Formalismo

El Hamiltoniano de Swanson

$$H = \hbar\omega\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right) + \hbar\alpha a^2 + \hbar\beta a^{\dagger 2} \tag{1}$$

con ω, α, $\beta \in \mathbb{R}$. El Hamiltoniano de la Ec. (1) puede ser descripto en términos del operador posición $\hat{x}$, y el operador momento $\hat{p}$ expresándose como:

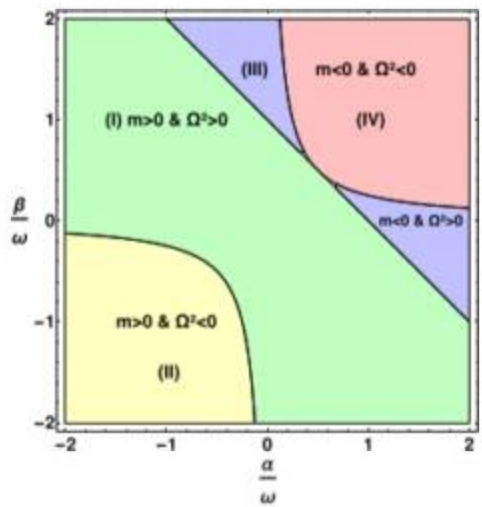
$$H(\omega,\alpha,\beta) = \frac{1}{2}\hbar(\omega+\alpha+\beta)\left(\frac{\hat{x}}{b_0}\right)^2 + \frac{1}{2}\hbar(\omega-\alpha-\beta)\left(\frac{b_0\hat{p}}{\hbar}\right)^2 + \hbar\frac{(\alpha-\beta)}{2}\left(2\hat{x}\frac{\mathbf{i}}{\hbar}\hat{p}+1\right)$$

Autovalores y autofunciones

Para $\omega-(\alpha+\beta)\neq 0$, definiendo $\sigma = \left(\frac{m\Omega}{\hbar}\right)^{1/2}$, $b_0 = e^{\mathbf{i}\gamma}|\sigma|$, $y = \sqrt{2}|\sigma|e^{\mathbf{i}(\theta+\gamma)}$, $\epsilon = \frac{E}{\hbar\Omega}$, como

$$-\frac{d^2\phi(y)}{dy^2} + \left(\frac{1}{4}y^2 - \epsilon\right)\phi(y) = 0 \tag{9}$$

La ecuación (9) representa diferentes sistemas físicos dependiendo de los signos de $m(\omega,\alpha,\beta,b_0)$ y $\Omega^2(\omega,\alpha,\beta,b_0)$ Quedan determinadas cuatro regiones:



Región I cuando $(sg(m), sg(\Omega^2)) = (+,+)$, región II cuando $(sg(m), sg(\Omega^2)) = (+,-)$, región III cuando $(sg(m), sg(\Omega^2)) = (-,+)$ y región IV cuando $(sg(m), sg(\Omega^2)) = (-,-)$.