

CONCENTRACIONES DE ARSENICO EN AGUAS SUBTERRANEAS DE LA REGION SEMIARIDA DE SANTIAGO DEL ESTERO (ARGENTINA). I. ANALISIS ESTADISTICO.

O.M. Grimolizzi* , A.P. Martin **
*(CONICET),**(DIFOS-SGO. DEL ESTERO)

RESUMEN

Se condujo un análisis estadístico de datos de muestras de aguas subterráneas con elevados tenores de Arsénico. Dos técnicas fueron utilizadas: una exploratoria, consistente en un análisis de correlaciones canónicas, y la otra, un análisis de regresión múltiple para determinar una relación explícita entre el Arsénico y los componentes considerados de la muestra.

Fuó establecido una correlación negativa entre el Arsénico y el Calcio, determinarse una dependencia inversa entre ambos, y que no existe correlación con la profundidad, salvo en la región entre dos zonas geográficas netamente diferenciadas de gran densidad.

ASBTRACT

A statistical analysis was carried out on water samples with high Arsenic content. The study was performed following two different approaches: canonical correlation analysis as an exploratory technique and multiple regression analysis as a tool for determining an explicit relationship between Arsenic and other sample components.

A negative correlation implying an inverse dependence between Arsenic and Calcium was inferred, together with a lack of correlation between Arsenic and depth except for two well determined, highly polluted, geographical areas.

INTRODUCCION

La queratosis es un mal endémico que afecta a pobladores de departamentos ubicados al N.E. de la provincia de Santiago del Estero (Argentina). El mismo es atribuido a los elevados tenores de Arsénico presentes en las aguas subterráneas, las cuales son aprovechadas por los pobladores mediante pozos.

La Dirección Provincial de Obras Sanitarias (DIFOS) de la Provincia de Santiago del Estero encaró un censo de pozos y perforaciones para la obtención de datos de aguas subterráneas en la zona. Las muestras corresponden a más de 340 pozos (Fig. 1 - 2da. parte) y los resultados de los análisis químicos fueron organizados en 7 series de 164 datos cada una, incluyendo las determinaciones de concentraciones de Arsénico, Carbonatos, Calcio, Na + K y residuo seco y mediciones de la profundidad del pozo y del pH.

El objeto del análisis estadístico era determinar las relaciones de estos elementos con el Arsénico y tratar de determinar la

existencia de algún elemento que actuara como inhibidor del Arsénico. El fin último perseguido era la determinación de un método práctico para el control de las concentraciones de Arsénico y que sea de implementación sencilla para el usuario.

TECNICAS EMPLEADAS

Análisis canónico:

Las series propuestas deben analizarse conjuntamente, lo cual lleva a la adopción de técnicas de correlaciones múltiples. Dentro de éstas, se prefirió el análisis canónico pues da una idea de la complicada estructura de la relación multivariable, incluyendo más de una variable dependiente.

Los datos son agrupados en dos conjuntos U y V y se lleva a cabo una rotación ortogonal de manera que la correlación simple entre los elementos de los dos conjuntos sea máxima. Los elementos de U y V son combinaciones lineales de los datos (Cooley y Lohnes, 1962).

El programa desarrollado opera de la siguiente manera:

- a) transforma las variables si es necesario;
- b) calcula la matriz de correlación;
- c) calcula autovectores y autovalores;
- d) calcula la matriz de coeficientes canónicos;
- e) conduce una prueba chi cuadrado de la raíz canónica para comprobar su significación.

Si X incluye n_1 variables e Y n_2 variables, la matriz de correlación es planteada como:

$$R = \begin{matrix} & R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & & R_{22} \end{matrix} \quad ; \text{ donde}$$

R_{11} = matriz de correlación del conjunto U,
 R_{22} = matriz de correlación del conjunto V,
 $R_{12} = R_{21}$ = matriz de correlación entre ambos conjuntos.

Se supone n_1 mayor o igual que n_2 .

Los autovalores y autovectores (rotación a ejes principales) se calculan mediante un método propuesto por Eberlein (1962).

La ecuación característica es:

$$R_{22}R_{21}R_{11}R_{12} - \lambda I = 0$$

Si a_1, a_2, \dots, a_n es un conjunto de vectores característicos, normalizados tales que $a_i \cdot a_i = 1$, para $i = 1, 2, 3, \dots, n$, la matriz T de estos autovectores contiene los coeficientes de la transformación a forma canónica. Particionando T en matrices columna T_1 correspondientes a

cada raíz canónica λ_i , ésta contiene los coeficientes canónicos de n_2 variables. Las t_i cumplen además con la condición de ortogonalidad $T_i T_i = 1$.

A partir de los T_i pueden determinarse las matrices columna Q_i , que contienen las n_1 variables de otro conjunto:

$$Q_i = R_{11} R_{12} T_i / \lambda_i ;$$

con $\lambda_i \neq 0$.

Esta matriz cumple también con la condición de ortogonalidad.

Pueden construirse ahora U y V mediante la relación:

$$U_i = T_i X \quad ; \quad V_i = Q_i Y$$

Para la docimacia de la raíz, se utilizó el estadístico de Bartlett (1938):

$$X^2 = -[N - 1/2(n_1 + n_2 + 1)] \ln L;$$

con $L = \pi (1 - l_1)^{n_2} (1 - l_2)^{n_2}$. X^2 sigue aproximadamente una distribución chi-cuadrado con $(n_1 - r + 1)(n_2 - r + 1)$ grados de libertad.

Todo el desarrollo supone una distribución normal en los datos.

Análisis de regresión múltiple por etapas:

Se adoptó esta técnica a posteriori del análisis canónico (exploratorio) con el fin de determinar la dependencia explícita del Arsénico con otros componentes. El procedimiento por etapas adoptado provee información estadística útil a cada etapa del cálculo (Efremson, 1976). Resultan de su aplicación una cantidad de ecuaciones intermedias que se obtienen agregando una variable por vez. El cálculo puede esquematizarse así:

$$\begin{aligned} Y &= b_0 + b_1 x_1 \\ Y &= b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 \\ Y &= b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 \\ &\dots \end{aligned}$$

donde $Y = x_n$ es la variable dependiente y los x_i , $i=1, \dots, n-1$ son las variables independientes. Los b_i son los coeficientes a estimar.

El criterio de selección para excluir o incluir una variable en la ecuación de regresión puede resumirse así:

1) Si la contribución a la varianza de una variable en la regresión no es significativa, esta variable es eliminada de la regresión.

2) Si la reducción de la varianza obtenida al agregar una variable es significativa a un nivel F especificado, esta variable entra en la regresión.

Esta es una aplicación del método de análisis de la varianza de Fisher (1950). Una descripción sencilla del mismo se encuentra en el texto de Cramer (1977).

El estadístico utilizado es:

$$A = \frac{V_{\min} \phi}{r_{nn}} ;$$

donde ϕ es el número de grados de libertad, r_{nn} es el coeficiente de correlación de la variable dependiente y

$$V_{\min} = \frac{a_{in} a_{ni}}{a_{ii}}$$

Los componentes de la matriz A (a_{ij}) se adoptan según las reglas siguientes:

- $a_{ij} = r_{ij}$ cuando x_i y x_j no están ambos en la regresión;
- $a_{ij} = b_{ij}$ = coeficiente normalizado de regresión de x_i sobre x_j , cuando x_i está en la regresión y x_j no.
- $a_{ij} = d_{ij}$, cuando x_i no está en la regresión y x_j sí; en general es $b_{ij} = -d_{ij}$.
- $a_{ij} = c_{ij}$ cuando x_i y x_j están en la regresión; los elementos c_{ij} son los elementos de la matriz inversa de r_{ij} .

La matriz A de elementos a_{ij} es la matriz del sistema de $n-1$ ecuaciones normales en $n-1$ incógnitas que son los coeficientes de la ecuación de regresión.

Otras técnicas:

También se ha utilizado un diagrama de Durov modificado para visualizar (a partir de análisis de las muestras) la dependencia del Arsénico otros componentes de las mismas. El diagrama para el par Arsénico-Calcio de la Figura 1, muestra una curva que se asemeja a una hipérbola equilátera con asíntotas en los ejes coordenados.

RESULTADOS

El problema encarado permite diferenciar dos etapas:

- Determinar en que medida un cierto número de los componentes identificados en el análisis químico de las muestras de agua (conjunto mano izquierda) se correlacionan con los tenores de Arsénico (conjunto mano derecha).

2) Si existe correlación del Arsénico con algún componente de la muestra, plantear su dependencia explícita con miras a un control de los tenores de Arsénico en agua.

El primer punto se resolvió con el análisis canónico. La matriz de correlación de todos los pares posibles con 7 variables (Tabla 1), permite en primera instancia inferir una correlación positiva del Arsénico con la profundidad, negativa con el Calcio y muy pequeña con los carbonatos y el Ph. Considerando el conjunto U como formado con el par de variables [As] y [Na+K], resultan las ecuaciones:

$$V_1 = .09 [\text{As}] - .14 [\text{Na+K}]$$

$$U_1 = .86 [\text{Prof}] - .19 [\text{Res. Seco}] + .12 [\text{CO}_3\text{H}] - .46 [\text{Ca}] - .07 [\text{Ph}]$$

Aquí, la raíz canónica escogida es doble, e igual a .324, con 10 grados de libertad.

Resultados similares se concluyen de la Tabla 2 para el par [Arsénico] - [Residuo Seco]. Aquí la raíz también es doble, igual a .332.

Tabla 1

ANALISIS DE CORRELACION CANONICA DE AGUAS SUBTERRANEAS SGO. DEL ESTERO

	MEDIA	VARIANZA	DESVIACION ESTANDAR
RES. SECO	.23726580E+04	.94775510E+07	.30785630E+04
CO ₃ H	.42379880E+03	.81037350E+05	.28467060E+03
NA + K	.60179880E+03	.64340480E+06	.80212520E+03
CA	.98902440E+02	.17317140E+05	.13159460E+03
PH	.79430530E+01	.25925860E+00	.50917440E+00
AS	.13750010E+00	.50382050E-01	.22445950E+00
PROFUND.	.52421360E+02	.11062200E+04	.33259880E+02

** MATRIZ DE CORRELACION

** LA MEDIDA DE LA MUESTRA ES: 164

PROFUND.	1.000						
RES. SECO	.378	1.000					
CO ₃ H	.122	.271	1.000				
CA	.094	.511	.014	1.000			
PH	.194	.071	.177	-.182	1.000		
AS	.314	.114	.091	-.100	.081	1.000	
NA + K	.396	.973	.260	.407	.109	.135	1.000

PRUEBA ESTADISTICA DE LAS SUCESIVAS RAICES CANONICAS

RAICES CANON.	CHI CUADRADO	GRADO LIBERTAD	NIVEL SIGNIFICAC.
. 324	17. 791	4	-. 01
. 324	35. 583	10	-. 01

0. 01 NIVEL DE SIGNIFICACION AL 1% , -0. 01 NO SIGNIFICATIVO

VARIABLES CANONICAS DEL CONJUNTO DE MANO DERECHA

RAIZ CANONICA	1	2
AS	. 99	. 99
NA + K	-. 14	-. 14

VARIABLES CANONICAS DEL CONJUNTO DE MANO IZQUIERDA

RAIZ CANONICA	1	2
PROFUND.	. 86	. 86
RES. SECO	-. 19	-. 19
CO ₃ H	. 12	. 12
CA	-. 46	-. 46
PH	-. 07	-. 07

Tabla 2

ANALISIS DE CORRELACION CANONICA DE AGUAS SUBTERRANEAS SGO. DEL ESTERO

** MATRIZ DE CORRELACION

** LA MEDIDA DE LA MUESTRA ES: 164

PROFUND.	1. 000						
CO ₃ H	. 122	1. 000					
NA + K	. 396	. 260	1. 000				
CA	. 094	. 014	. 407	1. 000			
PH	. 194	. 177	. 109	-. 182	1. 000		
AS	. 314	. 091	. 135	-. 100	. 081	1. 000	
RES. SECO	. 378	. 271	. 973	. 511	. 071	. 114	1. 000

PRUEBA ESTADISTICA DE LAS SUCESIVAS RAICES CANONICAS

RAICES CANON.	CHI CUADRADO	GRADO LIBERTAD	NIVEL SIGNIFICAC.
. 332	18. 709	4	-. 01
. 332	37. 418	10	-. 01

0. 01 NIVEL DE SIGNIFICACION AL 1% , -0. 01 NO SIGNIFICATIVO

VARIABLES CANONICAS DEL CONJUNTO DE MANO DERECHA

RAIZ CANONICA	1	2
AS	.99	.99
RES. SECO	-.12	-.12

VARIABLES CANONICAS DEL CONJUNTO DE MANO IZQUIERDA

RAIZ CANONICA	1	2
PROFUND.	.85	.85
CO ₃ H	.11	.11
NA + K	-.09	-.09
CA	-.51	-.51
PH	-.06	-.06

Tabla 3

ANALISIS DE CORRELACION CANONICA DE AGUAS SUBTERRANEAS SGO. DEL ESTERO

** MATRIZ DE CORRELACION

** LA MEDIDA DE LA MUESTRA ES: 164

RES. SECO	1.000						
CO ₃ H	.271	1.000					
NA + K	.973	.260	1.000				
CA	.511	.014	.407	1.000			
PH	.071	.177	.109	-.182	1.000		
AS	.114	.091	.135	-.100	.081	1.000	
PROFUND.	.378	.122	.396	.096	.194	.314	1.000

PRUEBA ESTADISTICA DE LAS SUCESIVAS RAICES CANONICAS

RAICES CANON.	CHI CUADRADO	GRADO LIBERTAD	NIVEL SIGNIFICAC.
.158	4.039	4	-.01
.158	8.079	10	-.01

0.01 NIVEL DE SIGNIFICACION AL 1% , -0.01 NO SIGNIFICATIVO

VARIABLES CANONICAS DEL CONJUNTO DE MANO DERECHA

RAIZ CANONICA	1	2
AS	.93	.93
PROFUND.	-.37	.37

VARIABLES CANONICAS DEL CONJUNTO DE MANO IZQUIERDA

RAIZ CANONICA	1	2
RES. SECO	.30	.30
CO ₃ H	.22	.22
NA + K	-.07	-.07
CA	-.91	-.91
PH	-.19	-.19

La máxima correlación negativa entre el Arsénico y el Calcio se muestra en la Tabla 3 para el conjunto mano derecha [As]-[Profundidad]. La raíz es doble también e igual a .158 .

La correlación negativa entre Arsénico y Calcio condujo a tratar de visualizar la dependencia entre ambas variables en un diagrama de Durov (Fig. 1). Esto llevó a transformar la variable X(2) (Calcio) a 1/X(2) en el análisis de regresiones múltiples para encarar la segunda parte de la problemática expuesta.

El análisis de regresiones múltiples no incluyó ninguna variable en corridas previas del programa con un nivel F de 2.5 . La única variable incluida luego resultó el Calcio pero luego de su transformación a valores inversos. Estos resultados se presentan de la Tabla 4, también tomada de una salida real de computadora.

La ecuación de regresión determinada es:

$$[As] = .829126 \ 1/[Ca] + .23179$$

La Tabla 4 permite apreciar que los tenores de Arsénico predichos están próximos a los valores verdaderos, salvo para concentraciones que se encuentren en una estrecha franja de profundidad comprendida entre los 71 y 74 m. Profundidades mayores muestran en general desviaciones grandes de los valores verdaderos (Fig. 2)

Tabla 4

PROBLEMA NO	1	
NO. DE DATOS	80	
NO. DE VARIABLES :	{4}	
GRADOS DE LIBERTAD PESADOS :		80.00
NIVEL F PARA INCLUIR VARIABLE :		2.100
NIVEL F PARA EXCLUIR VARIABLE :		2.100

SUMA DE VARIABLES

SUMA X(1) = .54778700E+04 SUMA X(2) = .84316610E+01
 SUMA X(3) = .20337000E+05
 SUMA Y = .22310000E+02

SUMA DE CUADRADOS Y PRODUCTOS CRUZADOS

X(1) VS X(1) = .42616150E+06 X(1) VS X(2) = .58629460E+03
 X(1) VS X(3) = .14890730E+07 X(2) VS X(2) = .24281480E+01
 X(2) VS X(3) = .41774600E+03 X(3) VS X(3) = .16490630E+08
 X(1) VS Y = .15859830E+04 X(2) VS Y = .30390630E+01
 X(3) VS Y = .45118900E+04
 Y VS Y = .15203500E+02

VALOR PROMEDIO DE LAS VARIABLES

SUMA X(1) = .68473370E+02 SUMA X(2) = .10539580E+00
 SUMA X(3) = .25421250E+03
 SUMA Y = .27887500E+00

SUMA DE CUADRADOS RESIDUAL Y PRODUCTOS CRUZADOS

X(1) VS X(1) = .51073270E+05 X(1) VS X(2) = .89503330E+01
 X(1) VS X(3) = .96529950E+05 X(2) VS X(2) = .15394860E+01
 X(2) VS X(3) = -.17256880E+04 X(3) VS X(3) = .11320710E+08
 X(1) VS Y = .58342190E+02 X(2) VS Y = .68768390E+00
 X(3) VS Y = -.11595900E+04
 Y VS Y = .89818040E+01

COEFICIENTES DE CORRELACION

X(1) VS X(2) = .031919 X(1) VS X(3) = .126949
 X(2) VS X(3) = -.413369
 X(1) VS Y = .086140 X(2) VS Y = .184935
 X(3) VS Y = -.114937

ERROR STANDAR DE Y = .337185

PASO NO. 1
 VARIABLE ENTRANTE 2
 NIVEL F 2.7621
 ERROR STANDAR DE Y = .333486
 CONSTANTE .23179

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR ST DE COEF
X_ 2	44670	26878

ELEMENTOS DE LA DIAGONAL

VAR. NO.	VALOR
1	.998981
2	1.000000
3	.829126

PREDICCIÓN Y VALORES VERDADEROS

CORRIDA NO.	VERDADERO	PREDICHO	DESVIACION
1	. 30000	. 34347	-. 04347
2	. 30000	. 26902	. 03098
3	. 30000	. 25531	. 04469
4	. 30000	. 34347	-. 04347
5	. 30000	. 24195	. 05805
6	. 30000	. 45514	-. 15514
7	. 30000	. 45514	-. 15514
8	. 04000	. 23314	-. 19314
9	. 30000	. 23626	. 06374
10	. 30000	. 24834	. 05166
11	. 16000	. 33815	-. 17815
12	. 16000	. 33917	-. 17917
13	. 12000	. 34347	-. 22347
14	. 30000	. 33815	-. 03815
15	. 12000	. 24243	-. 12243
16	. 12000	. 33815	-. 21815
17	. 20000	. 33815	-. 13815
18	. 08000	. 23428	-. 15428
19	. 06000	. 23490	-. 17490
20	. 02000	. 23856	-. 21856
21	. 08000	. 25307	-. 17307
22	. 40000	. 23992	. 16008
23	. 20000	. 24243	-. 04243
24	. 10000	. 25122	-. 15122
25	. 50000	. 25807	. 24193
26	. 40000	. 24355	. 15645
27	. 20000	. 30624	-. 10624
28	. 30000	. 24073	. 05927
29	. 04000	. 24110	-. 20110
30	. 04000	. 23818	-. 19818
31	. 02000	. 24355	-. 22355
32	. 04000	. 23827	-. 19827
33	. 16000	. 23846	-. 07846
34	. 20000	. 23468	-. 03468
35	. 30000	. 27646	. 02354
36	. 30000	. 25210	. 04790

DATOS DE ENTRADA

CORRIDA NO.	X(1)	X(2)	X(3)	X(4)
1	. 89000000E+02	. 25000000E+00	. 15000000E+02	. 30000000E+00
2	. 93300000E+02	. 83333334E-01	. 75000000E+02	. 30000000E+00
3	. 60000000E+02	. 52631580E-01	. 46000000E+02	. 30000000E+00
4	. 70000000E+02	. 25000000E+00	. 25000000E+02	. 30000000E+00
5	. 72000000E+02	. 22727270E-01	. 18000000E+03	. 30000000E+00
6	. 71000000E+02	. 50000000E+00	. 25000000E+02	. 30000000E+00

7	.35000000E+02	.50000000E+00	.25000000E+02	.30000000E+00
8	.10300000E+03	.30030030E-02	.22520000E+04	.40000000E-01
9	.93000000E+02	.10000000E-01	.35000000E+03	.30000000E+00
10	.96000000E+02	.37037040E-01	.14000000E+03	.30000000E+00
11	.51000000E+02	.23809530E+00	.20000000E+02	.16000000E+00
12	.74000000E+02	.24038460E+00	.20000000E+02	.16000000E+00
13	.74000000E+02	.25000000E+00	.20000000E+02	.12000000E+00
14	.84000000E+02	.23809530E+00	.30000000E+02	.30000000E+00
15	.95000000E+02	.23809520E-01	.17500000E+03	.12000000E+00
16	.72000000E+02	.23809530E+00	.25000000E+02	.12000000E+00
17	.52000000E+02	.23809530E+00	.35000000E+03	.20000000E+00
18	.98000000E+02	.55555556E-02	.93000000E+03	.80000000E-01
19	.21000000E+02	.69444440E-02	.42400000E+03	.60000000E-01
20	.14000000E+02	.15151520E-01	.22200000E+03	.20000000E-01
21	.84000000E+02	.47619050E-01	.20200000E+03	.80000000E-01
22	.54000000E+02	.18181820E-01	.23800000E+03	.40000000E+00
23	.60000000E+02	.23809520E-01	.20200000E+03	.20000000E+00
24	.69000000E+02	.43478260E-01	.10600000E+03	.10000000E+00
25	.70000000E+02	.58823530E-01	.81000000E+02	.50000000E+00
26	.54000000E+02	.26315790E-01	.29300000E+03	.40000000E+00
27	.76000000E+02	.16666670E+00	.56000000E+02	.20000000E+00
28	.74000000E+02	.20000000E-01	.36400000E+03	.30000000E+00
29	.75000000E+02	.20833330E-01	.17500000E+03	.40000000E-01
30	.55000000E+02	.14285710E-01	.22200000E+03	.40000000E-01
31	.45000000E+02	.36315790E-01	.15400000E+03	.20000000E-01
32	.60000000E+02	.14492750E-01	.30700000E+03	.40000000E-01
33	.65000000E+02	.14925370E-01	.30800000E+03	.16000000E+00
34	.55000000E+02	.64516130E-02	.48500000E+03	.20000000E+00
35	.69000000E+02	.10000000E+00	.30000000E+02	.30000000E+00
36	.73000000E+02	.45454550E-01	.64000000E+03	.30000000E+00

DISCUSION

Reconsiderar el problema de la variación de las concentraciones de Arsénico con la profundidad implica volver a la Figura 1 de la segunda parte. Allí se destacan dos regiones de elevados tenores de Arsénico, una al N.O. de la región en estudio y otra al S.E. con una región intermedia donde existen concentraciones mucho menores del elemento. El análisis de regresión múltiple con una variable inde pendiente no determinó a priori correlación posible entre el Arsénico y la profundidad a los niveles de F adoptados. Un criterio mejorado es la separación de los datos en tres regiones que serían las identificadas por las líneas de igual concentración de la Figura 1 de la segunda parte. Resultan así 5 series de datos de Profundidad - Arsénico: región N.O. entre las líneas de .8 a 1. mg/l y entre .3 a .8 mg/l; región intermedia y región S.E., con zonas entre líneas de .8 a 1. mg/l y de .3 a .8 mg/l. Para ambas regiones de elevada densidad, no existe regresión posible entre el Arsénico y la profundidad. La Tabla 5 establece la posibilidad de una recta de regresión de ecuación:

$$[As] = .00049 [Profundidad] + .0244 ,$$

aunque con gran dispersión de puntos en la zona de profundidades

bajas. Esta situación se representa en la Figura 3, donde los puntos a más de 35 m son consistentes con la recta de regresión calculada. Esto indica la existencia de acuíferos de características diferentes: uno superficial, con tenores en general no muy elevados pero muy variables (gran dispersión) y otro profundo, de tenores mayores pero crecientes en forma lineal con la profundidad. Volviendo a la Figura 2, ésta no evidencia una zona de altas concentraciones entre los 71 y 74 m de profundidad, esta apreciación resulta de la no inclusión selectiva por zonas de características similares de los datos en el análisis.

El análisis realizado permitió establecer la relación inversa existente entre las concentraciones de Arsénico y Calcio. Las pruebas en Laboratorio confirmaron las características inhibitorias del Calcio, lo cual es tema de otro trabajo por los autores.

TABLA 5

PROBLEMA NO 1
 NO. DE DATOS 24
 NO. DE VARIABLES = 2
 GRADOS DE LIBERTAD PESADOS = 24.00
 NIVEL F PARA INCLUIR VARIABLE = 2.200
 NIVEL F PARA EXCLUIR VARIABLE = 2.200

SUMA DE VARIABLES

SUMA X(1) = .51600000E+03 SUMA Y = .84000000E+00

SUMA DE CUADRADOS Y PRODUCTOS CRUZADOS

X(1) VS X(1) = .21662080 X(1) VS Y = .23272000E+02
 Y VS Y = .41400000E-01

VALOR PROMEDIO DE LAS VARIABLES

SUMA X(1) = .21500000E+02 SUMA Y = .35000000E-01

SUMA DE CUADRADOS RESIDUAL Y PRODUCTOS CRUZADOS

X(1) VS X(1) = .10568080E+05 X(1) VS Y = .52119980E+01
 Y VS Y = .11999999E-01

COEFICIENTES DE CORRELACION

X(1) VS Y = .426824
 ERROR STANDAR DE Y = .020703

PASO NO. 1

VARIABLE ENTRANTE 1
 NIVEL F 5.9972

ERROR STANDAR DE Y = .020703
 CONSTANTE .02440

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR STD COEFICIENTE
X_1	.00049	.00020

ELEMENTOS DIAGONALES

VAR.	NO.	VALOR
	1	1.000000

VALORES PREDICHOS VS RESULTADOS REALES

CORRIDA NRO.	REAL	PREDICHO	DESVIACION
1	.01	.03031	-.02031
2	.01	.03258	-.02258
3	.02	.02819	-.00819
4	.04	.02987	.01013
5	.03	.03022	-.00022
6	.04	.02859	.01141
7	.06	.02957	.03043
8	.02	.02997	-.00997
9	.02	.03071	-.01071
10	.01	.02992	-.01992
11	.01	.02982	-.01982
12	.02	.03036	-.01036
13	.01	.03179	-.02179
14	.08	.02982	.05028
15	.02	.02849	-.00849
16	.06	.03253	.02747
17	.02	.03308	-.01308
18	.06	.03278	.02722
19	.06	.03475	.02525
20	.02	.03130	-.01130
21	.04	.04166	-.00166
22	.04	.06139	-.02139
23	.06	.05645	.00355
24	.08	.06582	.01418

DATOS DE ENTRADA

CORRIDA NO.	X(1)	X(2)
1	12.0	.01
2	16.6	.01
3	7.7	.02
4	11.1	.04
5	11.8	.03
6	8.5	.04
7	10.2	.06

8	11.3	.02
9	12.8	.02
10	11.2	.01
11	11.0	.01
12	12.1	.02
13	15.0	.01
14	11.0	.08
15	8.3	.02
16	16.5	.06
17	17.6	.02
18	17.0	.06
19	21.0	.06
20	14.0	.02
21	35.0	.04
22	75.0	.04
23	65.0	.06
24	84.0	.08

BIBLIOGRAFIA

- Cooley, W.W.
y Lohnes, F.R. "Multivariate Procedures for the Behavioral Science", J. Wiley & Sons, N.Y., 1962.
- Cramer, H. "Elementos de la Teoria de Probabilidades y algunas de sus Aplicaciones", Editorial Aguilar, Argentina, 1977.
- Eberlein, P.J. "A Jacoblike Method for the Authomatic Computation of Eigenvalues and Eigenvectors of an Arbitrary Matrix", Jour. Soc. Indust. App. Math., Vol. 10, pp. 74-78
- Efroymsen, M.A. "Multiple Regression Analysis", "Mathematical Methods for Digital Computers", J. Wiley & Sons, Editores Ralston, A. y Wilf, H.S., p. 189, 1976.
- Fischer, R.A. "Statistical Methods for Research Workers", Oliver and Boyd, Edimburgo, 1950.

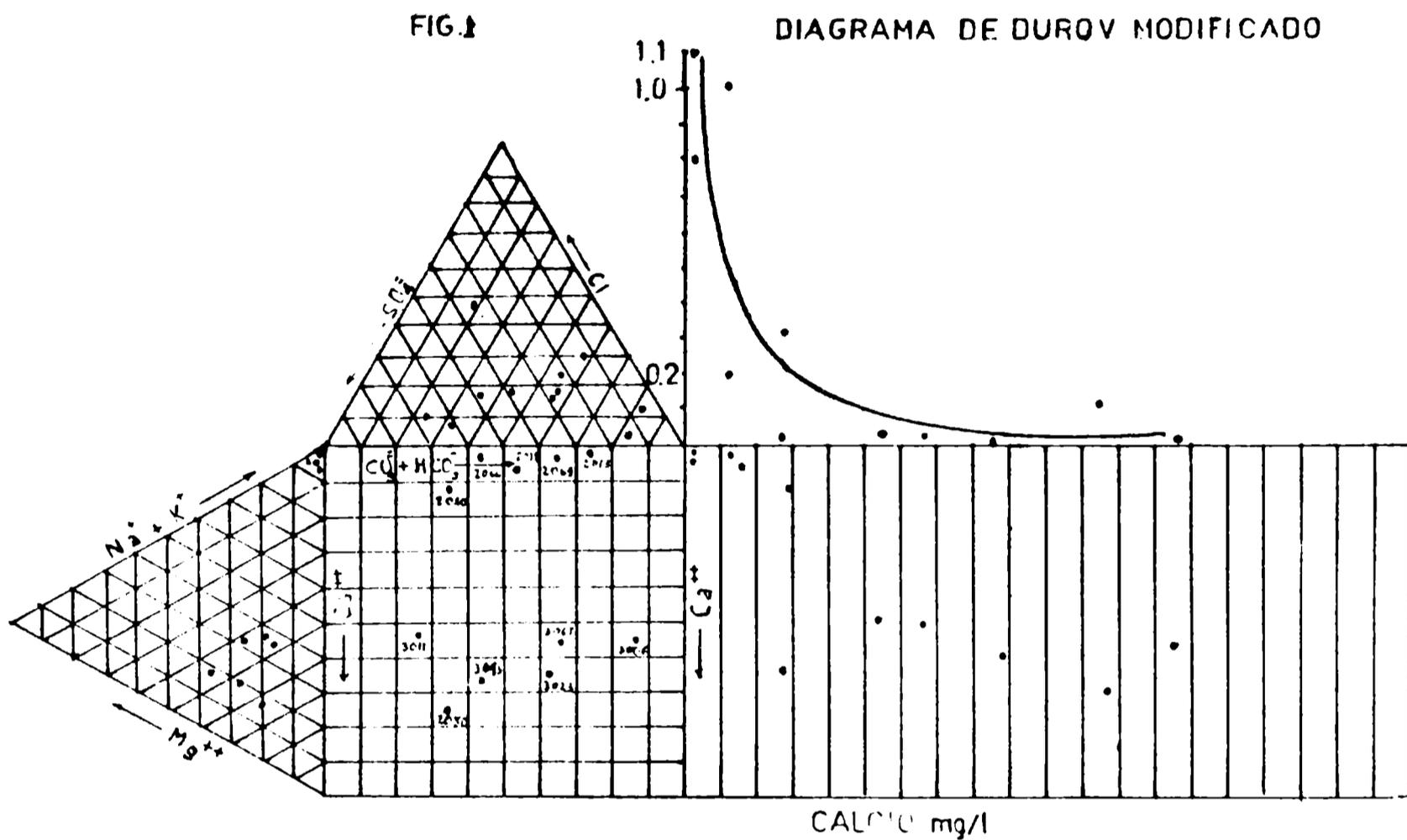


Fig. 1: Diagrama de Durov modificado para visualizar la relación Calcio - Arsénico para 11 pozos.

FIG - 2

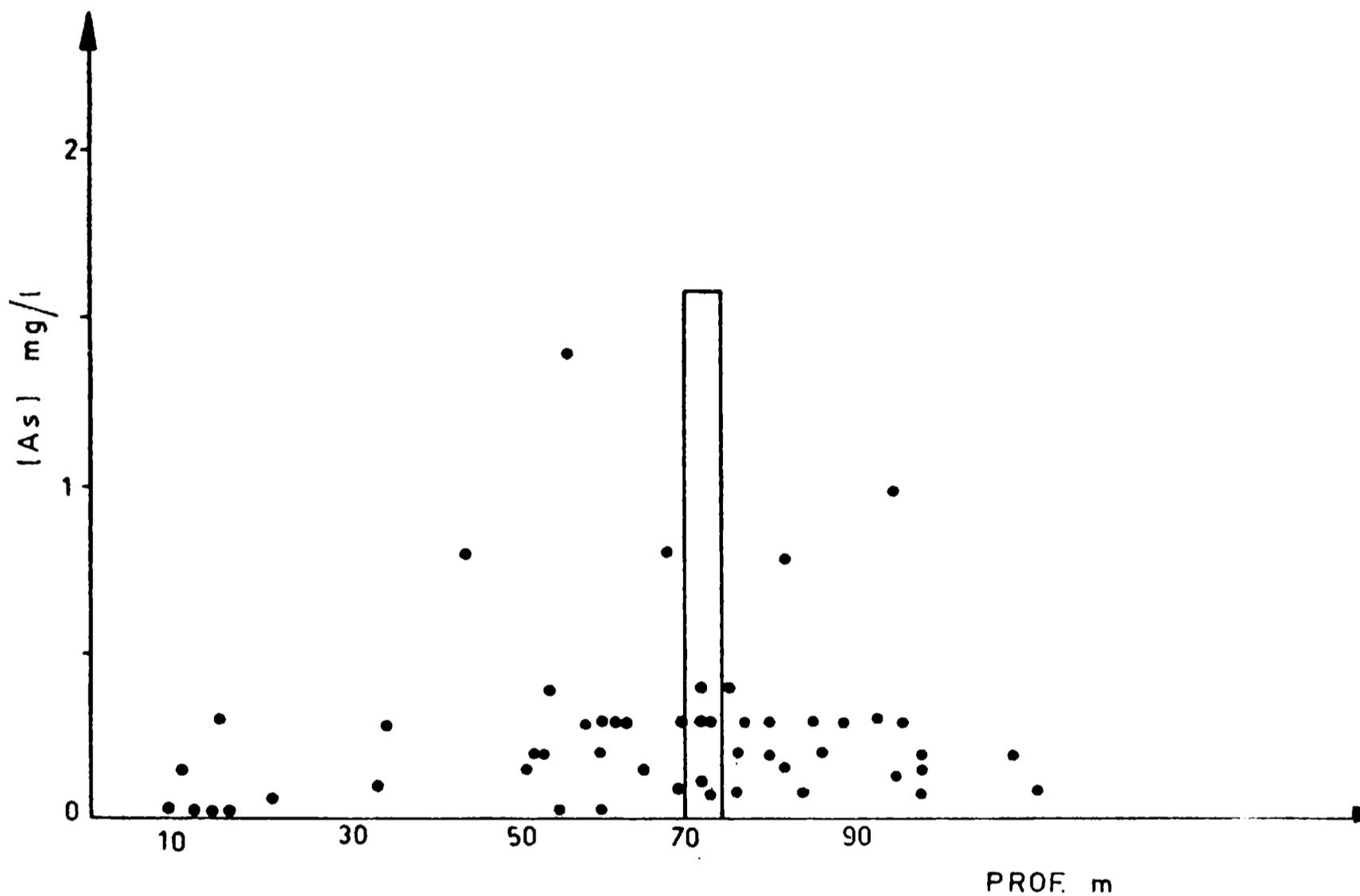


Fig. 2: Grafica de puntos Arsénico vs. profundidad para 80 valores representativos. La franja muestra el área identificada inicialmente como de alta concentración de pozos.

FIG. 3

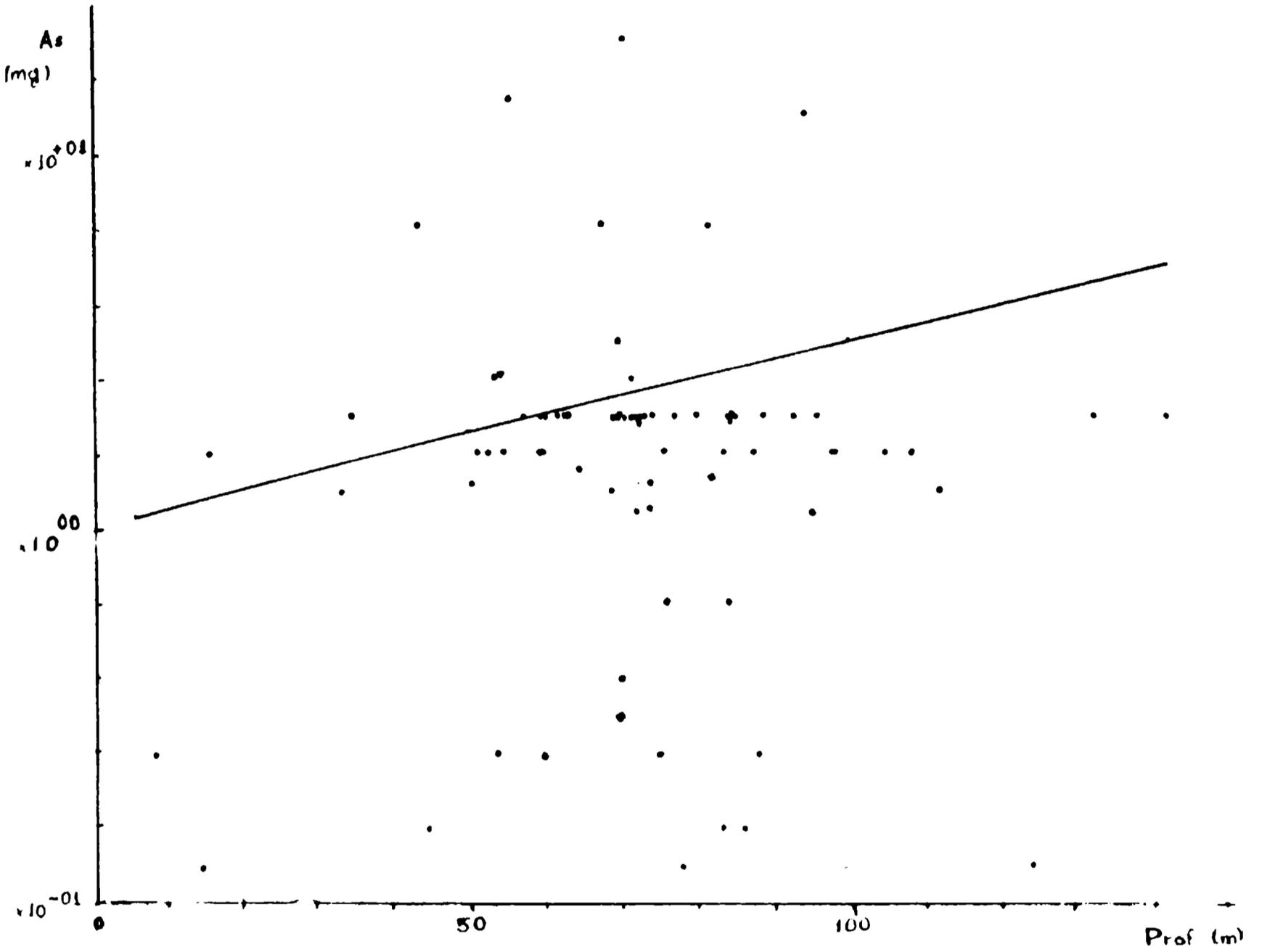


Fig. 3: Recta de regresión Arsénico-Profundidad.

