

NIVELACIÓN DE DATOS AEROMAGNÉTICOS MEDIANTE IMPLEMENTACIÓN DE POLINOMIOS ORTOGONALES

AEROMAGNETIC DATA LEVELING BY THE IMPLEMENTATION OF ORTHOGONAL POLYNOMIALS

Oscar Marcos Zambrano¹ y Adriana María Gulisano^{1,2,3}

¹Instituto Antártico Argentino, DNA. Argentina.

²Instituto de Astronomía y Física del Espacio (UBA-CONICET). Argentina.

³Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires (UBA). Argentina.

E-mail: omzambrano1966@gmail.com

RESUMEN

En el presente trabajo se realiza una mejora a la técnica *correlación línea a línea* (*line-to-line correlations*) para la remoción de errores de nivelación de datos geofísicos obtenidos mediante prospección aérea. Esta técnica, bajo la hipótesis de continuidad y fuerte correlación de los registros de perfiles de líneas de vuelo adyacentes, logra la nivelación mediante la construcción de un estimador funcional mediante una ventana móvil en una dimensión. Se aplica el estimador línea a línea en forma recursiva logrando disminuir los errores de nivelación y ajustarlos en el sentido de los cuadrados mínimos. Nuestra mejora consiste en la implementación de estimadores n -funcionales, basados en sucesiones polinomiales ortogonales de Chebyshev y Legendre. El procedimiento utilizado consistió en la generación de datos sintéticos, a los cuales se les introdujo errores de nivelación ad-hoc de diferentes características típicas para simular los encontrados en una aeroprospección real. Luego aplicamos la técnica con este método mejorado como si se tratase de datos reales y comparamos con los datos sintéticos sin error de nivelación. Hemos determinado el rango de dimensión de los estimadores, en que las bases de Chebyshev y Legendre mueven notablemente los errores de nivelación respecto de la implementación usando la forma canónica, con un error relativo porcentual menor al 5 %. Por último, aplicamos la técnica mejorada a un registro aeromagnético real adquirido sobre el sector volcánico de la Cuenca James Ross, en el Mar de Weddell, en el extremo nororiental de la Península Antártida, obteniendo un óptimo resultado en la remoción de los errores de nivelación de la prospección.

Palabras clave: Nivelación aeromagnética, Correlación línea a línea, Polinomios ortogonales.

ABSTRACT

In the present work an improvement is made to the line-to-line correlations technique for the removal of errors of leveling of geophysical data obtained by aerial survey. This technique, under the assumption of continuity and strong correlation of the adjacent flight line profile registers, achieves leveling by constructing a functional estimator through a moving window in one dimension. This estimator is applied line by line recursively reducing the leveling errors and adjusted them in the sense of the minimum squares. Our improvement consists in the

implementation of n -functional estimators, based on orthogonal polynomial successions of Chebyshev and Legendre. The procedure used consisted in the generation of synthetic data to which ad-hoc leveling errors of different typical characteristics were introduced to simulate the ones found in a real aeroprospection. We then apply the technique with this improved method as if it were real data and compared with the synthetic data without leveling error. We have determined the size range of the estimators, in which the Chebyshev and Legendre bases significantly remove the leveling errors regarding the implementation using the canonical form, with a percentage relative error of less than 5%. Finally, we apply the improved technique to a real aeromagnetic record acquired on the volcanic sector of the James Ross Basin in the Weddell Sea, in the northeastern end of the Antarctic Peninsula, obtaining a very good result in the removal of the leveling errors of the survey.

Keywords: Aeromagnetic leveling, Line-to-line correlations, Orthogonal polynomials.

INTRODUCCIÓN

Una de las instancias más críticas en el procesamiento de datos aeromagnéticos concierne a la eliminación de los errores de nivelación (Luyendyk, 1997, y citas dentro de este trabajo). Éstos se observan como patrones de rayas en el mapa grillado de anomalías magnéticas, que son el resultado de desplazamientos inconsistentes entre los perfiles de datos que originalmente fueron adquiridos línea por línea durante la prospección aerogeofísica (Fan y otros., 2016, y citas dentro de este trabajo).

Ruidos electromagnéticos aleatorios de origen diverso, deriva del instrumental, errores de cálculo en el posicionamiento del magnetómetro o de la aeronave (incluidas variaciones de altitud durante el vuelo), o una inadecuada reducción de los ruidos de maniobra o de las variaciones diurnas del campo magnético ambiental, pueden contarse entre alguna de las causas de aparición de errores de nivelación en un registro aeromagnético (e.g. Yarger et al., 1978, Reeves, 1993, Luyendyk, 1997, y citas dentro de estos trabajos).

La programación de patrones regulares de líneas de vuelo en los relevamientos aerogeofísicos ofrece la oportunidad de realizar correlaciones entre perfiles adyacentes paralelos entre sí. Las últimas técnicas de nivelación propuestas para datos aeromagnéticos se inclinan a evitar el uso de las líneas de cierre como líneas de control para la nivelación (e.g. Muring et al., 2000, 2002, Muring y Kihle, 2000, 2006, Huang, 2008, Siemon, 2009, Beiki et al., 2010, Davydenko y Grayver, 2014, White y Beamish, 2015, Fan et al., 2016, Zambrano y Gulisano, 2017, y citas dentro de estos trabajos), en contraposición a las técnicas de nivelación que fueron desarrolladas en los comienzos de la prospección aeromagnética (e.g. Fuller, 1967, Foster et al., 1970, Green, 1983, Inoue, 1986, Urquhart, 1988, Nelson, 1994, Luyendyk, 1997, Saul y Pearson, 1998, Huang y Fraser, 1999, y citas dentro de estos trabajos). En una de las técnicas que prescindan de las líneas de control, Huang (2008) propone un estimador funcional basado en los polinomios canónicos que opera como ventana móvil 1D, realizando correlaciones línea a línea (CLL: line-to-line correlations), estimando recursivamente el error de nivelación en cada línea (y en consecuencia la corrección por nivelación) como el mínimo valor de la norma del residuo que surge de la diferencia entre (a): la diferencia entre perfiles adyacentes y (b): el estimador funcional. El algoritmo del correspondiente método parte de un perfil inicial supuesto libre de errores de nivelación.

En el presente trabajo proponemos para la técnica CLL, la utilización de estimadores n -funcionales construidos con los n primeros elementos de las sucesiones polinomiales ortogonales de Legendre y de Chebyshev. La estimación del error de nivelación para cada perfil se realiza en (y se define como) la mínima distancia (en norma vectorial) al subespacio generado por las correspondientes bases.

En la sección Métodos y Datos detallamos el funcionamiento de la técnica CLL. Introducimos una mejora a dicha técnica planteando un nuevo enfoque de nivelación mediante la utilización

de sucesiones polinomiales ortogonales, definiendo el modo de construcción, tipo y propiedades de los estimadores polinomiales propuestos. Describimos los procedimientos empleados para generar datos sintéticos de anomalía de campo total para realizarles las pruebas sintéticas de nivelación, y caracterizamos los datos reales que utilizamos en el presente trabajo. En la sección Resultados y Discusión aplicamos la técnica CLL a los datos sintéticos generados y a los datos reales disponibles, con los estimadores propuestos (Chebyshev y Legendre). Realizamos un análisis cuantitativo basado en la norma de los estimadores y de los errores cometidos, y un análisis cualitativo de los resultados obtenidos. Determinamos la franja de estabilidad de funcionamiento del método en la cual los estimadores propuestos operan realizando una remoción altamente efectiva de los errores de nivelación respecto del estimador operando en la forma canónica (Huang, 2008). En la sección Conclusiones resumimos las ventajas y el alcance de nuestra implementación.

MÉTODOS Y DATOS

Nivelación por correlación línea a línea

La correlación línea a línea (CLL: line-to-line correlations) comprende una de las técnicas de nivelación de datos aeromagnéticos, elaborada para prescindir de las líneas de cierre como líneas de control para la nivelación (Huang, 2008). Está basada en la continuidad suave del campo geomagnético, por lo cual presupone la existencia de una fuerte correlación entre perfiles de datos recolectados sobre líneas de vuelo relativamente cercanas entre sí. Esta propiedad es aprovechada para realizar correlaciones entre perfiles adyacentes, línea a línea; no obstante, limita la aplicación de la técnica registros que fueron relevados mediante trayectorias de vuelo paralelas.

A continuación se describe el funcionamiento de la CLL:

Método CLL (Huang, 2008):

-Hipótesis: el campo geomagnético es un campo de variación suave y continua.

Paso 1: Se selecciona un perfil inicial de datos $d^i = (d_1^i, d_2^i, d_3^i, \dots, d_N^i)$ (con $i = 0$) supuesto libre de errores de nivelación ($\psi^i = (\psi_1^i, \psi_2^i, \psi_3^i, \dots, \psi_N^i) = 0$) correspondiente a cierto segmento de línea de vuelo. Sea $\{d^{i+1}, d^{i+2}, d^{i+3}, \dots, d^{i+M}\}$ la sucesión de los perfiles en las restantes líneas de vuelo, contenidos en el mismo segmento (Fig.1).

-Observación: Los datos requieren previamente ser remuestreados en igual posición $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_N)$ para todos los perfiles en el segmento de nivelación, por lo tanto $d^j = d^j(\mathbf{x})$ para todo j ($j = 0, 1, 2, \dots, M$). Los perfiles concebidos como conjuntos discretos correlacionados entre sí, requieren que los datos incluidos dentro del segmento de nivelación compartan las mismas coordenadas entre todos los perfiles. Esto es necesario para poder realizar las estimaciones y correcciones discretas, línea a línea, inherentes a la aplicación de esta técnica, que se definen en los siguientes pasos.

Paso 2: Se define un estimador funcional $f(\mathbf{x}, \alpha^{i+1})$ (con $\alpha^{i+1} = (\alpha_0^{i+1}, \alpha_1^{i+1}, \alpha_2^{i+1}, \dots, \alpha_p^{i+1})$ un conjunto de $p + 1$ parámetros incógnita) que represente una buena aproximación del error de nivelación ψ^{i+1} contenido en el perfil d^{i+1} , o sea $f(\mathbf{x}, \alpha^{i+1}) \cong \psi^{i+1}$.

Se estima α^{i+1} resolviendo la condición de mínima norma $\min_{\alpha^{i+1} \in \mathbb{R}^p} \|d^{i+1}(\mathbf{x}) - d^i(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}, \alpha^{i+1})\|_2$, donde $\|\cdot\|_2$ es la norma euclídea. Es decir, se ajusta por mínimos cuadrados la diferencia entre dos perfiles consecutivos mediante un estimador, y como veremos más adelante, se adopta como estimador un polinomio de grado p en base canónica.

-Observación: Como por hipótesis los datos provienen de la medición de un campo de variación suave y continua, luego α^{i+1} se realiza en la mínima norma del residuo $\delta = d^{i+1}(\mathbf{x}) -$

$d^i(x) - f(x, \alpha^{i+1})$. La condición: $f(x, \alpha^{i+1}) \cong d^{i+1}(x) - d^i(x)$ es resuelta en α^{i+1} mediante el planteo y resolución numérica de las ecuaciones normales (Aster et al., 2005).

Paso 3: Se corrige el perfil de datos d^{i+1} con el estimador funcional definido en el Paso 2:

$$d_{\text{nivelado}}^{i+1}(x) = d^{i+1}(x) - f(x, \alpha^{i+1}) \quad (1)$$

Se incrementa el índice en 1: $i = i + 1$

Si $i < M$ se itera al Paso 2, sino finaliza el proceso.

En definitiva, la técnica CLL propuesta por Huang (2008) opera partiendo de un perfil inicial $d^i(x)$ supuesto libre de errores de nivelación. Propone un estimador funcional discreto $f(x, \alpha^{i+1})$ (con α^{i+1} un vector de parámetros) que opera como ventana móvil 1D y estima el error de nivelación del perfil adyacente $d^{i+1}(x)$ en la realización de la mínima norma del residuo $\delta = d^{i+1}(x) - d^i(x) - f(x, \alpha^{i+1})$ que se calcula por mínimos cuadrados. Partiendo del perfil $d^{i+1}(x)$ corregido mediante la ec. (1), itera al siguiente perfil $d^{i+2}(x)$ repitiendo el procedimiento anterior y operando en forma recursiva hasta cubrir la totalidad de los perfiles involucrados en el área de nivelación (Fig.1). Huang (2008) propuso como estimador funcional los polinomios reales expresados en la forma canónica (ec. (2)).

$$f(x, \alpha) = \sum_{k=0}^p \alpha_k \cdot x^k = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \dots + \alpha_p x^p \quad (2)$$

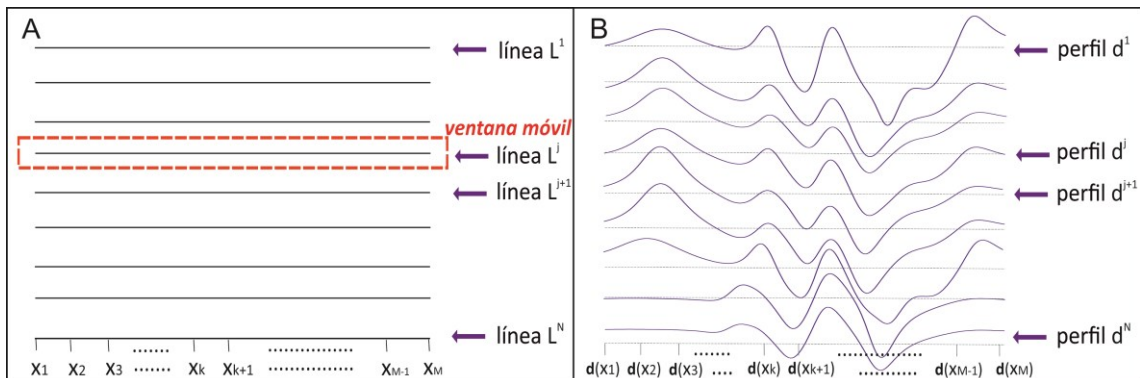


Figura 1. A). Representación esquemática de líneas de vuelo paralelas e indicación de la posición de los datos en las coordenadas de línea. B). Correspondientes perfiles magnetométricos.

Figure 1. A). Schematic representation of parallel flight lines and indication of the position of the data in line coordinates. B). Corresponding magnetometric profiles.

-Observación: En la práctica, las líneas de vuelo que surgen de una aeroprospección programada mediante líneas de vuelo paralelas son en realidad aproximadamente paralelas. Su grado de apartamiento del caso ideal depende de las maniobras que hayan sido realizadas por la aeronave durante los vuelos de relevamiento en respuesta a factores aerodinámicos, topográficos, meteorológicos, de posicionamiento y corrección del curso en tiempo real, entre otros. Dentro de dichas limitaciones, la CLL resulta perfectamente aplicable a todo conjunto de perfiles, siempre y cuando no se vea comprometida en forma significativa la uniformidad del criterio de comparación entre perfiles adyacentes, criterio basado en la continuidad suave del campo de anomalías magnéticas (Huang, 2008).

Implementación con estimadores n -dimensionales basados en polinomios ortogonales

En el presente trabajo proponemos un enfoque diferente en cuanto al modo de construcción y aplicación del estimador funcional utilizado en la técnica CLL.

Nuestro enfoque consiste en:

1. Implementar un estimador funcional n -dimensional definido por la siguiente combinación lineal:

$$f(x, \alpha) = \alpha_0 \phi_0(x) + \alpha_1 \phi_1(x) + \alpha_2 \phi_2(x) + \dots + \alpha_p \phi_p(x) \quad (3)$$

Con $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ un conjunto de $p + 1$ parámetros incógnita y $B = \{\phi_0(x), \phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_p(x)\}$ una sucesión finita de polinomios ortogonales ordenados en forma creciente de grado, tal que $gr(\phi_k(x)) = k$ con $k = 0, 1, 2, \dots, p$.

-*Observación:* La ortogonalidad de la base B implica $\langle \phi_n, \phi_m \rangle = \int_a^b \phi_n(x) \phi_m(x) d\omega(x) = \delta_{nm}$, con $n, m = 0, 1, 2, \dots, p, \delta_{nm}$ el delta de Kroneker y $\omega(x)$ una función peso tal que $\phi_k(x)$ sea de clase $L^2_\omega(a, b)$ (módulo integrable en el intervalo (a, b)) (Szegő, G., 1939).

Luego $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ representan las coordenadas de $f(x)$ en la base B , y el grado polinomial máximo es p y la dimensión del estimador es $p + 1$.

2. Escalar el dominio de nivelación de los datos $[x_1, x_N]$ al dominio de ortogonalidad $[a, b]$ de estimador.

En este trabajo proponemos dos estimadores polinomiales n -dimensionales construidos en las siguientes bases:

a) Estimador en base Chebyshev: $f(x, \alpha) = \sum_{k=0}^p \alpha_k \cdot \cos(k \cdot \cos^{-1}(x))$, con $\omega(x) = (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$ y $[a, b] = [-1, 1]$.

b) Estimador en base Legendre: $f(x, \alpha) = \sum_{k=0}^p \alpha_k \cdot \frac{1}{2^k k!} \frac{d^k}{dx^k} (x^2 - 1)^k$, con $\omega(x) = 1$ y $[a, b] = [-1, 1]$.

Los polinomios de Chebyshev han sido especialmente diseñados como interpoladores y representan la familia de polinomios que genera el mejor ajuste en el sentido de minimización del error; a su vez mejoran la estabilidad de la interpolación respecto del término independiente. Los polinomios de Legendre como los de Chebyshev, presentan unicidad y comparten propiedades en común. A diferencia de los polinomios canónicos, las familias de Chebyshev y Legendre definen conjuntos ortogonales en el espacio de las funciones reales módulo integrables (Szegő, G., 1939). Se caracterizan por tener todas sus raíces simples y reales, encontrándose contenidas dentro del intervalo de ortogonalidad, el cual es compartido por ambas familias. Otras propiedades de utilidad que comparten son las de sumabilidad y convergencia puntual, lo cual permite, bajo condiciones generales, realizar la expansión de funciones analíticas en términos de dichos polinomios (Szegő, G., 1939).

Generación de datos sintéticos

Para realizar el testeo de la técnica CLL con los estimadores propuestos, generamos datos sintéticos de anomalías magnéticas a partir del modelo físico-matemático discretizado del campo magnético:

$$B_j = \sum_{i=1}^N M_i b_{ij} \text{ con } b_{ij} = -C \nabla_p \int_i \hat{m}_i \nabla_Q \frac{1}{r_{ij}} dv \quad (4)$$

Donde B_j es el campo magnético en el j -ésimo punto de observación; M_i es la magnitud de la magnetización de la i -ésima celda (volumen elemental del modelo de cuerpo discretizado) y \hat{m}_i el correspondiente versor de magnetización; b_{ij} es el campo magnético en el j -ésimo punto de observación producido por el i -ésimo elemento de celda; r_{ij} es la distancia entre la i -ésima celda y el j -ésimo punto de observación. ∇_p es el operador gradiente que deriva respecto de las

coordenadas del punto de observación y ∇_Q es el operador gradiente que deriva respecto de las coordenadas de un volumen elemental dv en la i -ésima celda; C es una constante que depende de las unidades empleadas (Blakely, 1995).

Como vector magnetización de cada celda elemental, utilizamos el modelo de dipolo magnético, de este modo:

$$b_{ij} = \frac{1}{r_{ij}^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \text{sen} \theta \hat{\theta}) \cdot M_i \hat{m} \quad (5)$$

Con $\hat{\theta} = (\hat{m} \wedge \hat{r}) \wedge \hat{r}$, y \hat{r} el versor que apunta en la dirección determinada por el i -ésimo elemento de celda y el j -ésimo punto de observación (Blakely, 1995).

Por último, la anomalía magnética de campo total F_j se obtiene proyectando B_j en la dirección del campo magnético ambiental \vec{B} (el cual consideramos uniforme):

$$F_j = \frac{B_j \cdot \vec{B}}{B} \quad (6)$$

De este modo computamos la anomalía de campo total para distintas distribuciones de cuerpos prismáticos, uniformemente magnetizados, con magnetización similar a la observada en las rocas volcánicas básicas, con el objeto de generar modelos de campo magnético que simulen la configuración del campo producido por cuerpos volcánicos reales (Fig.2).

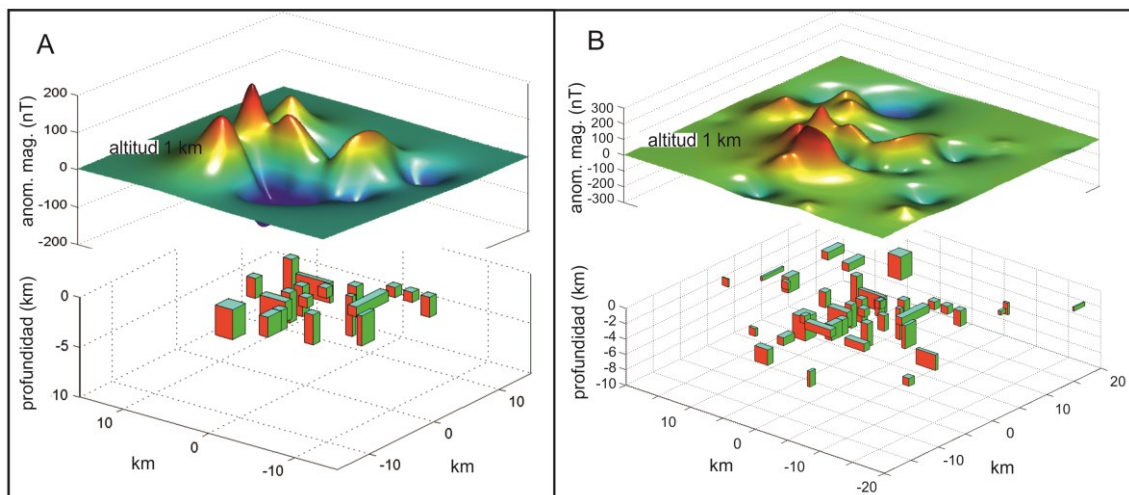


Figura 2. A). Modelo sintético de anomalía magnética de campo total, realizado a escala regional (del orden de decenas de kilómetros) y generado por una distribución de 20 cuerpos uniformemente magnetizados con densidad de magnetización similar a la de las rocas volcánicas básicas. B). Idem A), realizado con 40 cuerpos.

Figure 2. A). Synthetic model of total field magnetic anomaly, performed on a regional scale (of the order of tens of kilometers) and generated by a distribution of 20 evenly magnetized bodies with magnetization density similar to that of the basic volcanic rocks. B). Idem A), but performed with 40 bodies.

Una vez generados los datos sintéticos, se les introdujo errores de nivelación típicos a los observados en una aeroprospección real (Huang, 2008). Se introdujeron ruidos de tipo uniforme, con y sin alternancia del signo, variando su intensidad de leve (aproximadamente 5 % la intensidad de la anomalía máxima) a severa (20 a 30 % la intensidad de la anomalía máxima). Se introdujeron ruidos con deriva leve (aproximadamente 5 % la intensidad de la anomalía máxima) y severa (20 a 30 % la intensidad de la anomalía máxima), con y sin alternancia de signo y de pendiente. Los ruidos fueron asignados en forma aleatoria a las

líneas, modificando su densidad de empaquetamiento en el conjunto (ver algunas realizaciones en la Figura 3).

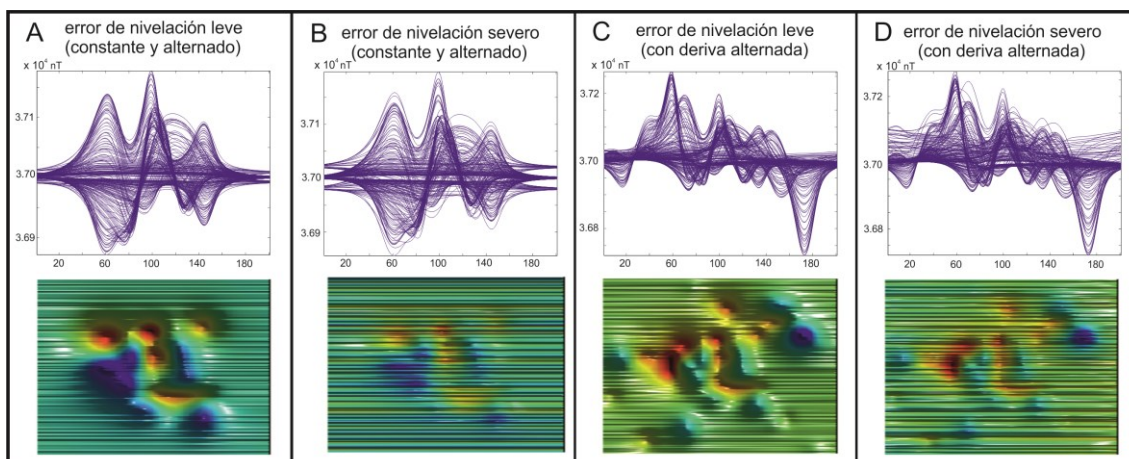


Figura 3. Realización de algunos modelos sintéticos de anomalía de campo total afectados con errores de nivelación. A). Perfiles con errores de nivelación leves, de tipo constante con alternancia de signo, y correspondiente mapa de anomalías grillado. B). Perfiles con errores de nivelación severos, de tipo constante con alternancia de signo, y correspondiente mapa de anomalías grillado. C). Perfiles con errores de nivelación leves con deriva alternada, y correspondiente mapa de anomalías grillado. D). Perfiles con errores de nivelación severos con deriva alternada, y correspondiente mapa de anomalías grillado.

Figure 3. Implementation of some synthetic models of total field anomaly affected with leveling errors. A). Profiles with slight leveling errors, of constant type with alternation of sign, and corresponding grid map of anomalies. B). Profiles with severe leveling errors, of constant type with alternation of sign, and corresponding grid map of anomalies. C). Profiles with slight leveling errors with alternating drift, and corresponding gridded anomaly map. D). Profiles with severe leveling errors with alternating drift, and corresponding gridded anomaly map.

Registro de datos reales

Los datos magnetométricos reales que se procesan en este trabajo proceden del proyecto aerogeofísico IAA-BAS que relevó un sector de la Cuenca James Rossen Antártida durante los años 1998 y 1999 (Ghidella et al., 2013).

En dicho relevamiento las líneas de vuelo fueron programadas con rumbo latitudinal (54 líneas en total) y con espaciamiento de 2 km sobre la Isla James Ross y de 4 km costa afuera en el Mar de Weddell (Fig.4). Las líneas de cierre fueron orientadas en sentido norte-sur (15 líneas en total). Los valores de altitud que alcanzaron las distintas trayectorias de vuelo estuvieron condicionados por la topografía local y comprendidos entre 1,050 y 2,500 *m.s.n.m.* Durante los días de los vuelos aéreos, las variaciones diurnas experimentadas por el campo magnético ambiental fueron registradas en una estación en la Isla Marambio, ubicada dentro del área del relevamiento (Fig.4). Los datos fueron reducidos por campo principal *DGRF* (Definitive Geomagnetic Reference Field) y realizadas las correcciones correspondientes típicas de un registro aeromagnético (Ghidella et al., 2013).

En dicho relevamiento, los errores de nivelación representan una fracción significativa de la magnitud de las anomalías magnéticas más conspicuas (del orden del 10 % al 30 %), con una amplitud comprendida entre los 50 nT y 200 nT, que en este trabajo calificamos como errores de nivelación severos. Este relevamiento constituye un claro ejemplo de inestabilidad magnética, afectando en forma significativa a perfiles magnetométricos tanto en las líneas regulares como en las líneas de cierre (Huang, 2008), por lo que es preciso tener especial

cuidado cuando se elige nivelar un registro por métodos que estén basados en líneas de cierre (Fig.4).

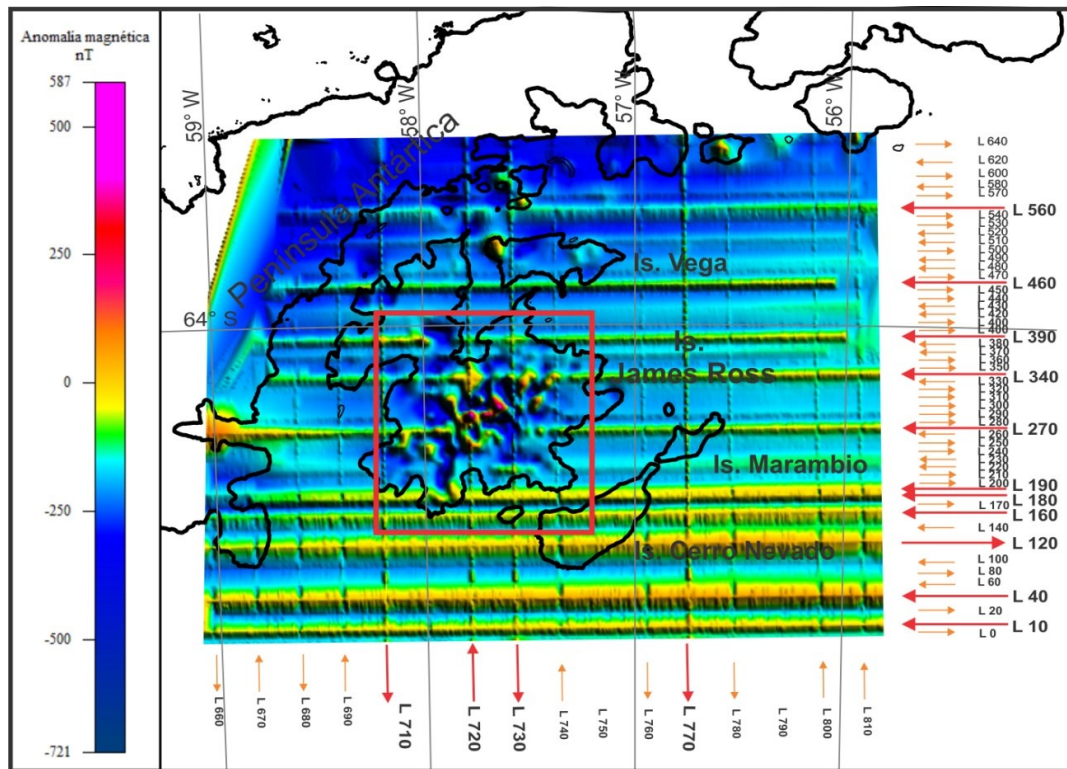


Figura 4. Mapa grilla de anomalías magnéticas (sin nivelar) del relevamiento aeromagnético IAA-BAS (Ghidella et al., 2013), indicando la posición de las líneas regulares de vuelo y las líneas de cierre. Puede observarse claramente el patrón de rayas que identifica a los perfiles que contienen errores de nivelación (Fan y otros, 2016). El recuadro rojo indica el sector que concentra la mayor frecuencia e intensidad de anomalías magnéticas del área relevada.

Figure 4. Grid map of magnetic anomalies (without leveling) of IAA-BAS aeromagnetic survey (Ghidella et al., 2013), indicating the position of regular flight lines and closing lines. The stripe pattern that identifies profiles containing leveling errors can be clearly seen (Fan et al., 2016). The red box indicates the sector that concentrates the greater frequency and intensity of magnetic anomalies of the area surveyed.

Las amplitudes máximas de las variaciones diurnas durante los días e intervalos de vuelo, se mantuvieron aproximadamente entre uno a dos órdenes de magnitud por debajo de los errores de nivelación, por lo que se descarta a las variaciones diurnas como fuente de errores de nivelación en dicho relevamiento.

Para implementar nuestro método mejorado, seleccionamos un área rectangular aproximada de 50 km por 50 km que incluye a 27 perfiles que atraviesan el sector de mayor frecuencia e intensidad de anomalías magnéticas. Dichas anomalías son debidas a la presencia de unidades extrusivas e intrusivas del Grupo Volcánico Isla James Ross (Nelson, 1966) (Fig.4).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Pruebas con datos sintéticos (resultados cuantitativos y cualitativos)

La técnica CLL fue probada exhaustivamente con datos sintéticos variando en forma sistemática los distintos parámetros del problema: configuración del campo magnético, grado

polinomial máximo de los estimadores funcionales y errores de nivelación, de los tipos descritos en la sección Generación de datos sintéticos. Los campos de anomalías fueron construidos simulando las dimensiones aproximadas del área de nivelación extraída del relevamiento real (ver sección Pruebas con datos reales). Simulamos el vector campo geomagnético de altas latitudes, la frecuencia e intensidad de las anomalías magnéticas, y los errores de nivelación de tipo severo similares a los observados en dicho relevamiento.

Fueron construidos 200 perfiles de 200 datos cada uno (40,000 valores por modelo), garantizando de esta forma que la cantidad de puntos a ajustar fuera mayor que el grado polinomial máximo a emplear por la técnica.

Para cuantificar los errores cometidos en las pruebas, utilizamos como métrica la medida de la norma matricial (inducida de la norma vectorial); medida que resulta consistente con los arreglos discretos bidimensionales en que están expresadas las variables campo sintético d , error de nivelación ψ y estimador funcional f . De este modo definimos el error relativo porcentual cometido por el método como:

$$\varepsilon\% = \frac{\|\psi\| - \|f\|}{\|\psi\|} \cdot 100 \quad (7)$$

con $d = (d^1, d^2, d^3, \dots, d^M)^T$, $f = (f(x, \alpha^1), f(x, \alpha^2), \dots, f(x, \alpha^M))^T$ y $\psi = (\psi^1, \psi^2, \psi^3, \dots, \psi^M)^T$, con T el operador de trasposición (ver sección Nivelación por correlación línea a línea).

Para cada error de nivelación introducido y para cada estimador implementado, se realizaron pruebas de nivelación incrementando en cada una el grado máximo p de los polinomios utilizados en el estimador funcional (de dimensión $p + 1$, ver sección Implementación con estimadores n-dimensionales basados en polinomios ortogonales).

Debido a que todos los perfiles libres de errores de nivelación son conocidos por construcción (ver sección Generación con datos sintéticos), elegimos como perfil inicial un perfil sin error de dicho conjunto.

Para la implementación con el estimador polinomial definido en la forma canónica, la curva del error relativo (dado por la ec. (7)), representada en función del grado máximo del estimador, se mantiene aproximadamente constante a partir del grado 0 y hasta el grado 40-50 (Fig. 5.A). No obstante, el error relativo porcentual que comete el procedimiento al calcular los errores de nivelación en dicha franja es de 10 % a 20 % en todos los casos probados y por lo tanto la nivelación resulta muy ineficiente. Es por este motivo que la CLL suele implementarse con polinomios de bajo grado definidos a trozos dentro del segmento de nivelación, o por etapas de nivelación que involucran ir aumentando progresivamente el grado del polinomio para ir removiendo sucesivamente las componentes de mayor frecuencia contenidas en el ruido (Huang, 2008). Superando dicho umbral, el error relativo aumenta en forma abrupta y oscilante hasta sobrepasar la magnitud de los propios errores de nivelación, por lo cual deja de servir como nivelador de los datos (Fig. 5.A).

Sin embargo, los estimadores funcionales definidos en base a polinomios ortogonales operan en forma muy diferente a como lo hacen los estimadores definidos en la forma canónica. Para todas las pruebas realizadas con las familias polinomiales propuestas de Chebyshev y de Legendre (ver sección Implementación con estimadores n-dimensionales basados en polinomios ortogonales), los resultados muestran una curva de error relativo oscilante y con tendencia descendente para los primeros grados del estimador utilizado, hasta alcanzar una franja de estabilidad de mínimo uniforme comprendida entre los grados 30 y 40, aproximadamente (Fig. 5.A). En dicha franja ambos estimadores (Chebyshev y Legendre) operan estadísticamente con un muy buen margen de error relativo porcentual, o sea menor al 5 %. Este hecho se ve reflejado cualitativamente en un progresivo aumento en la eficiencia con que dichos estimadores remueven los errores de nivelación a medida que va incrementándose el grado del estimador, hasta alcanzar la nivelación óptima en la mencionada franja de estabilidad (Fig.6). Superando dicho umbral, y al igual que ocurre con el estimador de la forma

canónica, el error relativo aumenta abruptamente en forma oscilante y el estimador deja de funcionar como nivelador de los datos (Fig. 5.A).

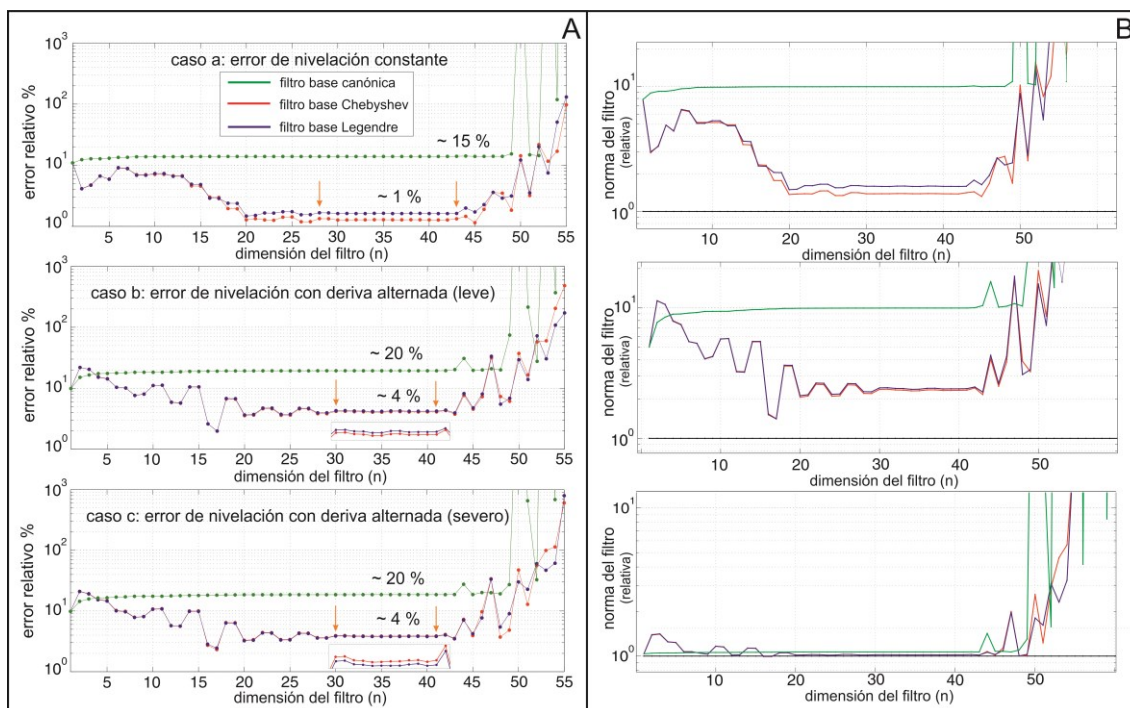


Figura 5. Análisis cuantitativo de las pruebas de nivelación CLL con datos sintéticos. A). Representación del error relativo porcentual en norma euclídea, que se comete al calcular los errores de nivelación, en función de la dimensión n de la base utilizada como estimador polinomial para la nivelación, para distintos casos de errores de nivelación típicos. Error relativo porcentual = $100 \cdot (|\psi(x)| - |f_{n-1}(x)|) / |\psi(x)|$, con $\psi(x)$ el error de nivelación y $f_{n-1}(x)$ el estimador polinomial. Las flechas delimitan la franja de estabilidad y óptimo alcanzados por los estimadores. B). Representación de la norma relativa del estimador $|f_{n-1}(x)| / |\psi(x)|$, en función de su dimensión, para los casos de errores de nivelación típicos.

Figure 5. Quantitative analysis of the line to line correlation leveling tests with synthetic data. A). Representation of the percentage relative error in Euclidean norm, that is committed when estimating the leveling errors, as a function of the n dimension of the base used as polynomial estimator of leveling errors, for different cases of typical leveling errors. Percentage relative error = $100 \cdot (|\psi(x)| - |f_{n-1}(x)|) / |\psi(x)|$, with $\psi(x)$ the leveling error and $f_{n-1}(x)$ the polynomial estimator. The arrows delimit the range of stability and optimum reached by the estimators. B). Representation of the relative norm of the polynomial estimator $|f_{n-1}(x)| / |\psi(x)|$, depending on the dimension of the base used as a leveling error estimator, in cases of typical leveling errors.

En las Figuras 7 y 8 mostramos la nivelación óptima alcanzada con los estimadores polinomiales en las bases Chebyshev y Legendre, respectivamente, para distintos tipos de errores de nivelación que afectan una determinada configuración de anomalías magnéticas. El óptimo fue logrado con bases de 37 elementos, o sea de grado polinomial máximo $n=36$. Los errores relativos porcentuales cometidos en las estimaciones fueron del 1 % para el caso de error de nivelación constante leve y severo, y del 4 % para el caso de error de nivelación con deriva, tanto leve como severo. Tales resultados se traducen cualitativamente en una muy buena recuperación del campo inicial de anomalías magnéticas sin corrugaciones que interfieran en forma apreciable con dichas anomalías.

Para cada estimador funcional implementado y cada error de nivelación probado, hemos representado la curva de la norma del estimador en función del grado máximo de la base empleada. Realizamos una comparación entre dicha curva (Fig. 5.B) y la correspondiente al

error relativo (Fig. 5.A), encontrando una clara correspondencia de los intervalos de estabilidad entre ambas curvas.

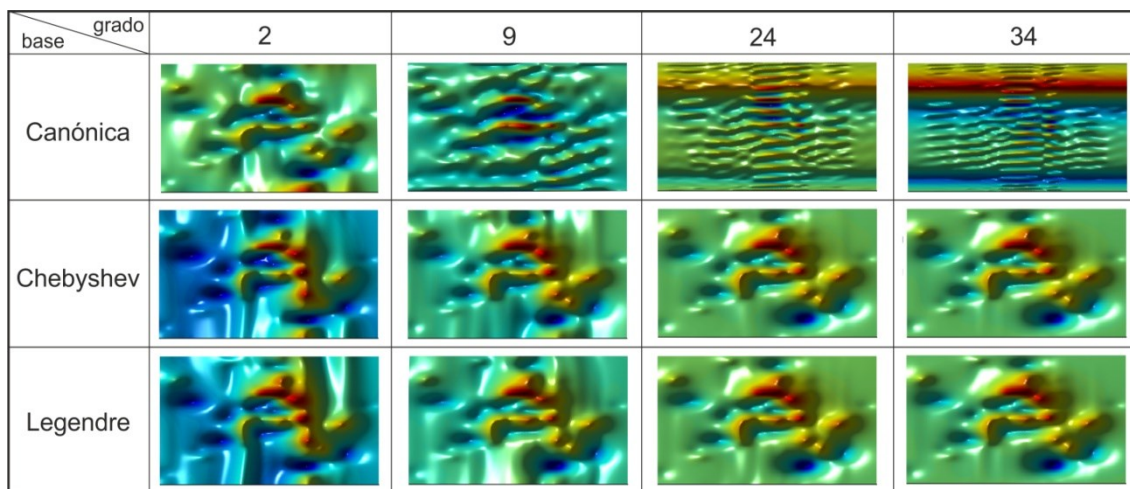


Figura 6. Pruebas de nivelación con datos sintéticos. Comparación de los campos nivelados obtenidos con los distintos estimadores polinomiales en función del grado máximo del estimador. En esta prueba, el campo nivelado es el campo sintético con errores de nivelación mostrado en la Figura 3.D.

Figure 6. Leveling tests with synthetic data. Comparison of the leveled field obtained with the different polynomial estimators depending on the maximum degree of the estimator. In this test, the leveled field is the synthetic field with leveling errors shown in Figure 3.D.

Esta comparación nos permite utilizar la curva de la norma del estimador como un indicador de la bondad del mismo como nivelador de los datos. Mientras que trabajando con datos sintéticos tenemos la ventaja de conocer por construcción el campo de anomalías magnéticas y los errores de nivelación, lo cual nos permite computar los errores relativos cometidos en cada prueba de nivelación, no ocurre lo mismo trabajando con datos reales donde contamos únicamente con el campo de anomalías magnéticas afectadas con ruidos de nivelación (ver sección Nivelación con datos reales).

Pruebas con datos reales (resultados cuantitativos y cualitativos)

Los datos reales a nivelar proceden del proyecto aerogeofísico IAA-BAS realizado en Antártida (Ghidella et al., 2013), cuyo registro magnetométrico caracterizamos en la sección Registro de datos reales (ver además Fig.4).

Comenzamos eligiendo un área rectangular de aproximadamente 50 km por 50 km, localizada sobre la Isla James Ross, que incluye 27 perfiles magnetométricos, de los cuales 5 contienen errores de nivelación severos (aproximadamente 30 % la magnitud de las anomalías magnéticas más conspicuas) que presentan leve deriva. El área elegida concentra la mayor cantidad y frecuencia de las anomalías magnéticas registradas en la región de relevamiento(Fig.4). Descontando la presencia de algunas anomalías aisladas localizadas en el sector septentrional, el resto del área relevada corresponde a una zona esencialmente de quietud magnética (Ghidella et al., 2013).

Cada perfil magnetométrico contiene alrededor de 1000 datos muestrales dentro del área elegida. Para mantener consistencia y para que los resultados de las pruebas con datos sintéticos sean comparables con los resultados de los testeos con datos reales, los datos

fueron remuestreados a igual número que los datos contenidos en los perfiles sintéticos (200 puntos en todos los perfiles dentro del segmento de nivelación). De este modo y al igual que con los datos sintéticos, garantizamos que la cantidad de puntos a ajustar sea mayor que el grado polinomial máximo a emplear por la técnica.

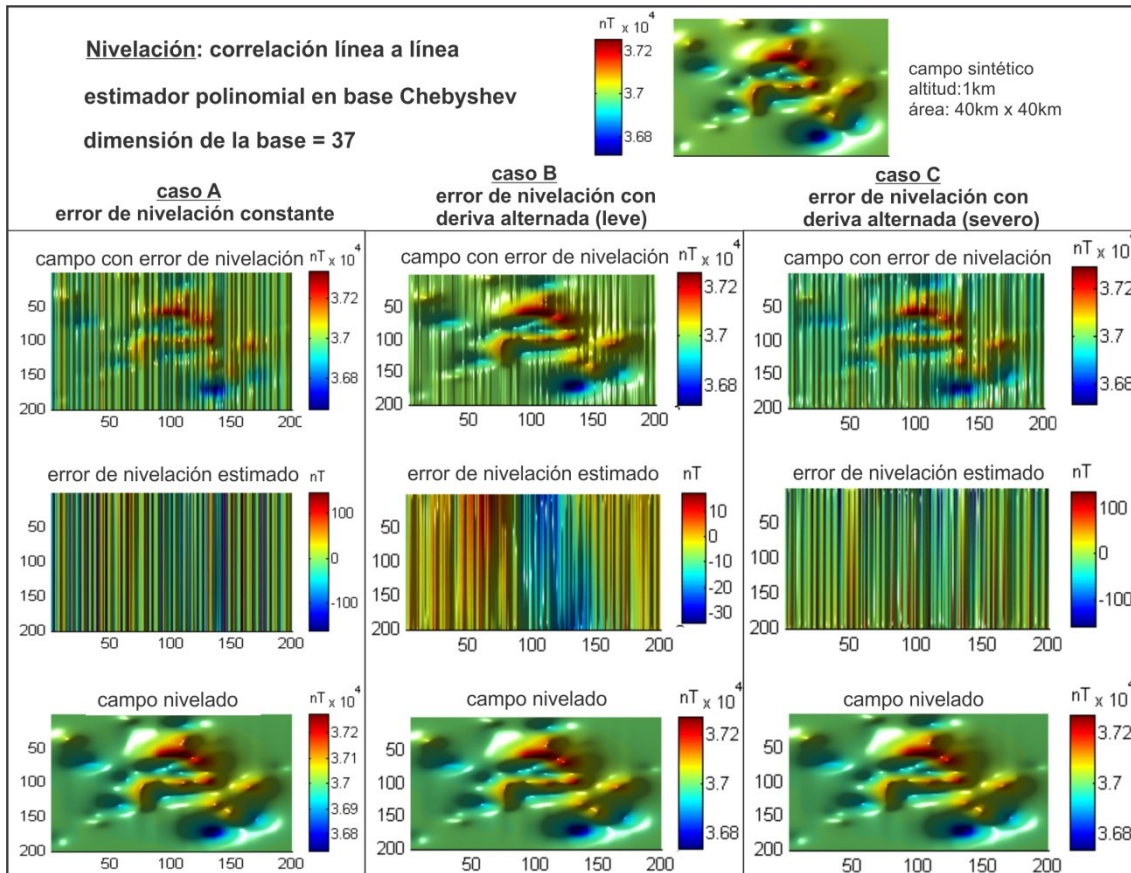


Figura 7. Resultados cualitativos de las pruebas con datos sintéticos. Nivelación por CLL mediante la implementación de un estimador polinomial en base Chebyshev operando en el óptimo dentro de la franja de estabilidad del método, para distintos casos de errores de nivelación (Fig.5).

Figure 7. Qualitative results of tests with synthetic data. Line to line correlation leveling by implementing a Chebyshev based polynomial estimator operating at the optimum within the stability range of the method, for different cases of leveling errors (Fig. 5).

Como indicamos en la sección Pruebas con datos sintéticos, cuando se nivela mediante la técnica CLL usando estimadores polinomiales en las bases de Chebyshev y Legendre, el óptimo de la estimación de los errores de nivelación se observa en un intervalo de mínimo uniforme en la curva del error relativo; intervalo que se corresponde con el de mínimo uniforme que aparece a su vez en la curva de la norma del estimador. Esta cualidad que manifiestan las bases ortogonales puede ser aprovechada como un indicador de la bondad del estimador, o sea, para establecer el rango del grado polinomial máximo en el cual el estimador operará realizando la nivelación óptima, mediante la observación de la curva de la norma del propio estimador.

Por lo tanto, procedimos aplicando este criterio para la nivelación con los datos reales, y es así como se pudo determinar una franja de estabilidad del método comprendida entre los grados 31 y 38 del estimador empleado, donde la remoción de los errores de nivelación resultó ser satisfactoria (Fig.9). En dicha franja, la nivelación óptima fue lograda con polinomios de grado máximo 36 (que corresponde a un estimador funcional de dimensión 37), para las bases Chebyshev y Legendre, indistintamente. En ambos casos la nivelación resultó muy buena. Los

errores de nivelación fueron removidos sin afectar la intensidad y forma de las anomalías magnéticas reconocibles. A su vez, quedaron al descubierto anomalías magnéticas menores que se encontraban enmascaradas por las rayas del ruido magnético y fueron reconstituidas otras que habían quedado escindidas o distorsionadas por el propio ruido (Fig.11). El mapa de anomalías nivelado no presentó corrugaciones que interfirieran apreciablemente con las anomalías magnéticas de las fuentes naturales (Figs.11 y 12).

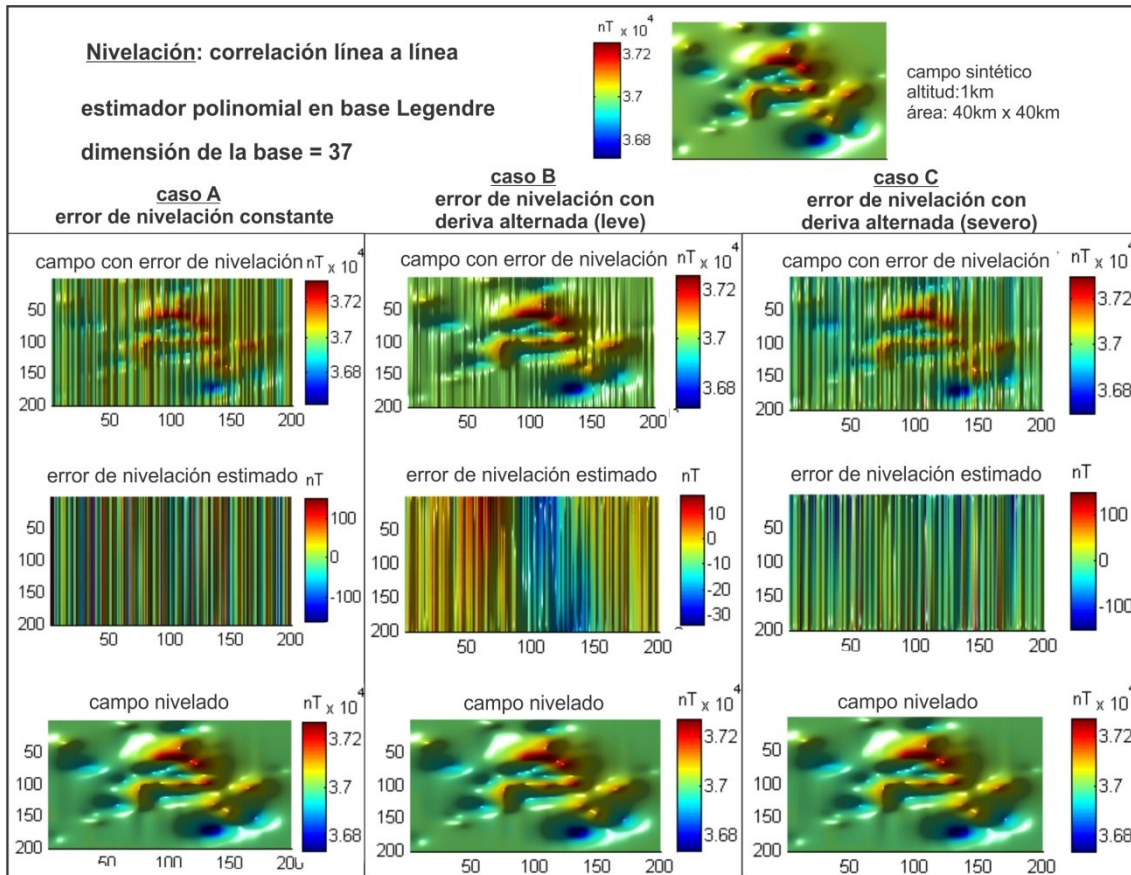


Figura 8. Resultados cualitativos de las pruebas con datos sintéticos. Nivelación por CLL mediante la implementación de un estimador polinomial en base Legendre operando en el óptimo dentro de la franja de estabilidad del método (Fig. 5).

Figure 8. Qualitative results of tests with synthetic data. Line to line correlation leveling by implementing a Legendre base polynomial estimator operating at the optimum within the stability range of the method (Fig.5).

En lo que respecta al testeo CLL usando la base canónica, la remoción de los errores de nivelación resultó muy deficiente en todo el rango de estabilidad del método, que abarca de grado 0 a grado 40 del estimador (Fig.9). En la Figura 10 se muestran algunos resultados de nivelación, ordenados según el grado creciente del estimador funcional, donde puede compararse la calidad de la nivelación entre los distintos estimadores polinomiales utilizados, como así también puede apreciarse la calidad de los estimadores en las bases Chebyshev y Legendre frente al estimador en la forma canónica.

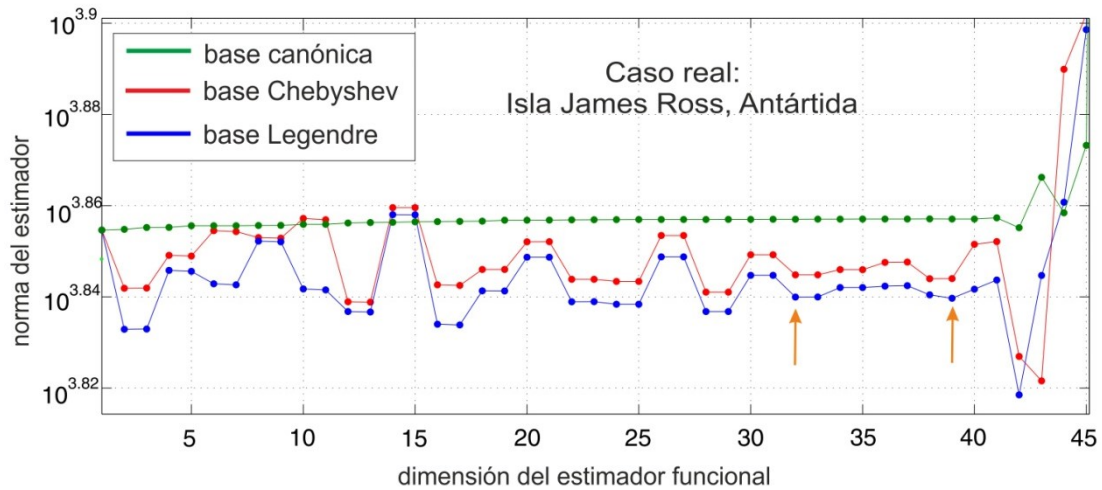


Figura 9. Análisis cuantitativo de las pruebas de nivelación CLL con datos reales. Representación de la norma del estimador polinomial, en función de su dimensión, para las distintas bases implementadas: Chebyshev y Legendre (propuestas en el presente trabajo) y Canónica (Huang, 2008). Puede observarse la franja de estabilidad del método (indicada por las flechas) en consistencia con la observada en las pruebas sintéticas (Fig.5).

Figure 9. Quantitative analysis of line to line correlation leveling tests with real data. Representation of the norm of the estimated polynomial estimator, depending on the size of the estimator, for the different bases implemented: Chebyshev and Legendre (proposed in this work) and Canonical (Huang, 2008). The stability range of the method (indicated by the arrows) can be observed in consistency with that observed in the synthetic tests (Fig.5).

base \ grado	2	9	24	34
Canónica				
Chebyshev				
Legendre				

Figura 10. Testeo de nivelación con datos reales. Comparación de los datos nivelados obtenidos con los distintos estimadores polinomiales en función del grado máximo del estimador.

Figure 10. Leveling test with real data. Comparison of the leveled data obtained with the different polynomial estimators depending on the maximum degree of the estimator.

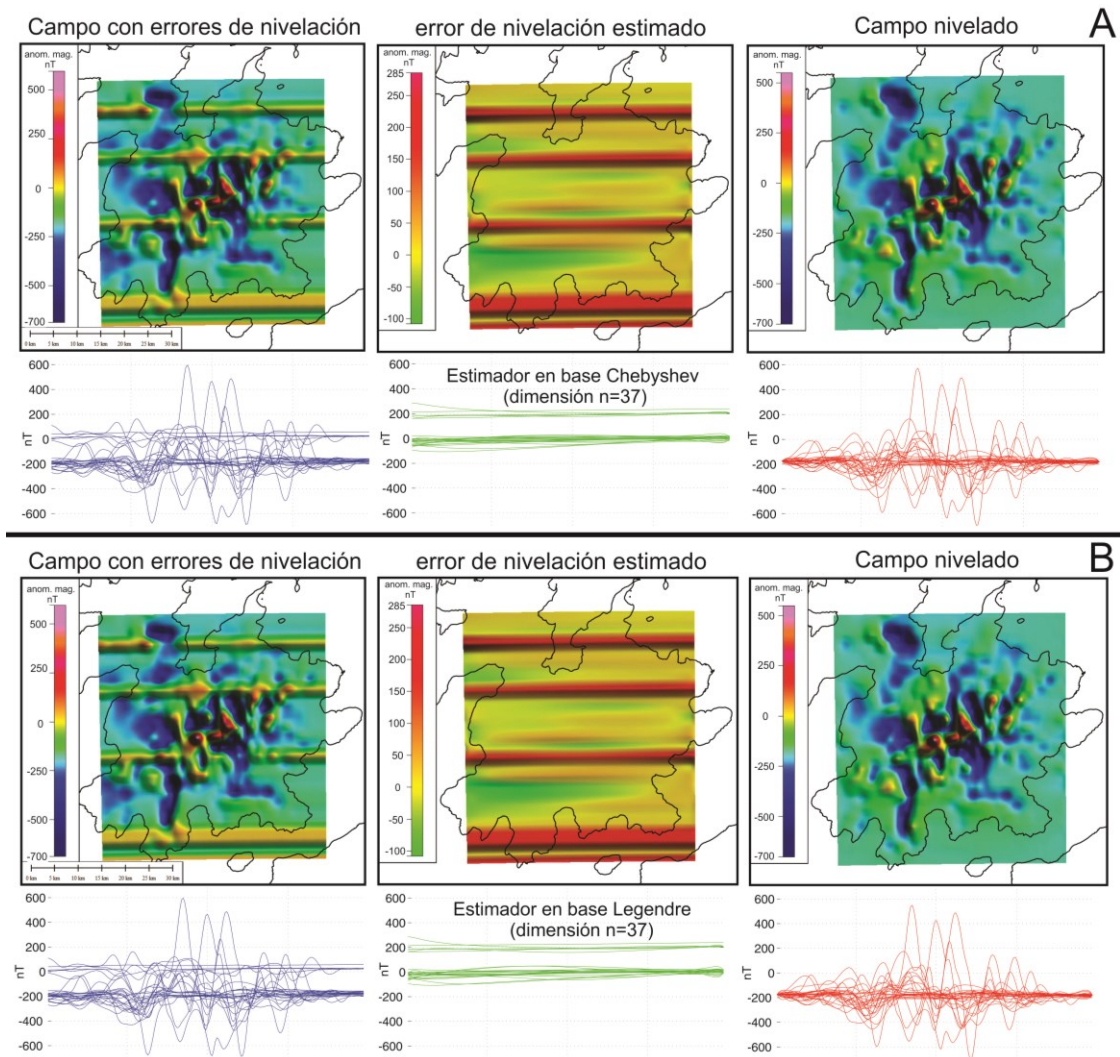


Figura 11. Resultados cualitativos de las pruebas con datos reales. Nivelación CLL óptima alcanzada con los estimadores polinomiales propuestos en el presente trabajo. A).Estimador en base Chebyshev de dimensión $n=37$. B). Estimador en base Legendre de dimensión $n=37$. En ambos casos, la remoción cualitativa de los errores de nivelación resulta muy buena, sin corrugaciones que interfieran apreciablemente con las anomalías magnéticas de origen natural.

Figure 11. Qualitative results of the tests with real data. Optimum CLL level achieved with the polynomial estimators proposed in the present work. A). Estimator in Chebyshev base of dimension $n = 37$. B). Estimator in Legendre base of dimension $n = 37$. In both cases, the qualitative removal of the leveling errors is very good, without corrugations that significantly interfere with natural magnetic anomalies.

En la Figura 12 mostramos el mapa de anomalías magnéticas que fue nivelado por CLL usando un estimador óptimo de Chebyshev de grado máximo 36 (que corresponde a un estimador de dimensión 37). La isla James Ross se encuentra cubierta en su mayor parte por un manto glaciario que sobreyace al Estrato volcán Haddington, el mayor centro efusivo del Grupo Volcánico Isla James Ross (GVJIR), del Neógeno al Reciente (Nelson, 1966). A pesar de la existencia del manto glaciario, las anomalías magnéticas que se concentran en el centro de la isla, de alta frecuencia e intensidad, delatan la presencia de unidades extrusivas (conos volcánicos y flujos de lava) e intrusivas (sistemas de diques), que conforman la estructura del Estratovolcán Haddington por debajo de los hielos (Ghidella et al., 2013). Otras anomalías periféricas se vinculan con afloramientos volcánicos visibles, como conos y flujos de lava que se encuentran total o parcialmente desprovistos de hielos (Fig.12).

Observación: En la práctica con registros reales no existe una receta para determinar un perfil inicial supuesto libre de errores de nivelación. Su determinación dependerá de cada relevamiento en particular y surgirá de un análisis comparativo entre perfiles (Fig.11) y de la observación del mapa de anomalías magnéticas (Fig.4). En el trabajo el perfil inicial utilizado es el contenido en la línea de vuelo L400 (Fig.4). Haciendo pruebas con otros perfiles iniciales se obtuvieron resultados cuantitativos (norma del estimador funcional) muy similares, con mínimas diferencias cualitativas atribuibles a las corrugaciones propias de los métodos de nivelación.

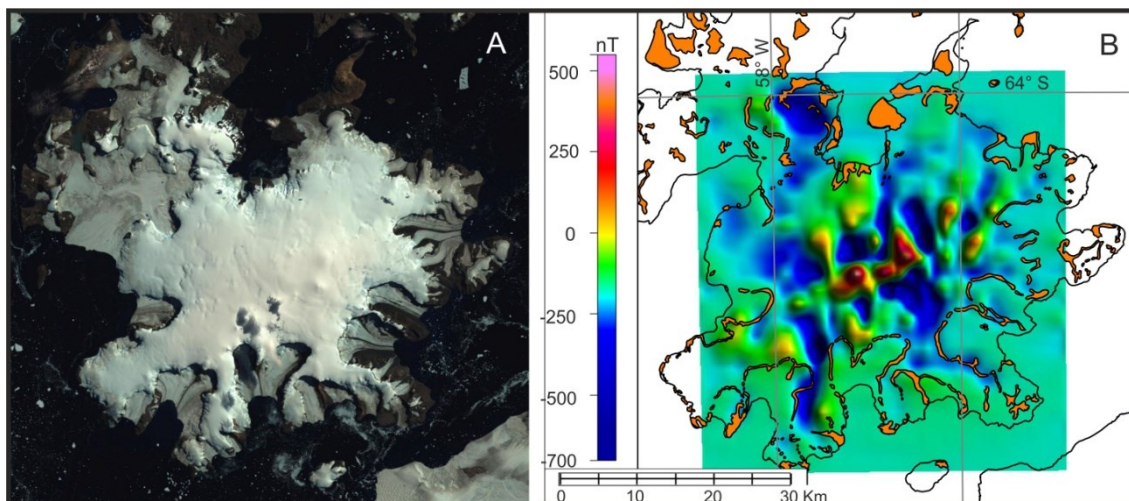


Figura 12. A). Imagen satelital de la Isla James Ross, Antártida. B). Mapa de anomalías magnéticas nivelado con nuestro método mejorado y confrontación de las anomalías magnéticas periféricas con las unidades extrusivas del GVIJR (Grupo Volcánico Isla James Ross).

Figure 12. A). Satellite image of James Ross Island, Antarctica. B). Map of magnetic anomalies leveled with our improved method and confrontation of peripheral magnetic anomalies with extrusive units of GVIJR (James Ross Island Volcanic Group).

CONCLUSIONES

En el presente trabajo proponemos una mejora a la técnica de nivelación *correlación línea a línea* para nivelación de datos aeromagnéticos implementando estimadores funcionales n -dimensionales basados en sucesiones finitas de polinomios de Chebyshev y Legendre.

Dichos estimadores resultan muy eficientes para remover errores de nivelación cuando operan en el dominio de ortogonalidad de los conjuntos propuestos.

Basados en los resultados obtenidos con los datos reales (sección Pruebas con datos reales) y de su confrontación con los resultados sintéticos (sección Pruebas con datos sintéticos), podemos extraer las siguientes conclusiones:

1. El estimador definido en la forma canónica resulta deficiente para remover errores de nivelación, operando con un margen de error entre el 10 % y 20 %.
2. Los estimadores definidos en las bases Chebyshev y Legendre separan eficientemente el ruido (error de nivelación) de la señal (anomalía magnética), lo cual se verifica en una franja de estabilidad del método que es determinable analíticamente. La eficiencia de la nivelación se observa en la calidad del mapa de anomalías nivelado: conservación de la intensidad y forma de las anomalías magnéticas, y en la ausencia de corrugaciones significativas.
3. Los resultados sintéticos indican que el error cometido por los estimadores en las bases Chebyshev y Legendre operando en la franja de estabilidad, es menor al 5 %.

Agradecimientos. Los autores agradecen a los árbitros por sus sugerencias y comentarios constructivos que han sido de gran utilidad para el mejoramiento y presentación de este trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

- Aster, R.C., B. Borchers, C.H. Thurber, (2005). Parameter Estimation and Inverse Problems. International Geophysics Series. Elsevier Academic Press, (90),376.
- Beiki, M., M. Bastani, L.B. Pedersen, (2010). Leveling HEM and aeromagnetic data using differential polynomial fitting. *Geophysics*, 75(1), L13-L23.
- Blakely, R.J., (1995). *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge, U.K., Cambridge University Press,441.
- Davydenko, A.Y. and A.V. Grayver, (2014). Principal component analysis for filtering and leveling of geophysical data. *Journal of Applied Geophysics*. 109, 266-280.
- Fan, Z., L. Huang, X. Zhang, G. Fang, (2016). An elaborately designed virtual frame to level aeromagnetic data. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 13(8), 1153 – 1157.
- Foster, M.R., W.R. Jines, K. Van der Werg, (1970). Statistical estimation of systematic errors at intersections lines of aeromagnetic survey data. *Journal of Geophysical Research*, 75(8), 1507-1511.
- Fuller, B.D., (1967). Two-dimensional frequency analysis and design of grid operators. In: *Mining Geophysics*, Tulsa. Society of Exploration Geophysics, V2, 658-708.
- Ghidella, M.E., O.M. Zambrano, F. Ferraccioli, J.M. Lirio, A.F. Zakrajsek, T.A. Jordan J. Ferris, (2013). Analysis of James Ross Island volcanic complex and sedimentary basin based on aeromagnetic data. *Tectonophysics*, 585, 90-101.
- Green, A.A., (1983). A comparison of adjustment procedures for levelling aeromagnetic survey data. *Geophysics*, 48(6), 743-753.
- Huang, H., (2008). Airborne geophysical data leveling based on line-to-line correlations. *Geophysics*, 73(3), F83-F89.
- Huang, H., and D.C. Fraser, (1999). Airborne resistivity data levelling. *Geophysics*, 64, 378-385.
- Inoue, H., (1986). A least-squares smooth fitting for irregularly spaced data: finite-element approach using the B-spline basis. *Geophysics*, 51, 2051-2066.
- Luyendyk, A.P.J., (1997). Processing of airborne magnetic data. *AGSO Journal of Australian & Geophysics*, 17 (2),31-38.
- Mauring, E., L.P., Beard, O. Kihle, M.A. Smethurst, (2000). Levelling of aeromagnetic data: a comparison of established techniques and an introduction to median levelling. NGU report 2000.049, Geological Survey of Norway, 23.
- Mauring, E., and O. Kihle, (2000). Micro levelling of aeromagnetic data using a moving differential median filter. NGU report 2000.053, Geological Survey of Norway, 11.
- Mauring, E., L.P. Beard, O. Kihle, M.A. Smethurst, (2002). A comparison of aeromagnetic levelling techniques with an introduction to median levelling. *Geophysical Prospecting*. 50, 43-54.
- Mauring, E. and O. Kihle, (2006). Levelling aerogeophysical data using a moving differential median filter. *Geophysics*, 71(1), L5-L11.
- Nelson, P.H.H., (1966). The James Ross Island Volcanic Group of northeast Graham Land. *British Antarctic Survey Scientific Reports*. 54: 1-62.
- Nelson, J.B., (1994). Leveling total-field aeromagnetic data with measured horizontal gradients. *Geophysics*, 59(8), 1166-1170.
- Reeves, C.V., (1993). Limitations imposed by geomagnetic variations on high quality aeromagnetic surveys. *Exploration Geophysics*, 24, 115-116.
- Saul, S.J., and M.J. Pearson, (1998). Levelling of aeromagnetic data. *Canadian Journal of Exploration Geophysics*. 34 (1 & 2), 9-15.
- Siemon, B., (2009). Levelling of helicopter-borne frequency-domain electromagnetic data. *Journal of Applied Geophysics*,67, 206-218.

- Urquhart, W.N., (1988). Decorrugation of enhanced magnetic field maps. Paper presented at the 58th. Annual Meeting of the Society of Exploration Geophysicists. Anaheim, Oct. 1988.
- White, J.C. and D. Beamish, (2015). Levelling aeromagnetic survey data without the need for tie-lines. *Geophysical Prospecting*. 63, 451-460.
- Yarger, H.L., R.R. Robertson, L.R. Wetland, (1978). Diurnal drift removal from aeromagnetic data using least squares. *Geophysics*, 46, 1148-1156.
- Zambrano, O.M., y A.M. Gulisano, (2017). Corrección de errores de nivelación de datos Aerogeofísicos. XXVIII Reunión Científica de la Asociación Argentina de Geofísicos y Geodestas (IAAGG 2017). Tercer Simposio sobre Inversión y Procesamiento de Señales en Exploración Sísmica (IPSES'17). La Plata, 17 al 21 de abril de 2017. Libro de Resúmenes Expandidos, 63-67; ISBN: 978-950-34-1471-2.
- Szegő, G., (1939). *Orthogonal Polynomials*. American Mathematical Society Colloquium Publications Volume XXIII. Fourth edition, 1975. Library of Congress Catalog Number 39-33497, USA.

Recibido: Octubre, 2017
Aceptado: Febrero, 2018