

EQUIVALENCIA Y PODER DE RESOLUCION EN LOS MODELOS  
UNIDIMENSIONALES DE AUDIO-MAGNETOTELURICA

José Miguel Febrer y Claudia Mabel Sainato  
Comisión Nacional de Investigaciones Espaciales y  
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es analizar el poder de resolución en la definición de los parámetros, al interpretar con modelos unidimensionales los datos magnetotelúricos en el rango de las audio-frecuencias, 10 a 30.000 Hz.(SAMT).

Se estudió en especial un modelo de tres capas, donde la capa intermedia puede ser resistiva o conductora. El poder de resolución en los parámetros de interpretación es obviamente una función de la magnitud del error experimental. Con distintos valores de esta última, se calcularon numéricamente los rangos de indeterminación en el espesor de la capa intermedia al buscar el modelo de mejor ajuste a un conjunto de datos experimentales.

En el caso extremo se obtuvieron los valores de los parámetros que marcan el límite de "capa delgada", situación indicada por la pérdida substancial de variación en los valores calculados del modelo para decrecimientos en el espesor de la capa intermedia.

A fin de sopesar las posibilidades entre las técnicas de sondaje eléctrico vertical (SEV) y la SAMT, se comparó el poder de resolución de ambos métodos para distintos niveles del error experimental.

ABSTRACT

The principal objective of this paper is to discuss the resolving power related with the interpretation by one-dimensional models of magnetotelluric data in the range of the audio-frequencies, 10 to 30,000 Hz, (AMTS).

The special case of a three layer model, where the intermediate layer could be conductive or resistant, was analyzed.

The resolving power associated with the estimation of model parameters obviously depends on the magnitude of the experimental error. Assuming different values for the last one, the indetermination range of the thickness of intermediate layer has been numerically calculated. In the extreme case the "thin layer limit" is obtained, where a substantial loss of resolution occurs when decreasing the thickness of the intermediate layer.

## 2 EQUIVALENCIA Y PODER...

To compare the possibilities between the vertical electric sounding (VES) and the AMTS methods their resolving power are analyzed for different experimental error levels.

### 1. INTRODUCCION

El método magnetotelégrafo (MT) estudia la inducción de corrientes en el suelo por variaciones magnéticas, ya sean de origen natural (ionosférico) o bien producidas artificialmente con una fuente controlada por el experimentador.

Cuando se trata de investigar hasta profundidades de algunos cientos de metros, las frecuencias involucradas en el método magnetotelégrafo están en el rango de las audio-frecuencias (10 a 30.000 Hz.), por lo que la implementación del método en este rango ha sido denominado como sondaje de Audio-MT (SAMT).

En la MT el parámetro que se utiliza para expresar los resultados e interpretarlos es la resistividad aparente, que se expresa en función de la frecuencia (alternativamente del período) de fluctuación de la fuente excitadora. La frecuencia se halla relacionada con la profundidad de penetración efectiva a través del llamado efecto pelicular.

Desde un punto de vista formal la resistividad aparente MT es unívoca para el cálculo del llamado problema directo. Es decir, no hay dos juegos distintos de los parámetros con que se modeliza la tierra que den valores idénticos de la resistividad aparente para todas las frecuencias. Las fallas de unicidad se presentan al considerar los errores experimentales en la determinación de la resistividad aparente, la amplitud de los cuales determina el intervalo de indeterminación en la interpretación por inferencia de modelos y ajuste por cuadrados mínimos (problema inverso). Dos modelos con parámetros diferentes se dicen "equivalentes" cuando sus funciones de resistividad aparente son coincidentes dentro del error experimental.

El principal objetivo de este trabajo es analizar el poder de resolución relacionado con la interpretación con modelos uni-dimensionales de datos MT; en especial con el caso de una familia de modelos de tres capas con una capa intercalada conductora o resistiva.

## 2. INDETERMINACION CON CAPAS DELGADAS

La solución del problema MT de capas horizontales fué dada por Cagniard (1953) y ha sido expuesta por varios autores, Posterndorfer (1975), Orellana (1972) y Kaufman y Keller (1981).

Se considera un modelo simple de tres capas horizontales. Sean  $h_1$  y  $h_2$  los espesores de las capas, la última es considerada abisal e infinita. Sean las resistividades  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$ ; por simplicidad nos restringiremos al caso  $\rho_1 = \rho_3$ . El sistema de unidades elegido es el MKSQ.

Como ya se ha mencionado, la resistividad aparente MT es unívoca; no hay dos juegos distintos de parámetros que den la misma resistividad aparente para todas las frecuencias.

Sin embargo, se pueden distinguir casos donde la resistividad aparente es más o menos sensible a la variación de algunos de los parámetros del modelo.

Por ejemplo en el caso de una capa conductora intercalada, para el límite de variaciones electromagnéticas de período largo, se encuentra (Kaufman y Keller, 1981) que la resistividad aparente no depende de la resistividad de la capa conductora,  $\rho_2$ , y de su espesor,  $h_2$ , separadamente sino sólo a través del cociente  $S_2 = h_2 / \rho_2$ , magnitud denominada conductancia longitudinal. Este caso se denomina equivalencia en S. Esta situación se hace más crítica cuanto más delgada es la capa intercalada.

El análisis puede ampliarse considerando otros rangos de períodos; esto fué estudiado teóricamente, pero por brevedad sólo se incluyen los resultados.

Con un criterio heurístico, para un modelo de tres capas con una conductora intercalada, el rango de períodos donde la resistividad aparente contiene esencialmente la expresión de la capa conductora, puede ser caracterizado por la condición  $h_2 / \rho_2 = \pi / 2$ . Usando esta condición en la expresión de la resistividad aparente y haciendo estimaciones relativas se puede concluir que cuando se verifica,

$$\left( h_1 / \sqrt{\rho_1} \right) / \left( h_2 / \sqrt{\rho_2} \right) > 1 \quad (1)$$

la capa conductora intercalada (capa 2) podrá ser remplazada por una capa tan delgada como se quiera, que verifique  $S_2 = h_2 / \rho_2 = \text{constante}$ , sin alterar el valor de aquélla. Como  $h / \sqrt{\rho}$  es el parámetro que determina la atenuación de los campos electromagnéticos al atravesar una capa, se puede leer la (1) diciendo que, cuando la atenuación en la primera capa es mayor que en la segunda se pierde en la resistividad aparente la resolución sobre los parámetros individuales de la segunda capa, en el límite de capa delgada.

#### 4 EQUIVALENCIA Y PODER...

##### 3. ESTIMACION DEL ERROR EXPERIMENTAL EN AUDIO MT

La dispersión de los valores experimentales en Audio-MT depende, del período de oscilación de la fuente natural que se considera, del sistema de captación de datos y del procesamiento a que son sometidos.

Las mediciones y la estimación de los errores se realizaron en las siguientes condiciones:

a) Se usó un receptor de VLF marca "Aerospaciale". Este equipo permite medir en forma escalar. Las señales son procesadas en tiempo real por medio de filtros analógicos de banda estrecha, sintonizables. La salida de estos filtros es integrada durante un cierto lapso prefijado. El cociente de amplitudes entre el canal eléctrico y magnético representa el cociente de amplitudes a esa frecuencia

b) Se utilizaron las fluctuaciones electromagnéticas naturales en la banda de frecuencias de 10 a 1000 Hz. Para frecuencias mayores (1 a 3 KHz.) se observa una caída del nivel de señal natural, que también ha sido comunicada por otros autores (VOZOFF, 1982). Por esa razón esta banda fué excluida del análisis.

c) Los datos para el análisis provienen de un centenar de sondeos de Audio-MT realizados en los alrededores del volcán Tuzgle, en la provincia de Jujuy. Esta área se caracteriza por la ausencia de ruido eléctrico cultural importante, habiéndose una fuente conspicua de perturbación. En buena parte del área, se encuentran coberturas formadas por efusiones volcánicas y sus sedimentitas, lo que crea condiciones de inhomogeneidad y anisotropía con cierta frecuencia.

d) Para estimar el error, se calculó el promedio y desviación standard relativa de la magnitud  $E/H$  medida, en cada sitio y para cada frecuencia. Luego la dispersión fué promediada para todas las frecuencias y en todos los sitios disponibles.

El error experimental porcentual, expresado para la resistividad aparente, promedio en la banda de 10 a 1000 Hz., resulta ser, en estas condiciones, del 8 %.

##### 4. ESTUDIO NUMERICO DE LA EQUIVALENCIA S

Lo que fué presentado como estimación analítica en los acápites precedentes, fué también calculado en forma numérica. Se tomó como base un modelo de tres capas,

con una capa conductora intercalada.

Dos modelos cuyas resistividades aparentes difieren en menos del error experimental se dicen equivalentes. Para calcular los límites de la equivalencia  $S$ , se utilizó el siguiente procedimiento:

a) Se parte de un modelo inicial, de tres capas, con una capa conductora intercalada.

b) Se toma un valor para el error experimental, en nuestro caso 8 % como estimación promedio para la banda de Audio-MT.

c) Se incrementa positivamente por pasos, el valor inicial de la resistividad ( $\rho_2$ ) y espesor ( $h_2$ ) de la capa conductora, manteniendo  $S_2 = h_2 / \rho_2 = \text{constante}$ . Se calcula en cada caso la resistividad aparente del modelo incrementado.

d) Cálculo de la diferencia cuadrática promedio entre el modelo inicial y el incrementado según el punto c), con la siguiente expresión:

$$P = \left[ \frac{1}{L_1} \sum_j \left[ \frac{R_1(j) - R_0(j)}{R_0(j)} \right]^2 \right]^{1/2} \times 100$$

donde la suma es sobre las frecuencias, siendo además:

$P$ : es la diferencia porcentual promedio (DDP) entre los dos modelos

$L_1$ : es el número de frecuencias calculadas

$R_0$ : la resistividad aparente del modelo inicial

$R_1$ : la resistividad aparente del modelo incrementado

e) Si, en un determinado paso, resulta  $P > 8\%$  se detiene el cálculo y se obtiene el  $h_2$  máximo. Si  $P < 8\%$ , se reinicia el cálculo como en el punto c).

f) Se realizan incrementos negativos en  $\rho_2$  y  $h_2$ , en pasos sucesivos, manteniendo  $S_2 = \text{constante}$ . Se calcula la resistividad aparente con estos parámetros.

g) Se repite el procedimiento de los puntos d) y e), obteniéndose el  $h_2$  mínimo.

En el gráfico de la Fig. 1 se han representado los resultados de la equivalencia  $S$ , para  $(\rho_2 / \rho_1)_{\text{inicial}} = 0.7 ; 0.1 ; 0.025$ . En abscisas se tiene el valor de  $(h_2 / h_1)_{\text{inicial}}$ . En la parte superior la ordenada es  $\beta_1 = (h_2/h_1)_{\text{máx}} : (h_2/h_1)_{\text{mín}}$

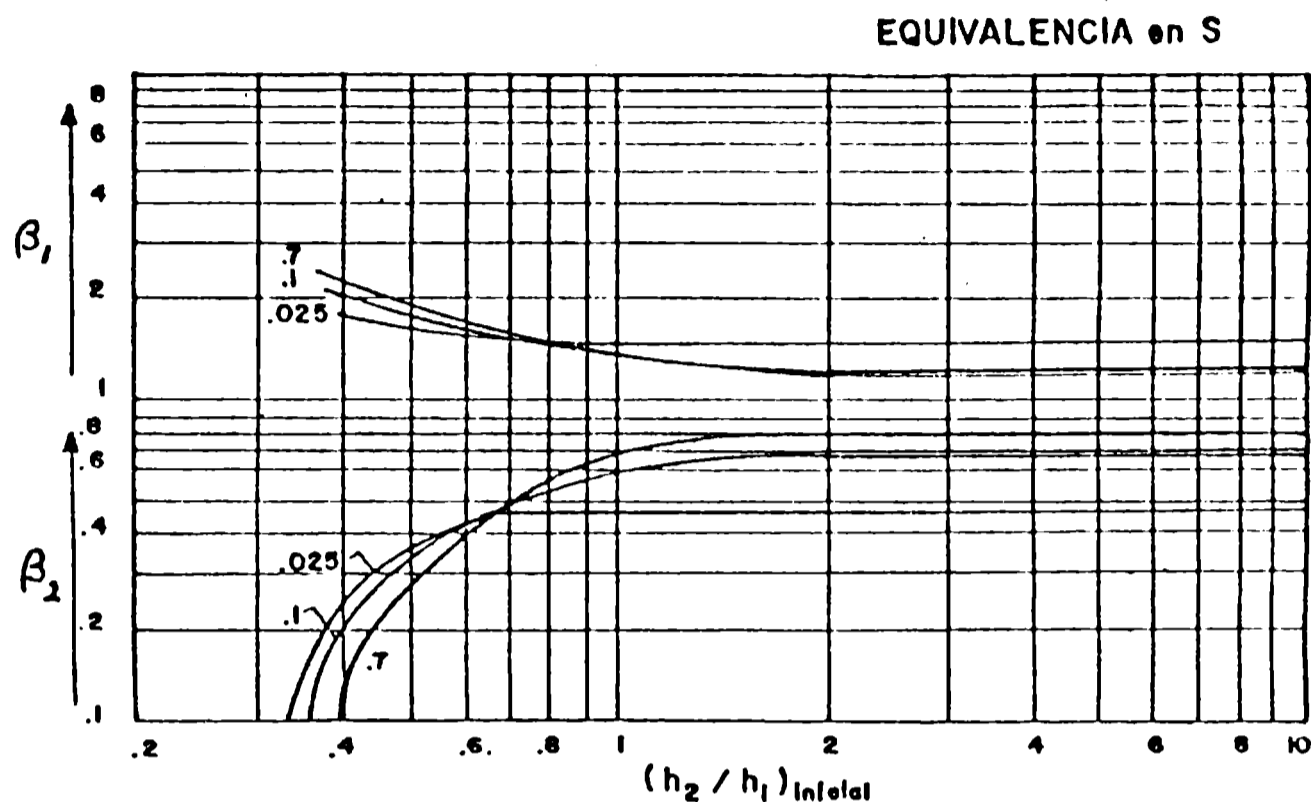


Fig. 1 Partiendo de un modelo de tres capas, con una capa conductora intermedia, definido por  $(h_2 / h_1)_{inicial}$ , en abscisas y el valor  $(\rho_2 / \rho_1)$  en las etiquetas de las curvas, se obtienen los límites de la equivalencia con  $S_2 = h_2 / \rho_2 = cte.$ , dentro del error experimental para la banda de Audio-MF, en este caso el 8 %.

La ordenada  $\beta_1 = (h_2 / h_1)_{m\acute{a}x.} : (h_2 / h_1)_{inic}$  indica el límite de la equivalencia aumentando  $h_2$  y  $\rho_2$ . La ordenada  $\beta_2 = (h_2 / h_1)_{m\acute{i}n.} : (h_2 / h_1)_{inic}$ , el límite de la equivalencia cuando se disminuyen  $h_2$  y  $\rho_2$ .

en la parte inferior la ordenada es  $\beta_2 = (h_2 / h_1)_{m\acute{i}n.} : (h_2 / h_1)_{in}$ , que permite leer los límites de variación de los parámetros de un modelo, dentro del error experimental, en este caso del 8 %.

Se observa en la Fig. 1 que, cuando el cociente  $(h_2 / h_1)_{in}$  disminuye, el rango de equivalencia se ensancha, hasta alcanzar indefinición total para  $(h_2 / h_1)_{in} = 0.37$  valor que se denominará  $(h_2 / h_1)_{cr\acute{i}tico}$ . Cuando  $(h_2 / h_1)_{in} < (h_2 / h_1)_{cr\acute{i}t.}$ , cualquier valor inferior de  $h_2 / h_1$  sólo produce modelos equivalentes dentro del límite de error experimental. Se observa que en forma prácticamente independiente del cociente  $(\rho_2 / \rho_1)_{in}$  resulta el valor  $(h_2 / h_1)_{cr\acute{i}t.} = 0.37$ .

En la Fig. 2 se ha graficado una síntesis de estos resultados, que definen una

zona de "buena definición", donde  $(h_2 / h_1) > (h_2 / h_1)_{\text{crít.}}$ , y en ella los límites del intervalo de equivalencia son acotados. La zona denominada de "indefinición", donde  $(h_2 / h_1) < (h_2 / h_1)_{\text{crít.}}$ , se caracteriza por que uno de los límites del intervalo de equivalencia no está acotado, precisamente el relacionado con el límite de una capa conductora y delgada.

Si volvemos a la condición (1), se ve que para el caso  $\rho_2 / \rho_1 = 0.1$ , la equivalencia sin límites ocurre para  $h_2 / h_1 = 0.36$ , lo que se compara bien con el valor  $(h_2 / h_1)_{\text{crít.}} = 0.37$  obtenido en el cálculo numérico, como se ve en la Fig. 2.

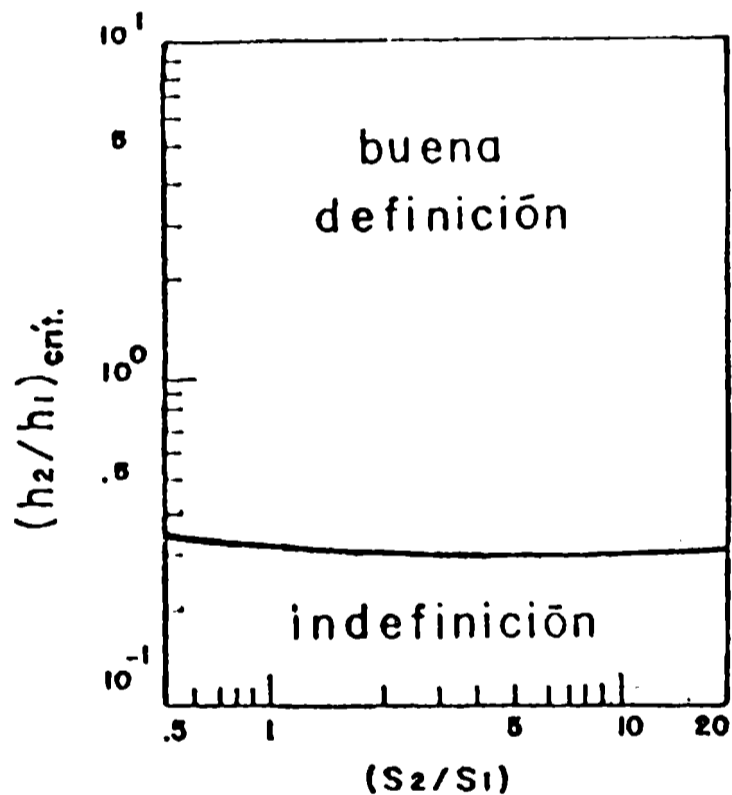


Fig. 2 Síntesis de los cálculos de equivalencia  $S$ , para un modelo de tres capas, con una capa conductora intercalada. El resultado corresponde al caso en que el error experimental es del 8 %, promedio adoptado para la banda de audio-MF. La curva representa el valor  $(h_2/h_1)_{\text{crít.}}$ , que divide las zonas de "buena definición", donde el intervalo de equivalencia está acotado y la de "indefinición" donde uno de los límites no está acotado.

## 5. ESTUDIO NUMÉRICO DE LA EQUIVALENCIA EN T

En la misma forma que para la equivalencia en S, se estudió la equivalencia en T ( $T_2 = h_2 \rho_2$  es la resistencia transversal), que es el otro parámetro de equivalencia habitualmente utilizado en prospección geoeléctrica. En este caso se empleó para el cálculo un modelo de tres capas, como el usado anteriormente, pero siendo la capa dos una resistiva intercalada, esto es  $\rho_1 = \rho_3$  ;  $\rho_2 > \rho_1$ . Para estudiar la equivalencia T, partiendo de un modelo inicial se varían los valores de  $h_2$  y  $\rho_2$ , pero manteniendo  $T_2 = h_2 \rho_2 = \text{constante}$ , hasta encontrar el modelo, cuya desviación cuadrática promedio respecto del modelo inicial, sea igual o mayor al error experimental.

En el cálculo, la variación de los parámetros  $h_2$  y  $\rho_2$  fue restringida dentro de un rango considerado realista para representar la estratigrafía,  $1 < \rho_2 / \rho_1 < 100$  y para los espesores  $0.1 < h_2 / h_1 < 10$ .

En la parte superior de la Fig. 3 la ordenada es  $\alpha_1 = (h_2 / h_1)_{\text{máx.}} : (h_2 / h_1)_{\text{in}}$  valor que indica el máximo valor de  $h_2$ , manteniendo  $T_2 = \text{constante}$ , que mantiene la diferencia cuadrática promedio (DCP) respecto del modelo inicial en menos de un 8 %.

En la parte inferior la ordenada es  $\alpha_2 = (h_2 / h_1)_{\text{mín.}} : (h_2 / h_1)_{\text{in}}$ , relación que expresa el mínimo valor de  $h_2$  con  $T_2 = h_2 \rho_2 = \text{constante}$  con DCP respecto del modelo inicial menor del 8 %. Las etiquetas sobre las curvas indican el valor inicial del cociente ( $\rho_2 / \rho_1$ ).

Puede observarse en la Fig. 3 que cuando el cociente  $(h_2 / h_1)_{\text{in}}$  disminuye, el rango de indeterminación en los modelos se acentúa. En el caso inferior se alcanza un valor  $(h_2 / h_1)_{\text{crít.}}$ , donde la indefinición no está acotada. Este caso límite es el de una capa muy delgada y resistente. Se observa que el valor de  $(h_2 / h_1)_{\text{crít.}}$  depende del cociente ( $\rho_2 / \rho_1$ ).

En la Fig. 4 se tiene una síntesis de las combinaciones de parámetros y su incidencia en la equivalencia T. Las zonas donde los límites de equivalencia son acotados se identifican como de "buena definición", allí  $(h_2 / h_1)_{\text{in}} > (h_2 / h_1)_{\text{c.}}$ . En la zona de "indefinición" uno de los límites de equivalencia T no está acotado y es el que corresponde al de una capa muy delgada y resistente, en esa zona  $(h_2 / h_1)_{\text{in}} < (h_2 / h_1)_{\text{crít.}}$ .



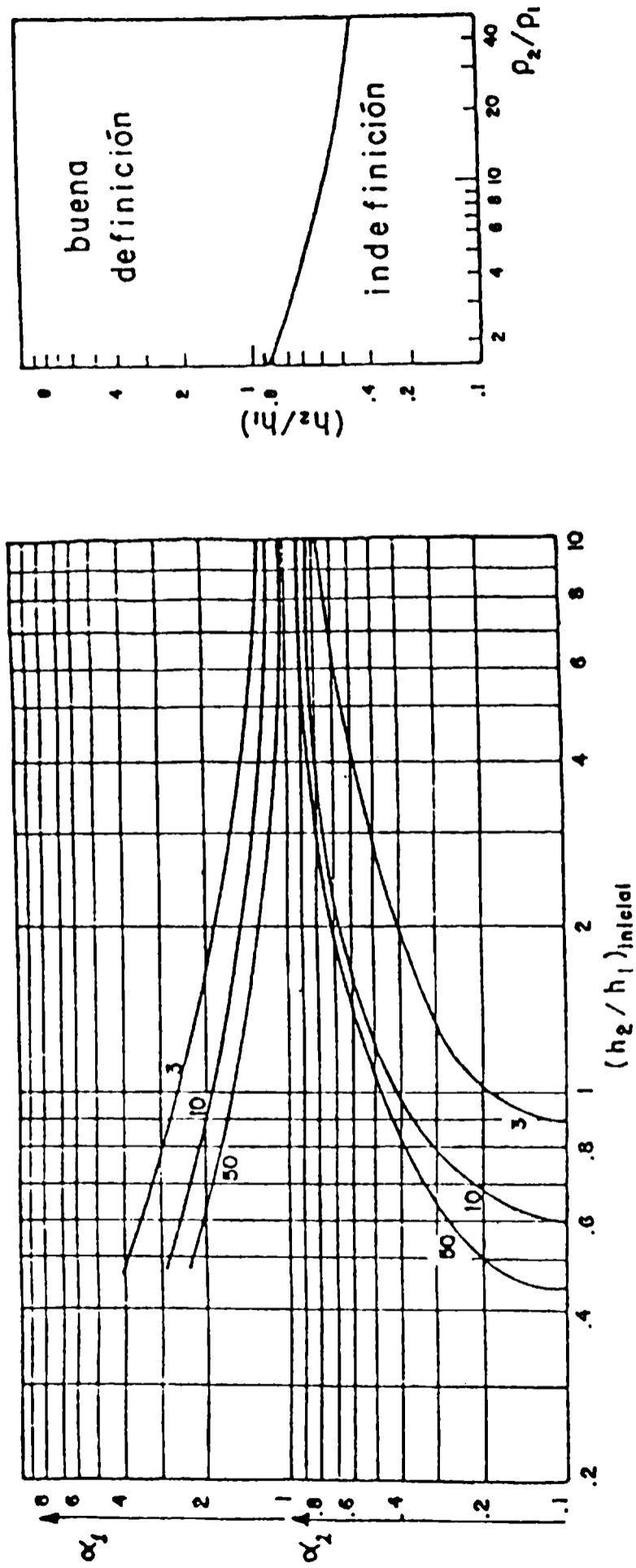


Fig. 3 (izquierda) Gráfico de los límites para la equivalencia T calculados. Se usó un modelo de tres capas, con una capa resistiva intercalada. El modelo queda definido por  $(h_2/h_1)_{in}$  en abscisas y el valor  $(\rho_2/\rho_1)_{in}$  en las etiquetas de las curvas. Al aumentar  $h_2$ , pero manteniendo  $T_2 = h_2 \rho_2 = \text{constante}$ , cuando el modelo difiere del modelo inicial en más del 8% será  $h_2 = h_2 \text{ máx.}$  y se puede leer el límite de equivalencia en la ordenada superior  $\alpha_1 = (h_2/h_1)_{\text{máx.}}$  ;  $(h_2/h_1)_{in}$ . La ordenada inferior  $\alpha_2 = (h_2/h_1)_{\text{mín.}}$  ;  $(h_2/h_1)_{in}$  corresponde al intervalo de equivalencia cuando se disminuye el valor de  $h_2$ . En este caso el intervalo de equivalencia no está acotado, para un rango de valores de  $(h_2/h_1)_{in}$ .

Fig. 4 (derecha) Síntesis de los cálculos de equivalencia T, para un modelo de tres capas, con una capa resistiva intercalada. El resultado corresponde al error experimental del 8%. El valor de  $(h_2/h_1)_{\text{crit.}}$  divide las zona de "buena definición", donde el intervalo de equivalencia está acotado, de la de "indefinición", donde el límite de capa delgada no está acotado.

## 6. EQUIVALENCIA Y NIVEL DE ERROR EXPERIMENTAL.

El rango de equivalencia depende, como ya se ha señalado, del valor del error experimental. Con la técnica de cálculo descrita en las secciones precedentes y para un modelo de tres capas, como el elegido para este trabajo, se estudió esta dependencia.

En la Fig. 5 se muestra el resultado del estudio de la influencia del error experimental en la equivalencia S (en línea llena) y para la equivalencia T (en línea de trazos). En ambos casos se trata la equivalencia en el límite de capa delgada. La ordenada indica el valor  $(h_2)_{\min} : (h_2)_{\text{inic.}}$ , que es el cociente entre el espesor mínimo aceptable para no tener una separación en los modelos que exceda el error experimental, y el espesor inicial. Cuando el error experimental tiende a cero, idealmente, no hay intervalo de equivalencia y el cociente vale la unidad.

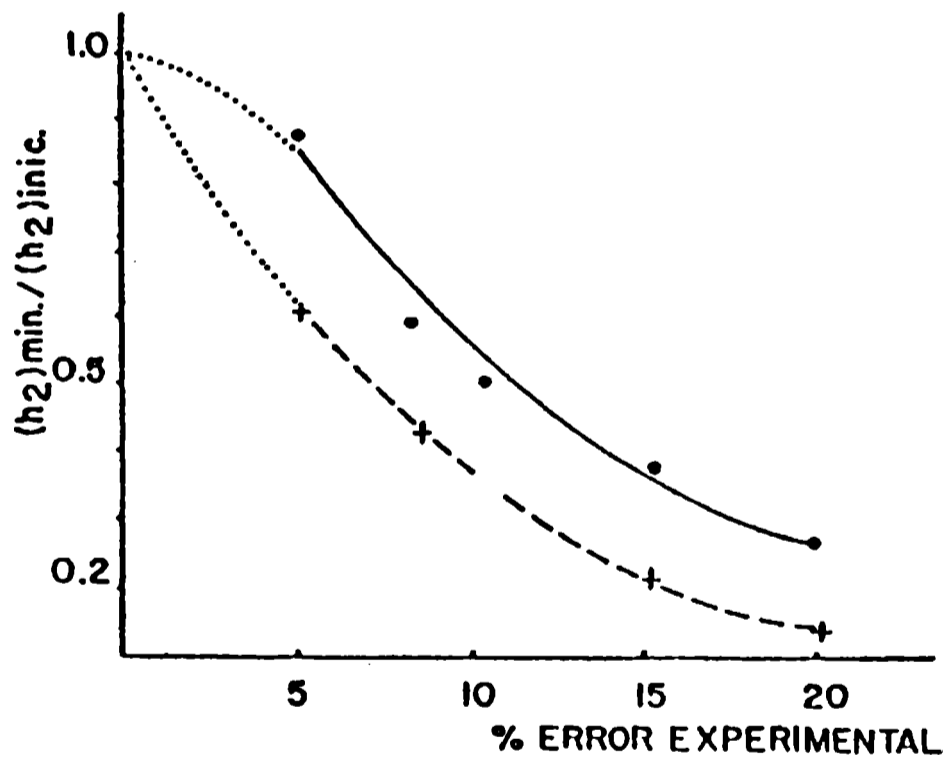


Fig. 5

Fig. 5 Equivalencia S (línea llena) y T (línea de trazos) en función del error experimental. La ordenada indica la variación relativa que puede sufrir el espesor de la capa intermedia dentro del error experimental estimado. Se estudia aquí el caso en que el espesor de la capa es disminuido.

7. CONCLUSIONES. COMPARACION ENTRE LAS TECNICAS SAMT Y SEV.

Parece ilustrativo y práctico agregar una comparación entre los rangos de equivalencia del método de Audio-MT, para distintos valores del error experimental, igualmente para el caso del método de Sondaje Eléctrico Vertical (SEV).

En la Fig. 6 a) (izquierda) se muestran las zonas de "buena definición" y de "indefinición" para dos niveles de error experimental en el caso de equivalencia S. La calificación "buena definición" e "indefinición" tienen el sentido que ya ha sido discutido precedentemente. A modo de comparación metodológica se ha graficado conjuntamente (tomado de Keller y Frichuet, 1978) el cálculo similar para el SEV, con un error experimental del 5 %.

En la Fig. 6 b) (derecha) se presenta un análisis similar para el caso de equivalencia T.

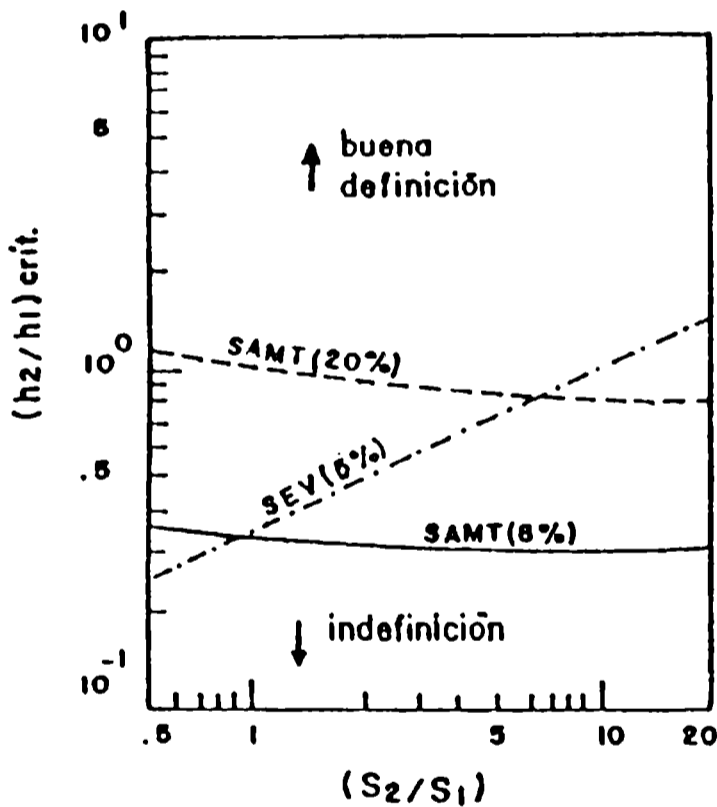


Fig. 6 a)

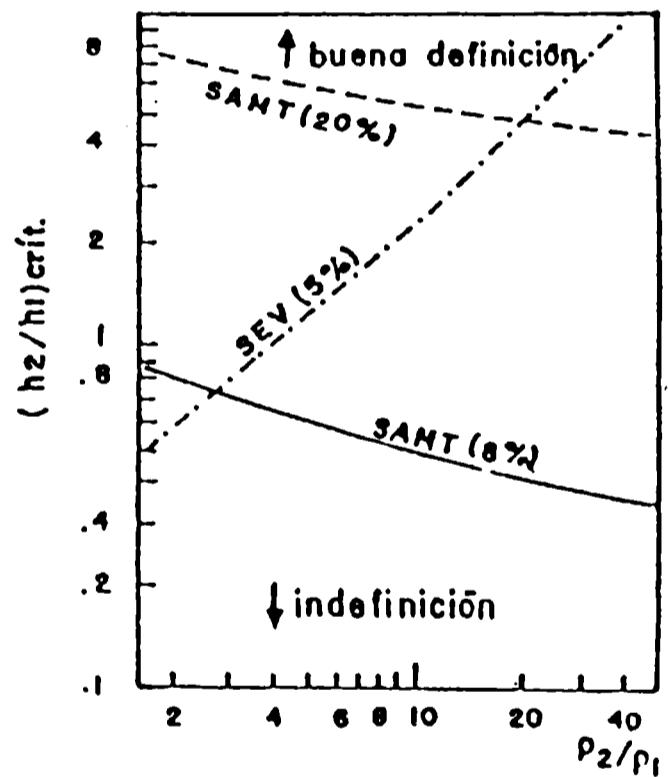


Fig. 6 b)

Fig. 6 a) (izquierda) Gráfico del cociente de espesores crítico en función del cociente entre conductancias, para el caso de equivalencia S, para los métodos SEV y SAMT, para distintos valores del error experimental, los que son indicados en las etiquetas. 6 b) Idem para el caso de la equivalencia T, pero en abcisas se tiene el cociente de resistividades.

Se observa que en el caso de la equivalencia S, la zona de "buena definición" es mas amplia en el caso del SAMT (8 %) que en el caso del SEV (5 %). Esto hace más atractivo al método SAMT para determinar capas conductoras relativamente delgadas.

La estimación de un valor de 8% para el error ha sido determinado para un caso de aplicación SAMT en este trabajo. Un nivel de error del 5 % para las mediciones de resistividad aparente SEV es sugerida por Keller y Frichnet (1978). En el caso de la llamada "equivalencia T", se puede observar la mejor definición del SAMT (para 8 % de error) frente al SEV (para el 5 % de error).

Cuando el error experimental aumenta, y el método SAMT es más sensible a la contaminación con ruido de origen cultural, el poder de resolución se reduce. Esta situación ha sido considerada calculando los niveles críticos SAMT para un error del 20 % y ha sido representado en la Fig. 6.

#### BIBLIOGRAFIA

- CAGNIARD, L., 1953: Principe de la methode magnetotellurique, nouvelle methode de prospection geophysique. Ann. Geophys., 9, pp. 95- 125.
- KAUFMAN, A., KELLER, G., 1981: The magnetotelluric sounding method. Elsevier Ed.
- KELLER, G., FRICHNET, F., 1978: Electrical prospecting. Elsevier Ed.
- ORELLANA, E., 1972: Prospección eléctrica por campos variables. Ed. Paraninfo, Madrid.
- POSTERNDORFER, G., 1975: Principle of magnetotelluric prospecting. Geoexploration Monographs Nº 5, Gebrüder Borntraeger, Berlin-Stuttgart.
- VOZOFF, K., 1982: On state of the art of magnetotelluric method. Report Macquarie University.