### DECONVOLUCION DE LA TRAZA SISMICA

POR MEDIO DE UN NUEVO SISTEMA HOMOMORFICO

Alberto H. Cominguez Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas Universidad Nacional de La Plata La Plata, Argentina

## RESUMEN

Se estudia la aplicación de un nuevo sistema de deconvolución homomórfica, identificado con la sigla RD (Root Deconvolution), para descomponer trazas sismicas. El método propuesto consiste en elevar a la potencia y la transformada de Fourier de la traza y pasar luego al dominio Cepstral por medio de la transformada de Fourier inversa. Comparando los resultados correspondientes a diferentes valores de y en el dominio Cepstral, se determina qué valor de este parámetro permite aislar mejor a la ondícula sísmica (que en este caso es la componente que se pretende recobrar). Es así que para cada problema explícito, se puede seleccionar un sistema óptimo para

Para cotejar las ideas antes expuestas, se procede a descomponer una traza usando la óptima potencia  $\chi'$ , comparándose la ondicula así extraída con la obtenida por medio de la clásica Deconvolución Homomórfica Logarítmica (LD). Se concluye, que para el problema sintético analizado, el sistema RD<sup>o</sup> permite obtener un mejor estimador de la ondicula, que el sistema LD.

Como complemento, se discute una estrategia para usar el algoritmo aquí propuesto, para deconvolucionar trazas compuestas por señales progresivamente variables con el tiempo.

#### ABSTRACT

The application of a new homomorphic deconvolution system (RDS) to seismic data is studied. The proposed algorithm consists of: (1) taking the  $\gamma$ <sup>th</sup> power of the trace Fourier transform, and (2) passing to the cepstrum domain by means of the inverse Fourier transform. Comparing different cepstrum domains, the value of  $\gamma$  that produces the best isolation of the seismic wavelet is recognized. Therefore, an optimum system is selected for each explicit problem of signal extraction.

In order to confront the previous ideas, a synthetic seismic segment is deconvolved by the optimum RDS and the wavelet estimate is compared with that obtained by using Logarithmic Homomorphic Deconvolution (LD) It is concluded that the optimum RD estimate is better than the LD estimate

Finally, a strategy for using the new technique on timevarying seismograms is discussed

#### INTRODUCCION

La traza obtenida de una prueba de reflexión sismica, interpretada dentro de un intervalo de tiempo relativamente pequeño, puede ser considerada como el producto de convolución entre una ondícula y una sucesión de pulsos (Wadsworth y otros, 1953). Dicha sucesión, en ocasiones llamada serie reflectora, permite interpretar el conjunto de capas del subsuelo según sus identidades acústicas. Una estrategía, a menudo recomendada para estimarla, consiste en recobrar primero la ondícula o fuente sismica (Cominguez y Hilterman, 1981).

Existe en la literatura geofísica un gran número de trabajos dedicados al uso de la transformación homomórfica logaritmica para extraer la ondicula (Ulrych, 1971; Souza, 1976; Tribolet, 1979). En la presente investigación se estudia la aplicación de un algoritmo más general, preliminariamente desarrollado por Lim (1979), y que se expondrá en los párrafos subsiguientes.

Supóngase una traza x(n) que admita la representación p(n) = h(n), donde h(n) es ondícula que se pretende recobrar y p(n) la serie reflectora. En el dominio de las frecuencias se tendrá X(w) = P(w)H(w), y en la representación análoga en el dominio de la variable z=exp(iw) se verificará X(z)=P(z)H(z) (se infieren señales muestreadas, con intervalo de muestreo unitario). La Figura i sintetiza el nuevo sistema de deconvolución homomórfica que en adelante se lo identificará con la sigla RD. En el esquema referido  $f_{2}$  y  $f_{2}^{-1}$  simbolizan la transformada z y, la transformada inversa z, respectivamente. Asimismo, ()) representa un operador que eleva a la potencia  $f_{2}$  la función entre paréntesis; y l(n) es una función ventana elegida convenientemente para realizar una operación de filtrado en el dominio Cepstral (normalmente se considera una función pasabajos).

Para que x(n) tenga una representación única en el Cepstrum se requiere definir una fase contínua para X(w). En el presente trabajo se usa el algoritmo de fase contínua propuesto por Tribolet (1977), ya que éste algoritmo surgió de la necesidad de obtener una fase contínua en casos de trazas expuestas en intervalos cortos de tiempo.

Asimismo, se usa la técnica de mapeo pasabanda como un recurso adecuado para eliminar las bandas de frecuencia con ceros o con baja relación de señal a ruido (Tribolet, 1979). Este método es concretado por medio de una operación de cambio de escala en frecuencía, que desplaza y alarga la banda útil de la señal hasta abarcar el total del nuevo dominio de las frecuencias.

Para llevar a la práctica el sistema esbozado en la Figura 1 se debe elegir un valor adecuado del parámetro  $\chi$  Esta elección necesitará de algún conocimiento previo de la señal que se pretenda recuperar.

## CARACTERISTICAS BASICAS DEL SISTEMA

Considérese en la Figura 1  $\dot{x}(n) = H^*(x(n))$ , donde H\* simboliza el sistema RD y  $\dot{x}(n)$  será llamado cepstrum RD de x(n). Si en la Figura 1 se reemplazan ()  $\dot{y}$  y ()  $\dot{\gamma}$  por las operaciones log () y exp () respectivamente, se obtendrá el tradicional sistema homomórfico logarítmico de deconvolución (Oppenheim y Schaffer, 1975) que en adelante se identificará con la sigla LD. Como contraparte de  $\dot{x}(n)$ ,  $\hat{x}(n)$  será el cepstrum LD de x(n).

A continuación se presentarán propiedades del nuevo sistema de deconvolución (RDS), en base a deducciones previamente hechas por Lim (1979).

1) El sistema RD transforma la operación de convolución en el dominio inicial en otra operación de convolución en el cepstrum RD:

$$x(n) = p(n) * h(n) \longrightarrow \tilde{x}(n) = \tilde{p}(n) * \tilde{h}(n)$$

2) El sistema RD guarda la siguiente relación con el sistema LD:

$$\vec{x}(n) = \delta(n) + \delta \hat{x}(n) + \delta'^2 \hat{x}(n) + \hat{x}(n) + \dots$$

3) Si x(n) es una secuencia de fase minima, entonces  $\dot{x}(n) = 0$  para n < 0.

4) Aún cuando x(n) sea de duración finita,  $\dot{x}(n)$  será, por lo general, de duración infinita.

5) El sistema RD transforma una secuencia periódica de pulsos, en otra secuencia de pulsos de igual periodo.

6) Supóngase que la estimación de una ondícula es concretada por la aplicación de una ventana pasabajos en el dominio cepstral (la misma función ventana seria utilizada en ambos sistemas, RD y LD): La componente deconvolucionada mediante el sistema RD tiende a la obtenida con el sistema LD, cuando  $\gamma$  tiende a O. Por lo tanto, el sistema RD garantizará al menos la misma eficiencia que el sistema LD, en todos aquellos problemas prácticos donde este último haya sido aplicado.

#### OPTIMIZACION DEL SISTEMA

Recuérdese que la conformación de la traza en el cepstrum RD es:  $\dot{x}(n) = \dot{p}(n) = \dot{h}(n)$  (donde  $\dot{h}(n)$  es la transformada de la ondicula a recobrar, y  $\dot{p}(n)$  la transformada de la serie reflectora). Siendo que p(n) consiste en una secuencia de pulsos aislados, se debe recordar que de acuerdo a Stoffa y otros (1974),  $\dot{p}(n)$  también presentará esta característica, la cual, de acuerdo a la propiedad (2) expuesta en la sección anterior, se la puede hacer extensiva a  $\dot{p}(n)$ . Si la duración de  $\stackrel{\checkmark}{h(n)}$  fuese menor que la distancia entre dos impulsos sucesivos de  $\stackrel{\checkmark}{p(n)}$ ,  $\stackrel{\frown}{h(n)}$  podría ser aislada (o filtrada) por medio de una función ventana. Asimismo, un buen estimador de h(n) podría ser obtenido pasando la expresión filtrada en el cepstrum RD al dominio original de la traza.

Siendo que el valor del parámetro  $\mathscr{J}$  del sistema aún no ha sido establecido, y teniendo en cuenta las ideas antes expuestas, se definirá como valor óptimo de  $\mathscr{J}$  a aquel cuya correspondiente ondícula transformada h(n) tenga la más corta longitud efectiva. Para cuantificar este concepto se recurrirá a una función que exprese la concentración relativa de energía de h(n) en la región adyacente al origen:

$$d(n) = \frac{\sum_{k=1}^{n} \tilde{h}^{2}(k)}{\sum_{k=1}^{\infty} \tilde{h}^{2}(k)}$$
(1)

La función d(n) satisface esta condición, ya que es igual al porcentaje de energía concentrado en los primeros n puntos de  $\dot{h}(n)$ , relativo a la energía total de dicha señal. En la expresión (1) no se incluyen valores negativos de k porque en los ejemplos se trabajará con ondiculas de mínima fase. Tampoco se incluye k=0 porque, al concentrar la transformación un gran porcentaje de energía en el origen del Cepstrum, sería d(0)  $\simeq$  1, y la función perdería sensibilidad.

En un detallado estudio previo realizado por Lim (1979), basado en el análisis de cientos de ondículas sintéticas, y donde se computó d(n) en función de  $\chi$  se comprobó que:

1) Los valores óptimos de  $\mathcal{V}$ , en el sentido de que d(n) convergia más rápidamente a 1 al crecer n, se encontraban en el intervalo  $-1.0 \leq \mathcal{V} \leq +1.0$ . Notándose también, que dependian de las componentes h(n) y p(n), siendo más crítica la dependencia de h(n).

2) Valores negativos de  $\mathscr{T}$  permitían una mejor estimación de ondiculas exhibiendo picos agudos en su espectro de potencia.

3) Valores positivos de  $\tilde{J}$  servian para estimar en forma más exacta ondículas caracterizadas por valles agudos en su espectro de potencia.

Asimismo, experimentos posteriores realizados por el autor del presente trabajo, corroboraron la influencia de  $\mathcal{J}$  en grado de exactitud de la estimación de h(n).

#### EXPERIMENTO SINTETICO

### Mapeo pasabanda

El sistema de deconvolución discutido en la primera parte de este trabajo fué usado para analizar un segmento de traza sintética digitalizada (con período de muestreo de 4 mseg), que simulaba pertenecer a una prueba de exploración marina La

Figura 2a muestra la ondícula, la cual está caracterizada por oscilaciones amortiguadas que representan una aproximación razonable del efecto de burbuja correspondiente a una pistola de aire (Ziolkowski, 1970; Schulze-Gattermann, 1972). En la Figura 2b se redefine la ondicula en un nuevo dominio, llamado por Tribolet (1979) dominio pasabanda. Para tal efecto se usa una operación homomórfica nolineal que protege la banda de frecuencias sin ceros y/o con bajo nivel de ruido, eliminando simultaneamente las bandas resíduales. El mapeo pasabanda produce un cambio de escala en frecuencia, que corre y ensancha la banda protegida de la señal hasta ocupar el total del dominio (desde "0" a la frecuencia de Nyquist). En el análisis presente se usó, previamente a la aplicación del sistema homomórfico RD, un mapeo pasabanda que ensancha la banda protegida (0, 62.5 Hz), llevándola a ocupar la banda total (0, 125 Hz). El espectro de potencia de la ondícula mostrada en la Figura 2a es representado en la Figura 3, después del proceso pasabanda la amplitud y fase de la frecuencia 62.5 Hz fueron asignadas a la frecuencia 125 Hz

# Selección de 🔏

A partir de la señal de la Figura 2b se calcularon imágenes en el dominio Cepstral para valores de  $\mathscr{J}$  comprendidos entre -1 y +1. Posteriormente se computó la fórmula (1) para cada ondícula transformada, así se encontró que el valor de  $\mathscr{J}$  que concentraba mayor porcentaje de energía en la vecindad del orígen era igual a -0,25.

Como una prueba complementaria, se filtraron las imágenes Cepstrales con ventanas pasabajos de diferentes anchos. Luego se pasó, mediante la aplicación de la operación de inversión  $H^{*-1}$ , al dominio del tiempo real; cotejándose las señales asi obtenidas, con la ondícula original. Se encontró que el sistema homomórfico con  $\mathcal{J} = -0.25$  daba, para cada ancho de ventana, la mejor aproximación a la ondícula de partida.

Evidentemente, ambas pruebas arrojaron conclusiones equivalentes, en el sentido de que % = -0,25 era el parámetro óptimo para recobrar la ondícula usada en la construcción del segmento de traza sintética. Asimismo, el hecho de que el mejor valor de % fuese negativo, corroboró lo expuesto en la sección anterior, donde se puntualizó qué valores negativos del parámetro permitían una mejor adaptación de picos agudos en el espectro de potencia (Figura 3).

### Análisis de un segmento de traza

En la Figura 4a se presenta un intervalo de traza sintética x(n) compuesto por la convolución de h(n) la respuesta impulsiva de la Figura 2a, con el operador p(n) = 0 (n) - 0.5 0 (n - 24). Para concretar el análisis de la traza, se procedió primero a pasarla al dominio pasabanda (Figura 4b). La señal en el nuevo dominio será denominada  $\tilde{x}(n)$ . Así la Figura 5 representará el espectro de potencia de x(n) si se considera el dominio (0, 62.5 Hz). O el de  $\tilde{x}(n)$  si se considera el dominio (0, 125 Hz).

## Sistema RD cotejado con el sistema LD

La Figura 6 ilustra estimadores de ondiculas obtenidos por: (1) la aplicación de un filtro pasabajos en el dominio Cepstral a  $\dot{x}(n)$ , y (2) el posterior retorno al dominio de tiempo real. Para concretar el filtrado se usó una ventana rectangular simétrica, con efecto de suavización en los extremos, cubriendo la zona Cepstral ubicada entre n = -11 y n = +11. El ancho de la función ventana fué establecido tras el previo análisis de la función de autocorrelación de x(n) (Tribolet, 1979). La Figura 6a corresponde al estimador de h(n) obtenido usando  $\mathscr{J} = \pm 0.01$ , que por la propiedad (6) deberá ser coincidente con el obtenido por la deconvolución homomórfica logarítmica (Oppenheim У Schaffer, 1975). Asimismo, el estimador de la ondicula obtenido mediante el sistema RD con  $\mathscr{T}$  = -0.25 (valor óptimo del parámetro) es presentado en la Figura 6b. La comparación de las Figuras 6a y 6b con la Figura 2a permite demostrar que para el ejemplo tratado, el sistema óptimo RD recobrará un mejor estimador de la ondícula que el clásico sistema LD. Puesto que la ondícula del ejemplo simulado incluía un efecto oscilatorio en el dominio del tiempo que necesariamente se manifestaria en el espectro de potencia por la aparición de picos de resonancia, el resultado obtenido no debe ser considerado totalmente sorprendente (Lim, 1979). La Figura 7b, que representa el espectro de potencia de la ondícula obtenida con  $\gamma = -0.25$ , muestra picos más agudos que la Figura 7a, donde el espectro de potencia corresponde al estimador recuperado por el sistema LD. La comparación de ambos espectros con el de la Figura 3, permite comprobar una mejor estimación por parte del sistema óptimo RD, del patrón de oscilación de la señal de la pistola de aire.

### CONCLUSIONES

En este trabajo se expuso y se llevó a la práctica, un criterio de selección de transformaciones homomórficas para analizar la traza sísmica: se trata de buscar un sistema óptimo, dentro de un grupo previo de transformaciones, que permita pasar a un dominio nuevo donde la componente a recobrar quede suficientemente bien separada del resto de la señal. En dicho dominio se podrá aplicar el método de deconvolución que se considere conveniente para resolver la situación planteada. Se acentúa que hasta el desarrollo de la presente investigación, se usaba como sinónimo de transformación homomórfica el algoritmo desarrollado por Oppenheim y Schaffer (1975).

El sistema paramétrico RD permite seleccionar un óptimo valor de  $\gamma$  si se tiene alguna idea general de la señal que se pretende recobrar. El nuevo sistema, incluye el clásico sistema logarítmico, como un caso particular correspondiente al parámetro  $\gamma$  muy cercano a 0.

Para la ondícula marina presentada en la Figura 2a, el óptimo valor de  $\gamma$  fué -0,25. En el ejemplo analizado quedó claro que el uso de un parámetro adecuado permitió obtener un mejor estimador de la ondícula.

Las ideas probadas en este artículo sugieren la importancia de explorar nuevos sistemas homomórficos de deconvolución, tendientes a lograr un mejor aislamiento de las componentes de la traza sísmica.

#### BIBLIOGRAFIA

- Cominguez, A. H. y Hilterman, F. J., 1981: Multi-Channel wavelet extraction; Seismic Acoustics Laboratory (University of Houston) Fourth Year Annual Progress Review, <u>8</u>, 255.
- Lim, J. S., 1979: Spectral root homomorphic deconvolution system; IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, <u>27</u>, 223.
- Oppenheim, A. V. y Schaffer, R.W., 1975: Digital signal processing; Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J.
- Schulze-Gatterman, R., 1972: Physical aspects of the "air pulser" as a seismic energy source; Geophys. Prosp., 20, 155.
- Souza, M. M., 1976: Wavelet extraction parameters of homomorphic deconvolution; M. Sc. Thesis, University of Houston.
- Stoffa, P. L, Buhl, P. y Bryan, G.M., 1974: The application of homomorphic deconvolution to shallow-water marine seismology (Part I: Models); Geophysics, <u>39</u>, 401.
- Tribolet, J. M., 1977: A new phase unwrapping algorithm; IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, <u>25</u>, 170.
- Tribolet, J. M., 1979: Seismic applications of homomorphic signal processing; Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- Ulrych, T., 1971: Application of homomorphic deconvolution to seismology; Geophysics, <u>36</u>, 650.
- Wadsworth, G. P., Robinson, E. A., Bryan, J. G. y Hurley, P. H., 1953: Detection of reflections on seismic records by lineal operators; Geophysics, <u>28</u>, 539.
- Ziolkowski, A., 1970: A method of calculating the output pressure waveform from air gun; Geophys. J. Roy. Astr. Soc., <u>21</u>, 137.



Fig. 1: Diagrama del nuevo sistema homomórfico de deconvolución (RDS)



Fig. 2a: Ondícula sintética correspondiente a una prueba sísmica marina con pistola de aire.



Fig. 2b: Ondícula de la Figura 2a representada en el Domínio Pasabanda.



Fig. 3: Espectro de potencia correspondiente a la ondícula simulada.



Fig. 5: Espectro de potencia de la traza de la Figura 4a.



Fig. 6a: Estimador de la ondícula obtenido mediante el sistema RD con ♂=±0.01 (similar al extraído con el sistema LD).



Fig. 6b: Estimador de la ondícula obtenido mediante el óptimo sistema RD (  $\gamma$  = -0.25).

