

EFFECTO DE LA INCLINACIÓN Y DE LA SEPARACION DE LAS PAREDES ACTIVAS, EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN RECINTOS TRAPEZOIDALES CALENTADOS POR DEBAJO

Sonia Esteban¹, Ana María Aramayo², Luis Cardón¹

¹Departamento de Física - INENCO Facultad de Ciencias Exactas, UNSa.

²Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNSa.
Av. Bolivia 5150, 4400 Salta, Argentina (s.esteban593@gmail.com)

Recibido 11/09/15, aceptado 13/10/15

RESUMEN: En este trabajo se realiza un estudio numérico del problema de convección natural, transitorio en un recinto trapezoidal. Las razones de aspecto, cociente entre alto y largo del recinto, varían entre 0.8 y 1.2, ángulo de inclinación de las paredes del recinto de 0 a γ_{\max} , que depende de la razón de aspecto del recinto. Se presenta y describe las características de flujo que se desarrolla en el interior del recinto, la evolución temporal del número de Nusselt y una correlación entre el número de Nusselt, Rayleigh y razón de aspecto. Se encontró que la altura característica con la que se calculan los números adimensionados que mejor ajusta los datos de la transferencia calor, depende del ángulo de inclinación de las paredes superior e inferior. Se encuentra que $\gamma=12$ discrimina dos longitudes correspondientes a dos regímenes de flujo: convección de Benard y convección lateral.

Palabras claves: convección natural, cavidad trapezoidal, transferencia de calor, Nusselt, Rayleigh.

INTRODUCCIÓN

El estudio de la convección natural en recintos cerrados tiene diversas aplicaciones ingenieriles, en particular el calentamiento inferior se utiliza para el acondicionamiento térmico de edificios, equipos electrónicos y desanilizadores solares, entre otros. La convección en recintos rectangulares ha sido ampliamente estudiada en forma teórica, experimental y numérica. Comparativamente, el estudio de la convección en recintos trapezoidales ha sido poco estudiada, siendo este tipo de cavidades interesantes en las aplicaciones prácticas, pues pueden mejorar la performance térmica de los equipos utilizados. A continuación se realiza una revisión bibliográfica complementaria a la realizada en el trabajo Aramayo et al. (2008).

El artículo de Baïri (2008) revisa la definición del número de Nusselt cuando se trata de convección natural en cavidades cerradas con sección paralelográfica. Considera el caso de cavidad bi-dimensional, llena con aire, formada por dos paredes verticales activas a distintas temperaturas, mientras que las restantes se consideran adiabáticas. En este trabajo, el autor muestra que la distancia entre las paredes activas no es representativa para este tipo de configuración y propone una definición alternativa para el número de Nusselt de manera de conservar su sentido físico para cavidades paralelográficas.

En el trabajo Aramayo et al. (2008) se estudia la convección natural en recintos trapezoidales de baja razón de aspecto ($A=0.2$ y 0.4). Los resultados de este trabajo muestran que para obtener una mayor transferencia de calor convectiva, con determinado salto de temperatura, se debe trabajar con recintos de mayor altura. Una mayor inclinación de las paredes activas provoca una disminución de la transferencia de calor. Para recintos aplanados ($A=0.2$) y ΔT hasta 20°C , el número de Nusselt promedio es independiente del ángulo de inclinación de las paredes activas; y para mayores saltos de temperatura esta disminución no supera el 25% respecto al valor calculado para un recinto rectangular. Para $A=0.4$, esta disminución puede superar el 50%.

En el trabajo desarrollado por Tracy and Crunkleton (2012) los autores investigan los patrones de flujo y térmicos en un recinto trapezoidal, calentado por debajo, con diferentes ángulos de inclinación de las paredes laterales aisladas. Los resultados obtenidos muestran el desarrollo de patrones de flujo oscilatorios. Los autores señalan que la existencia de vértices con diferentes condiciones de bordes en ambos lados, pueden ser difíciles de tratar numéricamente ya que son singularidades matemáticas. Sus resultados muestran que a medida que disminuye el ángulo de inclinación (tendiendo a la geometría triangular) al comportamiento oscilatorio se superponen perturbaciones en los patrones de flujo.

En el artículo presentado por Bairi et. al. (2014) se realiza una revisión bibliográfica de la convección natural en cavidades. Se revisa el efecto de las geometrías, tratadas en la literatura, en las características de flujo dentro de la cavidad. Se examina una variedad de configuraciones de recintos con diferentes formas e inclinaciones, condiciones de bordes, condiciones iniciales, distribuciones de fuentes de calor, propiedades de fluido. Esta revisión también considera los alcances y limitaciones de las diferentes aproximaciones experimentales, numéricas, analíticas y método inverso utilizados para el tratamiento de este problema. Los trabajos publicados cubren un amplio rango de número de Rayleigh desde el régimen laminar, casos de estado estacionarios a altamente inestables, problema transitorio y turbulento. Este trabajo presta particular interés a la cavidad paralelepípeda, también llamada cavidad convectiva tipo diodo.

La revisión bibliográfica mencionada anteriormente, a pesar de ser exhaustiva, no reporta trabajos en geometrías trapezoidales en régimen de Rayleigh-Benard. Dada la importancia de las aplicaciones de este tipo de configuraciones, en este trabajo se propone avanzar con el estudio numérico de la convección natural en recintos trapezoidales, calentados por debajo. Cabe destacar que los destiladores multietapa, consisten en un apilamiento de recintos trapezoidales.

En el presente trabajo se realiza un estudio numérico del problema de convección natural transitorio en un recinto trapezoidal. Las razones de aspecto consideradas varían entre 0.8 y 1.2, el ángulo de inclinación de las paredes activas del recinto de 0 a γ_{\max} , que depende de la razón de aspecto del recinto. Se presenta y describe las características de flujo que se desarrolla en el recinto, la evolución temporal del número de Nusselt y una correlación entre el número de Nusselt, Rayleigh y razón de aspecto. La correlación propuesta permite determinar el intercambio convectivo en el recinto trapezoidal. Dependiendo del ángulo de inclinación de las paredes activas el problema puede considerarse del tipo calentado por debajo o bien calentado de lado, este comportamiento puede ser útil en diversas aplicaciones.

MODELO MATEMÁTICO Y FÍSICO DEL PROBLEMA

El estudio de la convección natural en recintos, bajo la aproximación de Boussinesq, está modelada por las siguientes ecuaciones:

$$\text{De continuidad:} \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\text{De energía} \quad \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \Delta T \quad (2)$$

$$\text{De momento:} \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \mathbf{g} [1 - \beta(T - T_0)] \quad (3)$$

donde \mathbf{u} , es el campo de velocidad, T de temperatura, P de presión; ρ , ν y α son la densidad, la viscosidad y la difusividad térmica del fluido, respectivamente; β coeficiente de expansión volumétrica; T_0 es la temperatura de referencia. Se han considerado las siguientes condiciones de borde e iniciales:

- paredes verticales: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$,
- pared inferior: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $T = T_C$, pared superior: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $T = T_F$,
- inicialmente todo el recinto se encuentra estanco y a $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Se han evaluado todas las constantes (β , α , ν , ρ) a la temperatura inicial. Con estos parámetros es posible determinar el número de Rayleigh (Ra) considerando H como longitud característica.

$$Ra_H = \frac{g\beta}{\alpha\nu}(\Delta T)H^3 \quad (4)$$

donde $\Delta T = T_C - T_F$.

Se ha utilizado el programa OpenFoam® para la resolución numérica de las ecuaciones, obtención de los patrones de flujo y el cálculo de la transferencia de calor, los detalles del método numérico e implementación computacional se describe en Aramayo et al. (2008). Se ha utilizado la metodología habitual en el cálculo numérico: independencia de la red (convergencia espacial) y se ha iterado hasta 3000s. En este tiempo si bien en algunos casos se alcanza un régimen estacionario, en aquellos que no, se obtiene un régimen oscilatorio permanente.

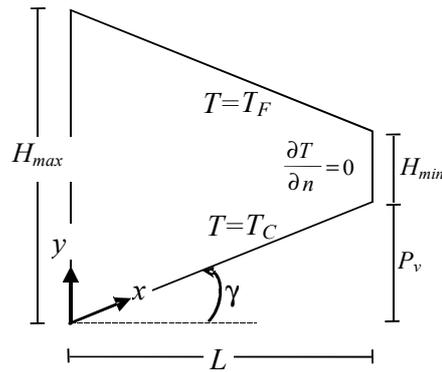


Figura 1: Características geométricas del dominio de cálculo y nomenclatura utilizada.

Las razones de aspecto, $A = H_{max}/L$, consideradas varían entre 0.8 y 1.2. El ángulo de inclinación de las paredes activas del recinto (γ) varía de 0° (geometría rectangular) hasta γ_{max} (geometría triangular). La tabla 1 muestra los valores de inclinación máxima de las paredes activas y el tamaño de la red utilizada, para cada razón de aspecto.

A	0.8	0.9	1	1.1	1.2
$N_x \times N_y$	125×100	125×113	125× 125	125×138	125×150
γ_{max}	22°	24°	24°	26°	28°

Tabla 1. Tamaño de red y valores máximos de γ para cada razón de aspecto.

VISUALIZACION DE FLUJO

En la figura 2 se muestra la evolución de los patrones de flujo para un recinto $A=0.8$, $\gamma=10$. La elección de los tiempos en los que se muestran los patrones de flujo se realiza para explicar la relación entre el comportamiento dinámico dentro de la cavidad (figura 2) y las características térmicas (máximos y mínimos) obtenidas en la evolución temporal del número de Nusselt (figura 4).

A $t=520s$ se observan tres celdas convectivas: una de gran tamaño, con sentido de circulación antiorario (1), que ocupa casi la totalidad del recinto; otra de menor tamaño, de sentido horario (2), ubicada a la derecha de esta última y una celda pequeña en el extremo superior izquierdo del recinto, con sentido de circulación horario (3). A $t= 720s$ se visualizan dos celdas convectivas una con circulación horaria (3) y otra antihoraria (1), ésta alargada en su parte inferior. La celda ubicada a la izquierda del recinto es el resultado del crecimiento de la celda identificada con (3), a $t=520s$. A este tiempo la celda (2) ha desaparecido y la (1) va retrocediendo en tamaño y desplazándose hacia la derecha.

A medida que transcurre el tiempo surgen dos nuevas celdas convectivas en los extremos inferior (4) y superior izquierdo del recinto, ambas con sentido antihorario; la celda (3), en tanto, sigue creciendo en tamaño ocupando la totalidad del recinto, $t=870s$. La celda (4) es la que prevalece y crece, compitiendo ahora con la (3), que va perdiendo tamaño; ver figura 2, $t=1000s$. A $t=1250s$ la celda (4) ocupa casi la totalidad del recinto y se observa, nuevamente, la creación de dos celdas convectivas (5 y 6) ambas con el mismo sentido de circulación, en este caso horario.

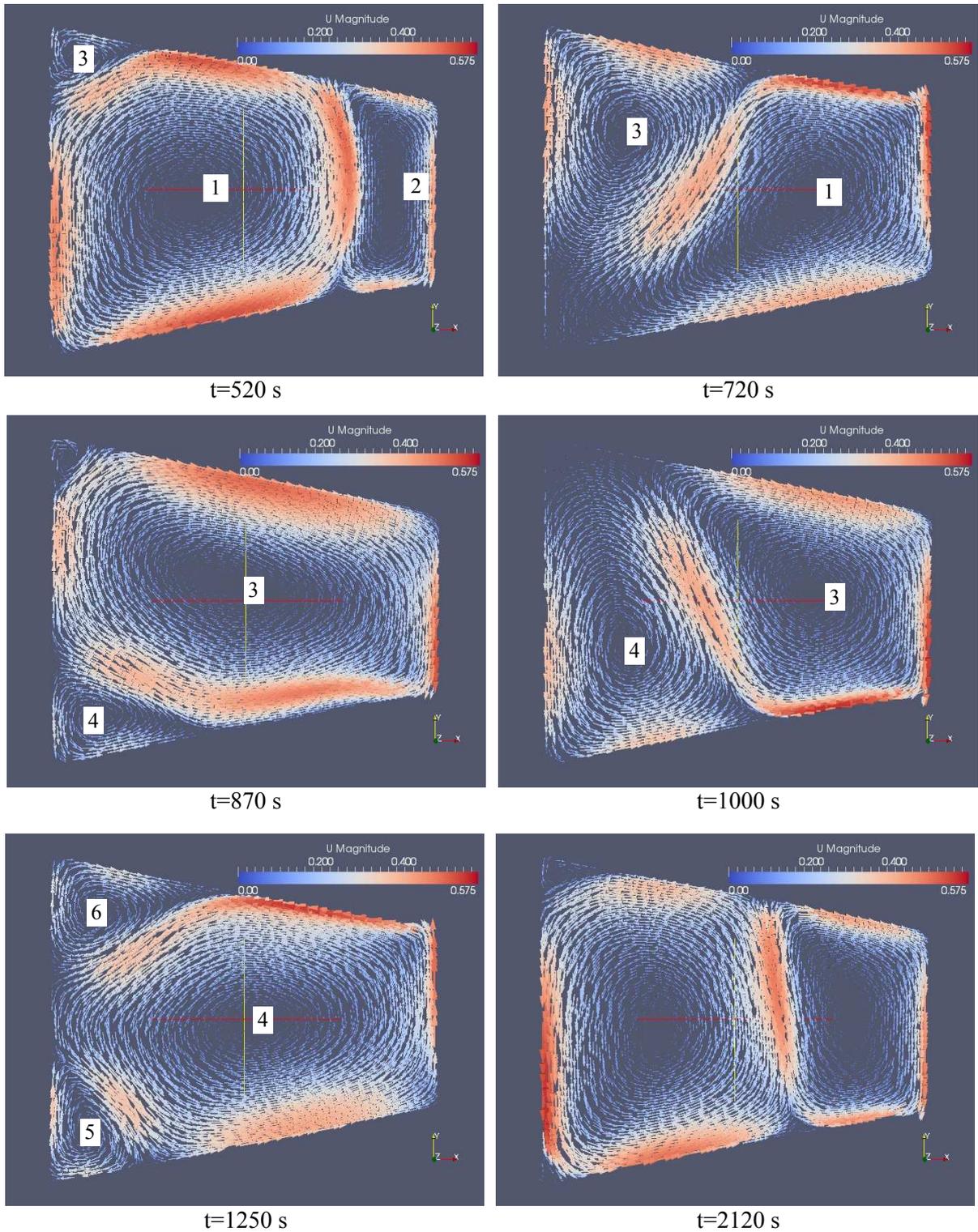


Figura 2: Características de flujo para un recinto $A=0.8$, $\gamma=10$.

Para esta razón de aspecto ($A=0.8$), el comportamiento de creación de celdas convectivas en los extremos inferior y superior izquierdo del recinto, descrito anteriormente, se observa para $8^\circ \leq \gamma \leq 12^\circ$. Para ángulos mayores se forman dos celdas, una central con sentido horario y otra alargada ubicada en la parte inferior del recinto (figura 3). Por otro lado, la destrucción de las celdas ocurre en el extremo derecho del recinto, de menor altura.

El mecanismo de creación y destrucción de celdas convectivas se observa en la mayoría de los casos simulados y se corresponden con los máximos y mínimos observados en la evolución temporal de Nu , que se presenta más adelante, figura 4.

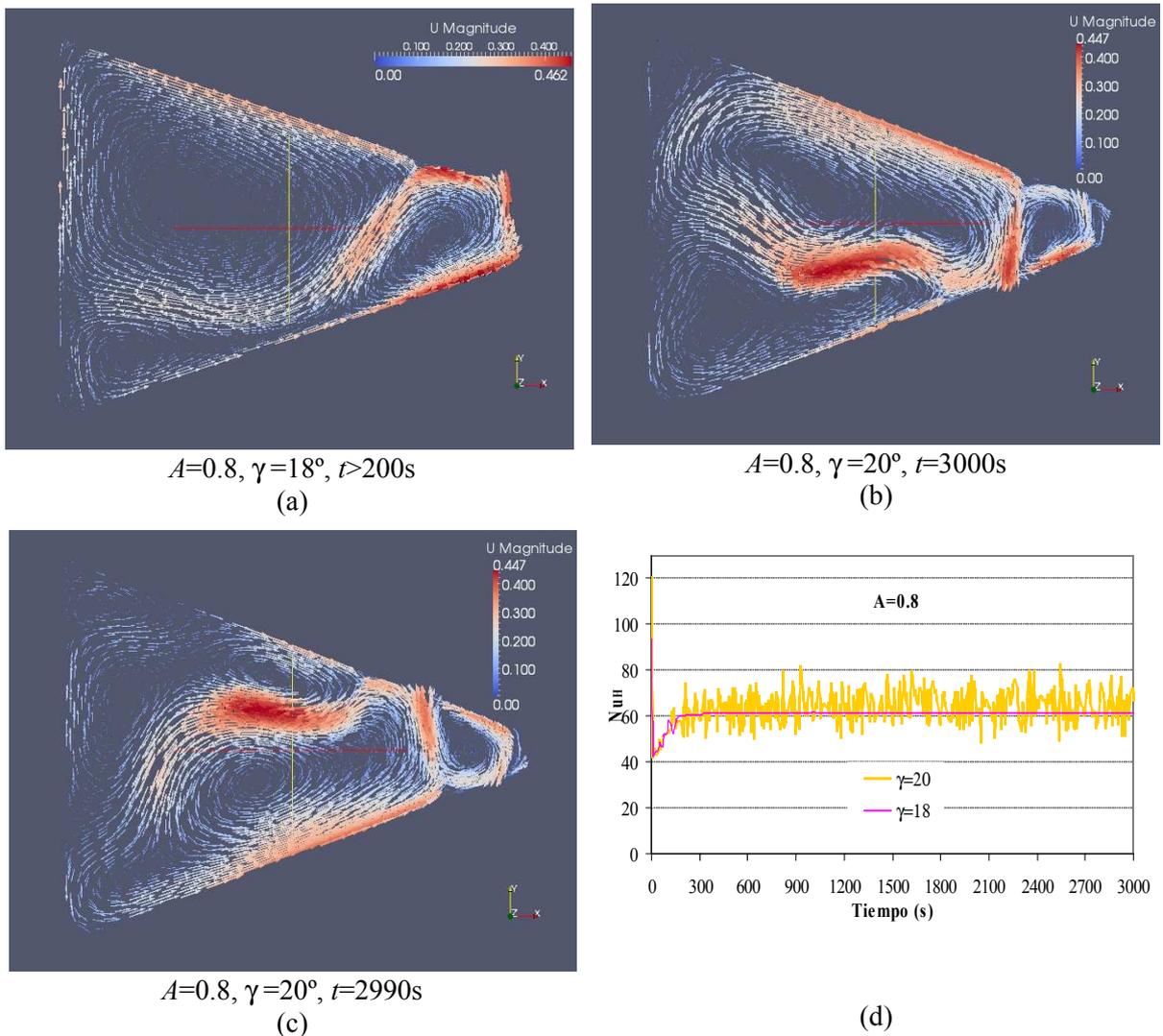


Figura 3: Características de flujo y evolución temporal de Nu_H para un recinto $A=0.8$, $\gamma=18^\circ$ y 20° .

En la figura 3-a, b y c se muestra el campo de velocidad para un recinto con $A=0.8$ $\gamma=18^\circ$ y 20° , $t=3000s$ y $2990s$, mientras que en la 3-d la evolución temporal del número de Nusselt para ambos recintos. El patrón que se presenta en la figura 3-a se mantiene a partir de $t=200s$, el hecho que el patrón de flujo alcanzado a $t=200s$ sea el que persista, se ve reflejado en el valor de estado estable alcanzado por Nu_H , fig. 3-d. Por el contrario a $\gamma=20^\circ$ el patrón de flujo es altamente inestable y adquiere configuraciones distintas de un instante a otro. Esta inestabilidad se ve reflejada en el número de Nusselt cuya amplitud oscila notablemente y no se aprecia tendencia atenuante alguna (figura 3-d). Este resultado concuerda con el obtenido por Tracy and Crunkleton (2012), si bien la geometría es diferente a la presentada en este trabajo, las distintas condiciones de borde impuestas producen las mismas singularidades matemáticas en las esquinas.

Cuando no se tiene creación y destrucción de celdas, el comportamiento del Nu es del tipo observado para $A=0.8$ para $\gamma=18$, figura 3-a y d, en este caso las dos celdas presentan un movimiento lateral oscilatorio dentro del recinto.

TRANSFERENCIA DE CALOR

La transferencia de calor convectiva se cuantifica a través del número de Nusselt promedio. Para una geometría particular, como la estudiada en este trabajo, es importante definir correctamente este número. Para recintos rectangulares la mayoría de los trabajos consideran como longitud característica, para el cálculo del número de Nusselt, la altura del recinto o bien la distancia entre las paredes activas.

Generalmente, el número de Nusselt promedio se correlaciona con el número de Raleigh (Ra) o Grashof (Gr) de la forma $Nu = a \times Ra^b$ o bien $Nu = a \times Gr^b$. Los valores del coeficiente a y el exponente b se determinan por mediciones experimentales o bien numéricamente. Algunas correlaciones tienen en cuenta los ángulos de inclinación de la cavidad y/o su razón de aspecto ($A=H/L$). Otras en cambio, incluyen estos parámetros en el coeficiente a . Se debe prestar especial atención a estas expresiones ya que dependen de la definición de los números adimensionales que puede variar con el autor y de artículo a artículo. Por ejemplo, la modificación de la longitud característica modifica los valores de Ra y Gr considerados, sobre todo porque esta longitud característica aparece en la definición de estos números igual a tercera o cuarta potencia dependiendo de las condiciones de borde.

La transferencia de calor adimensional se ha determinado a través del número de Nusselt promedio, definido de la siguiente manera:

$$\overline{Nu}_H = \frac{H}{\Delta T \times S} \iint_S \frac{\partial T}{\partial n}(x_i, y_i) dS \quad (5)$$

donde ΔT es el salto de temperatura impuesto, S el área de la superficie en la cual se calcula el promedio y H una longitud característica.

Algunos autores consideran como longitud característica a H_{max} . En este trabajo, dependiendo del ángulo de inclinación de las paredes activas, se propone utilizar como longitud característica: H_{prom} ó P_v .

La proyección vertical de las paredes activas del recinto, P_v está dada por:

$$P_v = L \tan \gamma \quad (6)$$

Siendo H_{prom} la altura promedio del recinto:

$$H_{prom} = \frac{(H_{max} + H_{min})}{2}$$

De la figura 1, se tiene que: $H_{min} = H_{max} - 2P_v = H_{max} - 2L \tan \gamma$

De manera que:

$$H_{prom} = H_{max} - L \tan \gamma \quad (7)$$

La figura 4 presenta la evolución temporal de Nu_{Hmax} , para todas las razones de aspecto consideradas y $\gamma=0^\circ$. Esta figura muestra que Nu_{Hmax} alcanza un valor de estado estacionario para algunas A ; las oscilaciones observadas para $A=0.9$ y 1 , son de pequeña amplitud. La figura 5 presenta la evolución temporal de Nu_{Hmax} , para todas las razones de aspecto consideradas y $\gamma=10^\circ$. Para este ángulo, Nu_{Hmax} presenta en todos los casos oscilaciones de gran amplitud. Como se dijo en la sección anterior, este comportamiento está asociado con el movimiento lateral de celdas o bien con la creación y destrucción de las mismas.

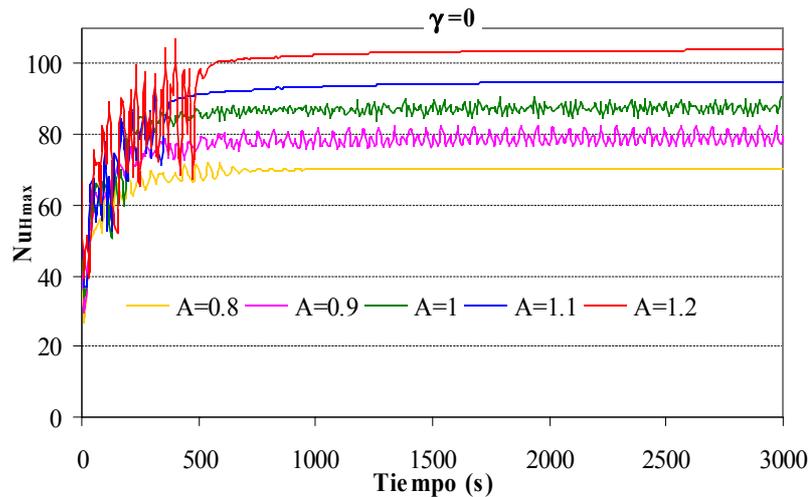


Figura 4: Evolución temporal de Nu para un recinto con ángulo de inclinación $\gamma=0^\circ$ (rectangular).

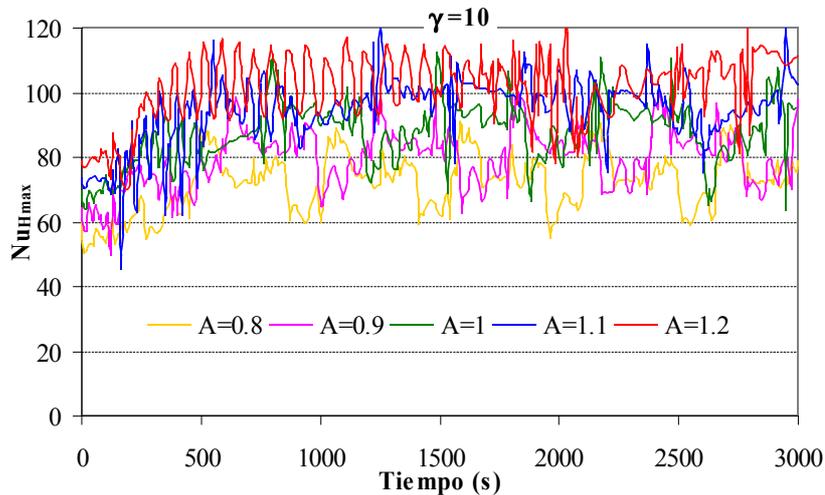


Figura 5: Evolución temporal de Nu para un recinto con ángulo de inclinación $\gamma=10^\circ$ (trapezoidal).

La figura 6-a muestra la variación de la altura promedio del recinto (H_{prom}) y la proyección vertical de las paredes activas (P_v) con γ . Como se observa, el comportamiento de ambas longitudes son completamente diferentes, ec. 6 y 7, mientras P_v aumenta con el aumento del ángulo de inclinación, H_{prom} disminuye.

La figura 6-b, c y d presenta el comportamiento de Nu basados en tres posibles longitudes características del recinto trapezoidal, en función de γ .

El número de Nusselt basado en la altura máxima del recinto, Nu_{Hmax} , fig. 6-b, tiene un comportamiento similar para todas las razones de aspecto consideradas, presentando un aumento a medida que aumenta la misma; respecto a su dependencia con el ángulo de inclinación la misma es pequeña. El número de Nusselt basado en H_{prom} , Nu_{Hprom} , fig. 6-c, disminuye a medida que aumenta γ , manteniéndose la dependencia con la razón de aspecto observada en la fig. 6-b. El número de Nusselt basado en P_v , Nu_{Pv} , fig. 6-d, aumenta a medida que incrementa γ y es prácticamente independiente de la razón de aspecto.

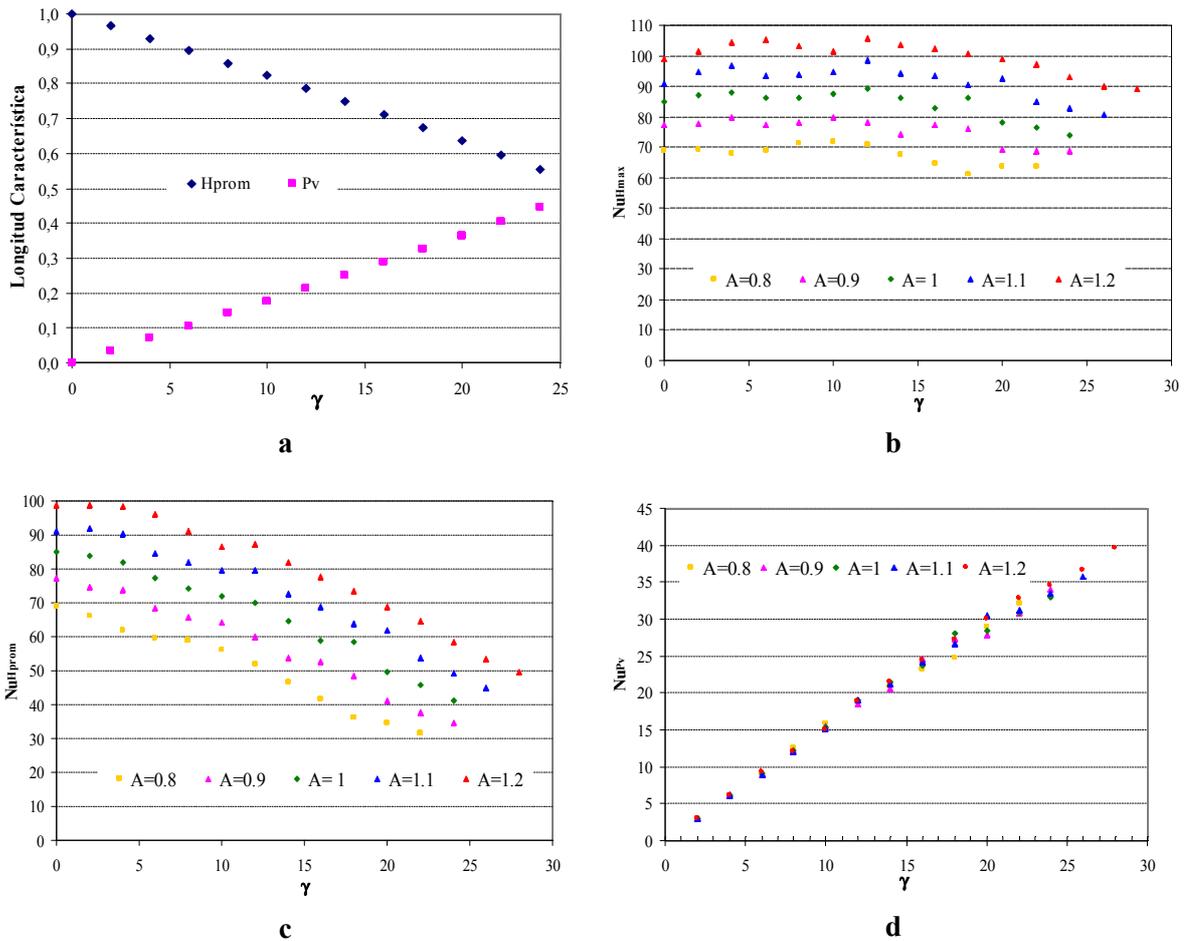


Figura 6. Número de Nusselt promedio basado en la altura H_{pmax} , H_{prom} y en la altura P_v .

El inconveniente con la elección de P_v como longitud característica es que a $\gamma=0^\circ$ el correspondiente Ra es nulo, lo cual no describe la física del problema.

De los resultados obtenidos para $\gamma \leq 12^\circ$ es posible considerar el problema como del tipo calentado por debajo, parece conveniente en este caso la elección de H_{prom} como longitud característica. En tanto que, para $\gamma > 12^\circ$ se utiliza la proyección vertical P_v como longitud característica, ya que el problema a estos ángulos se comporta como calentado de lado.

Dependiendo de la elección de la longitud característica del problema, se ha graficado Nu en función de Ra , en escala doble logarítmica, figura 7 y 8. Para $\gamma \leq 12^\circ$ (fig. 7) y para cada razón de aspecto se obtiene distintas líneas de tendencias, tabla 2. Se puede observar en la misma que los exponentes de Ra para $A \leq 1$ son cercanos a 0.3, característico del problema de calentamiento por debajo; en cambio los exponentes para $A=1.1$ y 1.2 se alejan de este valor.

Para $\gamma > 12^\circ$ (fig. 8), se obtiene una única línea de tendencia, lo que estaría indicando que la razón de aspecto (A) no es un parámetro significativo en la determinación de Nu . Por otro lado, el ajuste muestra que el exponente de Ra es cercano a 0.25, valor que es característico del problema de calentamiento lateral.

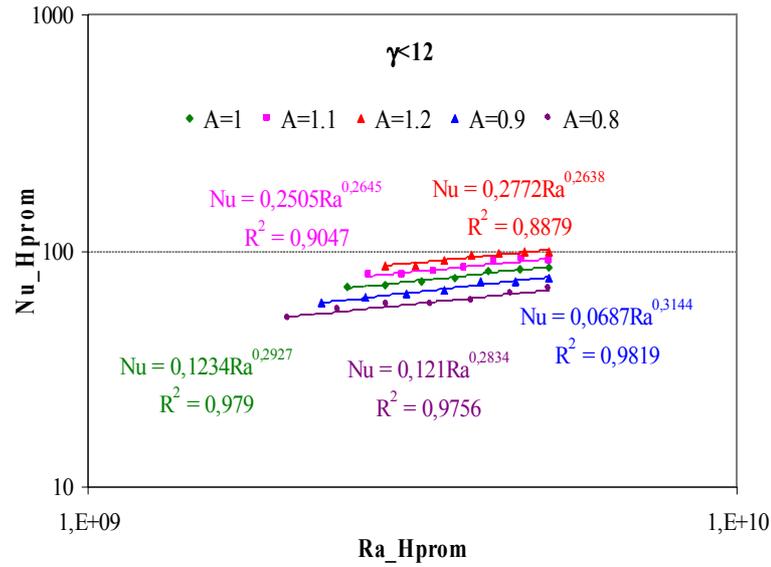


Figura 7. Correlaciones de Nu vs. Ra, para $\gamma \leq 12^\circ$.

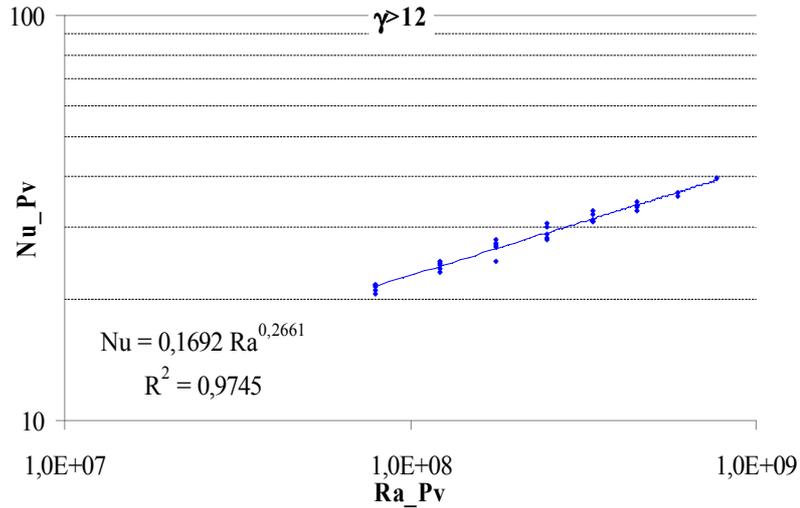


Figura 8. Correlaciones de Nu vs. Ra, para $\gamma > 12^\circ$.

A	Ajuste	R^2
0.8	$Nu = 0.121Ra^{0.2834}$	0.9756
0.9	$Nu = 0.0687Ra^{0.3144}$	0.9819
1	$Nu = 0.1234Ra^{0.2927}$	0.979
1.1	$Nu = 0.2505Ra^{0.2645}$	0.9047
1.2	$Nu = 0.2772Ra^{0.2638}$	0.8879

Tabla 2. Correlación Nu (A, Ra), para $\gamma \leq 12^\circ$.

De las correlaciones obtenidas y los valores de los coeficientes cuadrático de la correlación, se observa que Nu no sólo depende de Ra sino también de A. A fin de obtener una única función que involucre ambos parámetros se propone una correlación múltiple del tipo potencial.

Correlación múltiple de Nu_{Hprom} en función de A y Ra_{Hprom} , para $\gamma \leq 12^\circ$:

$$\overline{Nu}_{H_{prom}} = 0.138A^{0.975} Ra_{H_{prom}}^{0.287} \quad (8)$$

con coeficiente cuadrático de correlación: $R^2=0.992$.

Correlación múltiple de Nu_{P_v} en función de A y Ra_{P_v} , $\gamma > 12$:

$$\overline{Nu}_{P_v} = 0.232A^{0.104} Ra_{P_v}^{0.249} \quad (9)$$

con coeficiente cuadrático de correlación: $R^2=0.971$.

Del valor del exponente de A , ecuación 8, se observa que para $\gamma \leq 12^\circ$ la transferencia de calor depende significativamente de la razón de aspecto del recinto. Además, el valor del exponente de Ra es cercano al valor característico del problema de calentamiento inferior. Por otro lado, para $\gamma > 12^\circ$ (ec. 9) la dependencia de Nu con A confirma lo observado en la figura 8, en cuanto a la poca influencia de A en el Nu ; y el valor del exponente de Ra es cercano al valor característico del problema de calentamiento lateral.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha realizado un estudio numérico del problema de convección natural transitorio en un recinto trapezoidal. Las razones de aspecto consideradas varían entre 0.8 y 1.2, el ángulo de inclinación de las paredes activas del recinto de 0° (recinto rectangular) a γ_{max} (recinto triangular). Se presentaron los patrones de flujo que se desarrollan en el recinto, la evolución temporal del número de Nusselt y una correlación entre el número de Nusselt, Rayleigh y razón de aspecto. Se ha realizado un análisis de la longitud característica a utilizar en este tipo de recintos, para el cálculo de Nu y Ra .

De los resultados obtenidos para $\gamma \leq 12^\circ$ se propone considerar el problema como del tipo calentado por debajo, en este caso se elige a H_{prom} como longitud característica. El número de Nusselt basado en H_{prom} , disminuye a medida que incrementa γ , y aumenta con el incremento de A . La correlación obtenida, en este caso, descrita por la ecuación 8, indica que la transferencia de calor depende significativamente de la razón de aspecto del recinto. Además, el valor del exponente de Ra es cercano al valor característico del problema de calentamiento inferior.

Por otro lado, para $\gamma > 12^\circ$ se ha elegido como longitud característica, la proyección vertical P_v , ya que el problema a estos ángulos puede considerarse del tipo calentado de lado. El número de Nusselt basado en P_v , aumenta a medida que incrementa γ y es prácticamente independiente de A . La correlación obtenida, en este caso, ecuación 9, muestra la poca influencia de A en Nu ; y el valor del exponente de Ra es cercano al valor característico del problema de calentamiento lateral.

La separación en los dos tipos de comportamiento, para las razones de aspectos consideradas en este trabajo ($A \approx 1$) se produce a un ángulo crítico $\gamma = 12^\circ$, este valor debe ser revisado si se considera otras razones de aspecto; ya que dependiendo de A , el γ_{max} toma distintos valores; en consecuencia en otros intervalos de A el ángulo crítico, en el que se produce el cambio de comportamiento térmico, será diferente al considerado en este trabajo.

REFERENCIAS

- A. Bañri, E. Zarco-Pernia, J.-M. García de María. "A review on natural convection in enclosures for engineering applications. The particular case of the parallelogrammic diode cavity". Applied Thermal Engineering 63 (2014), pags. 304-322.

- A. Baïri, "On the Nusselt number definition adapted to natural convection". Applied Thermal Engineering 28 (2008), pags. : 1267–1271
- A. Aramayo, S. Esteban, L. Cardón. . "Análisis de la transferencia de calor en recintos trapezoidales con redes no ortogonales". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, 2008, Mendoza, 12, pags. : 08.109-08.116.
- N. I. Tracy, D. W. Crunkleton. . "Oscillatory natural convection in trapezoidal enclosures". International Journal of Heat and Mass Transfer 55 (2012), pags. : 4498–4510

ABSTRACT: This paper presents a numerical study of the problem of natural convection, transient in a trapezoidal enclosure is made. Aspect ratios, the ratio between height and length of the enclosure, considered vary between 0.8 and 1.2, angle of inclination of the enclosure active walls of 0° to γ_{\max} , which depends on the aspect ratio of the enclosure. It presents and describes the flow characteristics that develops inside the enclosure, the temporal evolution of the Nusselt number and a correlation between the Nusselt number, Rayleigh and aspect ratio. The proposed correlation coefficient to determine the convective heat transfer, h , of a trapezoidal enclosure.

Keywords: trapezoidal enclosure, heat transfer, Nusselt, Rayleigh