

ESTUDIO DE LA LONGITUD CARACTERÍSTICA PARA CONVECCIÓN NATURAL MULTICELULAR EN GEOMETRÍAS TRAPEZOIDALES

Sonia Esteban, Ana María Aramayo, Beatriz Emilce Copa
Instituto de Energía No Convencional (INENCO)
Departamento de Física. Departamento de Matemática
Facultad de Ciencias Exactas
Univ. Nacional de Salta. Av. Bolivia 5150, Salta, CP 4400.
(54) (387) 4255390. E mail s.esteban593@gmail.com

RESUMEN: El presente trabajo tiene como objetivo complementar el realizado en una investigación, en la que quedó planteada la necesidad de determinar la longitud que caracteriza la transferencia de calor en convección natural multicelular, en un recinto trapezoidal. En el trabajo mencionado, se estudió numéricamente las características del flujo y la transferencia de calor, en un recinto trapezoidal con lados laterales verticales, base horizontal y lado superior inclinado. Se determinó que los patrones de flujo y la transferencia de calor, dependen del salto de temperatura impuesto entre la pared inferior y superior, como así también del ángulo de inclinación de la pared superior. Además, se encontraron dos tipos de comportamientos, uno unicelular y otro multicelular. Al obtener la correlación entre el número de Nusselt en función del número de Rayleigh, calculados en términos de la altura máxima del recinto, se obtuvo una correlación apropiada para el régimen unicelular; sin embargo, para los datos correspondientes al régimen multicelular, la correlación obtenida no describe la física del problema observado. En el presente trabajo, se proponen distintas longitudes características, para el régimen multicelular, encontrándose una que describe mejor el estudio teórico del problema.

Palabras clave: Cavidad trapezoidal. Transferencia de calor. Longitud característica.

INTRODUCCIÓN:

El estudio de la transferencia de calor en el interior de recintos trapezoidales, en régimen de convección natural, tiene diversas aplicaciones tales como acondicionamiento térmico en áticos y análisis de la performance de colectores solares y destiladores multi-etapas, entre otras. Nuestro grupo de investigación ha trabajado en el estudio numérico de este problema, comparando los resultados numéricos de otros autores como así también los reportados por el análisis teórico y experimental.

En Esteban et al. (2016), se ha trabajado con geometrías trapezoidales simétricas, consistente de dos paredes verticales aisladas y paredes activas (inferior y superior) inclinadas en forma simétrica. En dicho trabajo se propuso diferentes alternativas para la elección de una longitud característica que permita describir el comportamiento real del flujo. Un modo de describir el tipo de flujo, el régimen al cual está sometido y las características que se desarrollan en el interior de la cavidad, es mediante la transferencia de calor adimensional descrita por el número de Nusselt (Nu) y el número de Rayleigh (Ra), cuyas expresiones se describen en una sección posterior. Para recintos con baja razón de aspecto (cociente entre la altura y el largo de la cavidad), se ha utilizado como longitud característica, la proyección vertical de la pared inclinada del recinto trapezoidal. Para recintos prácticamente

cuadrados, dependiendo del ángulo de inclinación se ha utilizado la proyección vertical del lado inclinado y la altura promedio, como longitudes características Esteban et al. (2015), y se ha determinado un ángulo crítico (γ_{crit}) que permite distinguir dos regímenes: tipo calentado por debajo y calentado de lado.

En el trabajo Esteban et al. (2017) se realiza un estudio numérico del problema de convección natural multicelular en un recinto trapezoidal simétrico. Se ha encontrado una correlación múltiple entre Nu , la razón de aspecto (A) y Ra , utilizando como longitud característica la proyección vertical de los lados inclinados. La teoría de transferencia de calor indica que la dependencia Nu vs. Ra es del tipo potencial, y que para el caso de convección natural multicelular el exponente debe ser $1/3$. Usando como longitud característica la proyección vertical de los lados inclinados, se obtuvo que el exponente de Ra es cercano al valor 0,3, lo que indica que la elección de la longitud característica es apropiada para describir el tipo de flujo multicelular.

Los trabajos de años anteriores dan cuenta que la inclinación, en sentido contrario de las paredes superior e inferior determinan el comportamiento de flujo dentro de la cavidad. En este tipo de geometría, la inclinación de las paredes activas en sentido contrario provoca una competencia entre las fuerzas de flotación y las viscosas de las capas límites inferior y superior. A fin de considerar sólo el efecto de la inclinación de una de las paredes activa, se plantea continuar con el estudio desarrollado en Esteban et al. (2019).

En el trabajo Esteban et al. (2019), se realiza la simulación numérica del problema de convección natural transitoria en una cavidad tipo ático, utilizando OpenFoam®. Este software es de código abierto y permite realizar la simulación numérica de diversos problemas ingenieriles, entre los cuales se encuentra el estudio de transferencia de calor; generar el dominio numérico y determinar campos de interés, tales como temperatura, velocidad, presión, etc. Además es posible programar distintas aplicaciones, librerías y utilidades para obtener parámetros de interés, por ejemplo, el promedio espacial del gradiente de temperatura en alguna región específica.

La cavidad estudiada consiste de dos paredes verticales, una inferior horizontal y otra superior inclinada, como se muestra figura 1. El interés en este tipo de geometrías se debe a la disponibilidad de los resultados experimentales de un destilador multi-etapa, en el que el ángulo de inclinación (γ) es de 4° y los saltos de temperatura (ΔT) en cada etapa varía entre 30°C y 60°C .

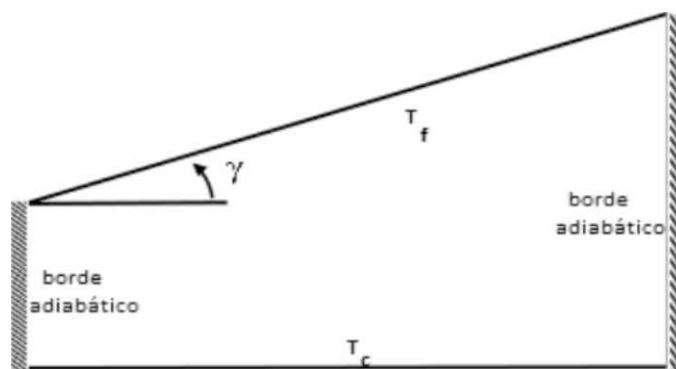


Figura 1: Geometría estudiada y condiciones de borde.

En presente trabajo el ángulo de inclinación se ha variado entre 0° y 30° . La temperatura impuesta en la pared inferior es mayor que la superior, mientras que las paredes laterales se mantienen adiabáticas. La diferencia de temperatura impuesta varía entre 1°C y 45°C . Para cada salto de temperatura, se obtuvieron dos tipos de flujo: multicelular y unicelular, ambos flujos pueden ser estable o cuasi-estable, dependiendo del ángulo de inclinación. Para ángulos de inclinación menores o iguales a cierto γ_{crit} , el flujo es multicelular (calentamiento inferior) y para γ mayores a γ_{crit} unicelular (calentamiento

lateral).

Respecto al flujo desarrollado en el interior del recinto se puede describir las siguientes características generales obtenidas:

- El incremento del ángulo de inclinación provoca la disminución del número de celdas convectivas, que en algunos casos viene acompañando de movimiento lateral de las celdas que se encuentran en el centro del recinto.
- El ángulo al cual ocurre el cambio de multicelular a unicelular, depende el salto de temperatura considerado; en general, su valor oscila entre 12° y 16° .

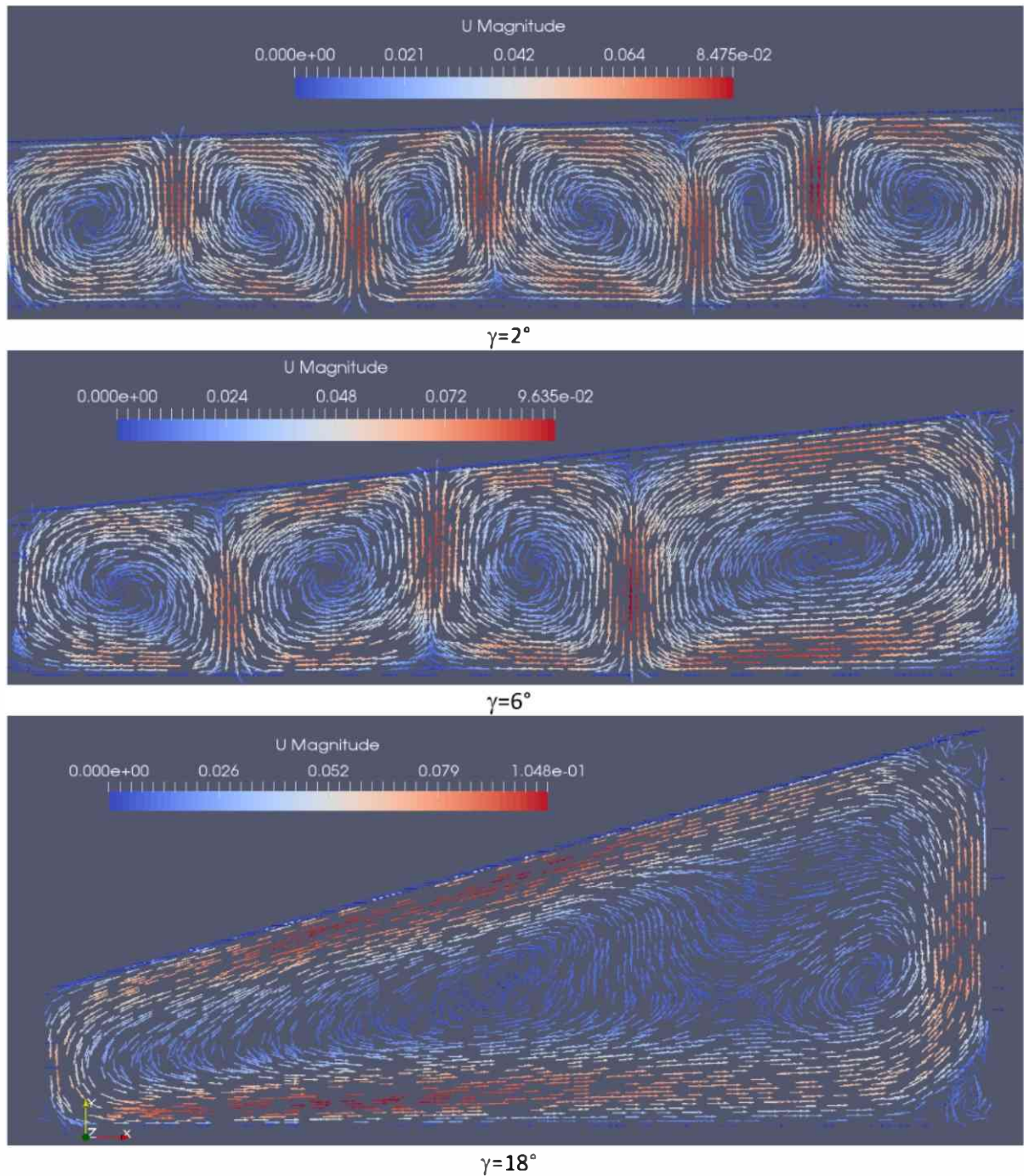


Figura 2: Patrones de flujo para $\Delta T = 20^\circ \text{C}$, distinto ángulo de inclinación.

A modo de ejemplo se muestra en la figura 2, los patrones de flujo obtenidos para un salto de temperatura de 20 °C y ángulos de inclinación de 2°, 6° y 18°, en los que se puede observar la disminución del número de celdas convectivas: seis para $\gamma=2^\circ$, cuatro para $\gamma=6^\circ$ y uno para $\gamma=18^\circ$.

Para el caso unicelular se pudo determinar una correlación entre el número de Nusselt y Rayleigh, basado en la altura máxima del recinto, que describe la física del problema. Sin embargo, para el caso de calentamiento inferior, si bien los datos numéricos fueron correlacionados con un buen ajuste, estos resultados no describen el fenómeno físico. Una posible dificultad radica en el hecho de que no se ha utilizado una longitud característica apropiada.

Teniendo en cuenta la última observación, en el presente trabajo se investiga distintas propuestas de longitudes características a fin de encontrar una correlación entre el número de Nusselt y de Rayleigh, que describa adecuadamente el mecanismo de transferencia de calor multicelular. Para determinar las correlaciones de Nu vs. Ra , es necesario tener en cuenta la dependencia de ambos números con la longitud característica. En este trabajo, se ha realizado el cálculo de ambos números adimensionales para cada una de las longitudes propuestas, esto es, para cada ángulo de inclinación ($\gamma=0^\circ$ a γ_{crit}) y salto de temperatura ($\Delta T=1^\circ\text{C}$ a 45°C).

NÚMEROS ADIMENSIONALES:

Número de Nusselt: La transferencia de calor adimensional se ha determinado a través del número de Nusselt global, definido de la siguiente manera:

$$\overline{Nu_H} = \frac{H}{\Delta T \times S} \iint_S \frac{\partial T}{\partial n}(x_i, y_i) ds \quad (1)$$

Donde:

ΔT : salto de temperatura impuesto en la pared superior-inferior ($^\circ\text{C}$)

S : área de la superficie en la cual se calcula el promedio (m^2)

H : longitud característica (m)

Número de Rayleigh: El comportamiento multicelular observado en la cavidad se describe a través del número de Rayleigh, obtenido como la relación entre las fuerzas de flotación y las fuerzas viscosas que actúan en el fluido, dado por:

$$Ra_H = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot H^3}{\alpha \cdot \nu} \quad (2)$$

Donde:

g : aceleración de la gravedad (m/s^2)

β : coeficiente de expansión volumétrico ($1/\text{K}$)

α : difusividad térmica (m^2/s)

ν : viscosidad cinemática (m^2/s)

El estudio reportado en Bejan (2013) indica que la dependencia del número de Nusselt en función del número de Rayleigh, calculados en términos de una longitud característica, es del tipo potencial con un exponente igual a 1/3. En la correlación obtenida en el trabajo Esteban et al. (2019), tomando como longitud característica la altura máxima del recinto, se obtuvo un exponente 0,2339; el que difiere sustancialmente del valor teórico.

LONGITUDES CARACTERÍSTICAS CON PENDIENTES POSITIVAS:

El tipo de régimen encontrado en el interior del recinto depende, como se dijo anteriormente, tanto de la diferencia de temperatura impuesta en las paredes inferior y superior, como de la variación del ángulo de inclinación de la pared superior. Por lo tanto, para cada una de las longitudes propuestas se

debe tener en cuenta la dependencia con el ángulo de inclinación. Se ha estudiado distintas propuestas de longitudes para determinar una que caracterice la convección natural multicelular, en el interior de un recinto trapezoidal.

La figura 3 muestra las longitudes involucradas en las distintas propuestas analizadas en este trabajo. Las medidas utilizadas, corresponden a $L=0,3$ m, $H_{min}=0,05$ m, $\gamma=0^\circ$ a 30° .

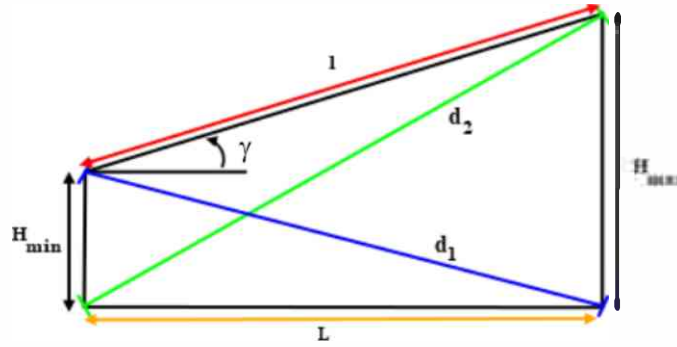


Figura 3: Alturas y longitudes utilizadas.

La longitud estudiada en el trabajo Esteban et al. (2019) es H_{max} , altura máxima del trapecio, definida por:

$$H_{max} = H_{min} + L \cdot \tan \gamma \quad (3)$$

Donde:

L : ancho de la cavidad (m)

γ : ángulo de inclinación de la pared superior ($^\circ$)

H_{min} : altura mínima de la cavidad (m)

H_{max} : altura máxima de la cavidad (m)

Como se menciona anteriormente la correlación Nu vs. Ra , basados en H_{max} , no describe el comportamiento multicelular observado en los patrones de flujo. Por lo tanto, se ha estudiado distintas propuestas de altura y longitud característica.

La altura promedio de la cavidad es, tal vez, una de las primeras longitudes que se tiene en cuenta a la hora de describir geoméricamente un recinto trapezoidal. La primera propuesta analizada es el promedio de la altura máxima y mínima (H_{prom}), definida por:

$$H_{prom} = \frac{H_{min} + H_{max}}{2} = H_{min} + \frac{L}{2} \tan (\gamma) \quad (4)$$

Por otro lado, la suma de las longitudes de las paredes activas es una longitud que, en principio, podría determinar de manera indirecta el comportamiento del flujo. Por lo que, la segunda propuesta corresponde a la suma de las longitudes de las paredes activas (L_{activo}), definida por:

$$L_{activo} = L + l = \left(L + \frac{L}{\cos \gamma} \right) \quad (5)$$

El análisis teórico desarrollado en Bergman et al., (2011) para geometría complicadas, propone la utilización de una longitud característica determinada como la relación entre el área de la cavidad y algún perímetro característico, de la siguiente manera:

$$l_c = \frac{A_{trap}}{P_c} \quad (6)$$

Donde:

A_{trap} : área del trapecio

P_c : perímetro característico propuesto

Al plantear las longitudes características se debe tener en cuenta que las mismas deben cumplir que a $\gamma=0^\circ$ (cavidad rectangular) éstas deben ser igual a H_{min} , como lo requiere la teoría de convección natural. Teniendo en cuenta esta exigencia, se puede observar que en las diferentes alturas/longitudes propuestas es necesario la utilización de distintos factores de escala.

Considerando P_c igual al perímetro del trapecio, a partir de la (Ec. 6), se obtiene:

$$L_{perimetro} = 2,33 * \frac{A_{trap}}{P} = 2,33 * \frac{\frac{L}{2}(H_{min} + H_{max})}{L + H_{min} + H_{max} + \frac{L}{\cos\gamma}}$$

$$L_{perimetro} = 2,33 * \frac{0,5(2 * H_{min} + L * \tan(\gamma))}{\left[1 + \frac{2 * H_{min}}{L} + \frac{1 + \sen\gamma}{\cos\gamma}\right]} \quad (7)$$

El factor 2,33 en la definición del $L_{perimetro}$ (Ec. 7) corresponde a la exigencia anteriormente mencionada.

Una cuarta propuesta analizada corresponde a P_c como el promedio de la longitud activa, L_{activo} (Ec. 5), tenemos:

$$H_{activo} = \frac{A_{trap}}{0,5 * L_{activo}} = \frac{\frac{L}{2}(H_{min} + H_{max})}{0,5 * \left(L + \frac{L}{\cos\gamma}\right)}$$

$$H_{activo} = \frac{\cos\gamma * (2 * H_{min} + L * \tan(\gamma))}{1 + \cos\gamma} \quad (8)$$

La utilización de la diagonal mayor y menor, se justifica por el hecho de ser un parámetro que, además de describir la geometría de la cavidad trapezoidal; una de ellas depende del ángulo de inclinación (diagonal mayor). La quinta propuesta para P_c es la suma de las longitudes: ancho de la cavidad, diagonal mayor y menor, es decir:

$$d_2^2 = L^2(1 + \tan^2\gamma) + H_{min}(2L\tan\gamma + H_{min})$$

$$d_1^2 = H_{min}^2 + L^2$$

$$L_{diagonal} = \frac{A_{trap}}{L + d_2 + 1,3 * d_1} \quad (9)$$

Donde:

d_2 : diagonal mayor (m)

d_1 : diagonal menor (m)

En este caso, el factor 1,3 que acompaña a la diagonal menor es el requerido por la exigencia anteriormente mencionada, es decir, se cumple que a $\gamma=0$, $L_{diagonal}=H_{min}$.

Correlaciones Nu vs. Ra: En la (Tabla 1) se muestran algunas correlaciones obtenidas con las longitudes propuestas y los coeficientes cuadráticos de correlación. Se puede observar que para ninguna de las alturas ni longitudes propuestas se alcanza el exponente 1/3 para el número de Rayleigh; esto nos indica que dichas propuestas no describen las características físicas del comportamiento multicelular observado en los patrones de flujo, a pesar del buen ajuste obtenido para todos los casos analizados.

Longitud propuesta	Correlación obtenida	R ²
$H_{\max}$	$Nu = 0,511Ra^{0,2339}$ (trabajo 2019)	0,994
H_{prom}	$Nu = 0,388Ra^{0,2525}$	0,978
$L_{\text{perimetro}}$	$Nu = 0,437Ra^{0,2427}$	0,985
H_{activo}	$Nu = 0,442Ra^{0,2424}$	0,988
L_{diagonal}	$Nu = 0,442Ra^{0,2424}$	0,988

Tabla 1: Correlaciones obtenidas.

A modo de ejemplo se ha incluido en figura 4 y 5, las gráficas de las correlaciones de Nu vs. Ra, para las longitudes H_{prom} y H_{activo} , respectivamente.

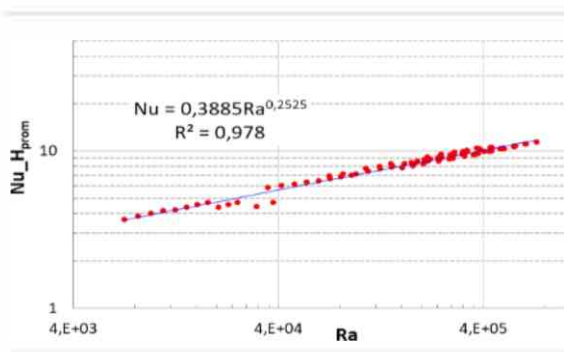


Figura 4: Correlación para H_{prom} .

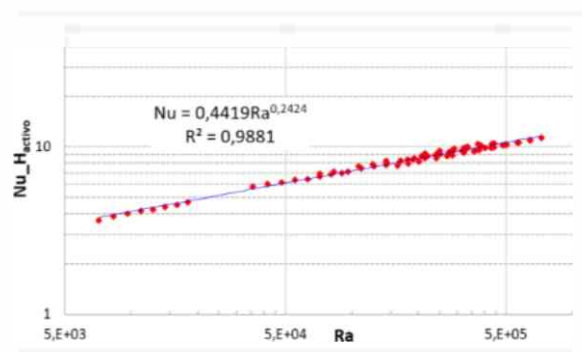


Figura 5: Correlación para H_{activo} .

LONGITUDES CARACTERÍSTICAS CON PENDIENTES NEGATIVAS:

Al realizar las gráficas de las alturas/longitudes propuestas anteriormente, en función del ángulo de inclinación, se observa que todas presentan pendiente positiva. Del análisis del comportamiento del flujo, se obtuvo que a medida que el ángulo de inclinación aumenta disminuye la cantidad de vórtices; lo que sugiere estudiar longitudes características que disminuyan con el aumento del ángulo de inclinación. Esto es, trabajar con curvas de pendientes negativas.

La propuesta para determinar estas curvas, teniendo en cuenta las anteriores, es trabajar con funciones simétricas a la recta horizontal $y = H_{\min}$, este requerimiento asegura que las funciones a $\gamma = 0^\circ$ le corresponda el valor $y = H_{\min}$.

A continuación, se muestran las distintas propuestas estudiadas:

- Basada en la altura $H_{\max}$:

$$H_{\max,2} = 2H_{\min} - H_{\max} = H_{\min} - L \cdot \tan \gamma \quad (10)$$

- Basada en la altura H_{prom} :

$$H_{\text{prom},2} = 2H_{\min} - H_{\text{prom}} = H_{\min} - \frac{L}{2} \cdot \tan \gamma \quad (11)$$

- Utilizando el promedio de las dos alturas anteriores, se tiene:

$$H_{inter} = \frac{H_{max,2} + H_{prom,2}}{2} = H_{min} - 0,625 * L * \tan \gamma \quad (12)$$

En la figura 6 se grafican las alturas y longitudes propuestas (Ecs. 3, 4, 7, 10, 11 y 12) en función del ángulo de inclinación de la pared superior. Se puede observar una notable simetría entre las curvas con pendiente positiva y las de pendiente negativa. Solamente se ha tenido en cuenta ángulos de inclinación menores a 8° , puesto que en estos casos se observa comportamiento multicelular Esteban, (2019). Cabe mencionar, por otro lado, que la altura $H_{max,2}$ para ángulos mayores a 9° resulta en valores negativos.

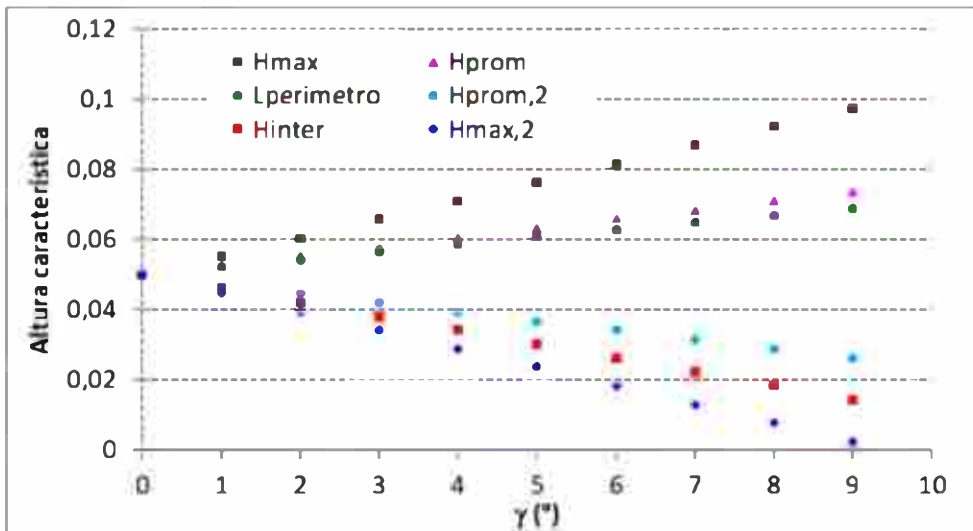


Figura 6: Alturas y longitudes características propuestas vs. γ .

Correlaciones Nu vs. Ra : Las figuras 7 a 9 muestran los valores de Nusselt y Rayleigh calculados en términos de las longitudes de pendientes negativas (Ecs. 10 a 12) y las correlaciones Nu vs. Ra obtenidas, en escala doble logarítmica. En todas las correlaciones elaboradas el valor del coeficiente cuadrático de correlación (R^2) es mayor que 0,93; lo que indica un muy buen ajuste en todos los casos.

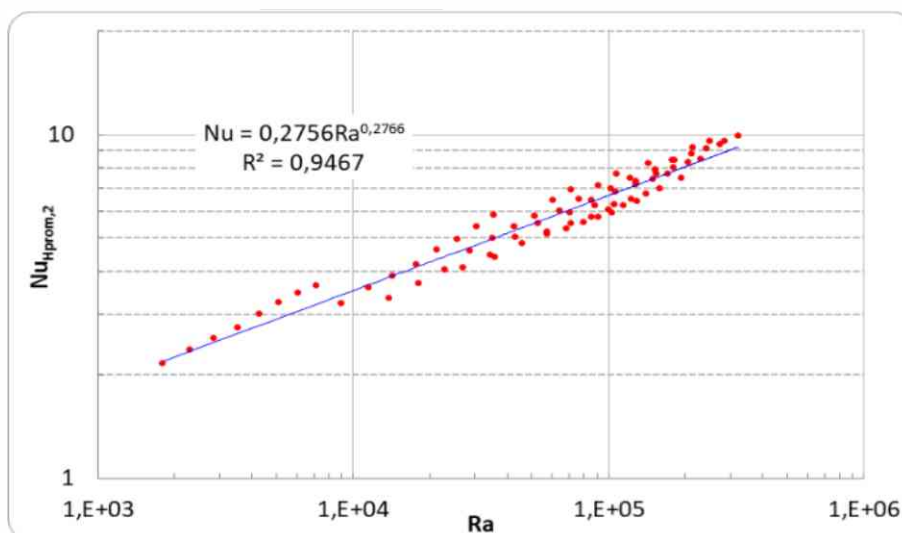


Figura 7: Correlación Nu vs. Ra , para $H_{prom,2}$.

La figura 7 muestra la correlación Nu vs. Ra obtenida para la altura $H_{prom,2}$ (Ec. 11). Si bien el exponente de Ra , con esta longitud es mayor a 0,25 (calentamiento lateral) no se acerca al valor teórico de $1/3$.

La figura 8 presenta la correlación Nu vs. Ra obtenida para la altura H_{inter} (Ec. 12). El exponente de Ra ,

en este caso es igual a 0,3009; lo que representa una mejora a la propuesta anterior. El valor de este exponente refleja el comportamiento multicelular observado en todos los patrones de flujo, para ángulos de inclinación menores a γ_{crit} . En vista de estos resultados, se propone trabajar con una longitud característica de mayor pendiente negativa (Ec. 10).

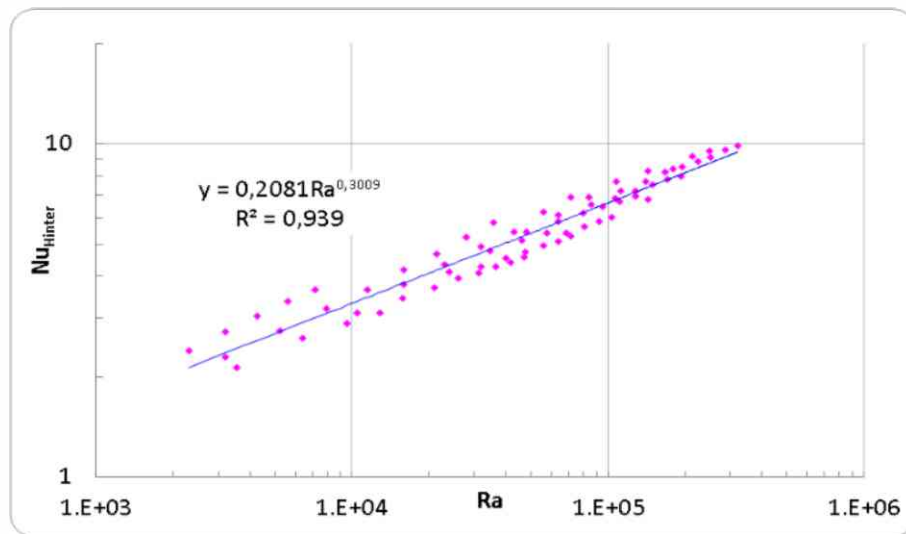


Figura 8: Correlación Nu vs. Ra , para H_{inter} .

En la figura 9 se grafica la correlación Nu vs. Ra obtenida para la altura $H_{max,2}$ (Ec. 10). El exponente de Ra , con esta longitud característica es igual a 0,3147, el cual es próximo al valor teórico de $1/3$. Teniendo en cuenta que la altura $H_{max,2}$, para ángulos mayores a 9° resulta negativa; avanzar en una propuesta con mayor pendiente negativa no permitiría describir el flujo multicelular para ángulos hasta 9° . Es por esto que, no es posible trabajar con curvas de mayor pendiente negativa que la propuesta en este trabajo.

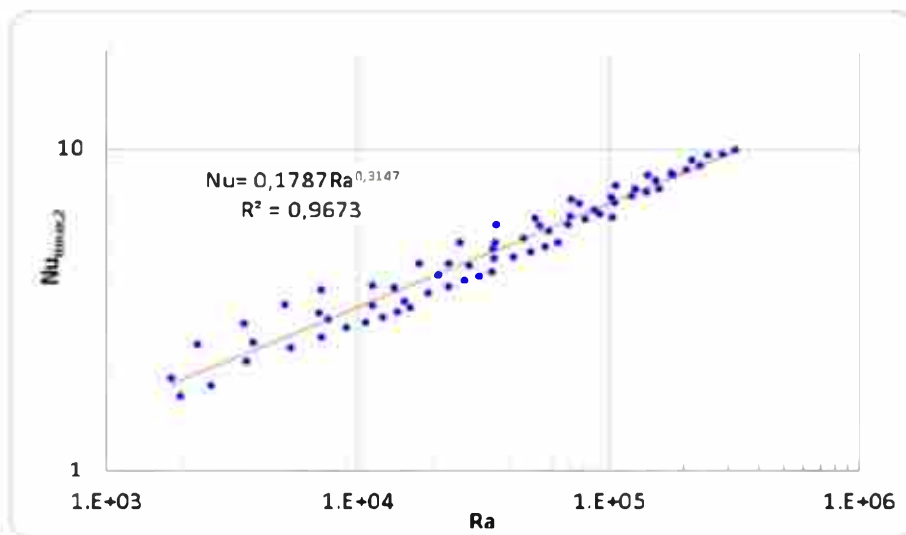


Figura 9: Correlación Nu vs. Ra , para $H_{max,2}$.

CONCLUSIONES

En este trabajo se han propuesto distintas longitudes, para determinar los números de Nusselt y Rayleigh, que pueden caracterizar una cavidad trapezoidal en régimen de convección natural multicelular. De las propuestas realizadas se ha determinado que la longitud característica debe tener pendiente negativa, este requerimiento hace posible obtener una correlación Nu vs. Ra , cuyo exponente de Ra sea cercano a $1/3$, como lo exige la teoría de convección natural. En este caso se determina que la longitud que aproxima mejor es $H_{max,2}$ (Ec. 10) obteniendo un exponente para Ra

igual a 0,3147.

Respecto al factor que acompaña al número de Rayleigh, menor a uno en nuestro caso, nos habla quizás de una dependencia del número Nusselt con la razón de aspecto; lo que en este trabajo no se ha tenido en cuenta.

El estudio de una geometría similar a la presentada en este trabajo, en la que la pared inferior calentada sea inclinada y la pared superior horizontal, permitirá investigar si la longitud $H_{\max,2}$, es adecuada o no; para este tipo de geometrías trapezoidales.

Por otro lado, se considera también importante analizar qué longitud caracteriza el flujo correspondiente a ángulos intermedios $8^\circ < \gamma < 12^\circ$, que no se han tenido en cuenta en este trabajo. Entre estos ángulos intermedios se ha encontrado que compiten tanto el comportamiento unicelular (calentado de lado) como multicelular (calentado por debajo).

REFERENCIAS

- Bejan A. (2013). Convection Heat Transfer. 4ta ed. John Wiley & Sons.
- Bergman T., Lavine A., Incropera F. y Dewitt D. (2011). Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 7ma ed. John Wiley & Sons, USA.
- Esteban E., Aramayo A. y Jaime G. (2019). Convección Natural Transitoria en Cavidades Trapezoidales Tipo Atico. Mecánica Computacional Vol XXXVII, págs. 1939-1950. ISSN 2591-3522. Santa Fe.
- Esteban E., Aramayo A., Cardon L. (2015). Efecto de la inclinación y de la separación de las paredes activas, en la transferencia de calor en recintos trapezoidales calentados por debajo, Acta de la XXXVIII Reunión de ASADES, Vol. 3, pp. 08.173-08.183. ISBN: 978-987-29873-0-5. San Rafael, Mendoza,
- Esteban E., Aramayo A., Cardon L. (2016). Estudio numérico de la transferencia de calor en recintos trapezoidales de baja razón de aspecto calentados por debajo. Mecánica Computacional. ISSN 2591-3522, vol XXXV, 1827-1841. Córdoba.
- Esteban E., Aramayo A., Cardon L., Chauque F., Aldana D. (2017). Estudio de la Longitud Característica para Convección Natural en Recintos Trapezoidales. ISSN 2591-3522, vol. XXXVI. 41, 2415-2429. La Plata.

ABSTRACT: The present work aims to complement the one carried out in a previous investigation, in which the need to determine the length that characterizes the heat transfer in multicellular natural convection in a trapezoidal enclosure was raised. In the aforementioned work, the characteristics of flow and heat transfer were numerically studied, in a trapezoidal enclosure with vertical lateral sides, horizontal base and sloping upper side. It was determined that flow patterns and heat transfer depend on the temperature difference imposed between the lower and upper wall, as well as the angle of inclination of the upper wall. In addition, two types of behavior were found, one unicellular and the other multicellular. By obtaining the correlation between the Nusselt number as a function of the Rayleigh number, calculated in terms of the maximum height of the enclosure, an appropriate correlation was obtained for the unicellular regime; however, for the data corresponding to the multicellular regimen, the correlation obtained does not describe the physics of the observed problem. In the present work, different characteristic lengths are proposed for the multicellular regime, finding one that better describes the theoretical study of the problem.

KEYWORDS: Trapezoidal cavity. Heat transfer. Characteristic lengths.