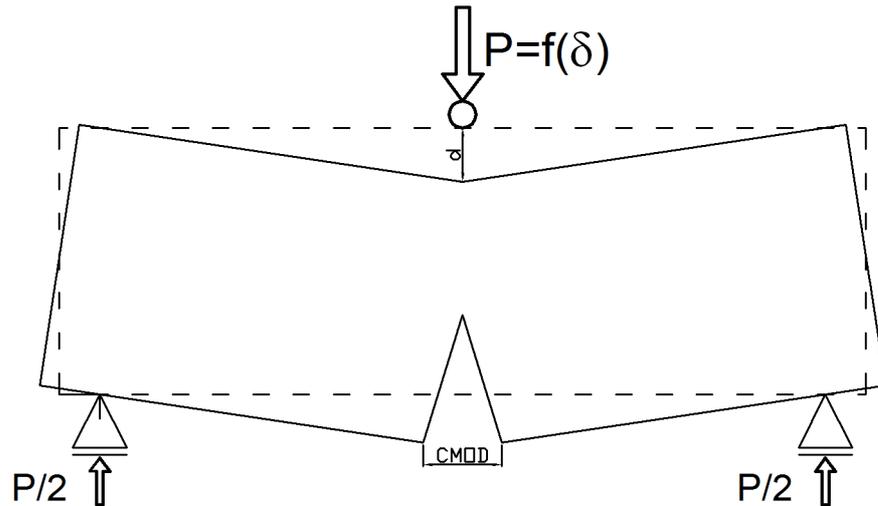


Figura 6. Esquema de la probeta bajo carga con las variables medidas en la simulación

Integrando la curva $P-\delta$ se puede calcular la energía específica de fractura y compararla con el valor introducido como parámetro de la función de ablandamiento para ver la coherencia entre datos de entrada y de salida. Este cálculo se realizó en todos los casos analizados y se obtuvieron diferencias menores al 2% con respecto a los valores establecidos por el *CEB 90*.

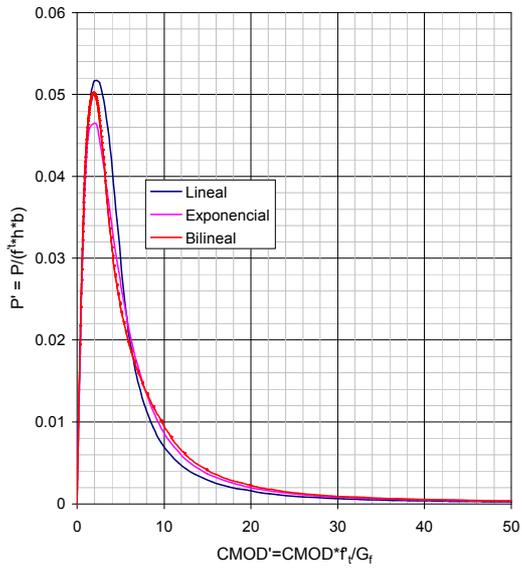
Si bien este resultado podría considerarse una obviedad, debido a que en las curvas de ablandamiento introducidas la energía específica de fractura era la dada por el citado reglamento, sirve para descartar posibles errores propios del proceso mismo de simulación. La convergencia del valor introducido con el valor calculado demuestra por lo tanto que el modelo es adecuado para la realización de este tipo de simulaciones.

En la Fig. (7) se reproducen las curvas $P-CMOD$ correspondientes a todos los hormigones estudiados. Con el objetivo de hacer comparables los diferentes hormigones, se optó por adimensionalizar los resultados según las Ecuaciones (2) y (3)

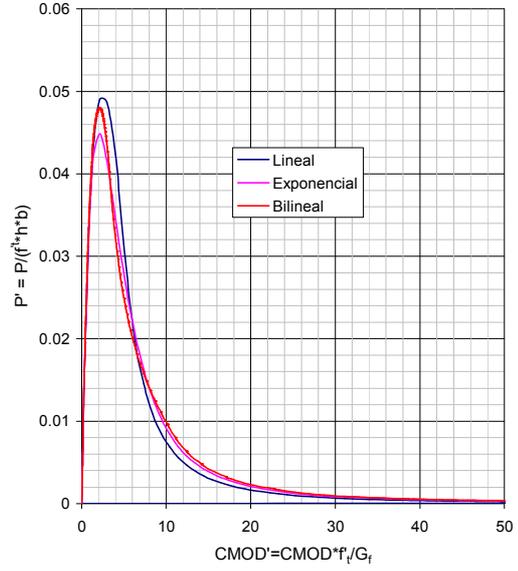
$$P' = \frac{P}{f'_{ctm} * h * b} \quad (2)$$

$$CMOD' = \frac{CMOD * f'_{ctm}}{G_F} \quad (3)$$

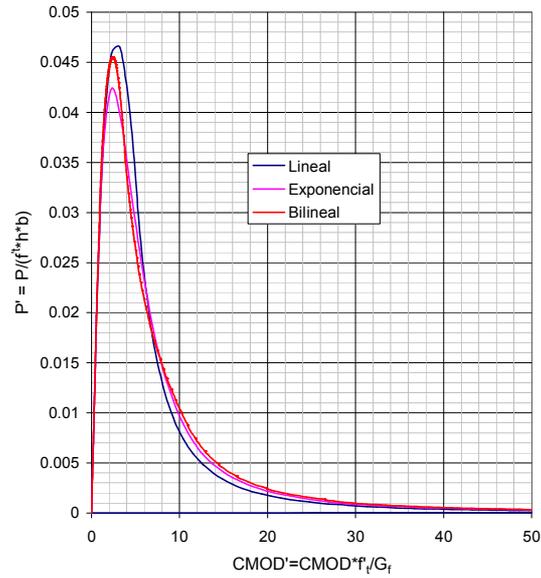
P' - CMOD'
C12



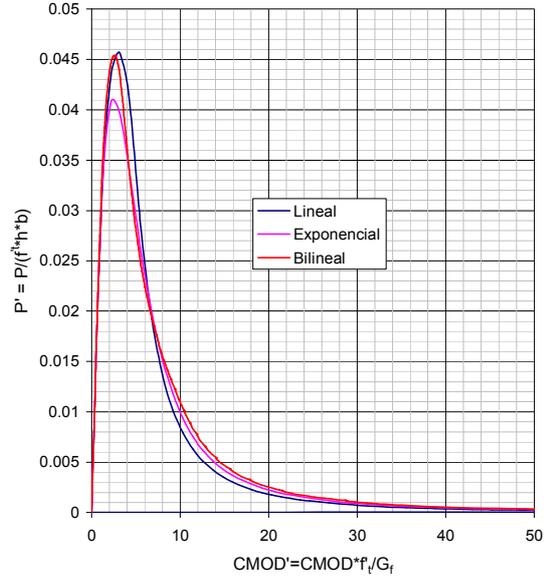
P' - CMOD'
C20



P' - CMOD'
C30



P' - CMOD'
C40



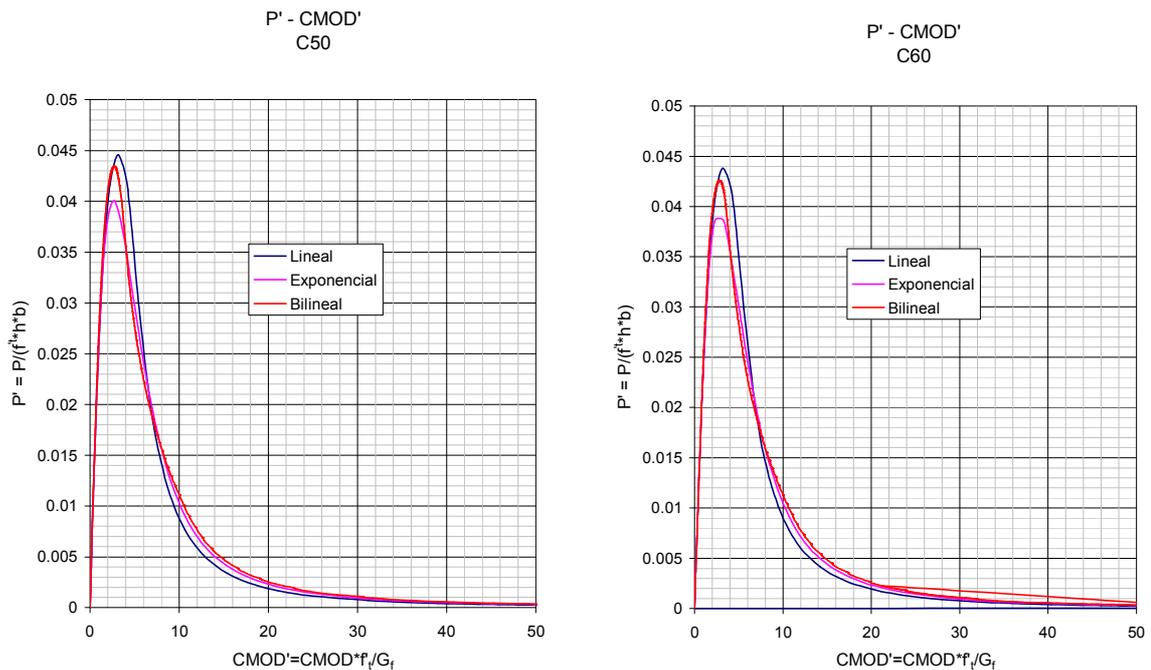


Figura 7. Curvas *P-CMOD* adimensionalizadas

5. Discusión final y conclusiones

En este trabajo se ha realizado un estudio numérico acerca de la influencia de la forma de la función de ablandamiento en el análisis de problemas de fractura en Modo I. Para ello, se ha implementado en un código comercial de análisis por el método de los elementos finitos (*ABAQUS/CAE*) un Modelo de Fisuración Cohesiva, estudiando tres de las funciones de ablandamiento más representativas como son la lineal, la bilineal y la exponencial.

El análisis se ha llevado a cabo manteniendo constantes los valores de los tres parámetros del modelo (la rigidez inicial de la curva, la resistencia cohesiva y la energía específica de fractura) a fin de que las diferencias en los resultados puedan atribuirse únicamente a la forma de la función.

Se han simulado ensayos sobre probetas fisuradas de flexión en tres puntos con las geometrías recomendadas por *RILEM* y se han considerado hormigones de distintas calidades, cuyos parámetros característicos han sido obtenidos de las recomendaciones efectuadas por el *CEB 90* para un tamaño máximo de agregado de 32 mm.

A pesar de que las funciones de ablandamiento utilizadas son muy distintas entre sí, los resultados obtenidos no varían de una manera considerable, como surge claramente de la observación de la Fig. (7).

A partir de esto último se puede afirmar que no existe un motivo para utilizar funciones de ablandamiento mas complejas, como por ejemplo la bilineal, en lugar de

aproximaciones más simples y de implementación computacional más sencilla, como la exponencial o la lineal, cuando no se tenga una evidencia clara de que representan más fielmente el comportamiento en fractura del material.

Finalmente, de la simulación numérica de los ensayos de flexión en tres puntos correspondientes a los seis hormigones indicados en la Tabla 1 correspondientes a un tamaño máximo de agregado de 32 mm se han obtenido las siguientes conclusiones:

- A pesar de la diferencia que existe entre las distintas funciones de ablandamiento utilizadas, las curvas adimensionales que relacionan la carga aplicada sobre la probeta con el correspondiente *CMOD* no presentan variaciones considerables.
- En todos los casos la mayor carga última corresponde a la función de ablandamiento lineal, la menor a la aproximación exponencial mientras que la correspondiente al ablandamiento bilineal se mantuvo siempre entre los dos valores anteriores.
- Este comportamiento podría justificarse debido a que el valor de la carga máxima está influenciado por la energía de fractura correspondiente a la primera rama de la curva de ablandamiento, que es mayor para el caso lineal, menor en el exponencial y una situación intermedia en el caso de la función de ablandamiento bilineal.
- En vista de los resultados obtenidos se concluye que no hay una diferencia apreciable en la respuesta macroscópica del material al variar el tipo de ablandamiento. Este resultado es muy importante, porque permitiría, al menos para una primera aproximación, utilizar funciones de ablandamiento sencillas y fáciles de implementar numéricamente para caracterizar el comportamiento en Modo I de fractura de materiales cuasi-frágiles como el hormigón.

6. Bibliografía

- [1] ABAQUS. *User's Manual Version 6.5*. Karlsson and Sorensen Inc. 2005.
- [2] T.L. Anderson. *Fracture mechanics. Fundamentals and applications*. CRC Press LLC, Boca Raton, EE.UU. 1995.
- [3] Z.P. Bazant and J. Planas. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle structures*. CRC Press LLC, Boca Raton, EE.UU. 1998.
- [4] M. Elices, G.V. Guinea, J. Gómez and J. Planas. The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. *Engineering Fracture Mechanics*, 69:137-163. 2002.
- [5] G.V. Guinea. *Medida de la energía de fractura del hormigón*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid. 1990.
- [6] J. Planas, M. Elices, G.V. Guinea, F.J. Gomez, D.A. Cendón and I. Arbillá. Generalizations and specializations of cohesive crack models. *Engineering Fracture Mechanics*, 70:1759-1776. 2003.
- [7] J. Roesler, G.H. Paulino, K. Park and C. Gaedicke. Concrete fracture prediction using bilinear softening. *Cement & Concrete Composites*, 29:300-312. 2007.
- [8] RILEM 50-FMC Committee on Fracture Mechanics of Concrete. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams. *Materials and Structures*, 18: 285-290. 1985.
- [9] CEB-FIP Model Code 90. *Design of Concrete Structures*. Thomas Telford, London. 1993.