

# SOBRE EL CRITERIO DE RESOLUCION DE RAYLEIGH PARA FUENTES POLICROMATICAS

M. V. Ceressetto<sup>1</sup> y T. S. Grigera<sup>1</sup>

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas,  
Universidad Nacional de La Plata, C.C.67, 1900 La Plata.

Beatriz O'Donnell de Juárez Aráoz y José Sandoval

Instituto de Física, Universidad Nacional de Tucumán, Av. Independencia 1800, 4000 Tucumán.

M. Garavaglia<sup>2</sup>

Departamento de Física, Universidad Nacional de La Plata y Centro de Investigaciones  
Ópticas (CONICET-Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires),  
C.C.124, 1900 La Plata.

El estudio de sistemas ópticos tales como el ojo humano, los detectores de radiación o los hologramas, requiere de un mejor conocimiento de sus respectivas respuestas a la iluminación por fuentes policromáticas puntuales o de reducidas dimensiones angulares. En los últimos años han aparecido análisis que permiten describir la función que relaciona el campo de observación de tales fuentes policromáticas (*polychromatic point-spread function*) con diversos sistemas ópticos. Sin embargo, no ha habido contribuciones respecto del sentido que puede tener la consideración de algún criterio de resolución para fuentes puntuales policromáticas para diferentes sistemas ópticos. En esta comunicación se presenta un análisis de dicha situación, atendiendo, por un lado, la configuración geométrica de las fuentes policromáticas según el criterio de Rayleigh, y por el otro, el sistema óptico de detección.

Experiencias con observadores de distintas capacidades visuales y con materiales fotográficos diversos, han permitido generalizar las consideraciones respecto de la resolución de los sistemas ópticos.

## INTRODUCCION

En 1879, John William Strutt - tercer Barón de Rayleigh - investigó el límite de resolución (o poder resolvente, o poder separador) de algunos instrumentos ópticos, como los telescopios y los espectroscopios<sup>[1]</sup>. Como la pupila de los telescopios es circular, la imagen de una estrella aparece rodeada por anillos brillantes, según la figura de Airy:

$$I(\theta) = I(0) \left[ \frac{2J_1(ka \operatorname{senc} \theta)}{ka \operatorname{senc} \theta} \right]^2,$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz y  $a$  el radio de la pupila. En tal caso, el radio angular  $\theta$  del disco central está dado por

$$\theta = 1,2197\lambda/2a.$$

En cambio, en los espectroscopios, los que influyen sobre la propagación de la luz son los prismas o las redes de difracción, de sección rectangular de ancho  $b$ . En este caso la figura tiene la

<sup>1</sup>Trabajo realizado como exigencia parcial de la asignatura Óptica de Fourier de la Licenciatura en física (plan 1988).

<sup>2</sup>Profesor de la Universidad Nacional de La Plata e Investigador del CONICET. Trabajo financiado por el CONICET (PID 3-071800/8).

forma funcional  $\operatorname{senc}^2\beta = (\operatorname{senc} \beta/\beta)^2$ , donde  $\beta = (\pi b/\lambda) \operatorname{senc} \theta$ .

Lord Rayleigh<sup>[1]</sup> observó que en los telescopios dos imágenes estelares tendrán sus discos centrales de difracción en contacto cuando la separación angular de las estrellas sea igual a  $2\theta$ , en cuyo caso no quedará duda de que están resueltas (a menos que sus magnitudes sean muy diferentes).

Luego, el propio Lord Rayleigh<sup>[1]</sup> comentó las observaciones de M.Ch. André<sup>[2]</sup>, quién encontró que la resolución para dos líneas no puede deducirse de la correspondiente a dos puntos luminosos. Analizando el asunto, Lord Rayleigh estableció el límite de resolución para líneas de iguales  $\lambda$  y brillo en la situación en que el máximo absoluto del  $\operatorname{senc}^2\beta$  de una de ellas coincide con el primer mínimo del  $\operatorname{senc}^2\beta$  de la otra. Asimismo calculó la intensidad en el punto intermedio de las líneas, y obtuvo el conocido resultado de que es igual a 0,8106 veces la intensidad de aquéllas. A pesar de este interesante resultado, Lord Rayleigh comentó que "esta regla es conveniente debido a su simplicidad, y es suficientemente precisa en vista de la incerteza acerca del significado exacto de resolución". Y agregó que "quizás en la práctica sea necesaria alguna condición más favorable para asegurar una resolución que pudiera ser más satisfactoria". También Lord Rayleigh consideró la

influencia sobre la resolución de las aberraciones de lentes y prismas<sup>[1]</sup>, de la calidad de las superficies ópticas<sup>[1]</sup> y del uso de filtros coloreados<sup>[3]</sup>. Otros autores consideran otros factores. Por ejemplo, K.N.Ogle<sup>[4]</sup> analizó el contraste entre las fuentes luminosas y el fondo, y B.E.Mourashkinsky<sup>[5]</sup>, fuentes de diverso brillo.

Respecto del valor 0,8106 de la relación entre el mínimo de intensidad entre las líneas y el máximo de la distribución  $\text{senc}^2\beta$  según la condición de Lord Rayleigh, conviene observar que en algunos excelentes textos<sup>[6]</sup> ha sido traspuesto al caso de la distribución de Airy. Para este caso la relación es, en realidad, 0.7350.

## 2 RESOLUCION Y CONTENIDO ESPECTRAL DE FUENTES PUNTUALES

Ya fue señalado que el propio Lord Rayleigh indicó la importancia del color para estudiar la resolución de las redes de difracción<sup>[3]</sup>.

En el presente estudio se analiza la influencia del contenido espectral de dos fuentes puntuales sobre la resolución. Se emplearon para ello dos LEDs de aprox. 3 mm de diámetro, cuyos respectivos espectros tienen sus máximos en

$$\bar{\lambda}_1 = 560 \text{ nm (verde)} \quad \bar{\lambda}_2 = 650 \text{ nm (rojo)}$$

y cuyos anchos de banda son

$$\Delta\lambda_1 = 24 \text{ nm} \quad \Delta\lambda_2 = 15 \text{ nm.}$$

Empleando los valores de longitud de onda correspondientes a los máximos de sus irradiancias se calcularon las irradiancias totales para fuentes puntuales (Airy) en la condición de Rayleigh. Debe advertirse que la condición de Rayleigh adquiere ahora una degeneración, ya que hay dos maneras de hacer coincidir los máximos y primeros mínimos (fig.1).

Como el radio angular del disco de Airy es proporcional a  $\lambda$ , el disco rojo será de mayor diámetro que el verde. Si se superponen el máximo de la figura de Airy verde y el primer mínimo de la figura de Airy roja (fig.1, caso I), la distancia angular entre las fuentes es igual al radio angular  $\theta$  del disco de Airy rojo; y la irradiancia del mínimo entre ellas es igual a 0,6144, menor que el valor de 0,7350 correspondiente a dos fuentes de iguales  $\lambda$  y brillo. Su resolución espacial queda entonces asegurada.

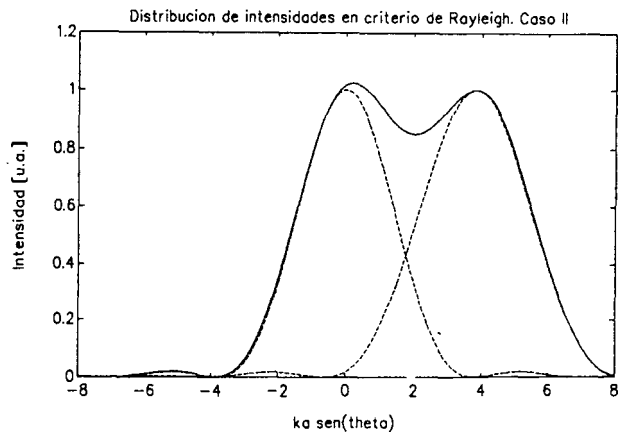
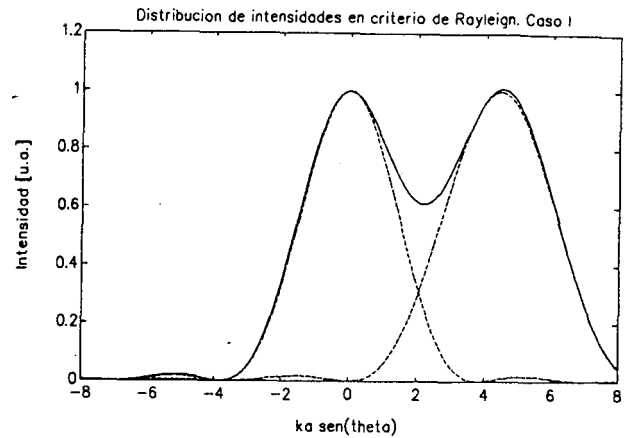


Figura 1: Distribución de intensidades en la condición de Rayleigh para dos longitudes de onda ( $\lambda_1 = 650 \text{ nm}$ ,  $\lambda_2 = 560 \text{ nm}$ ).

En el caso opuesto (fig.1, caso II) el máximo de la figura roja se superpone al mínimo de la figura verde. En este caso la distancia angular entre las fuentes es menor que  $\theta$ , y la irradiancia entre ellas alcanza un mínimo de 0,8498, valor mayor que el correspondiente a dos fuentes de iguales  $\lambda$  y brillo. Esto implica a priori que en este caso las fuentes no podrían resolverse. Sin embargo, la observación del falso color amarillo producido por la superposición del rojo y verde permite asegurar su resolución.

Esta posibilidad de elevar el poder resolvente de los instrumentos ópticos (ojo, cámaras fotográficas, telescopios y microscopios) fue verificada por la observación a ojo desnudo de los LEDs rojo y verde, así como fotográficamente. La observación visual se corresponde con la fotográfica, por lo que a continuación se describirán sólo estos últimos resultados.

Los LEDs fueron separados 8 mm y fotografía-

dos a distancias de 6m, 10m, 20m y 24,5 m con una cámara Nikon F-2 con objetivo Micro-NIKKOR,  $f/2.8$  de 55 mm al mayor diafragma. Se utilizó película color Fuyi de 100 ASA para diapositivas. Con tiempos de exposición del orden de las decenas de segundos se fotografió la figura de difracción de Airy de un LED, usando para esto un teleobjetivo Nikkor  $f/2.8$  de 135 mm. Su apariencia es similar a la que aparece en cualquier buen texto de óptica. Con tiempos de exposición del orden de las fracciones de segundo sólo se registran las porciones centrales de los discos de Airy. En tales condiciones fueron fotografiados los LEDs a las cuatro distancias mencionadas. Ampliaciones de 63X realizadas por microscopía óptica se muestran en la fig. 2. Las fotografías ampliadas fueron logradas con un microscopio Carl Zeiss IM 35, PH Neofluor, a aumentos de 16X, 63X, 400X, 630X y 1000X.

En las fotografías 2a y 2b las fuentes están suficientemente separadas angularmente como para que sus imágenes aparezcan resueltas. En las fotografías 2c y 2d las fuentes están superpuestas, pero aún así se pueden apreciar resueltas, gracias al artificio del falso color.

Conviene recalcar que la imagen registrada del LED verde en todas las exposiciones de la fig.2 se encuentra dentro del disco central de la figura de Airy del LED rojo. Dicho límite está señalado por las barras blancas: El haber utilizado tiempos tan cortos permitió realizar tales fotografías.

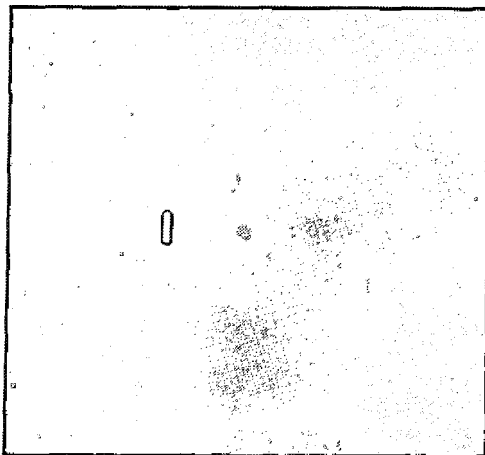


Figura 2a.

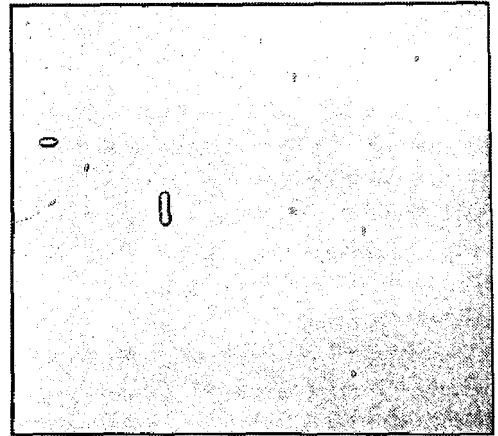


Figura 2b.

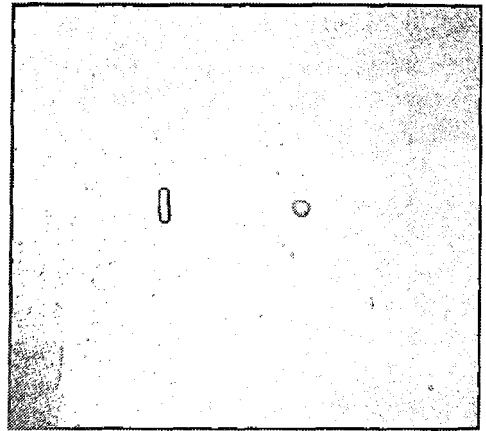


Figura 2c.

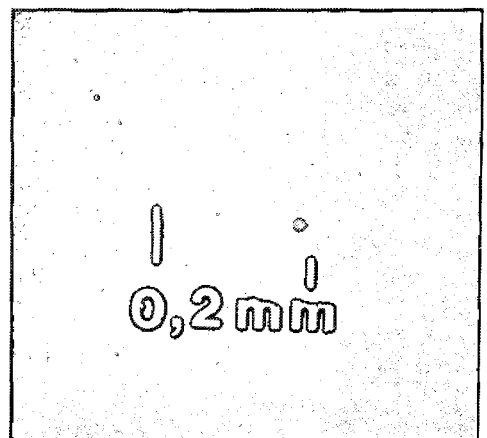


Figura 2d: Ampliaciones por microscopía óptica de las diapositivas de los LEDs a las cuatro distancias mencionadas. Las separaciones angulares son: a)  $1,91 \times 10^{-3}$  rad; b)  $1,1 \times 10^{-3}$  rad; c)  $0,55 \times 10^{-3}$  rad; d)  $0,45 \times 10^{-3}$  rad.

## CONCLUSIONES

Para la experiencia planteada, el límite de resolución ocular implica la imposibilidad de distinguir los LEDs del mismo color desde la mayor de las distancias de observación (24,5 m). En efecto, para el rojo ( $\lambda = 650\text{nm}$ ) ello significa un radio angular de 0,33 mrad con el ojo en miosis, siendo que el ángulo subtendido por los centros de los LEDs desde 24,5 m es de 0,45 mrad. En cambio, cuando se observaban los LEDs de colores rojo y verde, los sujetos tenían la clara percepción de una imagen amarilla con ribetes verde y rojo.

La realización de la misma experiencia con detección fotográfica, el empleo de cortos tiempos de exposición y la aparición del falso color amarillo han permitido distinguir fuentes puntuales separadas solamente en  $\theta = 0,45$  mrad (fig.2d). Empleando el objetivo de distancia focal 55mm y diafragma 22, el LED rojo produce un disco de Airy de un radio angular de 0,32 mrad, mientras que el del LED verde ( $\lambda = 560\text{nm}$ ) es de 0,28 mrad., por lo que sus figuras de difracción se superponen. Ello implica que se encuentran prácticamente en las condiciones límite de Lord Rayleigh (fig.2d) en las que ambos discos de Airy se encuentran superpuestos. La aparición del falso color amarillo ha permitido resolverlas, lo que sería imposible si las fuentes tuvieran la misma distribución espectral. De la fig. 2d puede apreciarse, además, que es posible disminuir el valor de  $\theta = 0,45$  mrad y aún distinguir las fuentes sin dificultad.

## 4. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen sinceramente al Dr. Ricardo Duchowicz por la obtención de los espectros de los LEDs, y al Dr. Néstor Carri por el trabajo de microscopía óptica.

## REFERENCIAS

1. J.W.Strutt (Lor Rayleigh), *Phil.Mag.* VII, pp.261-174, 403-411, 477-486 (1879) y IX, pp. 40-55 (1880).
2. M.Ch.André. *Ann.de l'École Norm.*, V (1876).
3. J.W.Strutt (Lord Rayleigh), *Phil.Mag.* X, pp.116-119 (1880).
4. K.N.Ogle, *J.Opt.Soc.Am.* 41, 517 (1951).
5. B.E.Mourashkin, *Phil.Mag.* (6), 46, 29 (1923).
6. Ver, por ejemplo, G.Bruhat, *Optique*, sexta edición revisada y completa por A.Kastler (1965).

CEILAP  
CITEFA - CONICET  
ZUFRIATEGUI Y VARELA  
1603 VILLA MARTELLI  
REPUBLICA ARGENTINA