

Distribución Espacial de las Cefeidas Clásicas

P O R

CARLOS O. R. JASCHEK

Introducción. —

En el presente trabajo se estudia la distribución de las cefeidas clásicas (clasificando como tales aquellas con período mayor de un día) para deducir el punto cero de la relación período-luminosidad, independientemente de un estudio sistemático posterior de las velocidades de estas estrellas, y para dilucidar la cuestión de si las cefeidas forman un cúmulo local.

La distribución de las cefeidas fué estudiada por varios autores, entre ellos Perrine (1), Joy (2), Gaposchkin (3 y 4) y Kukarkin (5), reduciéndose el análisis casi siempre a la distribución aparente. En varios trabajos sobre el punto cero de la relación período-luminosidad, el tema de la distribución se discute en forma incidental.

El material usado en el presente trabajo fué tomado del Catálogo General de Estrellas Variables de Kukarkin y Parenago, y de sus suplementos. Fueron eliminadas aquellas estrellas que tienen datos inseguros, o cuya clasificación presenta dificultades, quedando así un total de 514 variables "seguras".

Las coordenadas galácticas de las estrellas fueron calculadas en base a las tablas de Ohlsson (Lund), aplicándose las correcciones diferenciales para reducir al polo $\alpha_{1900} = 191^\circ$, $\delta_{1900} = 27^\circ 5'$. Este polo fué determinado por van Tulder (6) en base a un material muy amplio.

La distancia heliocéntrica de las estrellas fué determinada en base a la relación período-luminosidad de Shapley (7), con $M = -0,31$ para $P = 1^d$. Como en esta fase de los cálculos sólo interesa la pendiente de la curva, pero no su ordenada al origen (punto cero), podría haberse usado en lugar de la de Shapley, cualquier otra curva, p. ej. la de Kukarkin (8), ya que las diferencias máximas entre las dos curvas son menores que $0^m 08$, cantidad despreciable frente a los errores sistemáticos seguramente existentes en el sistema de magnitudes.

Para aplicar las correcciones por absorción interestelar se usaron las fórmulas de H. Wilkens (9). Es de notar que, como se mostró en un trabajo anterior (10), la utilización de cualquier otra fórmula no-lineal de absorción, p. ej. la de Parenago (11), conduce a resultados muy similares a los obtenidos con la fórmula de Wilkens. La utilización de una fórmula general, es decir independiente de la longitud galáctica, implica de antemano un alisamiento de los datos, lo cual dificulta el estudio posterior de eventuales cúmulos de cefeidas; sin embargo hoy en día no poseemos bastante material para aplicar absorciones "individuales". Por el motivo precitado, en el presente trabajo no se tomó en consideración la distribución de las cefeidas en longitud; solamente se consideró necesario controlar en diversas ocasiones si la distribución es lo bastante uniforme como para no perturbar el análisis.

Distribución aparente. —

Como es bien sabido, las cefeidas se alinean bastante bien a lo largo de la vía láctea. Un estudio más cuidadoso revela que el plano de simetría es el paralelo $-1^\circ 4'$, lo cual tiene su explicación en el hecho de que el sol se encuentra un poco al norte del ecuador galáctico. Para este cálculo se han subdividido las cefeidas en sectores de diez grados de longitud galáctica, y se ha promediado la latitud de todas las estrellas del grupo. Para evitar la excesiva influencia de unas pocas estrellas de latitud muy alta, se omitieron las cefeidas con $b > 20^\circ$. Se observa que los puntos así obtenidos (baricentros) siguen el paralelo arriba señalado con poca dispersión,

excepto un grupo situado en la constelación Carina, cuyos puntos caen todos a cuatro grados al sud del paralelo.

La distribución sobre la longitud galáctica es bastante regular, y se puede representar mediante una distribución binomial, salvo un considerable exceso de aproximadamente cincuenta estrellas en Carina. Si se cuenta el número de estrellas por cada diez grados de longitud galáctica, y se estudian estos números en relación con la posición del centro de la galaxia, se encuentra un aumento hacia el centro galáctico (de diez estrellas por sector en el anticentro, a veinte por sector en el centro). Más adelante volveremos sobre esto.

Corrección del punto cero de la relación período-luminosidad.—

Para pasar a la distribución espacial, debemos conocer las distancias individuales, o lo que es equivalente aquí, la ordenada al origen de la relación período-luminosidad. Para determinar esta ordenada-origen se utilizan comúnmente métodos que combinan datos cinemáticos (velocidades) con datos estáticos (posición espacial). Para no usar las velocidades, hacemos la hipótesis plausible que en el entorno del sol, el plano de simetría de la distribución de las cefeidas tiene una altura media constante sobre el plano galáctico; o, lo que es idéntico, que la suma de las distancias z_i al plano galáctico de un grupo de estrellas es independiente de su distancia al sol: $\frac{1}{N} \sum z_i = z_0 = \text{constante}$. Se computaron para cada estrella cuatro valores de la distancia, en base a la relación período-luminosidad de Shapley ($M = -0^m,31$ para $P = 1^d0$), dando distintas correcciones al origen de la relación. Como correcciones se eligieron $M = 0^m,0$ - $0^m,5$ - $1^m,0$ y $1^m,5$, aplicadas en el sentido de hacer más luminosas las cefeidas. Cabe esperar de antemano que tal corrección exista, pues las fórmulas no-lineales implican una absorción mayor que las fórmulas lineales, por lo cual en consonancia debe modificarse el origen de la relación.

Luego se computaron las alturas sobre el plano galáctico, obteniéndose para cada una de las correcciones una relación $R-z$ (distancia-altura). En la figura 1 están representadas las correlaciones; la tabla 1 da los valores de las pendientes de las rectas compensadas. Pese a la dispersión relativamente grande de los puntos, se observa que entre $0^m,5$ y $1^m,0$, la pendiente de la recta compensada cambia de signo. La corrección que hace constantes las alturas debe estar entre estos valores; de una interpolación sale $M = 0.83$.

TABLA 1

$M = 0^m,0$	$\alpha = 0,28$	$M = 1^m,0$	$\alpha = - 0,083$
$M = 0^m,5$	$\alpha = 0,18$	$M = 1^m,5$	$\alpha = - 0,245$

También puede hacerse la hipótesis de que la altura media de los distintos grupos de cefeidas con respecto al plano de simetría sea constante:

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_i |z_i - z_0| = \text{cte}$$

Pero al computar las alturas medias absolutas, debemos tener en cuenta que la absorción va borrando inicialmente las alturas más pequeñas, de modo que las alturas medias computadas deben crecer, más allá de una cierta distancia, de un modo uniforme, cualquiera sea la corrección adoptada. Por esta razón no conviene usar estrellas con $R > 2$ kpc. La representación de las alturas medias absolutas en función de la distancia, para distintas M , está dada en la figura 2. Esta figura confirma la existencia de una corrección intermedia entre $0^m,5$ y $1^m,0$. Una interpolación da $M = 0^m,75$.

De las dos representaciones podemos concluir con cierta seguridad que la corrección está entre $0^m,5$ y $1^m,0$. A juicio del autor está justificado adoptar como valor definitivo

$$M = 0^m,75$$

Es seguramente una pretensión injustificada tratar de determinar la corrección con más exactitud que un décimo de magnitud; una incertidumbre de este orden responde, como es fácil verificar, a un 5 % en las distancias. Conviene hacer notar de paso que una corrección semejante fué obtenida por Mineur (12) de un estudio estático-dinámico, resultando $M = 0,63$. En el presente trabajo la corrección se derivó en cambio independientemente de cualquier consideración dinámica.

Distribución espacial. —

Con la corrección así determinada se obtiene la siguiente distribución según distancias heliocéntricas. (Tabla 2)

TABLA 2

0 — 1 kpc	95	4 — 5 kpc	12	8 — 9kpc	7
1 — 2	202	5 — 6	14	9 — 10	10
2 — 3	87	6 — 7	10	> 10	27
3 — 4	38	7 — 8	11		

Los primeros grupos de la tabla parecen indicar una nube local de cefeidas en los alrededores del sol, pues si la densidad fuese constante, el número de cefeidas debería crecer con el cuadrado de la distancia media, lo cual no se verifica de ningún modo. Se puede mostrar sin embargo que esta nube local es un efecto de selección, debido por una parte a la absorción interestelar, y por la otra a la selección observacional, consistente en el hecho de que no se conocen todas las cefeidas, sino solamente una parte de ellas. Para ver esto conviene investigar la distribución de las cefeidas en base a la magnitud aparente media. Se encuentra la distribución expuesta en la tabla 3, que tiene un máximo entre las magnitudes 13 y 14.

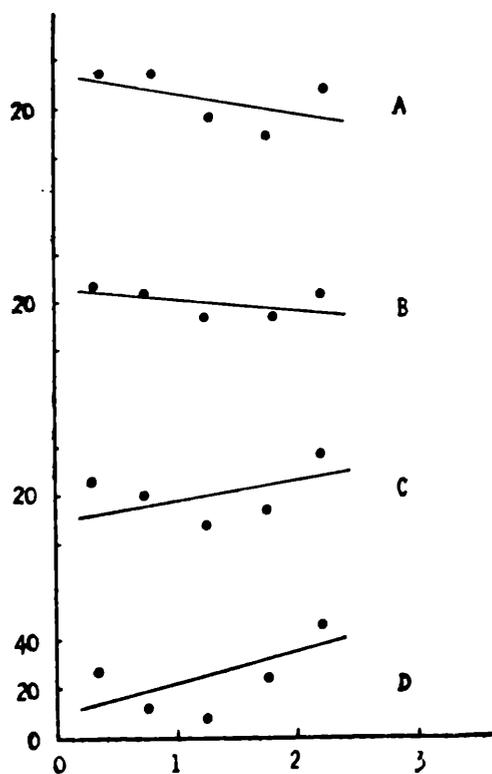


Fig. 1

Altura sobre el plano galáctico en función de la distancia al sol (abscisas). Los gráficos A, B, C, D, corresponden respectivamente a $\Delta M = 1.5 - 1.0 - 0.5 - 0.0$

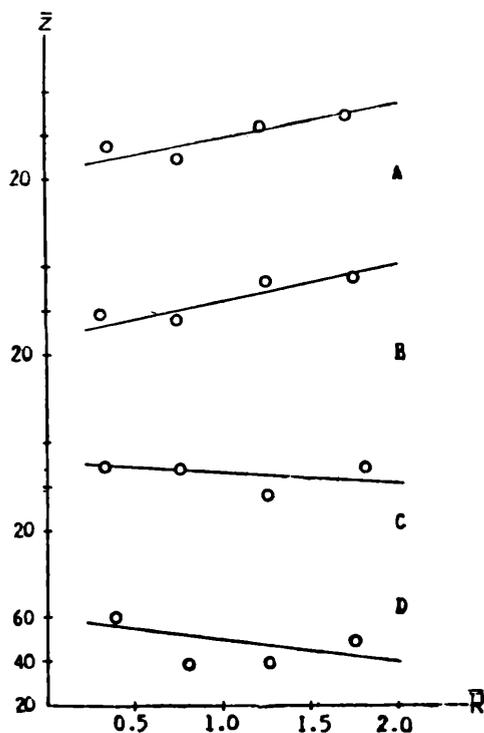


Fig. 2

Altura media sobre el plano galáctico en función de la distancia al sol (abscisas). Los gráficos A, B, C, D corresponden respectivamente a $\Delta M = - 0.0 - 0.5 - 1.0 - 1.5$

TABLA 3

hasta 5^m	4	hasta 9^m	69	hasta 13^m	316
6	10	10	119	14	416
7	17	11	189	15	487
8	41	12	246	16	512
				17	514

Pero esta estadística contiene *todas* las cefeidas, y no tiene en cuenta la diversidad de las magnitudes absolutas. Por esto conviene subdividir el material en tres grupos, según magnitudes absolutas, o sea, según períodos. Se eligieron los grupos:

$$\begin{array}{ll} M = 1^m7 & 1 < P < 5 \\ & 2^m7 & 5 < P < 15 \\ & 3^m6 & 15 < P < 40 \end{array}$$

y se estudiaron separadamente los tres grupos, según su distribución sobre magnitud aparente. Para interpretar estas estadísticas, supongamos por un momento que las cefeidas estén todas concentradas en el plano galáctico, en un estrato de espesor infinitesimal, de densidad constante, es decir independiente de la distancia heliocéntrica. Se tendrá entonces:

$$\frac{N(m+1)}{N(m)} = \frac{r^2(m+1)}{r^2(m)}$$

donde $N(m)$ es el número de cefeidas hasta magnitud m , y $r(m)$ la distancia correspondiente a magnitud m , según la fórmula

$$m = M + 5 \cdot \log R + 10 + S(R)$$

donde S es la absorción, que aquí sólo depende de la distancia, porque supusimos que el estrato está concentrado en el plano galáctico ($b = 0$). Podemos calcular una curva teórica del número de cefeidas visibles hasta una magnitud arbitraria m .

Pero en realidad las cefeidas no están concentradas en el ecuador, sino que tienen una distribución según la altura galáctica. La absorción depende además de la latitud b , de modo que debemos escribir

$$m = M + 5 \cdot \log R + 10 + S(R, b) \quad (1)$$

y combinar esto con la función distribución en la altura de las cefeidas. Esto se ha hecho mediante una integración gráfica. Como ilustración del método se ha reproducido en la figura 3 la curva de frecuencia observada y dos curvas teóricas calculadas en base a las hipótesis

$$\begin{array}{l} a \text{---} \text{capa homogénea de altura } z=0 \\ b \text{---} \text{capa homogénea de altura } z=100 \text{ pc.} \end{array}$$

para las estrellas con períodos entre uno y cinco días. La distribución verdadera se acerca más a la hipótesis b . Del examen de la figura 3 y de las otras dos figuras no reproducidas aquí, correspondientes a los otros grupos de M , se desprende la conclusión de que se conocen prácticamente todas las cefeidas hasta la magnitud doce. En los tres grupos, la magnitud doce responde a

$$\begin{array}{ll} M = -1^m7 & r(m=12) = 1,4 \text{ kpc} \\ & -2^m7 & 1,6 \\ & -3^m6 & 2,0 \end{array}$$

Estas distancias límites confirman a su vez la hipótesis inicial de una densidad constante. Si las cefeidas formasen un cúmulo alrededor del sol, supongamos con un radio de medio kpc, fuera del cual la densidad sería muy pequeña, la magnitud límite hasta la cual se conocerían *todas* las cefeidas, sería distinta en los tres grupos de magnitud absoluta. Se ve pues que la hipótesis de un cúmulo local de cefeidas, como la sostenía Joy (2) es bastante improbable.

No es posible investigar si la densidad es enteramente constante, o si existe algún gradiente con la distancia galactocéntrica. Oort encontró en los alrededores del sol, gradientes lineales, en los cuales la variación es del orden del 10 % sobre distancias de un kpc. Pero variaciones de este orden escapan aquí a la detección, pues son del mismo monto de las fluctuaciones estadísticas, ya que nos ocupamos de grupos de cien a ciento cuarenta estrellas. Quedamos pues con el resultado provisorio que la densidad es aproximadamente constante en un entorno de 1,5 kpc alrededor del sol.

La fórmula (1) nos permite predecir también cuál es la altura (o latitud) mínima en la cual es posible encontrar cefeidas. Las cefeidas más luminosas tienen $M = -3^m6$ y se han observado variables con $m = 16$. Computando con estos datos los valores de R y b que satisfagan la ecuación (1) y comparando con los valores observados mínimos de z , se tiene los datos compilados en la tabla 4.

TABLA 4

Distancia	$z(\text{cal})$	$z(\text{obs})$
2 — 3 kpc	0	20
3 — 4	80	100
4 — 5	150	200
5 — 6	280	260
6 — 7	360	400

Cabe recalcar que las alturas calculadas son cotas inferiores, por lo cual el acuerdo es excelente. Esto explica también por qué no se pueden utilizar las alturas medias absolutas a grandes distancias heliocéntricas: la absorción falsea los promedios, al suprimir las cefeidas más cercanas al plano galáctico. Dado que, como se verá en seguida, la concentración disminuye fuertemente con la altura sobre el plano galáctico, se comprende fácilmente que a grandes distancias (R) sólo se observan las pocas cefeidas que se encuentran a gran distancia del plano galáctico. También queda explicado así, por qué cualquier distribución de cefeidas según distancia R debe producir inevitablemente la ilusión de una nube local, si no se tienen en cuenta los efectos de selección.

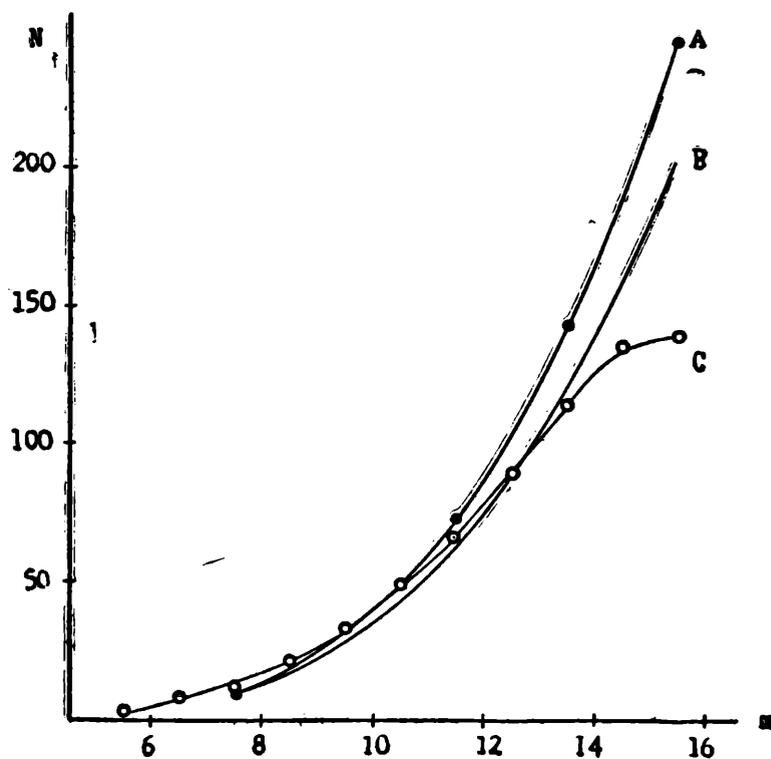


Fig. 3

Número de cefeidas en función de la magnitud aparente.
 Círculos blancos (curva C) — frecuencia observada.
 Círculos llenos (curva A) — frecuencias teóricas, $z = 100$.
 Curva B — frecuencias teóricas, $z = 0$.

Distribución en altura. —

Podemos estudiar ahora la distribución de las estrellas en dirección perpendicular al plano galáctico. Dado que se conocen todas las cefeidas hasta magnitud doce, lo cual responde a un kpc de distancia en las menos luminosas, se pueden utilizar las 95 estrellas con $R < 1$ kpc.

La distribución puede representarse con bastante aproximación mediante una curva gaussiana

$$n(z) = 25 \cdot \exp(-1,6 \cdot 10^{-4} \cdot z^2) \quad (2)$$

En estas 95 estrellas no fué posible descubrir si las estrellas de distinto periodo prefieren ciertas alturas. La fórmula (2) implica que el número de las cefeidas con $z > 200$ pc es prácticamente nulo. Pero esto es un resultado que la observación contradice, como se verá más adelante.

Frecuencia de los distintos periodos. —

Las curvas de frecuencia habituales tiene el inconveniente de que no están reducidas a volumen unitario, motivo por el cual las estrellas de largo periodo resultan preferidas. Trabajando con estrellas con $R < 1$ kpc y con $1 < R < 1,5$ kpc se obtuvieron las dos curvas de frecuencia de la figura 4, que resultan prácticamente coincidentes y que reflejan al mismo tiempo el monto de las fluctuaciones estadísticas.

La inspección muestra que la frecuencia puede ser representada con buena aproximación (salvo el mínimo entre 8 y 10 días) mediante una fórmula del tipo

$$A \cdot x^2 \cdot \exp(-B \cdot x^2)$$

donde x es el número de cefeidas por intervalo de periodo (intervalo igual 1^d). Las cefeidas con periodos comprendidos entre uno y diez días constituyen el 70 % del total.

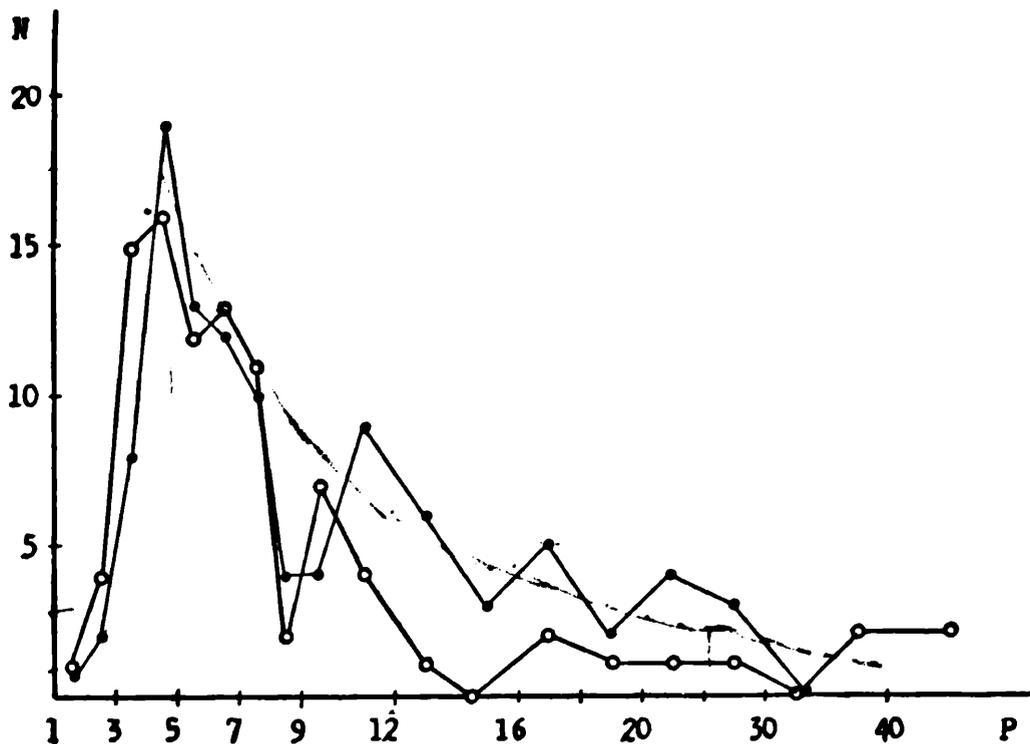


Fig. 4

Distribución de las cefeidas sobre distintos periodos. Abscisas, periodo en días. Ordenadas, frecuencia normalizada. -Círculos-datos de estrellas con $R \leq 1$ kpc. Puntos-datos de estrellas con R entre 1,0 y 1,5.

Distribución en longitud. —

Una discusión de la distribución en sectores de 30° de longitud, hecha sobre grupos de distancia heliocéntrica creciente muestra lo siguiente:

1) Entre 240° y 270° hay un exceso de estrellas entre 0 y 2 kpc de distancia.

Este grupo de 50 estrellas situadas en la constelación de Carina tal vez constituya un grupo con origen común. Sin embargo un análisis del diagrama de frecuencia de periodos revela que éste carece de peculiaridades.

2) Hasta 4 kpc de distancia, la distribución no muestra anomalías. Se insinúa un déficit en la dirección del centro y del anticentro de la galaxia, debido posiblemente a diferencias en la absorción interestelar.

3) A partir de 5 kpc el número de cefeidas en el anticentro se mantiene estacionario, mientras que crece extraordinariamente hacia el centro. Esto tiene su explicación en el hecho

de que se está llegando a los límites de la galaxia. Podría fijarse 15 kpc (distancia galactocéntrica) como límite de distribución de las cefeidas.

Estrellas excepcionales. —

Se dijo anteriormente que no se verificaba la extrapolación de que encima de los 200 pc no hubiera cefeidas. Si bien con $R < 1$ kpc no se encuentran estrellas de este tipo, fuera de esta distancia existen en total 121 de tales cefeidas. Como se desprende de la tabla 4, todas las estrellas con $R < 5$ kpc, tienen $z > 200$ pc. Llamaremos "excepcionales" todas estas cefeidas "altas". Puede objetarse que la fórmula (2) es una simple fórmula de interpolación, y que la presencia de cefeidas a grandes distancias del plano galáctico no implica que se trate de cefeidas diferentes a las del resto; a ello se opone sin embargo la nitidez de la separación de los dos grupos.

Si se supone que estas estrellas siguen la misma relación período-luminosidad, y que también está completo su número hasta magnitud doce, se puede intentar derivar su distribución. Debe observarse sin embargo que es muy posible que en estas latitudes altas no se hayan descubierto todas las cefeidas "excepcionales". La distribución así derivada muestra una repartición entre 200 pc hasta algunos kpc. La mayoría está concentrada entre 250 y 1000 pc. Como la cantidad de cefeidas entre 200 y 250 pc es muy pequeña, puede fijarse el límite de separación entre las dos distribuciones en 250 pc. Este límite es el mismo que encontró Oort (14) a partir del cual la aceleración $K(z)$ actuante sobre estrellas del campo galáctico se mantiene constante. Esto explica la uniformidad de distribución encima de los 250 pc.

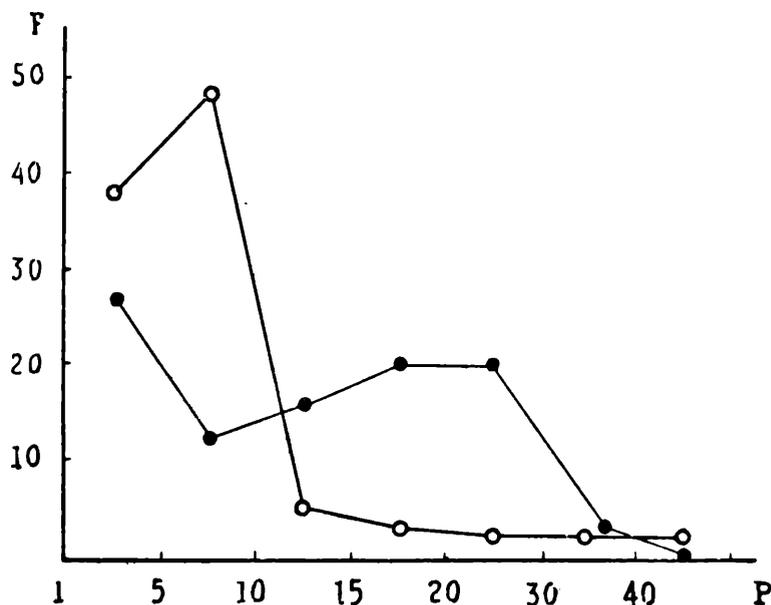


Fig. 5

Distribución de las cefeidas sobre distintos períodos. Abscisas, período en días. Ordenadas, frecuencias normalizadas. Círculos-datos de cefeidas "normales". Puntos-datos de cefeidas "excepcionales".

En cuanto a la distribución sobre períodos, sólo se puede analizar el escaso material hasta 12^m5 , constituido por 30 estrellas. Resulta así un diagrama reproducido en la figura 5 con un máximo alrededor de dos días, un mínimo entre tres y quince días, y otro máximo entre quince y veinte días. En conjunto se trata de una distribución complementaria con la de las cefeidas normales. No es posible conceder demasiado peso a este diagrama, pues el material es demasiado escaso; no obstante los dos máximos y el mínimo intermedio parecen asegurados, por la distribución de las estrellas más lejanas.

Las características de estas cefeidas "excepcionales" ya han sido estudiadas por C. Payne-Gaposchkin (13); la autora cita también algunas observaciones sobre los espectros, las curvas de luz y la velocidad radial de estas estrellas, llegando a la conclusión de que se trata de estrellas de población II. La distribución sobre períodos que da la autora mencionada está falseada sin embargo por efectos de selección.

Conviene agregar que si se lleva el límite de separación a 500 pc, como lo hizo C. Gaposchkin, el cuadro de distribución se altera en la siguiente forma:

TABLA 5

Períodos	$z > 250$ pc	$z > 500$ pc
1—5	8	5
5—10	4	1
10—15	5	4
15—20	6	5
20—30	6	5
30—40	1	1

Se observa que la separación en dos grupos (1—5^d y 10—30^d) se hace aún más nítida, lo cual era esperable, pues a pequeñas alturas pueden existir todavía estrellas de población I, que se hayan escapado del plano galáctico, y que tienden a rellenar el cuadro de frecuencia precisamente entre 5 y 10 días.

La distribución sobre longitud galáctica muestra un pequeño grupo en Aquila-Lyra-Delphinus, pero ninguna otra particularidad hasta los cinco kpc. Desde esta distancia en adelante, la cantidad de estrellas situadas hacia el centro galáctico aumenta en forma rápida, mientras que en los otros sectores se mantiene constante, lo cual puede interpretarse mediante una fuerte concentración de estas estrellas hacia el centro galáctico.

R E S U M E N

Podemos resumir en la siguiente forma los principales resultados del trabajo:

1. El origen de la curva período-luminosidad se establece mediante una estadística espacial y resulta de -1.07 para $P = 1^d$.
2. La distribución espacial en el plano galáctico revela una densidad constante en el entorno solar.
3. La distribución por períodos de las cefeidas normales y excepcionales (poblaciones I y II) resulta la dada en la figura 5.

El autor desea expresar su agradecimiento a los Profesores L. Gratton y M. Itzigsohn por las discusiones sobre el tema. El Dr. L. Gratton tuvo además la amabilidad de revisar críticamente el manuscrito.

B I B L I O G R A F I A

- (1) PERRINE. A. N. 248. pág. 139. 1933.
- (2) JOY. Aph. J. 89, pág. 356. 1939.
- (3) C. P. and S. GAPOSCHKIN. Variable stars. Harvard Monographs. 1938.
- (4) HYNEK. Astrophysics, pág. 498 y sigs. 1951
- (5) KUKARKIN. Invest., const. y desarr. de sistemas estelares en base al estudio de las estrellas variables. Moscú, 1949.
- (6) VAN TULDER. B. A. N. 9, pág. 315. 1942.
- (7) SHAPLEY. Star cluster. 1930.
- (8) KUKARKIN. R. A. J. 14, pág. 125. 1937.
- (9) H. WILKENS. Publ. La Plata, tomo 23. 1947.
- (10) C. JASCHEK. Cir. La Plata nº 11. 1953.
- (11) PARENAGO. R. A. J. 17, nº 4. 1940.
- (12) MINEUR. A. A. 9. nº 3. 1946.
- (13) C. GAPOSCHKIN en HYNEK. "Astrophysics". 1951.
- (14) OORT. B. A. N. 6, pág. 249. 1932.