

ESPECTROS DE POTENCIA EN CENTELLEO DE SEÑALES DE SATELITES

Victor H. Rios *

Instituto de Fisica, Fac. de Ciencias Exactas y Tecnologia,

Universidad Nacional de Tucuman

Argentina

RESUMEN

El objeto de este trabajo es estudiar las fluctuaciones de fase y amplitud de señales de satélites.

Los espectros de potencia de amplitud y fase son obtenidos para el caso de un campo aleatorio localmente homogéneo del índice de refracción. Se trata luego de hacer un análisis cualitativo de las características de las fluctuaciones de fase y amplitud en función de la frecuencia y las escalas de turbulencia interna y externa.

ABSTRACT

The aim of this work is to study amplitude and phase fluctuations of signals from satellites.

Power spectra for phase and amplitude, are obtained for the case of a locally homogeneous random field describing the refraction index. Thereafter, a qualitative analysis of amplitude and phase fluctuations features in terms of frequency inner and outer turbulence scales is made.

* Miembro de la Carrera del Investigador del CONICET.

Para resolver la ecuación (II.1) se puede usar el método de pequeñas perturbaciones y se supone que la solución es de la forma:

$$E = E_0 + E_1 + E_2 + \dots$$

Sustituyendo esta serie en (II.1) e igualando a cero cada grupo de términos del mismo orden, se obtiene

$$\nabla^2 \vec{E}_0 + k^2 \vec{E}_0 = 0 \quad (II.2)$$

$$\nabla^2 \vec{E}_1 + k^2 \vec{E}_1 = -2k^2 n_1 \vec{E}_0 - 2 \text{grad} (\vec{E}_0 \cdot \text{grad} n_1)$$

donde se ha simplificado el logaritmo desarrollando en serie de potencias

$$\log(1+n_1) \sim n_1 - (n_1^2/2) + \dots$$

donde E_0 es el campo incidente y E_1 es el primer término del campo dispersado.

Si se toma que $\lambda \ll l_0$, siendo " l_0 " la escala de turbulencia, la ecuación (II.2) se transforma en

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 n^2(\vec{r}) \vec{E} = 0 \quad (II.3)$$

Esta ecuación engloba tres ecuaciones escalares del tipo:

$$\nabla^2 \mu + k^2 n^2(\vec{r}) \mu = 0 \quad (II.4)$$

$$\nabla^2 \mu / \mu + k^2 n^2(\vec{r}) \equiv \nabla^2 \log \mu + (\nabla \log \mu)^2 + k^2 n^2(\vec{r}) = 0$$

para resolver esta última ecuación se hace $\mu = A \exp(iS)$ donde A es la amplitud y S la fase. Así resulta:

$$\log \mu = \log A + iS \quad (\text{Re } \psi = \log A ; \text{Im } \psi = S)$$

Reemplazando esta última en (II.4) tendremos:

$$\nabla^2 \psi + (\nabla \psi)^2 + k^2 (1+n_1(\vec{r}))^2 = 0 \quad (II.5)$$

Si ahora se toma que $\psi = \psi_0 + \psi_1$ donde ψ_0 satisface la ecuación:

$$\nabla^2 \psi_0 + (\nabla \psi_0)^2 + k^2 = 0 \quad (II.6)$$

Sustituyendo $\psi = \psi_0 + \psi_1$ en la ecuación (II.5) y tomando en cuenta (II.6) se obtiene:

I. INTRODUCCION

En el presente trabajo se realiza el análisis cualitativo de las fluctuaciones de fase y amplitud que sufre una onda electromagnética de alta frecuencia emitida desde un satélite al atravesar la ionósfera. Es muy conocido el fenómeno de centelleo ionosférico, el cuál ha sido estudiado por muchos autores, Briggs y Parkin (1963), Rufenach (1975), Cronyn (1970). Este es atribuido a la dispersión que sufre una onda electromagnética al propagarse en un medio turbulento.

El problema de dispersión de ondas electromagnéticas en atmosfera turbulenta ha sido tratado por Booker y Ratcliffe (1950), Bowhill (1961), Dyson y McClure (1971). Este problema puede resumirse de la siguiente manera.

Una onda monocromática incide sobre un volumen "V" de un medio turbulento, el cual dispersa la onda incidente. Es necesario ver entonces de que parámetros dependen las fluctuaciones de fase y amplitud de la onda emergente, siendo este el propósito del trabajo.

Para resolver el problema, hemos puesto una geometría muy simple, la cual está dada en la figura 1 y el modelo simplificado en la figura 2. Esto implica que la altura del satélite puede ser tomada como constante para el rango de ángulo cenital involucrado, en consecuencia podemos usar una geometría de tierra plana. Una segunda suposición, es considerar que el índice de refracción de la ionósfera dentro del volumen de dispersión es una función de las coordenadas y no depende del tiempo. Los cambios en tiempo del índice de refracción serán considerados simplemente como cambios en las diferentes realizaciones del campo aleatorio.

Con estas aproximaciones, de las ecuaciones de Maxwell se obtiene la ecuación de onda

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 n^2 \vec{E} + 2 \text{grad} (\vec{E} \cdot \text{grad} \log n) = 0 \quad (1.1)$$

donde E es el campo eléctrico, k es el número de onda y n el índice de refracción. El problema queda así planteado, y resolver esta ecuación conduce a la solución del mismo.

II. SOLUCION DEL PROBLEMA

Suponiendo que las fluctuaciones del índice de refracción $n = n_0 + n_1$ son pequeñas, es decir que $n_0 - n_1 \ll 1$, donde n_1 es la desviación de n_0 de su valor medio, y como n_0 es cercano a la unidad resulta el valor de n : $n \approx 1 + n_1$. teniendo en cuenta en la ecuación (1.1) resulta:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = -2 \text{grad} (\vec{E} \cdot \text{grad} \log(1+n_1)) - 2k^2 n_1 \vec{E} - k^2 n_1^2 \vec{E} \quad (11.1)$$

$$\nabla^2 \psi_1 + (\nabla \psi_1)^2 + (2 \nabla \psi_0 \cdot \nabla \psi_1) + 2 k^2 n_1(\vec{r}) + k^2 n_1^2(\vec{r}) = 0 \quad (11.7)$$

En la ecuación (11.7) puede ser omitido el término $k^2 n_1^2(\vec{r})$, el cual es de segundo orden.

En el caso donde $|\nabla \psi_1| \ll |\nabla \psi_0|$, o más precisamente donde $|\nabla \psi_1| < n_1 |\nabla \psi_0|$ puede ser omitido el término $(\nabla \psi_1)^2$ en la ecuación (11.7):

Finalmente se obtiene la ecuación:

$$\nabla^2 \psi_1 + 2 \nabla \psi_0 \cdot \nabla \psi_1 + 2 k^2 n_1(\vec{r}) = 0 \quad (11.8)$$

La cual es válida dentro de las condiciones siguientes:

$$|n_1(\vec{r})| \ll 1 \quad |\nabla \psi_1| \ll |\nabla \psi_0| \quad (11.9)$$

Ya que $|\nabla \psi_0| \sim k = 2\pi/\lambda$, la segunda condición (11.9) puede ser reescrita de la forma $\lambda |\nabla \psi_1| \ll 2\pi$.

Esta última ecuación expresa un cambio muy pequeño de ψ_1 a distancias del orden de la longitud de onda.

Si usamos la sustitución $\psi_1 = e^{-i\psi_0} W$, la ecuación (11.8) puede ser reducida a la forma:

$$\nabla^2 W + k^2 W + 2k^2 n_1(\vec{r}) e^{i\psi_0} = 0 \quad (11.10)$$

Ya que $e^{i\psi_0} = \mu$, la ecuación (11.10) tiene una solución de la forma:

$$W(\vec{r}) = (k^2/2\pi) \int_V n_1(\vec{r}') \mu_0(\vec{r}') \left\{ \exp(ik|\vec{r}-\vec{r}'|)/|\vec{r}-\vec{r}'| \right\} dV' \quad (11.11)$$

La integración de (11.11) debe hacerse en la región donde: $n_1(\vec{r}')$ es distinta de cero.

Para la cantidad $\psi_1 = W(\vec{r})/\mu_0(\vec{r})$ se obtiene:

$$\psi_1(\vec{r}) = (k^2/2\pi) \mu_0(\vec{r}) \int_V n_1(\vec{r}') \mu_0(\vec{r}') \left\{ \exp(ik|\vec{r}-\vec{r}'|)/|\vec{r}-\vec{r}'| \right\} dV' \quad (11.12)$$

III. FLUCTUACIONES DE FASE Y AMPLITUD

Se considera ahora el problema de las fluctuaciones de ondas planas monocromáticas, confinadas donde la longitud de onda pequeña comparada con la escala de turbulencia interna "10". Si se localiza el origen de coordenadas sobre la región ocupada por inhomogeneidades del índice de refracción, y se elige el eje x como la dirección de propagación, se obtiene $\mu_0(\vec{r}) = A_0 \exp(ikx)$ y la ecuación (11.12) toma la forma

$$\psi_1(\vec{r}) = (k^2/2\pi) \int_V n_1(\vec{r}') \exp\{-ik(x-x')\} \left\{ \exp(ik|\vec{r}-\vec{r}'|)/|\vec{r}-\vec{r}'| \right\} dV' \quad (11.13)$$

Cuando $\lambda \ll l_0$, la ecuación (III.1) puede ser simplificada notablemente. En este caso, el ángulo de dispersión de las ondas por inhomogeneidades del índice de refracción es de un orden no mayor que $\theta_0 = \lambda/l_0$ y por lo tanto, el valor de $\Psi_1(\vec{r})$ puede ser apreciablemente afectada por las inhomogeneidades incluídas en un cono de vértice en el punto de observación y con una abertura angular $\theta_0 = \lambda/l_0 \ll 1$

Así esta región:

$$x - x' \gg \left\{ (y - y')^2 + (z - z')^2 \right\}^{1/2}$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| \simeq (x - x') + (y - y')^2 + (z - z')^2 / 2(x - x')$$

Sustituyendo estos resultados en (III.1) y tomando solamente el primer término del desarrollo en el denominador de esta ecuación, se obtiene la expresión aproximada:

$$\Psi_1(r) = (k^2/2\pi) \int_V n_1(r') \left\{ \exp \left\{ ik \left((y - y')^2 + (z - z')^2 / 2(x - x') \right) \right\} (x - x') \right\} dV' \quad (III.2)$$

No es difícil ver la (III.2) es la solución de la ecuación:

$$\partial^2 \Psi_1 / \partial y^2 + \partial^2 \Psi_1 / \partial z^2 + 2ik(\partial \Psi_1 / \partial x) + 2k^2 n_1(\vec{r}) = 0 \quad (III.3)$$

Esta ecuación puede ser obtenida de la (II.8) omitiendo el término $\partial^2 \Psi_1 / \partial x^2$

Para resolver la ecuación (III.3) se hace uso de los llamados desarrollos espectrales.

En un medio turbulento, $n_1(\vec{r})$ es un campo aleatorio localmente isotrópico, al cual lo podemos representar por la ecuación:

$$n_1(x, y, z) = n_1(x, 0, 0) + \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ 1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z)) \right\} dV(\chi_2, \chi_3, x) \quad (III.4)$$

donde $n(x, 0, 0)$ es una variable aleatoria, dV es el elemento amplitud de n y

$\chi_i (i = 2, 3)$, son los números de ondas correspondientes.

Si se toma una forma similar para el desarrollo de $\Psi_1(\vec{r})$ se obtiene:

$$\Psi_1(r) = \Psi_1(x, 0, 0) + \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ 1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z)) \right\} d\phi(\chi_2, \chi_3, x) \quad (III.5)$$

Sustituyendo los desarrollos (III.4) y (III.5) en (III.3) obtenemos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\chi_2^2 + \chi_3^2) \exp \left\{ i(\chi_2 y + \chi_3 z) \right\} d\phi(\chi_2, \chi_3, x) + 2ik d\Psi_1(x, 0, 0) / dx + 2ik \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ 1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z)) \right\} \partial / \partial x (d\phi(\chi_2, \chi_3, x)) + 2k^2 n_1(x, 0, 0) + 2k^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ 1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z)) \right\} dV(\chi_2, \chi_3, x) = 0 \quad (III.6)$$

Haciendo $Y = Z = 0$ en la ecuación (III.6) y reescribiendo se obtiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} \chi^2 d\phi(\chi_2, \chi_3, x) + 2ik d\Psi_1(x, 0, 0) / dx + 2k^2 n_1(x, 0, 0) \quad (III.7)$$

Sustrayendo (III.7) de (III.6)

$$\int_{-\infty}^{\infty} -\chi^2 \{1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z))\} d\phi(\chi_2, \chi_3, x) + 2iK \int_{-\infty}^{\infty} \{1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z))\} \partial/\partial x d\phi(\chi_2, \chi_3, x) + 2K^2 \int_{-\infty}^{\infty} \{1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z))\} dV(\chi_2, \chi_3, x) = 0 \quad (III.8)$$

Sigue la ecuación (III.8) que las funciones aleatorias de amplitudes $dV(\chi_2, \chi_3, x)$ y $d\phi(\chi_2, \chi_3, x)$ están relacionados por la ecuación diferencial:

$$2iK^2 \partial/\partial x \{d\phi(\chi_2, \chi_3, x)\} - \chi^2 d\phi(\chi_2, \chi_3, x) + 2K^2 dV(\chi_2, \chi_3, x) = 0 \quad (III.9)$$

La solución de la ecuación (III.9) tiene la forma:

$$d\phi(\chi_2, \chi_3, x) = iK \int_0^x dx' \exp\{iK^2(x-x')/2K\} dV(\chi_2, \chi_3, x') \quad (III.10)$$

Se trata ahora de encontrar las relaciones entre las amplitudes de las densidades espectrales de las fluctuaciones de fase y del $\log(A/A_0)$ con respecto a las densidades espectrales de las fluctuaciones del índice de refracción.

Definiendo $\chi = \log(A/A_0)$, luego $\chi = \text{Re}\{\Psi_1\}$ y por el desarrollo (III.5) se tiene:

$$\chi(\vec{r}) = \text{Re}\{\Psi_1(x, 0, 0)\} + \text{Re}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} (1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z))) d\phi(\chi_2, \chi_3, x)\right\}$$

La cual puede ser reescrita, cambiando variables $\chi_2 \rightarrow -\chi_2$; $\chi_3 \rightarrow -\chi_3$

$$\chi(\vec{r}) = \text{Re}\{\Psi_1(x, 0, 0)\} + \int_{-\infty}^{\infty} (1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z))) \{d\phi(\chi_2, \chi_3, x) + d\phi^*(\chi_2, \chi_3, x)/2\}$$

donde el (*) significa compleja conjugada.

En forma análoga, se obtiene $S_1 = \text{Im}\{\Psi_1\}$, así:

$$S_1(\vec{r}) = \text{Im}\{\Psi_1(x, 0, 0)\} + \int_{-\infty}^{\infty} (1 - \exp(i(\chi_2 y + \chi_3 z))) \{(d\phi - d\phi^*)/2i\}$$

Si llamamos a las amplitudes espectrales de los campos aleatorios $\chi(\vec{r})$ y $S_1(\vec{r})$ por $d\alpha(\chi_2, \chi_3, x)$ y $dG(\chi_2, \chi_3, x)$

$$d\alpha(\chi_2, \chi_3, x) = (d\phi(\chi_2, \chi_3, x) + d\phi^*(-\chi_2, -\chi_3, x))/2$$

$$dG(\chi_2, \chi_3, x) = (d\phi(\chi_2, \chi_3, x) - d\phi^*(-\chi_2, -\chi_3, x))/2i$$

Sustituyendo la ecuación (III.10) en las anteriores tendremos:

$$d\alpha(\chi_2, \chi_3, x) = K \left(\int_0^x \text{sen}(\chi^2(x-x')/2K) dx' \right) dV(\chi_2, \chi_3, x') \quad (III.13)$$

$$dG(\chi_2, \chi_3, x) = K \left(\int_0^x \cos(\chi^2(x-x')/2K) dx' \right) dV(\chi_2, \chi_3, x') \quad (III.14)$$

El significado físico de estas dos últimas expresiones, es que las inhomogeneida-

desestán caracterizadas por el número de onda (es decir por las dimensiones geométricas $l = 2\pi/\chi$), así las amplitudes de los campos aleatorios se obtienen como una superposición de inhomogeneidades $dV(\chi_2, \chi_3, x')$ caracterizadas por el mismo número de onda χ . Más aún, el índice de refracción de las inhomogeneidades con dimensiones "l", las cuales están localizadas a la distancias $(x - x')$ desde el punto de observación, aparecen con peso $\text{sen}(\pi \Delta^2/l^2)$ o $\text{cos}(\pi \Delta^2/l^2)$ donde $\Delta^2 = \lambda(x - x')$ es el cuadrado del radio de la primera zona de Fresnel.

Usando las relaciones (III.13) y (III.14) de las amplitudes aleatorias espectrales, se puede relacionar con las densidades espectrales de las fluctuaciones del índice de refracción.

Multiplicando (III.13) por su complejo conjugado de $da, da^*(\chi_2', \chi_3', x)$ y promediando se tiene:

$$\overline{da da^*} = k^2 \int_0^x dx' \int_0^x dx'' \text{sen}(\chi^2(x-x')/2k) \text{sen}(\chi^2(x-x'')/2k) dV dV^* \tag{III.15}$$

La ecuación (III.15) también puede ser escrita como

$$\overline{da da^*} = \delta(\chi_2 - \chi_2') \delta(\chi_3 - \chi_3') F_A(\chi_2, \chi_3, 0) d\chi_2 d\chi_3 d\chi_2' d\chi_3' \tag{III.16}$$

En forma análoga tendremos que:

$$\overline{dV dV^*} = \delta(\chi_2 - \chi_2') \delta(\chi_3 - \chi_3') F_N(\chi_2, \chi_3, x' - x'') d\chi_2 d\chi_3 d\chi_2' d\chi_3' \tag{III.17}$$

donde $F_A(\chi_2, \chi_3, 0)$, es la densidad espectral bidimensional de las fluctuaciones de χ en el plano $x = \text{const}$ y $F_N(\chi_2, \chi_3, x' - x'')$ es la densidad espectral bidimensional de las fluctuaciones del índice de refracción.

Sustituyendo (III.16) y (III.17) en (III.15) se obtiene:

$$F_A = k^2 \int_0^x \int_0^x \text{sen}(\chi^2(x-x')/2k) \text{sen}(\chi^2(x-x'')/2k) F_N(\chi_2, \chi_3, x' - x'') dx' dx'' \tag{III.18}$$

En forma similar de la ecuación (III.14) puede ser obtenida la relación:

$$F_S = k^2 \int_0^x \int_0^x \text{cos}(\chi^2(x-x')/2k) \text{cos}(\chi^2(x-x'')/2k) F_N(\chi_2, \chi_3, x' - x'') dx' dx'' \tag{III.19}$$

Las relaciones (III.18) y (III.19) pueden ser simplificadas notablemente, ya que

$$F_N(\chi_2, \chi_3, x' - x'') = F_N(\chi_2, \chi_3, x'' - x')$$

Introduciendo además las nuevas variables de integración $\xi = x' - x''$ y $2\eta = x' + x''$ se obtiene:

$$F_A = \int_0^L \left\{ k^2(L - \xi) \text{cos}(\chi^2 \xi / 2k) + A \right\} F_N(\chi_2, \chi_3, \xi) d\xi \tag{III.20}$$

donde

$$A = (k^3/\chi^2) \text{sen}(\chi^2 \xi / 2k) - (k^3/\chi^2) \text{sen}(\chi^2(2L - \xi) / 2k) \tag{III.21}$$

$$F_s = \int_0^L \left\{ k^2 (L - \xi) \cos(\alpha^2 \xi / 2k) - B \right\} F_N(\alpha_2, \alpha_3, \xi) d\xi$$

donde

$$B = (k^3/\alpha^2) \operatorname{sen}(\alpha^2 \xi / 2k) - (k^3/\alpha^2) \operatorname{sen}(\alpha^2 (2L - \xi) / 2k)$$

En general, la función $F_N(\alpha_2, \alpha_3, \xi)$ decae muy rápidamente a cero para $\alpha \xi \geq 1$, por lo tanto la contribución a los valores de las integrales (III.20) y (III.21) son para $\xi \lesssim 1/\alpha$.

En la región $\xi \lesssim 1/\alpha$ tendremos que $\alpha^2 \xi / k \lesssim \alpha / k$. Como se supone que la longitud de onda es menor que la escala de turbulencia " l_0 " y esta es del orden $l_0 \sim 1/\alpha_m$ donde α_m es el número de onda más grande para el cual $F_N(\alpha, \xi)$ tiende a cero. Por lo tanto se tiene que

$$1/\alpha \ll 1/\alpha_m \quad \text{y} \quad \alpha/k < \alpha_m/k \ll 1$$

Así $\alpha^2 \xi / 2k \ll 1$ en la región de integración que tiene importancia y podemos reescribir:

$$\cos(\alpha^2 \xi / 2k) \sim 1; \quad \operatorname{sen}(\alpha^2 \xi / 2k) \sim \alpha^2 \xi / 2k; \quad \operatorname{sen}(\alpha^2 (2L - \xi) / 2k) \sim \operatorname{sen} \alpha^2 L / k$$

Con estas simplificaciones las ecuaciones (III.20) y (III.21) se transforman en:

$$F_A(\alpha_2, \alpha_3, 0) \sim \int_0^L \left\{ k^2 L - (k^3/\alpha^2) \operatorname{sen}(\alpha^2 L / k) \right\} F_N(\alpha_2, \alpha_3, \xi) d\xi \quad (\text{III.22})$$

$$F_s(\alpha_2, \alpha_3, 0) \sim \int_0^L \left\{ k^2 L - (k^3/\alpha^2) \operatorname{sen}(\alpha^2 L / k) \right\} F_N(\alpha_2, \alpha_3, \xi) d\xi \quad (\text{III.23})$$

Ya que la función $F_N(\alpha_2, \alpha_3, \xi)$ decae rápidamente para valores grandes de ξ , la integración en (III.22) y (III.23) puede llevarse a infinito, sin que cambien apreciablemente los valores de las integrales, y ya que:

$$\int_0^\infty F_N(\alpha_2, \alpha_3, \xi) d\xi = \pi \phi_N(0, \alpha_2, \alpha_3)$$

donde $\phi_N(\alpha)$ es la densidad espectral tridimensional de la función estructural del índice de refracción. Las ecuaciones (III.22) y (III.23) toman la forma

$$F_A(\alpha_2, \alpha_3, 0) = \pi k^2 L (1 - (k/\alpha^2 L) \operatorname{sen}(\alpha^2 L / k)) \phi_N(0, \alpha_2, \alpha_3) \quad (\text{III.24})$$

$$F_s(\alpha_2, \alpha_3, 0) = \pi k^2 L (1 + (k/\alpha^2 L) \operatorname{sen}(\alpha^2 L / k)) \phi_N(0, \alpha_2, \alpha_3) \quad (\text{III.25})$$

IV. ANALISIS CUALITATIVO DE SOLUCIONES

Usando las ecuaciones (III.24) y (III.25) se pueden dar algunas conclusiones generales respecto a las fluctuaciones en fase y amplitud de la onda. Se sigue de las ecuaciones (III.24) y (III.25) que las fluctuaciones de fase son siempre más grandes que las fluctuaciones del logaritmo de la amplitud. Considerando el caso en que el índice de refracción es un campo localmente isotrópico, las ecuaciones (III.24) y

(III.25) pueden ser simplificados ya que

$$\phi_N(x_1, x_2, x_3) = \phi_N(\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2})$$

Por lo tanto, recordando que

$$x^2 = x_2^2 + x_3^2 \quad ; \quad F_A(x_2, x_3, 0) = F_A(x, 0) \quad , \quad F_S(x_2, x_3, 0) = F_S(x, 0)$$

Así las ecuaciones (III.24) y (III.25) se transforman en

$$F_A(x, 0) = \pi k^2 L (1 - (k/x^2 L) \text{sen}(x^2 L/k)) \phi_N(x) \tag{IV.1}$$

$$F_S(x, 0) = \pi k^2 L (1 + (k/x^2 L) \text{sen}(x^2 L/k)) \phi_N(x) \tag{IV.2}$$

Se observa que estas dos últimas ecuaciones dependen del producto de funciones. En el caso de (IV.1) estas funciones son

$$f(x) = 1 - (k/x^2 L) \text{sen}(x^2 L/k) \quad \text{y} \quad \phi_N(x)$$

El comportamiento de $\phi_N(x)$ tiene la forma de la Figura 3a. En la región de pequeña escala las curvas son muchos menores que "1" es decir para $x \gg 2\pi/l_0$ la función $\phi_N(x)$ es igual a cero o despreciablemente pequeña. Para valores pequeños de x , lo cual está entre $2\pi/l_0$ y $2\pi/l_0$ (l_0 es la escala de turbulencia externa), $\phi_N(x)$ crece cuando x decrece (ya que las fluctuaciones del índice de refracción grandes están relacionados con grandes inhomogeneidades).

Para $x < 2\pi/l_0$, el crecimiento de $\phi_N(x)$ es lento, esto está conectado con el hecho de que las fluctuaciones del índice de refracción son finitas.

La función $f(x)$ puede aproximarse a:

$$f(x) \rightarrow x^4 L^2 / 6 k^2 \quad \text{para} \quad x^2 L/k \ll 1$$

y su valor asintótico a la unidad, haciéndose las oscilaciones cada vez más pequeñas a medida que x aumenta.

Esta función toma el valor unidad para $x = (\pi k/L)^{1/2} = (2\pi^2/\lambda L)^{1/2}$. Definiendo la escala característica de esta función como la cantidad $x_0 \sim 2\pi/(\lambda L)^{1/2}$

Dependiendo del parámetro x_0 las posiciones relativas de los puntos $x_0, 2/l_0$ y $2/L_0$ son posibles:

$$(\lambda L)^{-1/2} > l_0^{-1} \quad , \quad L_0^{-1} < (\lambda L)^{-1/2} < l_0^{-1} \quad ; \quad (\lambda L)^{-1/2} < L_0^{-1}$$

Considerando la primera desigualdad de (IV.3), en el caso donde $(\lambda L)^{1/2} \gg l_0^{-1}$ se obtiene la posición relativa de las curvas $\phi_N(x)$ y $f(x)$ graficada en la figura 3b. Para todos los valores de $x < 2\pi/l_0$ la función $f(x)$ es aproximadamente igual a $x^4 L^2 / 6 k^2$. Por lo tanto se tiene

$$F_A(\alpha, 0) = \pi L^3 \alpha^4 \phi_N(\alpha) / 6 \quad \text{y} \quad F_S(\alpha, 0) = 2\pi k^2 L \phi_N(\alpha)$$

Ya que en este caso es $1 + (k/\alpha^2 L) \text{sen}(\alpha^2 L/k) \sim 2$. Además el producto de las funciones $\phi_N(\alpha)$ y $f(\alpha)$ tiene un máximo cerca del punto $2\pi/l_0$ y es igual a cero (o despreciable pequeño) para $\alpha > 2\pi/l_0$, por lo tanto el espectro de la función de correlación de las fluctuaciones de la amplitud está concentrado cerca del punto $2\pi/l_0$, es decir las inhomogeneidades del índice de refracción con escalas del orden de " l_0 " tienen gran influencia sobre las fluctuaciones de amplitud.

Considerando ahora la desigualdad $L_0^{-1} \ll (\lambda L)^{-1/2} \ll l_0^{-1}$ se obtiene la posición relativa de las curvas $\phi_N(\alpha)$ y $f(\alpha)$ en la figura 4a. El producto de $\phi_N(\alpha)$ y $f(\alpha)$ tiene un máximo cerca del punto $2\pi/(\lambda L)^{1/2}$ y tiende a cero para $\alpha \gtrsim 2\pi/l_0$. El comportamiento de la función $\phi_N(\alpha)$ para $\alpha < 2\pi/l_0$, casi no afecta las características de la función $F_A(\alpha, 0)$, ya que en esta región la función $f(\alpha)$ tiende a cero. Así el espectro de la función de correlación de las fluctuaciones de amplitud está concentrada cerca del punto $2\pi/(\lambda L)^{1/2}$ es decir que las inhomogeneidades del índice de refracción con escalas del orden $(\lambda L)^{1/2}$ dan una gran contribución a las fluctuaciones de amplitud de la onda.

Considerando finalmente la condición $(\lambda L)^{-1/2} \ll L_0^{-1}$ se obtiene la posición relativa de las curvas $\phi_N(\alpha)$ y $f(\alpha)$ graficada en la figura 4b. Se deduce de esta figura, que en el intervalo $(L_0, (\lambda L)^{1/4})$ la mayor contribución al espectro de la función de correlación de las fluctuaciones de amplitud, está hecha por grandes escalas de inhomogeneidades. Sin embargo, se debe puntualizar que el rango de escala que exceden L_0 , el campo del índice de refracción no es un campo aleatorio localmente isotrópico y homogéneo. Por lo tanto, estrictamente hablando, para tales escalas, la función de estructura del campo del índice de refracción dependen de las coordenadas de ambos puntos de observación y por esto uno no puede definir la densidad espectral $\phi_N(\alpha)$ de un argumento, ni siquiera de argumento vectorial. Lo mismo se aplica obviamente a las densidades espectrales $F_A(\alpha, 0)$ y $F_S(\alpha, 0)$ de las fluctuaciones de amplitud y fase de la onda, ya que son proporcionales a $\phi_N(\alpha)$. Las funciones $F_A(\alpha, 0)$ y $F_S(\alpha, 0)$ tienen significado solamente en la región $\alpha \gtrsim 2\pi/l_0$. Examinando la forma de las densidades espectrales $F_A(\alpha, 0)$ y $F_S(\alpha, 0)$ para $\alpha > 2\pi/l_0$. En esta región

$$f(\alpha) = 1 - (k/\alpha^2 L) \text{sen}(\alpha^2 L/k) \sim 1 \quad \text{y} \quad 1 + (k/\alpha^2 L) \text{sen}(\alpha^2 L/k) \sim 1$$

por lo tanto tendremos

$$F_A(\alpha, 0) \sim F_S(\alpha, 0) = \pi k^2 L \phi_N(\alpha) \quad \alpha \gtrsim 2\pi/l_0 \quad (\text{IV.4})$$

Así, para $(\lambda L)^{1/2} \gg L_0$, las densidades espectrales bidimensionales de las funciones de estructura de las fluctuaciones de amplitud y fase de onda son iguales y pro

porcionales a la densidad espectral tridimensional de la función estructura de las fluctuaciones del índice de refracción.

Como se ve en la figura 4b, para $(\lambda L)^{1/2} \gg L_0$, la función $(1 \pm (\kappa/\lambda^2 L) \sin(\chi^2 L/\kappa)) \phi_N(\chi)$ coincide con $\phi_N(\chi)$ sobre la región de integración, con excepción de pequeños pedazos del espectro.

V. CONCLUSIONES

Resumiendo los resultados de este análisis cualitativo de las características de fluctuaciones de amplitud y fase de la onda, se ha llegado a la conclusión que pueden ocurrir los siguientes casos dependiendo del parámetro $(\lambda L)^{1/2}$.

- 1- $(\lambda L)^{1/2} \ll l_0$. Las fluctuaciones de amplitud de la onda no dependen de la frecuencia y crecen con la distancia del mismo modo que L^3 . La distancia de correlación de las fluctuaciones de la onda en el plano $X = L$ es del orden l_0 .
- 2- $l_0 \ll (\lambda L)^{1/2} \ll L_0$. La forma de la función espectral de las fluctuaciones de amplitud dependen de la forma concreta de la densidad espectral $\phi_N(\chi)$ de las fluctuaciones del índice de refracción. La distancia de correlación de las fluctuaciones de la onda en el plano $X = L$ es del orden $(\lambda L)^{1/2}$.
- 3- $(\lambda L)^{1/2} \gg L_0$. Las fluctuaciones de fase y amplitud de los campos en el plano $X = L$ no son las de campos localmente isotrópicos, y estas son proporcionales al cuadrado de la frecuencia y a la distancia L . La distancia de correlación de las fluctuaciones de amplitud y fase de la onda en este plano concuerdan con el valor L_0 .

BIBLIOGRAFIA

- Booker, H.G., Ratcliffe, J.A., and Shinn, D.H., 1950: Diffraction from an irregular screen with application to ionospheric problems; Phil. Trans. Royal Soc. A 242, 579.
- Bowhill, S.A., 1961: Statistics of a radio wave diffracted by random ionosphere; journal of Research of the National Bureau of Standards-D, Radio Propagation 65D, N 3.
- Briggs, B.H., and Parkin, I.A., 1963: On the variation of radio-star and satellite scintillation with zenith angle; J. Atmos.Terr.Phys., 25, 339-366.
- Cronyn, W.M., 1970: The analysis of radio scattering and space probe observations of small-scale structure in the interplanetary medium, Astrophys. J., 161, 755-763.
- Dyson, P.L., McClure, J.P. and Hanson, W.B., 1974: In-situ measurements of the

spectral characteristics of F-region ionospheric irregularities; *J. Geophys.Res.*,
79, 1495-1502.

Rufenach, C.L., 1975: Ionospheric scintillation by a random phase screen: Spectral
approach; *Radio Science*, 10, 2, 135-165.

EPIGRAFES DE LAS FIGURAS

Fig. 1 : Geometría del problema.

Fig. 2 : Problema simplificado.

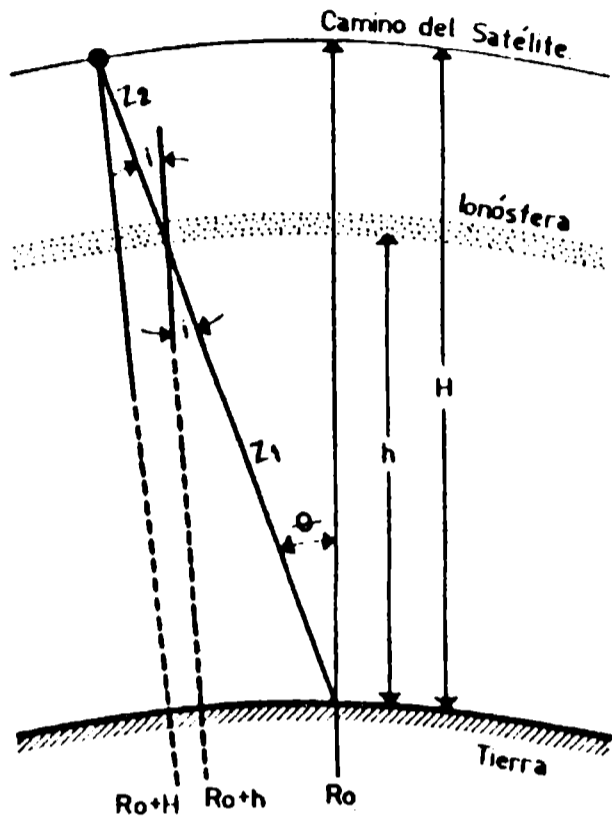
Fig. 3a : Forma general de las fluctuaciones de la densidad espectral del índice de refracción.

Fig. 3b : Posición relativa de las curvas $\phi_N(x)$ y $(1 - (k/x^2 L) \text{sen}(x^2 L/k))$ en el caso $(\lambda L)^{1/2} < l_0$.

Fig. 4a : Posición relativa de las curvas $\phi_N(x)$ y $(1 - (k/x^2 L) \text{sen}(x^2 L/k))$ en el caso $l_0 \ll (\lambda L)^{1/2} \ll L_0$.

Fig. 4b : Posición relativa de las curvas $\phi_N(x)$ y $(1 - (k/x^2 L) \text{sen}(x^2 L/k))$ en el caso $(\lambda L)^{1/2} \gg L_0$.

GEOMETRIA del PROBLEMA



$$i = \text{sen}^{-1} [R_o \text{ sen } \theta / (R_o + h)]$$

$$Z_1 = (R_o^2 \cos^2 \theta + 2R_o h + h^2)^{1/2} - R_o \cos \theta$$

$$Z_2 = (R_o^2 \cos^2 \theta + 2R_o(H+h) + H^2)^{1/2} - (R_o^2 \cos^2 \theta + 2R_o h + h^2)^{1/2}$$

fig 1

PROBLEMA SIMPLIFICADO

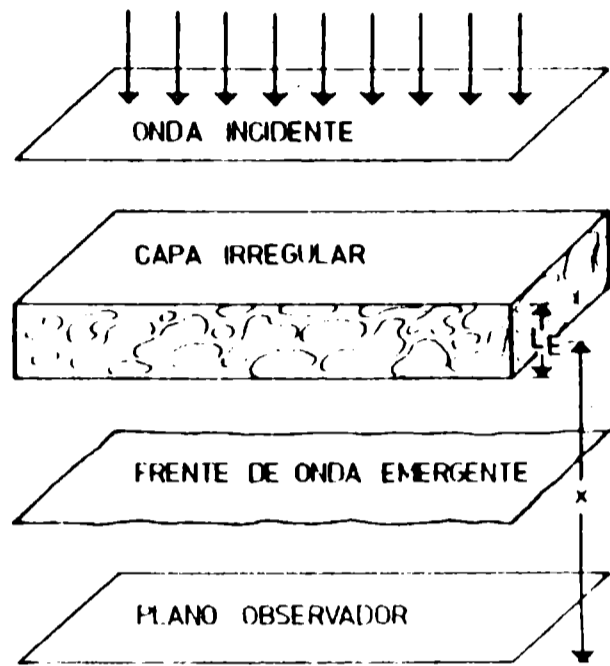
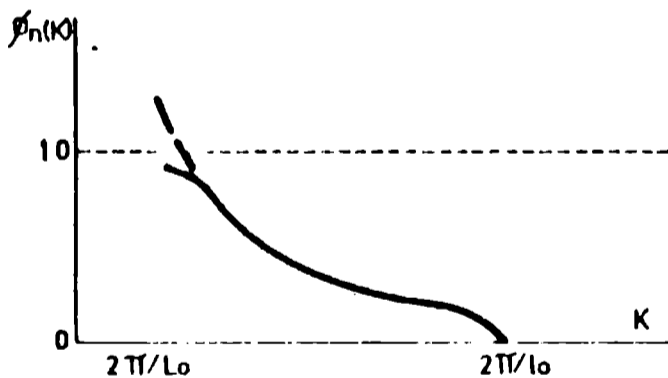
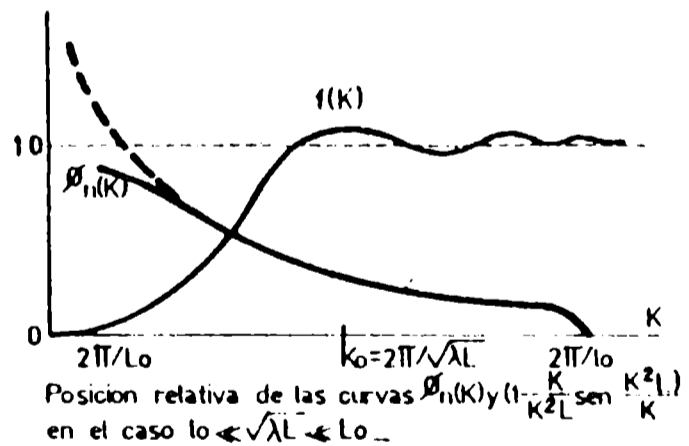


fig 2



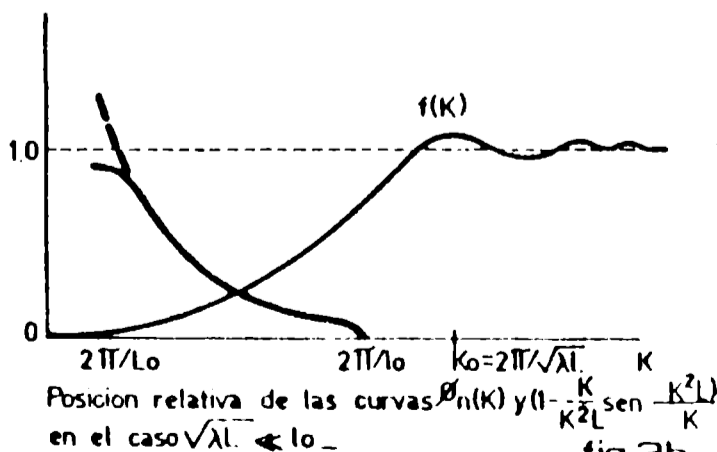
Forma general de las fluctuaciones de la densidad espectral del índice de refracción.

fig 3a



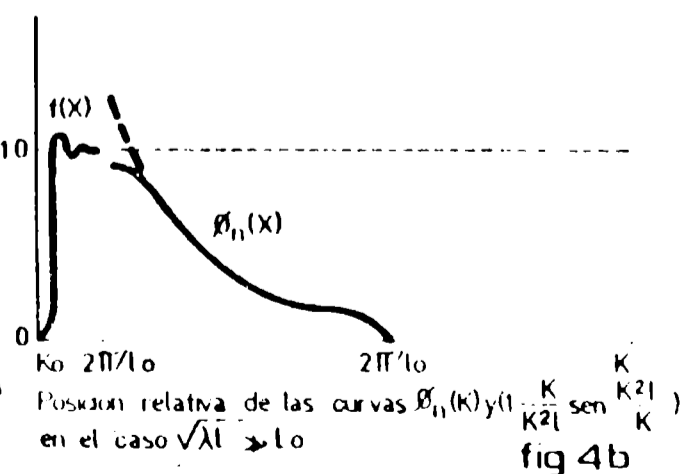
Posición relativa de las curvas $\beta_n(k)$ y $(1 - \frac{k}{k_0} \text{sen } \frac{k^2 L}{k_0^2})$ en el caso $l_0 \leq \sqrt{\lambda}L \leq L_0$.

fig 4a



Posición relativa de las curvas $\beta_n(k)$ y $(1 - \frac{k}{k_0} \text{sen } \frac{k^2 L}{k_0^2})$ en el caso $\sqrt{\lambda}L \leq l_0$.

fig 3b



Posición relativa de las curvas $\beta_n(x)$ y $(1 - \frac{k}{k_0} \text{sen } \frac{k^2 L}{k_0^2})$ en el caso $\sqrt{\lambda}L \geq L_0$.

fig 4b