SOBRE UNA NUEVA FORMA PARA EL DESARROLLO DE LA PARTE PRINCIPAL DE LA FUNCION PERTURBADORA EN EL PROBLEMA DE LOS TRES CUERPOS

C. A. ALTAVISTA

Observatorio Astronómico, Universidad Nacional de La Plata

RESUMEN:

El objeto de este trabajo es demostrar que si denominamos con $1/\Delta$ *a la recíproca de la distancia entre dos planetas el desarrollo de esa función se puede obtener al resolver la ecuación bicuadrática:*

$$2(A+B/C)1/\Delta^4 + (1/C)(B-A)1/\Delta^2 - 1/C = 0$$

en donde:

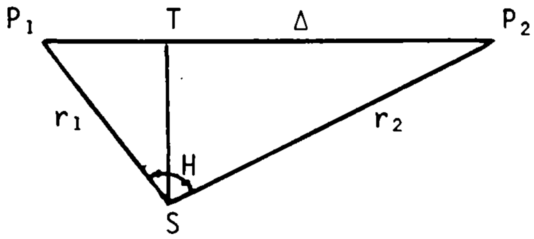
$A = r_2^2 - r_1^2$

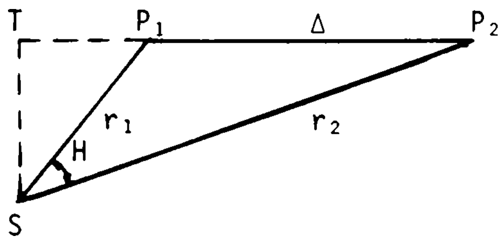
$B = r_1^2 - r_1 r_2 \cos H$ — r_1, r_2: *distancias heliocéntricas planetarias*

$C = r_2^2 - r_1 r_2 \cos H$ — H = *ángulo entre* r_1 *y* r_2

KEY WORDS: Mecánica Celeste, Función Perturbadora.

1.- Sean P_1 y P_2 dos planetas cuyas masas son m_1 y m_2 respectivamente, y S represente la posición del Sol. Si tenemos en cuenta las configuraciones de las figuras, donde ST es perpendicular al lado P_1P_2:





se puede demostrar fácilmente que la recíproca $1/\Delta$ de la distancia entre los dos planetas se puede escribir:

$$1/\Delta = (1/r_2^2)(P_2T - P_1T)/(1-r_1^2/r_2^2)$$

donde r_1 y r_2 son las respectivas distancias heliocéntricas. Además se verifica que:

$$\lambda = P_1T/P_2T = r_1(r_1-r_2\cos H)/r_2^2[1-(r_1/r_2)\cos H]$$

en donde λ es un parámetro tal que las coordenadas de $P_1(x_1,y_1,z_1)$, $P_2(x_2,y_2,z_2)$ y $T(\xi,\eta,\zeta)$ verifican evidentemente a:

$$\xi - x_1 = \lambda(x_2-\xi)$$
$$\eta - y_1 = \lambda(y_2-\eta)$$
$$\zeta - z_1 = \lambda(z_2-\zeta)$$

H es el ángulo entre las direcciones heliocéntricas mencionadas anteriormente.

Por ser:

$$1/\Delta = \left[\left\{\left(1-(r_1^2-r_1r_2\cos H)/(r_2^2-r_1r_2\cos H)\right)\right\}/(r_2^2-r_1^2)\right] P_2T$$

Se puede escribir en base a un trabajo anterior:

$$2/\Delta = \left\{\left(1-(r_1^2-r_1r_2\cos H)/(r_2^2-r_1r_2\cos H)\right)/(r_2^2-r_1^2)\right\}\left(\Delta+(r_2^2-r_1^2)/\Delta\right)$$

pues se tiene:

$$P_2T = (1/2)\left(\Delta+(r_2^2-r_1^2)/\Delta\right)$$

Evidentemente es:

$$2(r_2^2-r_1^2)/\Delta = \left\{\left(r_2^2-r_1r_2\cos H-(r_1^2-r_1r_2\cos H)\right)/(r_2^2-r_1r_2\cos H)\right\}\left(\Delta+(r_2^2-r_1^2)/\Delta\right)$$

ecuación que se reduce a una identidad como es fácil ver. Por otra parte, si se suma y resta en el primer factor del segundo miembro el término r_1^2 se llega a:

$$2(r_2^2-r_1^2)/\Delta = \left\{\left(\Delta^2-2(r_1^2-r_1r_2\cos H)\right)/(r_2^2-r_1r_2\cos H)\right\}\left(\Delta+(r_2^2-r_1^2)/\Delta\right)$$

de donde inmediatamente se llega a la fórmula buscada:

$$2(A+B/C)1/\Delta^4+ (1/C)(B-A)1/\Delta^2 - 1/C = 0$$

con:

$$A = r_2^2 - r_1^2 \qquad B = r_1^2 - r_1r_2\cos H \qquad C = r_2^2 - r_1r_2\cos H$$

La solución de la ecuación bicuadrática permite prescindir del uso de los coeficientes de Laplace y puede ser sumamente útil en el caso general.

REFERENCIAS.

Altavista, C.A.,On a New Form for the Main Part of the Disturbing Function in the Three - Body Problem. Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía N°16, 1971, La Plata.