

FLEXION ELASTICA DE CORTEZA Y LITOSFERA

Alicia Diez Rodríguez y María Cristina Pacino

Instituto de Física de Rosario. Facultad de Ingeniería

Universidad Nacional de Rosario

Rosario, República Argentina

RESUMEN

Han sido propuestos modelos de flexión elástica cortical causados por el cargamiento originado por las Sierras de Córdoba y por la Cordillera Andina. Se trató el cálculo con cargas bidimensionales (Gunn, 1943), suponiendo cargas concentradas y cargas repartidas en láminas horizontales.

En este trabajo se propone además, y con mejores resultados, la repartición de la carga en láminas verticales adyacentes.

Los respectivos efectos gravimétricos de los modelos hallados han sido calculados y comparados con las anomalías de Bouguer observadas y con los efectos gravimétricos producidos por modelos teóricos en la clásica postulación de Airy.

El análisis comparativo realizado en la región de las Sierras de Córdoba lleva a pensar, en principio, que variando convenientemente los parámetros elásticos corticales (rigidez flexural D , módulo de Young E , espesor cortical T , etc) las mismas podrían responder a mecanismos cuyos efectos son similares a los de flexión. Por otro lado, se reconoce que la cordillera andina responde, en general, a mecanismos de compensación hidrostáticos; por lo tanto, la flexión elástica cortical propuesta no representaría un mecanismo dominante.

ABSTRACT

Models of crustal elastic bending caused by the loading originated by the Córdoba Hills and the Andes have been proposed. The calculation with two-dimensional loads (Gunn, 1943) has been dealt with, on supposing concentrated loads as well as those distributed in horizontal sheets.

Moreover, in this paper the distribution of the loads in vertical nearby sheets has been proposed and with better results.

The different gravimetric effects of the found out models have been calculated and compared with the observed Bouguer anomalies and with the gravimetric effects produced by theoretical models in the classic postulate of Airy.

The comparative analysis made in the region of the Córdoba Hills at first leads us to think that conveniently changing the crustal elastic parameters (flexural rigidity D , Young's modulus E , crustal thickness T , etc) the so-mentioned hills may respond to mechanisms the effects of which are similar to those of bending. On the other hand, it is known that the Andes respond, in general, to mechanisms of hydrostatic compensation; thus, the proposed crustal elastic bending would not represent a dominant mechanism.

1- INTRODUCCION

El moderno concepto de la tectónica de placas considera que las placas litosféricas se comportan como unidades rígidas por algunos cientos de millones de años. Esta idea es contraria al principio de isostasia (Watts et al., 1975). En la clásica formulación de Airy se admite que puede haber flotación a pequeñas profundidades en la corteza en respuesta a la aplicación de esfuerzos diferenciales. Sin embargo, un gran número de estudios (Barrell, 1915; Gunn, 1947 y 1949; Vening Meinesz, 1931; Heiskanen y Vening Meinesz, 1958; Walcott, 1970; ...) enfatizan la importancia de considerar la deformación finita de la capa exterior del planeta para explicar los datos geofísicos y geológicos obtenidos en las proximidades de cargas superficiales.

Así, bajo condiciones de un cargamiento rápido, la zona exterior del manto se comportaría esencialmente como un sólido; mientras que, bajo un cargamiento más lento, como es el caso de la sedimentación, éste respondería como un líquido viscoso y denso (Brotchie y Silvester, 1969).

En este trabajo consideraremos la corteza descansando sobre el manto superior, la cual puede ser modelizada como una delgada lámina elástica que flota sobre un sustrato más denso. El esfuerzo de cargamiento vertical aplicado se supone inferior al límite elástico de la corteza.

Se realizaron cálculos con ejemplos reales sobre secciones, aplicando distintos métodos de distribución de cargas considerando además sus ventajas y desventajas. Se efectuaron comparaciones de los modelos obtenidos por flexión cortical con los hidrostáticos tipo Airy correspondientes a cada caso, calculándose sus respectivas respuestas gravimétricas.

2- DEFORMACION ELASTICA DE LA CORTEZA
POR CARGAMIENTO VERTICAL

La flexión de la placa debida a aplicación de una carga vertical produce presiones originadas por el desplazamiento del fluido, $(\rho_m - \rho_c) g w$, y por la reacción elástica de la lámina, $D \nabla_1^4 w$, siendo: ρ_m : densidad bajo la lámina, ρ_c : densidad encima de la lámina, g : gravedad, D : rigidez flexural = $E T^3 / 12(1 - \sigma^2)$ (3) de la lámina y w : desplazamiento vertical de la lámina.

La presión combinada es igual a P debajo de la carga y 0 en cualquier otro lugar (Walcott, 1970), es decir:

$$D \nabla_1^4 w + (\rho_m - \rho_c) w g = P \text{ debajo de la carga (1)}$$

$$D \nabla_1^4 w + (\rho_m - \rho_c) w g = 0 \text{ a los lados de la carga (2)}$$

E: Módulo de Young

T: Espesor de la lámina

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}$$

α : Relación de Poisson

P: Carga

Se dan distintas soluciones de (1) de acuerdo a la característica de la carga aplicada.

Así, para una carga puntual P, y de acuerdo con Hertz (1884):

$$w = \frac{a^2 P}{2 \pi (\rho m - \rho c) g} \int_0^{\infty} \frac{e^{-arv} \operatorname{sen} arv \, dv}{(v^2 - 1)^{1/2}} \quad (4)$$

donde:

$$a = \sqrt[4]{\frac{(\rho m - \rho c) g}{4 D}}$$

r: distancia desde el punto de aplicación de P al punto donde se determina w

v: variable de integración

$\alpha = 1/a$, parámetro flexural con dimensiones de longitud

Para una carga lineal P, y de acuerdo con Gunn (1943):

$$w = \frac{a P}{2 (\rho m - \rho c) g} e^{-ax} (\operatorname{sen} ax + \operatorname{cos} ax) \quad (5)$$

Para una carga bidimensional que varía armónicamente, $g \beta \operatorname{cos} kx$, donde β es la masa por unidad de longitud y $k=2 \pi/\lambda$, siendo λ la longitud de onda de la carga, Jeffreys (1959) da una solución para (1):

$$w = \frac{g \beta \operatorname{cos} kx}{D k^4 + (\rho m - \rho c) g} \quad (6)$$

3- PARAMETROS CORTICALES O LITOSFERICOS

Un parámetro de gran utilidad en el estudio de flexión para cargas verticales, es la rigidez flexural (D) que es la medida de la resistencia de la corteza (ó litosfera) a la deformación.

Watts et al. (1975) destacan que la rigidez flexural no es la rigidez real de la corteza, pero es la rigidez de una capa elástica uniforme que responde a la aplicación de una carga de la misma manera que lo haría la corteza.

Para los valores clásicos: $T=33\text{Km}$, $\sigma = 0,25$ y $E=10^{12}$ dinas/cm², la rigidez flexural de la corteza arroja un valor de $3,19 \times 10^{30}$ dinas cm. Para diferentes valores de T, la rigidez flexural varía de acuerdo con la gráfica de la Figura 1.

Otro parámetro importante en este tipo de estudio, lo constituye el parámetro

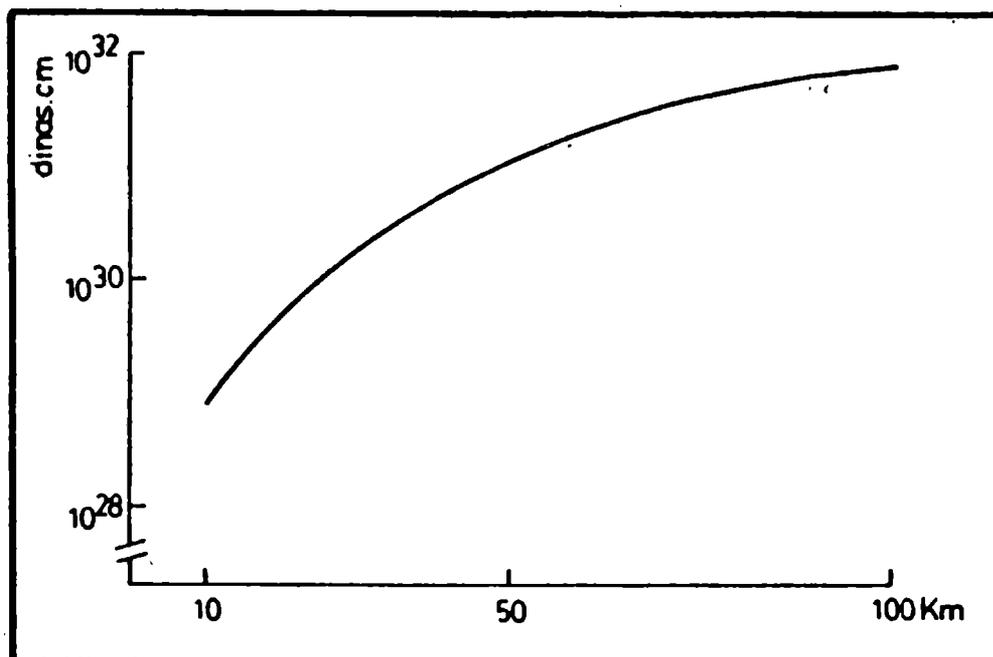


Figura 1: Variación de la rigidez flexural de una lámina en función de los espesores de la misma.

flexural α el cual nos indica el alcance de la deformación medida desde el punto de aplicación de la carga. Para los valores clásicos antes citados de E , T y σ y considerando $\rho_m = 3,32 \text{ gr/cc}$ y $\rho_c = 2,67 \text{ gr/cc}$, el parámetro flexural es aproximadamente 129 Km . Si el fenómeno tiene lugar bajo el agua, debe introducirse en el contraste de densidades, la densidad del agua $\rho_a = 1,028 \text{ gr/cc}$ y $T = 8 \text{ Km}$, obteniéndose un valor de 47 Km .

Walcott (1970) define otro factor de importancia en el problema de la flexión, el factor de amplificación ϕ , como cociente entre la amplitud total después de la carga y la amplitud antes de la carga: $W + H / H$, siendo H : la altura de la carga aplicada.

A partir de la ecuación (6), ϕ queda entonces definido:

$$\phi = \frac{D k^4 + \rho_m g}{D k^4 + (\rho_m - \rho_c) g} \quad (7)$$

Si $D k^4$ es pequeño respecto a $\rho_m g$, entonces $\phi = \rho_m / (\rho_m - \rho_c)$. El valor de ϕ depende de los valores de ρ_m y ρ_c . Considerando que:

$$2,5 < \rho_c < 2,7$$

$$3,3 < \rho_m < 3,4$$

resulta:

$$3,8 < \phi < 5,5$$

Si $D k^4$ es grande, entonces $\phi = 1$.

La ecuación (7) expresa entonces la idea intuitiva de que pequeñas longitudes de onda de la carga no producen desplazamiento diferencial debida a que la rigi-

dez de la litósfera impide el combamiento; mientras que cargas de gran longitud de onda producirán el máximo desplazamiento diferencial posible, que es igual al de una lámina infinita cargada uniformemente.

La ecuación (7) en términos del parámetro flexural α y de la longitud de onda de la topografía λ , puede expresarse como:

$$w = \frac{H \rho c}{\left[\frac{(2 \pi \alpha / \lambda)^4}{4} + 1 \right] (\rho m - \rho c)} \quad (8)$$

o bien:

$$\phi = \frac{\rho c + (\rho m - \rho c) \left[(2 \pi \alpha / \lambda)^4 + 4 \right]}{(\rho m - \rho c) \left[(2 \pi \alpha / \lambda)^4 + 4 \right]} \quad (9)$$

4- CALCULO DE LA FLEXION LITOSFERICA DEBIDA A UNA CARGA BIDIMENSIONAL CONCENTRADA

Muchos autores consideran para el cálculo de la flexión cortical o litosférica, que la carga se halla concentrada en el centro de gravedad de la formación en estudio, sin tener en cuenta la longitud de onda de la topografía.

Esto nos conduciría a pensar que formaciones topográficas diferentes con igual masa, provocarían idéntica flexión, hecho que intuitivamente es descartable.

5- CALCULO DE LA FLEXIÓN LITOSFERICA PARA CARGAS BIDIMENSIONALES REPARTIDAS EN LÁMINAS HORIZONTALES SUPERPUESTAS

Brotchie y Silvester (1969) proponen considerar a la masa topográfica en estudio responsable de la flexión, como compuesta por n capas uniformes superpuestas, de espesor h y ancho an.

La suma de las deformaciones debidas al peso de cada capa, aplicado en el centro de gravedad respectivo, da como resultado la flexión total de la corteza o litósfera.

Este procedimiento, si bien tiene en cuenta la geometría de la carga, si la misma es simétrica, los centros de gravedad de las láminas se dispondrán alineados sobre una misma recta que pasa por el centro de gravedad total, conduciéndonos, de esta manera, al caso anterior. Si la carga es asimétrica obtenemos un perfil de flexión desplazado respecto al que intuitivamente deberíamos obtener (ver Figura 2).

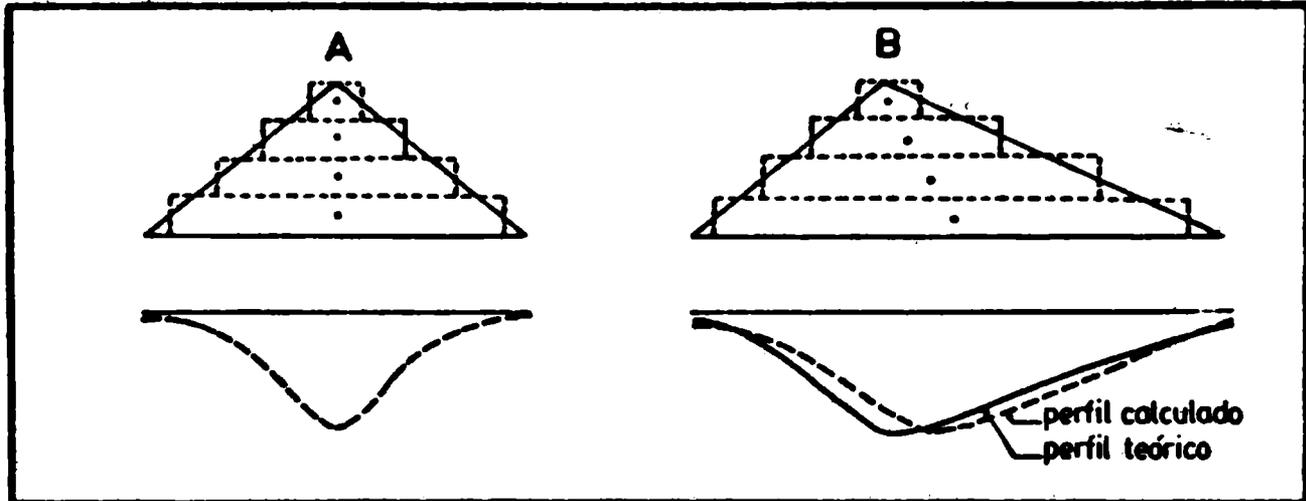


Figura 2: Esquemas de repartición de la carga en láminas horizontales para: A) carga simétrica y B) carga asimétrica, mostrando en cada caso su perfil de flexión elástica.

6- CALCULO DE LA FLEXION LITOSFERICA PARA CARGAS BIDIMENSIONALES REPARTIDAS EN LAMINAS VERTICALES ADYASCENTES

Proponemos aquí la idea de subdividir a la masa responsable de la flexión en n láminas verticales adyacentes de ancho a_n y altura variable h_i en función de la altura de la carga, como lo muestra la Figura 3.

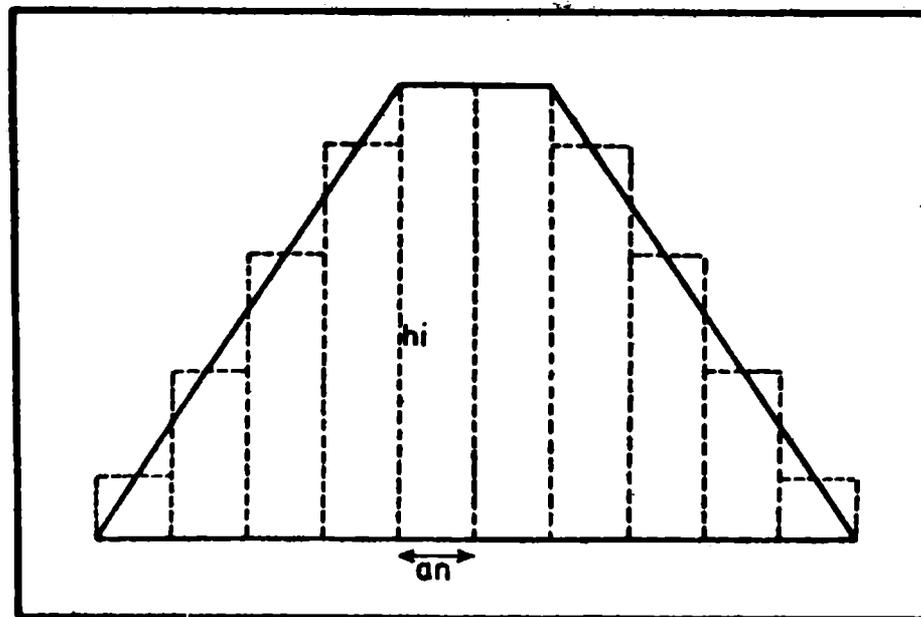


Figura 3: Esquema de repartición de la carga en láminas verticales adyacentes de ancho a_n y altura variable h_i .

El peso ejercido por cada lámina se lo considerará concentrado en su centro de gravedad.

Obviamente, cuanto mayor sea la cantidad de láminas consideradas, mejor preci-

sión se conseguirá en los resultados.

Para el cálculo de la flexión se considerará, en cada punto, la contribución de cada lámina en función de la distancia existente entre el punto de aplicación de la carga y el punto en el cual se lleva a cabo la determinación.

7- EJEMPLOS

7.1- Ejemplo 1: Flexión elástica de la corteza producida por una masa topográfica ubicada en la región cordillerana de la Cuenca Neuquina.

7.1.1- Flexión cortical

Parámetros adoptados:

Espesor cortical normal: $T = 33\text{Km}$

Densidad media de la masa topográfica: $\rho_t = 2,54\text{gr/cc}$

Densidad media de corteza: $\rho_c = 2,9\text{gr/cc}$

Densidad media del manto superior: $\rho_m = 3,3\text{gr/cc}$

Módulo de Young: $E = 10^{12} \text{ dinas/cm}^2$

Relación de Poisson: $\sigma = 0,25$

Gravedad normal: $g = 980\text{Gal}$

La carga total P de la masa topográfica considerada es $9,48 \times 10^{15} \text{ dinas/cm}$.

7.1.1.1- Carga concentrada

Fue calculada la flexión considerando la carga P concentrada en el centro de gravedad de la masa, hallándose un valor máximo de $5,3\text{Km}$ (Figura 4)

7.1.1.2- Carga repartida en láminas horizontales

Se dividió a la estructura en láminas horizontales de igual altura y diferentes anchos, calculando para cada una de ellas, y aplicada en su centro de gravedad, el valor de P_i correspondiente según la siguiente expresión:

$$(L_i \times A_i) \rho_t g = P_i \text{ carga de cada lámina (10)}$$

donde:

L_i : ancho de la lámina

A_i : altura de la lámina

La Figura 4 muestra el perfil de flexión resultante con un máximo de $4,8\text{Km}$.

7.1.1.3- Carga repartida en láminas verticales adyacentes

En este caso se asimiló la geometría de la masa topográfica a láminas verticales de igual ancho y altura variable, calculándose para cada una de ellas su carga P_i concentrada en su centro de gravedad siguiendo la expresión (10).

En la Figura 4 se ha graficado también el perfil de flexión hallado para esta nueva repartición con un máximo de $3,5\text{Km}$.

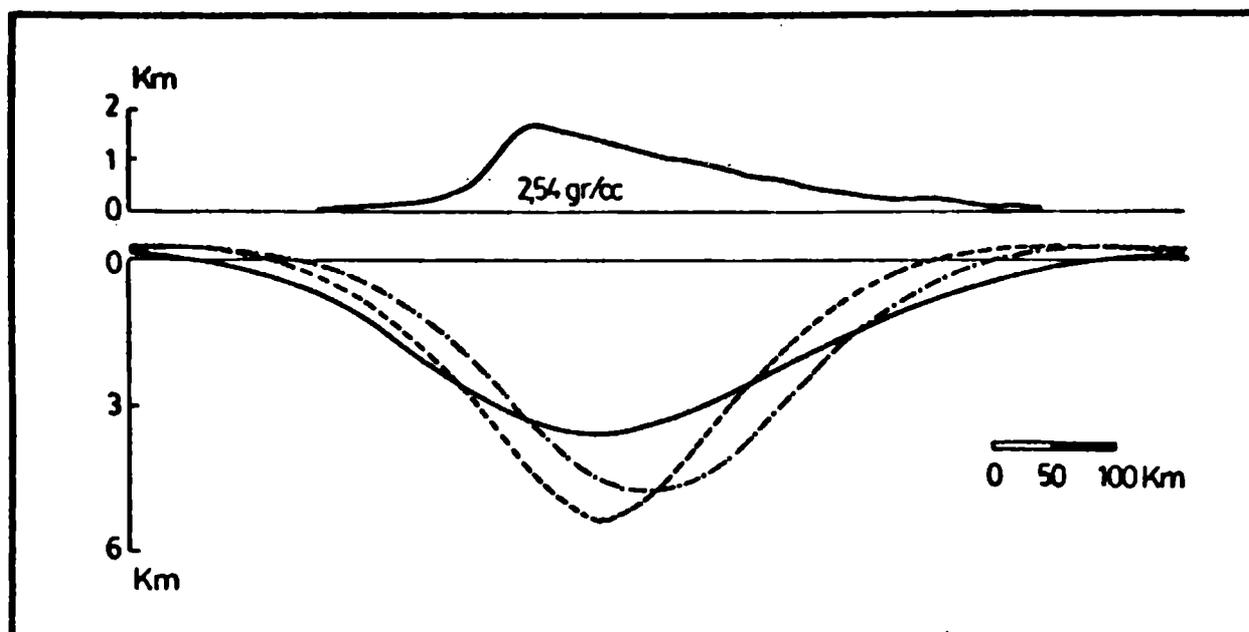


Figura 4: Perfiles de flexión elástica de la corteza producidos por la masa cordillerana en la región de la Cuenca Neuquina, para diferentes reparticiones de la carga:

- _____ carga repartida en láminas verticales
- .-.-. carga repartida en láminas horizontales
- carga concentrada

7.1.2- Anomalías gravimétricas

Se han calculado las anomalías de gravedad producidas por la deflexión hallada en el tercer caso (7.1.1.3.), asumiendo un contraste de densidades al Moho de $-0,4\text{gr/cc}$, mediante el método directo bidimensional (Figura 6).

El modelo hidrostático de Airy (Figura 5) muestra los máximos valores de "raíz" posibles, al existir compensación isostática.

El modelo de flexión elástica hallado no justifica las anomalías de gravedad observadas (Figura 6), por lo cual, se puede inferir que la flexión elástica de la corteza no representa, en esta zona en estudio, un mecanismo dominante.

Se sabe, que la región cordillerana responde, en general, a mecanismos de compensación hidrostática. Fue propuesto un modelo cortical (Diez Rodríguez e Introcaso, 1984) que justifica totalmente la anomalía de Bourguer regional, subcompensado respecto al modelo teórico de Airy.

7.2- Ejemplo 2: Flexión elástica cortical producida por el sobrecargamiento montañoso en la zona de las Sierras de Córdoba.

7.2.1- Flexión cortical

Este ejemplo sólo fue computado para una distribución de la carga en láminas verticales ya que de los tres casos propuestos, es el que mejor se ajusta a la

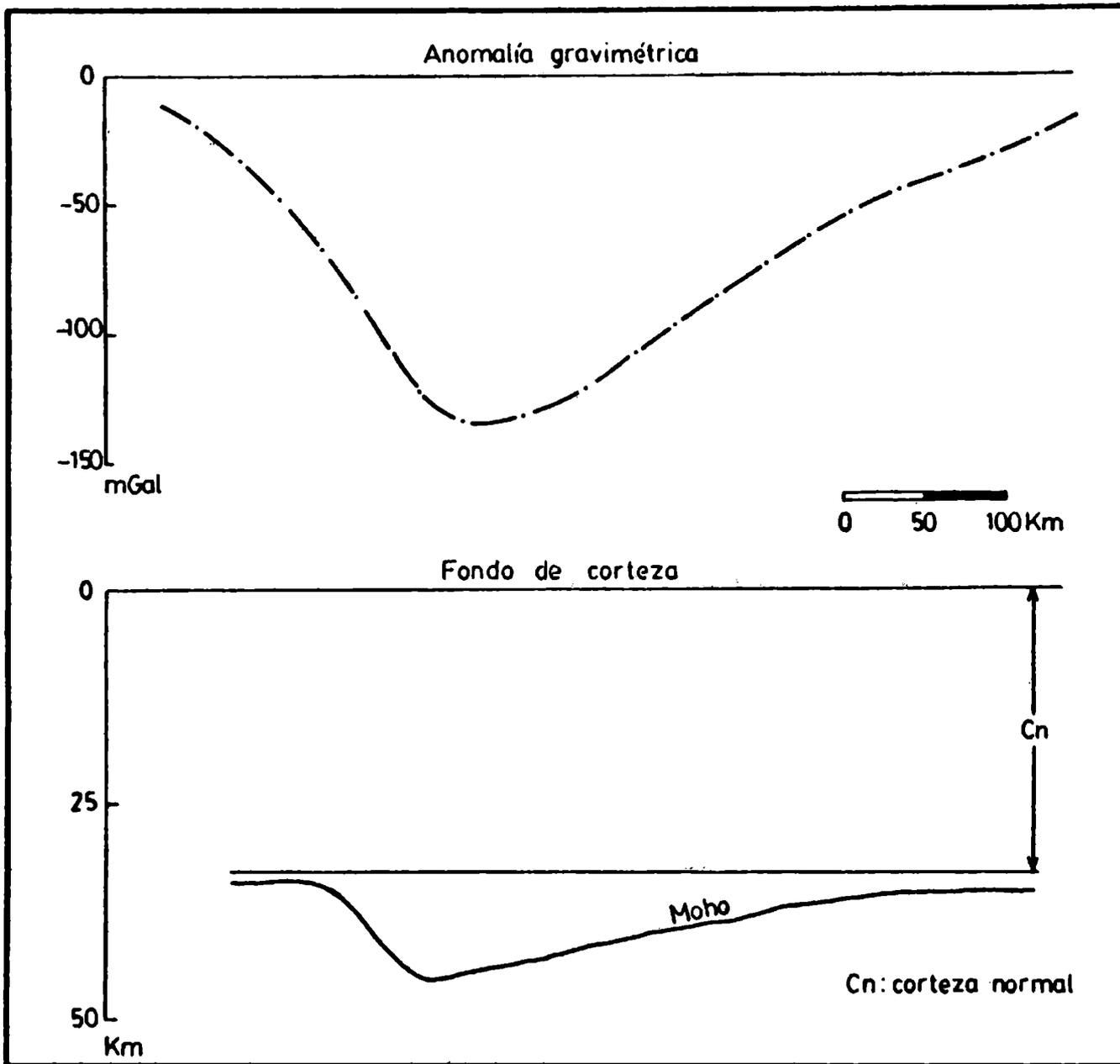


Figura 5: Modelo hidrostático cortical en la región de la Cuenca Neuquina y su correspondiente efecto gravimétrico, suponiendo una densidad media de corteza: 2,9gr/cc y una densidad media del manto superior: 3,3gr/cc.

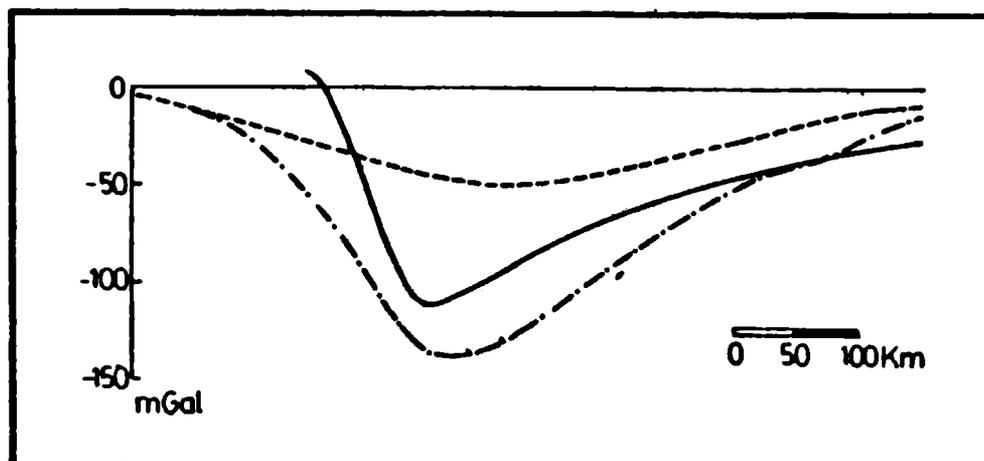


Figura 6: Comparación entre las anomalías de Bouguer observadas y los correspondientes efectos gravimétricos de los modelos de flexión e hidrostático para la región de la Cuenca Neuquina.

- Anomalía de Bouguer observada
- - - Efecto gravimétrico del modelo de flexión
- . - . Efecto gravimétrico del modelo hidrostático tipo Airy

masa topográfica. El máximo de flexión producido es de 4 Km (Figura 7).

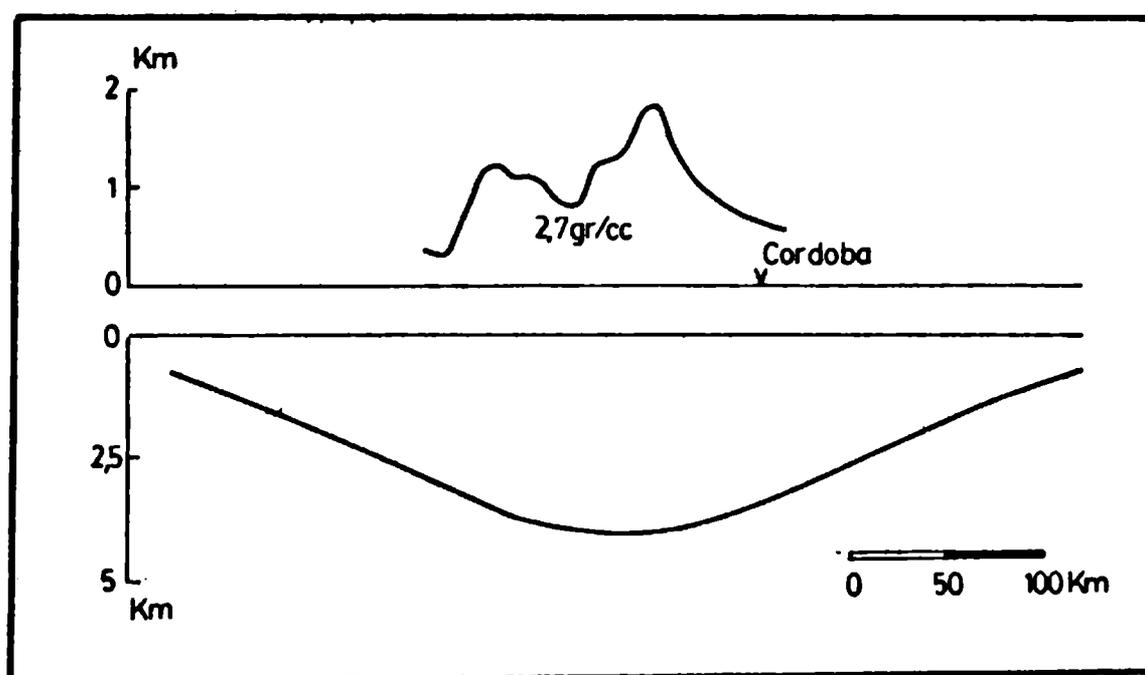


Figura 7: Modelo de flexión elástica de la corteza en la región de las Sierras de Córdoba para una repartición de la carga en láminas verticales.

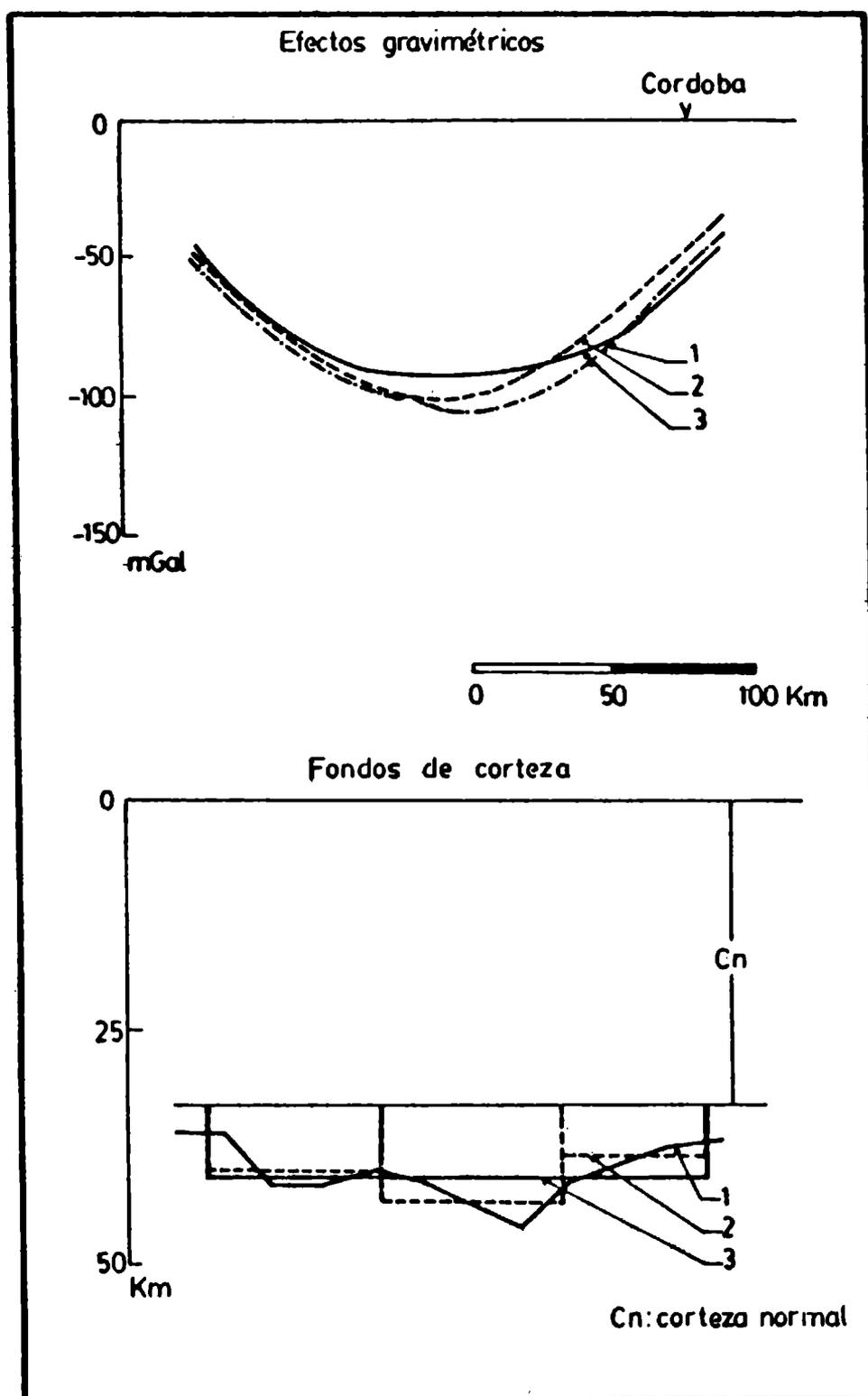


Figura 8: Modelos hidrostáticos corticales en la región de las Sierras de Córdoba y sus correspondientes efectos gravimétricos, suponiendo una densidad diferencial al Moho de $-0,4\text{gr/cc}$.

- (1) Modelo hidrostático respetando las altitudes individuales de la masa topográfica.
- (2) Modelo hidrostático repartiendo la masa en tres bloques.
- (3) Modelo hidrostático repartiendo la masa en un solo bloque.

7.2.2. Anomalías de gravedad (Datos de observación: Introcaso, 1977)

Se prepararon distintos modelos hidrostáticos (Figura 8):

- i) considerando bloques que respetan las altitudes individuales (de 17,5 Km de ancho.
- ii) repartiendo la masa topográfica en tres bloques de 60, 65 y 50 Km de ancho.
- iii) repartiendo el total de la masa topográfica en un solo bloque de 175 Km de ancho.

Las dos últimas alternativas son físicamente más razonables, dado que la isostasia parece ser operativa para masas de ancho no pequeño (Woollard, 1959 y 1968; Woollard et al., 1960;...).

En todos los casos se calcularon las respuestas gravimétricas de las respectivas "raíces" encontradas (densidad diferencial: $-0,4\text{gr/cc}$). Además, y suponiendo el mismo contraste de densidades se hallaron las anomalías de gravedad del modelo de flexión propuesto (Figura 9).

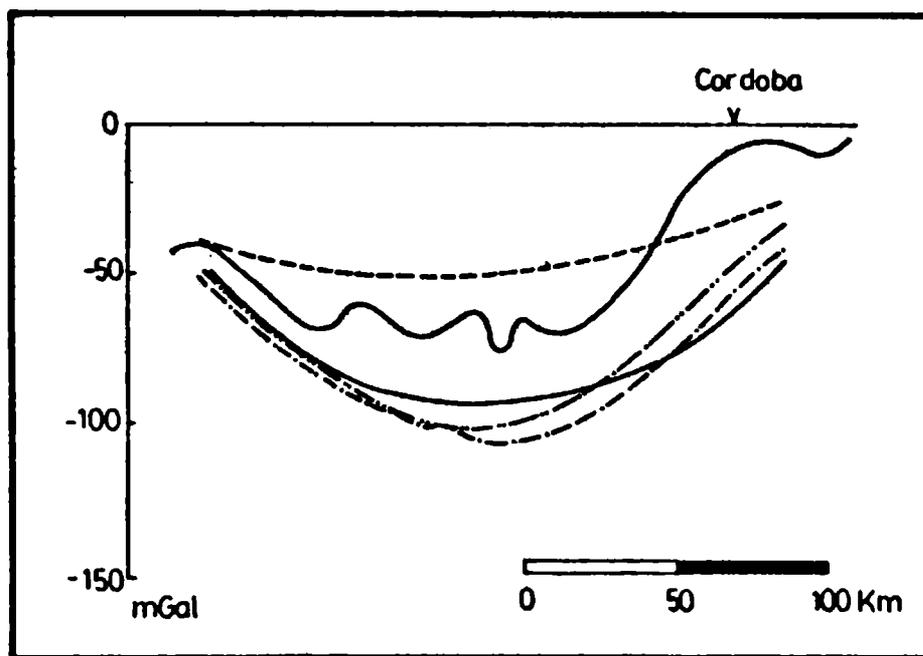


Figura 9: Comparación entre las anomalías de Bouguer observadas y los correspondientes efectos gravimétricos de los modelos de flexión e hidrostáticos propuestos para la región de las Sierras de Córdoba.

- _____ Anomalías de Bouguer observadas
- Efecto gravimétrico del modelo de flexión
- .-.-. Efecto gravimétrico del modelo hidrostático (1)
- ...- Efecto gravimétrico del modelo hidrostático (2)
- Efecto gravimétrico del modelo hidrostático (3)

Se puede observar (Figura 9) que los modelos hidrostáticos exceden el valor de gravedad observado; mientras que el modelo de flexión es insuficiente para justificar la anomalía de Bouguer observada.

Pareciera que, variando convenientemente los parámetros elásticos corticales, las Sierras de Córdoba podrían responder a un mecanismo cuyos efectos son similares a los de flexión.

8- CONCLUSIONES

- Diferentes autores asimilan la carga considerándola concentrada en su centro de gravedad o repartida en láminas horizontales superpuestas, resultando efectivas en ciertos casos particulares. Se propone aquí, llevar a cabo la repartición en láminas verticales adyacentes, método que se adapta a cualquier geometría de la carga.
- La Cordillera de los Andes se comporta en general según la clásica postulación de isostasia, suponiendo entonces que la flexión elástica no representa un mecanismo dominante. Esto se ve confirmado en las respuestas gravimétricas de los modelos de flexión e hidrostático tipo Airy comparadas con las anomalías observadas.
- Si bien existen diferencias entre las distintas respuestas gravimétricas de los modelos hidrostáticos y de flexión propuestos comparados con las anomalías de Bouguer observadas; las Sierras de Córdoba pareciera que responden a mecanismos cuyos efectos son similares a los de flexión, siempre que se varíen convenientemente los parámetros elásticos corticales (rigidez flexural D , módulo de elasticidad E , espesor cortical T , etc.) adoptados.

9- BIBLIOGRAFIA

- BARREL, J. 1915. "The strenght of the earth's crust, 8, Physical conditions controlling the nature of lithosphere and asthenosphere". Jour.Geol.,23: 425-443.
- BROTCHIE, J. and SILVESTER, R. 1969. "On crustal flexure". Jour. Geoph., 74 N° 22: 5240-5252.
- DIEZ RODRIGUEZ, A. e INTROCASO, A. 1984. "Perfil gravimétrico trascontinental sudamericano. Estudio Preliminar". Presentado en la 13a. Reunión Científica Argentina de Geofísica y Geodesia, Bariloche. Enviado a Geoacta.
- INTROCASO, A. 1977. "Resultados gravimétricos a través de la parte media de la Sierra de Córdoba-República Argentina". Rev. de Geofísica (I.P.G.H.) N° 6: 119-131.
- GUNN, R. 1947. "Quantitative aspects of juxtaposed ocean deeps, mountain chains and volcanics ranges". Geophysics, 12: 238-255.
- GUNN, R. 1949. "Isostasy extended". Jour. Geol. 57: 263-279.

- HEISKANEN, W. and VENING MEINEZS, F. 1958. "The earth and its gravity field". Mc Graw-Hill, New York.
- HERTZ, H. 1884. "On the equilibrium of floating elastic plates". Weidmann's Annalen 22: 449-455.
- JEFFREYS, H. 1959. "The earth". 4th ed. Cambridge Univ. Press, London. 420 p.
- VENING MEINEZS, F. 1931. "Une nouvelle méthode pour la réduction isostatique régionale de l'intensité de la pesanteur". Bull. Geol., 29.
- WALCOTT, R. 1970. "An isostatic origin for basement uplifts". Can. J. Earth Sci., 7:931-937.
- WATIS, A.; COCHRAN, J. and SELZER, G. 1975. "Gravity anomalies and flexure of the lithosphere: a three-dimensional study of the Great Meteor Seamount, Northeast Atlantic". Jour. Geop. Res., 80 N°11.
- WOOLLARD, G.P. 1959. "Crustal structure from gravity and seismic measurements". Jour. Geoph. Res., vol. 64 N°10: 1521-1544.
- WOOLLARD, G.P. 1968. "The interrelationship of the crust, the upper mantle and Isostatic Gravity anomalies in the United States". Am. Geoph. Union. Monograph 12: 312-341.
- WOOLLARD, G.P.; OSTENSO, N.A.; THIEL, E. and BONINI, W. 1960. "Gravity anomalies, crustal structure and geology in Alaska. Jour. Geoph. Res., vol. 65 N°3: 1021-1037.