

**CALCULO DE ARCOS ORBITALES DURANTE
LA CAMPAÑA ARGENTINA DE RASTREO
SATELITARIO**

Adrian Brunini

**Consejo Nacional de Investigaciones
Científicas y Técnicas**

RESUMEN

Durante mayo de 1984, se realizó la primera campaña argentina de rastreo intensivo de satélites doppler.

En este trabajo, se presentan los resultados finales del programa de ajuste de arcos orbitales realizado por el autor.

Se describe la técnica utilizada, los principales resultados alcanzados, y se comparan con las efemérides precisas de la DMA.

ABSTRACT

During may, 1984 the first intensive Doppler tracking campaign was achieved in Argentine.

In this work, the final results of short arc orbit computation are presented. These ones were performed using the autor's own software.

A description of this software, the main results and a comparison of these ones with the precise DMA efemeris are also included in this work.

INTRODUCCION

El conocimiento de la órbita del satélite en el tiempo, es esencial para poder utilizar la información en posicionamiento satelitario. Si la información del satélite es recibida desde varias estaciones simultáneamente, cuyas posiciones relativas se conocen, la posición de éste en el espacio, o lo que es lo mismo, los parámetros que definen su trayectoria, pueden ser considerados como incógnitas a determinar.

Usualmente, las efemérides del sistema son calculadas a partir de los datos recopilados por la red TRANET de estaciones de rastreo, en base a la integración numérica de las ecuaciones de movimiento, durante muchas revoluciones, ajustandose en base a estos datos, las 6 condiciones iniciales del satélite, junto con algunos parámetros empíricos de los modelos de fuerza que intervienen en dichas ecuaciones.

La representación de la efemérides satelitaria, está caracterizada por una serie de parámetros, que son una extensión de los parámetros keplerianos. Estos representan la trayectoria seguida por el vehículo espacial durante un intervalo de aproximadamente 12 horas. Transcurrido ese lapso se le inyecta una serie de parámetros nuevos, aunque los anteriores conservan validez por unas 4 horas más, a partir de las cuales, la representación pierde precisión rápidamente.

La precisión de estas efemérides, se estima en decenas de metros, sin embargo, los usuarios del sistema, pueden disponer de efemérides más precisas a posteriori, que resultan del proceso anteriormente descrito, y que pueden representar la posición del satélite con una exactitud del orden de 2 metros, aunque esto puede ser levemente peor en el hemisferio sur.

El ajuste orbital de arcos cortos, que comprenden solo la porción "visible" de la órbita desde un territorio relativamente reducido (corresponde aproximadamente a arcos de hasta 1/2 revolución orbital) permite obtener efemérides de alta precisión para fines geodésicos, presentando la ventaja de poder ser calculadas en base a modelos de fuerza simplificados.

LAS FUERZAS PERTURBADORAS

En este párrafo, resumiremos brevemente, las principales fuerzas que introducen efectos apreciables, respecto de la precisión de las determinaciones Doppler.

1. Geopotencial:

En la siguiente tabla, mostramos el máximo efecto provocado por

achatamiento terrestre	$3GMa^2 J_{20} / r^4$	$9.6 \times 10^{-1} \text{ cm/seg}^2$
armónicos de bajo orden	$3GMa^2 J_{22} / r^4$	$5.6 \times 10^{-3} \text{ cm/seg}^2$
armónicos de alto orden	$19GMa^{10} J_{1010} / r^{20}$	$4.55 \times 10^{-5} \text{ cm/seg}^2$

2. Perturbaciones lunisolares:

En el caso que nos ocupa, los únicos cuerpos que ocasionan un efecto considerable, son la Luna y el Sol, los efectos máximos que provocan son:

Atracción lunar	$1.2 \times 10^{-4} \text{ cm/seg}^2$
Atracción solar	$5.4 \times 10^{-5} \text{ cm/seg}^2$

3. Perturbaciones debidas a las mareas terrestres:

El efecto máximo de estas fuerzas es del orden de 10^{-5} cm/seg².

4. Drag:

El modelo para esta fuerza es empírico, y su expresión matemática es:

$$F = -C \frac{r}{a} \rho v \frac{A}{M} \frac{v}{\|v\|_2}$$

donde A es la sección eficaz del satélite, y M su masa.

C es un coeficiente que depende de factores tales como la manera en que interactúan las partículas atmosféricas con la superficie del satélite, la posible turbulencia que se provoca, etc.

En general, este coeficiente es uno de los parámetros de ajuste en el proceso de corrección diferencial.

La densidad atmosférica es una cantidad crítica que depende de factores tales como la actividad solar y geomagnética, que pueden ocasionar variaciones de hasta un orden de magnitud.

5. Presión de la radiación solar:

La suma complejidad de las cantidades que se deben evaluar para determinar esta fuerza, hace necesario que se busquen caminos más simples, tales como el propuesto por G. Beutler et al (1986).

En tal trabajo, se incluye un factor multiplicativo constante a lo largo del paso, y dicha constante positiva debe ser determinada junto con los demás parámetros de ajuste.

No nos detendremos a detallar a las demás fuerzas que intervienen, pues resultan absolutamente despreciables en un ajuste de arco corto, si se consideran las precisiones alcanzables con esta técnica.

Un análisis de los montos de las distintas fuerzas, y de la necesidad de ajustar por lo menos dos parámetros del modelo para fuerzas compatibles a los términos del geopotencial de alto orden, indica que resultaría particularmente provechoso cualquier camino que nos permitiera la utilización de un modelo sumamente simplificado, esto es por ejemplo, términos del geopotencial hasta orden y grado 2, y luego ajustar algunos parámetros de un modelo sencillo.

SISTEMAS DE REFERENCIAS

En la determinación de efemérides satelitarias, representa un problema crítico la adopción de un sistema de referencia en donde expresar las ecuaciones de movimiento.

Teóricamente, en una técnica de arco corto, siempre sería posible expresar las ecuaciones de movimiento del satélite, en un sistema terrestre no inercial:

$$r'' = \nabla V + \nabla W$$

donde V es el potencial gravitatorio, y W es el potencial centrífugo.

No obstante, cabe mencionar que la rotación terrestre sufre variaciones tanto en dirección, como en magnitud. La primera debida al movimiento del polo de rotación instantáneo, y la segunda debido

a los cambios de la duración del día.

En una técnica de arco corto, solo se introducirían las variaciones de la rotación a lo largo de un paso, y esto resulta claramente despreciable. Otro aspecto a tener en cuenta, y que también define al sistema de referencias es el modelo de fuerzas utilizado. El modelo de fuerza que utilizaremos nosotros, es sumamente particular, ya que en el potencial V se incluirán solo los términos del geopotencial hasta orden y grado 2. Esto, evidentemente absorbe toda componente de largo periodo. El modelo de ajuste que adoptaremos, tiene en cuenta las variaciones de periodo igual a la longitud de los arcos observados. Esto corresponde aproximadamente a $1/8$ del periodo orbital, así nuestro modelo de ajuste será:

$$P(t) = A \cos \left[\frac{1}{8} \Omega (t - t_0) / T \right] + B \sin \left[\frac{1}{8} \Omega (t - t_0) / T \right]$$

donde A y B son vectores de 3 componentes a determinar.

LA RED RASTREADORA

Para la realización de este trabajo, contamos con un archivo secuencial de observaciones en diferencias de distancias, y sus instantes correspondientes, de pasos satelitarios que fueron observados en común por 3 de las estaciones receptoras que operaron en nuestro territorio durante la campaña de rastreo intensivo de satélites Doppler, realizada durante el mes de mayo de 1984.

Dichas estaciones son:

- | | |
|---------------|------------------|
| 1 PUNTA INDIO | Buenos Aires |
| 2 SAN MARTIN | Buenos Aires |
| 3 RIO GRANDE | Tierra del Fuego |

Además, contamos con posiciones para estas tres estaciones, que surgieron del trabajo de R. Perdomo y D. Del Cogliano (1988), en donde se ha utilizado la técnica de posicionamiento puntual con efemérides de precisión.

Desafortunadamente, nuestra red presenta una configuración poco favorable, y esto, como se verá posteriormente, repercute sensiblemente en nuestros resultados finales.

LAS ECUACIONES DE OBSERVACIÓN

En esta sección, discutiremos las ecuaciones que nos permitan hallar los parámetros de ajuste.

La cantidad observada, en términos de diferencia de distancias es:

$$\Delta r_i^j = \Delta r_{oi}^j - \frac{c}{f^j} \Delta \tau_i \delta f^j$$

donde j representa a la estación rastreadora (en nuestro caso $j=1,2,3$) y donde Δr_i^j es una cantidad observada conocida. Δr_{oi}^j es la diferencia de distancia geométrica receptor-satélite entre los instantes:

$$\Delta \tau_i = t_i - t_{i-1}$$

de recepción de la señal.

δf^j es una incógnita instrumental que, en principio puede considerarse constante para cada estación, durante todo el paso.

Para efectuar la integración numérica de las ecuaciones diferenciales de movimiento, en principio contamos con condiciones iniciales provistas por el mensaje satelitario (efemérides transmitidas), de modo que en un instante T_i , podremos calcular la diferencia de distancias receptor-satélite y compararla con las mediciones, la diferencia O-C sera función de las condiciones iniciales erróneas con que largamos la integración, la perturbación que debemos determinar, y la incógnita en frecuencia que interviene linealmente, de manera conocida y en forma explícita.

Otra cuestión a tener en cuenta es que los resultados de la integración numérica se obtienen en un tiempo que está ligado al satélite, mas la estación recibe la señal en un instante posterior.

Para conocer este retardo, y así calcular la posición del satélite en los instantes correspondientes, debemos conocer la distancia receptor-satélite que al principio solo se conoce aproximadamente. No obstante, a lo largo del proceso de ajuste se van obteniendo valores mejorados, que permiten conseguir retardos tambien mejorados.

Las ecuaciones linealizadas para el ajuste son:

$$\Delta r_i^j(O) - \Delta r_i^j(C) = G_i^j(r_o, \dot{r}_o, p_o) + \frac{c}{f_g} \Delta \tau_i \delta f^j$$

$$(O-C)^j = \nabla_r G \Delta r_o + \nabla_{\dot{r}} G \Delta \dot{r}_o + \nabla_p G \Delta p_o + \frac{c}{f_g} \Delta \tau_i \Delta \delta f^j$$

en donde las derivadas parciales para las primeras 9 columnas de la matriz jacobiana, se obtienen por el método de Steffensen (Rjorck y Dalquist, 1979).

En cuanto a los valores de largada de las incógnitas, hemos adoptado

$$P_0 = \delta f = 0 \quad j=1,2,3$$

y los valores de las condiciones iniciales que nos proveen las efemérides transmitidas.

RESULTADOS ALCANZADOS

En término medio, todos los pasos que analizaremos han sido observados por las tres estaciones simultáneamente, con un promedio de 25 observaciones por estación, muchas de las cuales son simultáneas para todas ellas (en tiempo del satélite), pero que en total nos hace disponer de unas 75 observaciones por paso.

Buscaremos una solución por cada paso para las 6 condiciones iniciales, las incógnitas en frecuencia, y los 6 parámetros que definen nuestro modelo de fuerzas. Para ello, hemos implementado una rutina del Filtro Kalman (Vanicek y Krakiwsky, 1985). Para la inicialización del filtro, hemos adoptado una matriz de varianza-covarianza unitaria.

Hemos aplicado esta estrategia a 6 pasos del satélite 30480 (de la nueva serie) ya que de estos pasos contamos con efemérides precisas confeccionadas por la DMA de los EEUU. y esto resulta una interesante fuente de comparación.

En todos los casos hemos obtenido convergencia, de acuerdo al criterio de corte que hemos adoptado. Hemos exigido que la dispersión media cuadrática en términos de diferencias de distancias, no supere los 50 cm, a la vez que se debe cumplir que las correcciones a las condiciones iniciales del satélite obtenidas al final del proceso, sean inferiores al milímetro para la posición.

Describiremos a continuación, los principales resultados

alcanzados:

El número de iteraciones necesarias para obtener convergencia, varía en cada caso, fundamentalmente debido a la bondad de las efémerides transmitidas, que nos proveen las condiciones iniciales, y al gran término en frecuencia para la estación San Martín. Los límites se fijan entre 1 y 2 iteraciones según el caso. Las incógnitas en frecuencia para cada estación y cada paso, pudieron compararse con los que se obtuvieron por la técnica de posicionamiento puntual para estos mismos pasos, por R. Perdomo y D. Del Cogliano del grupo de geodesia satelitaria del Observatorio Astronómico de La Plata. El acuerdo es, en todos los casos, mejor que .01 Hz.

Los valores medios obtenidos son

P INDIO = .3 Hz

S MARTIN = -19.3 Hz

R GRANDE = 4.3 Hz

En cuanto a las incógnitas orbitales, las que revisten más interés son las coordenadas geocéntricas del satélite obtenidas en cada una de las estimaciones.

Estas, en principio, fueron comparadas con las efemérides precisas y los residuos de la comparación, fueron expresados en las tres clásicas componentes: una radial, una tangencial y una perpendicular a la trayectoria instantánea del satélite.

A continuación, se muestran las dispersiones para los 6 pasos. Las componentes radial y tangencial, son siempre aceptables, mientras que la componente fuera del plano llega en ocasiones al doble, como esperábamos. En efecto, con la configuración de estaciones que disponemos, no podíamos esperar que el plano orbital

quedara muy bien definido.

PASO			r.m.s. (prec.-calc.)			r.m.s. (trans.-prec.)
Dia	Hora	Min.	Radial	Tang.	Perp.	Total
133	1	34	2.4	0.6	2.7	14.3
133	13	0	1.0	0.7	1.6	17.8
133	14	50	4.4	6.6	9.6	22.1
134	1	12	1.1	1.2	4.2	15.4
134	3	0	5.1	2.1	2.7	11.9
134	12	38	0.7	0.5	0.5	10.7

TABLA 1: Comparación entre efemérides : precisas-calculadas y precisas-transmitidas.

Las diferencias mostradas son en metros. En todos los casos hemos obtenido resultados que estan dentro de la precisión de una parte por millon, excepto en el quinto paso, debido a que solo fue rastreado por las estaciones 1 y 2 de nuestra red.

Estos resultados son satisfactorios para los fines del posicionamiento preciso.

Con el fin de completar nuestro análisis, hemos agregado una última columna en la Tabla 1, comparando las efemérides precisas y las que el satélite transmite. Se ve claramente que las transmitidas son diez veces peores, lo que se reflejará, indudablemente, en la precisión del posicionamiento.

El modelo de fuerzas que hemos utilizado, absorbe componentes de largo periodo. Para buscar posibles efectos apreciables de corto periodo, hemos realizado un análisis espectral de los residuos arrojados por nuestros arcos en diferencias de distancias para cada

estación , de acuerdo al algoritmo de Ferraz-Mello (1981) para datos no equiespaciados

Los residuos muestran una cierta frecuencia dominante de periodos 1/8, aunque el aspecto general es bastante liso, con máximos comparables en componentes de mas corto periodo.

CONCLUSIONES

Las efemérides que hemos obtenido por este camino, resultan adecuadas para su utilización en posicionamiento. La técnica utilizada es muy sencilla, y altamente eficiente desde el punto de vista computacional.

Estas características la sitúan dentro de las técnicas ideales para posicionamiento tanto absoluto como relativo, cuando solo son accesibles efemérides transmitidas.

Por otra parte, este tipo de técnicas, pueden ser utilizadas también, para otros sistemas de posicionamiento, tales como el GPS.

BIBLIOGRAFIA

- Bjork, Å. Dahlquist, J.: Introduction to numerical analysis, D. Reidel Pub. (1979).
- Ferraz-Mello S.: Estimation of periods from unequally spaced observations. Astr. J. Vol186 (1981).
- Perdomo Raul, Del Cogliano Daniel: Resultados de la campaña argentina de rastreo satelitario, posicionamiento simple. Geacta Vol15 Nro 1, (1988).
- Vanicek, P. Krakiwsky, H.: Geodesy, the concepts. D. Reidel Pub. (1985).