

# Curva de Crecimiento de $\alpha$ Bootis, $K_2$ pec

POR

HULDA ALICIA HARTMANN

## I. GENERALIDADES

Uno de los métodos más eficaces para el estudio de las atmósferas estelares, es sin duda, el de la curva de crecimiento. Esta curva vincula la intensidad de la línea con el número de átomos activos  $N_a$  que hay en una columna del  $1 \text{ cm}^2$  de sección, de la fotosfera.

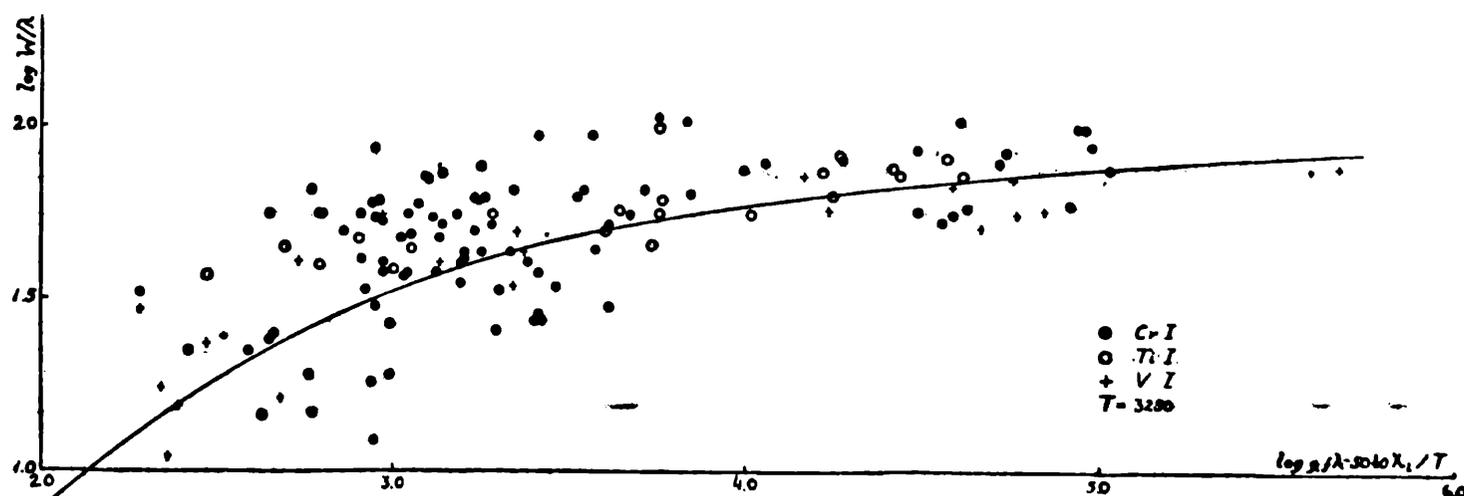
La intensidad está expresada en términos del ancho equivalente  $W$  en unidad  $\text{\AA}$ , y el número de átomos activos  $N_a$ , en función del número total de átomos  $N$ , aparece en  $X_0$ , la depresión óptica en el centro de la línea de absorción, y que está definida por:

$$\lg X_0 = \left[ \lg \left( \frac{N}{b(T)} \frac{\sqrt{\pi} \cdot \epsilon^2}{m \cdot c} \right) - \lg \frac{v}{c} \right] + \left[ \lg g_i f \lambda - \frac{5040}{T} \chi_i \right]$$

En esta ecuación:

- $N$  es el número total de átomos del elemento estudiado en un estado de ionización dado, en una columna de  $1 \text{ cm}^2$  de sección, de la fotosfera;
- $b(T) = \sum g_i l^{-\chi_i / kT}$  siendo la suma extendida a todos los niveles dentro del átomo, es la función de partición;
- $\epsilon$  y  $m$  son respectivamente la carga y masa de un electrón;
- $c$  la velocidad de la luz;
- $f$  la intensidad de oscilador para la línea (esto es, el número de osciladores equivalentes);
- $\lambda$  la longitud de la línea;
- $v$  la velocidad de agitación de los átomos (de origen térmico y turbulento);
- $g_i$  y  $\chi_i$  el peso estadístico y el potencial de excitación del nivel más bajo de la transición que produce la línea;
- $T$  la temperatura de excitación.

La función  $W_0 = f(X_0)$  empleada, es la deducida por Menzel; como veremos más adelante, para  $W$  se adoptan tres diferentes fórmulas aproximadas, válidas respectivamente para  $X_0 \ll 1$ ,  $X_0 > 1$ ,  $X_0 \gg 1$



Curva de crecimiento de  $\alpha$  Bootis. La curva trazada es la teórica para  $Z = 0$ .

Para  $\alpha$  Bootis, ya Suzanne E. A. van Dijke (1), obtuvo una curva de crecimiento con líneas del Fe I. En la presente investigación se ensaya construir la curva de crecimiento de esta estrella, tipo espectral K<sub>2</sub>, III pec. según el "Atlas" de Morgan, Keenan y Kellmann, para otros elementos.

Probablemente, la clase espectral de  $\alpha$  Bootis, es la más adelantada para la cual se puede todavía emplear el método de la curva de crecimiento. En efecto, para estrellas más adelantadas, el enorme número de líneas moleculares no permite fijar con seguridad suficiente la posición del continuo. Ya en esta estrella, posiblemente, ésta es la dificultad principal y la fuente más importante de error. Así, van Dijke, encontró que sus intensidades estimadas eran un 30 % más bajas que las medidas en los trazos microfotométricos de Hiltner y Williams. Diferencia semejante encontró el Dr. Gratton entre sus intensidades centrales (en un trabajo aún no publicado) y las que se obtienen de ese Atlas.

Según las observaciones mencionadas, parecería como si, en los trazos de Hiltner y Williams, el continuo de  $\alpha$  Bootis estuviese sobreestimado.

## II. CONSTRUCCION DE LA CURVA

El material utilizado fué el trazo microfotométrico de  $\alpha$  Bootis, del "Atlas" de Hiltner y Williams (2). Estos trazos son dados directamente en intensidad, siendo la unidad de las ordenadas tomada de manera tal que en cada punto la intensidad del continuo es igual a 100. Una vez identificadas en los trazos las líneas producidas por los elementos Ti I, V I, Fe I y Cr I, entre las longitudes 4000 Å y 5000 Å (considerándose sólo aquellas líneas producidas toda o casi en su totalidad por un solo elemento), se completaron los trazos de los perfiles incompletos, tomando como modelo alguna línea próxima, completa y de igual intensidad.

Midiéronse las áreas comprendidas entre los trazos y la línea correspondiente a la ordenada 100 (continuo) con un planímetro; dichas áreas multiplicadas por un factor adecuado (función de  $\lambda$ ) dan directamente los anchos equivalentes W.

Los valores de  $g_1 f$  para el Fe I y Ti I se hallan en las tablas de R. B. King y A. S. King (3); las de V I en las de R. B. King (4); y las del Cr I en las de Hill y King (5).

En total se midieron 21 líneas del Ti I, 24 del V I, 92 del Cr I y sólo 3 del Fe I, razón por la cual este último elemento no se consideró posteriormente.

Para el cálculo del término  $\frac{5040}{T} \chi_1$ , se ensayaron para el Ti I y V I las temperaturas de excitación de 4000° K y 3500° K y para el Cr I 3500° K y 3000° K.

Después de construirse una curva de crecimiento empleando como ordenadas  $\lg. \frac{W}{\lambda} \cdot 10^{-6}$  y como abscisas  $\lg. g_1 f \lambda - \frac{5040}{T} \chi_1$  para cada elemento y cada temperatura, se adoptó como temperatura de excitación definitiva  $T = 3250^\circ$  K, pues esta fué la que dió menor dispersión de los puntos en los gráficos.

Como puede apreciarse, la temperatura de excitación es considerablemente inferior a la efectiva (4000° K para K<sub>2</sub>); este fenómeno ha sido notado por todos los autores. Así, por ejemplo, Wright (6) encuentra:

Estrella	Sol	$\gamma$ Cygni	$\alpha$ Persei	$\alpha$ Can. Min
Temperatura efectiva	5725° K	5500° K	6325° K	6725° K
Temperatura de excitación	4875	4825	5100	5000

En la curva de crecimiento para el Cr I los puntos resultaron mucho más dispersos que para el V I y Ti I; esto, probablemente, se debe a que los potenciales de excitación para las líneas elegidas del Cr I son mucho mayores (llegan hasta 3,36) que para el

V I y Ti I (llegan a 1,88) y por consiguiente el factor  $\frac{\chi_1}{T}$  para el mismo  $\Delta T$  da mayor error para el Cr I que para los otros dos elementos.

Luego, se construyó, con la temperatura de excitación adoptada, un gráfico separado para cada elemento. Los tres gráficos obtenidos resultaron similares, solamente que, estaban corridos el uno con respecto al otro, evidentemente por el valor diferente del primer término de  $\log X_0$  para los tres elementos; habiendo restado a las abscisas 1,5 para el Ti I, 2,0 para el V I y 0,0 para el Cr I, se obtuvo una buena superposición entre ellos.

### III. RESULTADOS OBTENIDOS DE LA CURVA

Los datos que pueden obtenerse de la curva de crecimiento construída, son los siguientes:

1. La velocidad  $V_t$  producida por los movimientos turbulentos de los átomos, dada por:

$$v_t^2 = v^2 - v_0^2$$

En esta fórmula  $v$  es la velocidad obtenida del estudio de la curva de crecimiento y  $v_0$  es la velocidad térmica de los átomos del elemento dado, y es igual a:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 k T_e}{m_1 \mu}}$$

donde  $T_e$  es la temperatura efectiva de la estrella;  
 $k$  la constante de Boltzmann de los gases;  
 $m_1$  la masa correspondiente al peso atómico unidad;  
 $\mu$  el peso atómico del elemento estudiado.

Para determinar  $v$  hay que comparar la curva observacional con las teóricas obtenidas con las ecuaciones:

$$\frac{W}{\lambda} \frac{c}{v} = \sqrt{\pi} X_0$$

$$\frac{W}{\lambda} \frac{c}{v} = 2 (\lg X_0)^{1/2}$$

$$\frac{W}{\lambda} \frac{c}{v} = \frac{\pi^{1/2}}{2} (X_0 \cdot Z)^{1/2} \quad \text{donde } Z = \frac{\Gamma \cdot c}{v \cdot v}$$

válidas respectivamente para pequeños, intermedios y grandes valores de  $X_0$ ; en esta última ecuación tenemos que:

$\Gamma$  es la constante de amortiguamiento, que se define como, la suma de las recíprocas de los tiempos de vida medio de los átomos en los estados superior e inferior de la transición; y

$\nu$  es la frecuencia de la línea.

Trazadas las curvas teóricas para valores de  $Z = 0,01$ ; 0,1 y 1,0 resultó que aquellas con cualquier valor de  $Z$  entre 0,01 y 0,00 eran comparables con la curva observacional, siendo excluidas las de valores más grandes de  $Z$ .

El valor de  $\lg \frac{c}{v}$  para el cual se obtiene la superposición de las curvas teóricas y observadas, es 4,84, lo que corresponde a  $v = 4,4$  km/seg. Para  $T_e = 4000^\circ$  y siendo  $\mu \cong 50$  para los tres elementos resulta  $v_0 = 1,1$  km/seg. Con estos datos se halla  $v_t = 4,3$  km/seg.; van Dijke obtuvo para  $v$  el valor 3,25.

INTENSIDADES DE LINEAS Y VALORES CALCULADOS PARA LA CURVA  
DE CRECIMIENTO DE  $\alpha$  BOOTIS

$\lambda \cdot 10^{-8}$	$\nu \cdot 10^{-11}$	$\lg \frac{W}{\lambda} \cdot 10^{-6}$	$\lg g_1 f \lambda$	$\frac{5040}{3250} \chi_i$	$\lg g_1 f \lambda - \frac{5040}{3250} \chi_i$	$\lambda \cdot 10^{-8}$	$\nu \cdot 10^{-11}$	$\lg \frac{W}{\lambda} \cdot 10^{-6}$	$\lg g_1 f \lambda$	$\frac{5040}{3250} \chi_i$	$\lg g_1 f \lambda - \frac{5040}{3250} \chi_i$
<b>Gr I</b>											
4026.17	152	1.58	(7.33)	3.92	3.41	4663.83	190	1.61	8.00	4.81	3.19
27.10	254	1.80	7.18	3.92	3.26	64.80	201	1.64	8.03	4.83	3.20
37.29	155	1.58	(6.96)	3.92	3.04	89.37	195	1.62	8.03	4.83	3.20
66.94	254	1.80	7.42	4.19	3.23	93.95	160	1.53	7.53	4.61	2.92
4111.36	232	1.75	7.66	4.48	3.18	97.06	197	1.62	7.10	4.19	2.91
22.16	230	1.75	6.84	4.19	2.65	4708.04	162	1.54	8.35	4.89	3.46
26.52	184	1.65	7.49	3.92	3.57	18.43	129	1.44	8.36	4.94	3.42
27.30	137	1.52	6.20	3.92	2.28	24.42	105	1.35	7.19	4.77	2.42
29.21	215	1.72	8.11	4.50	3.61	30.71	122	1.41	8.06	4.77	3.29
53.07	248	1.78	6.86	3.92	2.94	37.35	132	1.44	8.17	4.77	3.40
63.62	234	1.75	(6.71)	3.92	2.79	56.11	143	1.48	8.41	4.80	3.61
4203.59	308	1.87	7.06	3.92	3.14	89.35	139	1.46	7.33	3.92	3.41
11.35	278	1.82	7.42	4.65	2.77	90.34	70	1.16	(6.55)	3.92	2.63
40.70	234	1.74	(7.55)	4.60	2.95	4829.38	209	1.64	(7.25)	3.92	3.33
55.50	261	1.79	7.60	4.64	2.96	70.80	171	1.55	7.96	4.77	3.19
61.35	233	1.74	7.61	4.50	3.11	87.73	39	0.90	6.23	3.92	2.31
72.91	238	1.75	7.39	4.48	2.91	88.53	244	1.70	6.78	3.92	2.86
93.56	107	1.40	7.16	4.50	2.66	4922.27	201	1.61	8.18	4.80	3.38
95.76	268	1.80	7.71	4.19	3.52	36.33	133	1.43	7.80	4.81	2.99
4319.64	103	1.38	7.11	4.46	2.65	42.50	277	1.75	5.13	1.46	3.67
37.57	341	1.90	6.20	1.49	4.71	54.81	188	1.58	7.80	4.83	2.97
39.45	383	1.95	6.49	1.52	4.97						
39.72	375	1.94	5.97	1.49	4.48						
44.51	328	1.88	6.57	1.55	5.02						
46.83	164	1.58	7.73	4.61	3.12	<b>T1 I</b>					
59.63	452	2.02	6.12	1.52	4.60	4024.57	252	1.80	5.82	0.08	5.74
63.13	310	1.85	7.68	4.58	3.10	60.26	182	1.65	(6.18)	1.63	4.55
71.28	439	2.00	6.46	1.55	4.93	4112.71	238	1.76	5.22	0.08	5.14
73.25	280	1.81	5.36	1.52	3.84	4287.40	197	1.66	6.52	1.29	5.23
74.16	288	1.82	7.98	4.64	3.34	4301.09	357	1.92	7.05	1.29	5.76
87.50	378	1.94	7.59	4.64	2.95	4518.02	277	1.79	6.53	1.27	5.26
91.75	476	2.03	5.30	1.55	3.75	33.24	366	1.91	7.36	1.30	6.06
97.25	218	1.69	7.71	4.66	3.05	34.78	346	1.88	7.20	1.29	5.91
4412.25	424	1.98	5.16	1.60	3.56	48.76	258	1.75	6.52	1.27	5.25
24.28	421	1.98	8.07	4.66	3.41	52.45	456	2.00	6.54	1.29	5.25
32.18	236	1.73	7.42	4.44	2.98	55.49	229	1.70	6.40	1.30	5.10
58.54	215	1.68	7.79	4.66	3.13	62.64	202	1.65	4.22	0.03	4.19
60.77	84	1.28	7.18	4.19	2.99	4617.27	179	1.59	7.20	2.70	4.50
75.34	181	1.61	7.44	4.47	2.97	56.47	263	1.75	5.51	0.00	5.51
77.02	86	1.28	6.95	4.19	2.76	81.91	345	1.87	5.79	0.08	5.71
92.31	136	1.48	8.16	5.21	2.95	4715.30	176	1.57	4.05	0.08	3.97
96.86	379	1.93	6.19	1.46	4.73	4885.08	232	1.68	(7.22)	2.82	4.40
4500.30	216	1.68	7.78	4.76	3.02	4913.62	195	1.60	(7.09)	2.80	4.29
01.79	255	1.75	7.30	4.50	2.80	81.73	363	1.86	7.41	1.30	6.11
11.90	198	1.64	8.01	4.76	3.25	97.10	280	1.75	4.78	0.00	4.78
14.53	269	1.78	7.57	4.50	3.07	99.50	362	1.86	7.20	1.27	5.93
26.47	363	1.90	7.97	3.92	4.05						
30.76	344	1.88	(7.91)	3.92	3.99	<b>V I</b>					
35.15	153	1.53	7.22	3.92	3.30	4093.50	95	1.37	6.30	1.83	4.47
39.79	236	1.72	7.20	3.92	3.28	99.80	234	1.76	7.26	0.42	6.84
40.50	297	1.82	7.63	3.92	3.71	4105.17	232	1.75	7.18	0.42	6.76
40.72	297	1.82	8.34	4.80	3.54	13.52	233	1.75	6.85	1.88	4.97
45.34	237	1.72	7.06	3.92	3.14	4218.71	171	1.61	5.19	0.46	4.73
45.96	247	1.73	6.01	1.46	4.55	59.31	175	1.61	5.16	0.03	5.13
61.20	84	1.26	6.86	3.92	2.94	4332.82	250	1.76	6.26	0.03	6.23
65.51	483	2.02	5.35	1.52	3.83	79.24	333	1.88	8.06	0.47	7.59
80.06	374	1.91	5.73	1.46	4.27	4406.64	352	1.89	7.14	0.47	7.67
91.39	283	1.79	5.73	1.49	3.24	19.94	223	1.70	5.77	0.42	5.35
4613.37	357	1.89	5.74	1.49	3.25	37.84	319	1.86	6.61	0.45	6.16
16.14	257	1.75	6.10	1.52	4.58	4524.22	71	1.19	7.31	2.92	4.39
26.19	272	1.77	6.11	1.49	4.62	77.17	214	1.67	6.39	0.00	6.39
32.18	57	1.09	7.76	4.81	2.95	86.36	312	1.83	6.64	0.06	6.58
33.29	68	1.17	7.60	4.83	2.77	94.10	328	1.85	6.85	0.10	6.75
37.18	172	1.57	6.95	3.92	3.03	4606.15	199	1.64	5.40	0.03	5.37
37.77	334	1.86	(7.01)	3.92	3.09	26.48	113	1.39	6.13	1.61	4.52
46.17	463	2.00	6.55	1.60	4.95	35.18	160	1.54	5.44	0.10	5.34
48.13	233	1.70	7.15	3.92	3.23	40.74	138	1.47	5.92	1.64	4.28
49.46	105	1.35	6.51	3.92	2.59	4784.48	78	1.21	4.71	0.03	4.68
51.28	269	1.76	6.00	1.52	4.48	96.93	53	1.04	7.60	3.24	4.36
52.16	280	1.78	6.46	1.55	4.91	4864.74	199	1.61	6.52	0.03	6.49
63.33	261	1.75	7.84	4.80	3.04	75.46	248	1.71	6.72	0.06	6.66
						4932.03	85	1.24	6.22	1.88	4.34

Los números encerrados en paréntesis son valores inseguros.

2. Un límite para la constante de amortiguamiento  $\Gamma$  se determina sobre la base de estimaciones de valores límites de  $Z$ ; pero como en nuestro caso, la estimación límite de  $Z$  fué bastante insegura, pues la curva no se extiende hasta valores grandes de  $\lg g$ ,  $f\lambda = \frac{5040}{T}\chi_1$  que es donde se diferencian bien las curvas para distintos valores de  $Z$ , no se estimó conveniente calcular este valor.

3. La abundancia relativa de los elementos estudiados. Para este cálculo se utilizaron los desplazamientos horizontales de las curvas de crecimiento preliminares del V I y Ti I necesarios para superponerlas con las del Cr I; como se dijo, estos fueron de  $-2,0$  y  $-1,5$  respectivamente. Evidentemente estos números son iguales a las diferencias entre los valores de

$$\left[ \lg \left( \frac{N}{b(T)} \frac{\sqrt{\pi \cdot \epsilon^2}}{m \cdot c} \right) - \lg \frac{v}{o} \right]$$

y como, excepto  $\lg \frac{N}{b(T)}$  todo lo demás puede considerarse constante para estos tres elementos, resulta que los corrimientos son iguales a la diferencia, de  $\lg \frac{N}{b(T)}$  para los tres elementos.

Los valores de  $\lg b(T)$  para  $T = 3250^\circ\text{K}$ , son

Elemento	Cr I	Ti I	V I
$\lg b(T)$	0,89	1,34	1,45

Luego, tenemos que:

$$\begin{aligned} (\lg N)_{\text{Cr I}} - (\lg N)_{\text{V I}} &= + 1,55 \\ (\lg N)_{\text{Cr I}} - (\lg N)_{\text{Ti I}} &= + 0,94 \\ (\lg N)_{\text{Ti I}} - (\lg N)_{\text{V I}} &= + 0,61 \end{aligned}$$

Para la temperatura de  $\alpha$  Bootis, la ionización del Ti, V y Cr es despreciable como resulta de la débil intensidad de las líneas del Ti II, V II y Cr II; por lo tanto, los números citados pueden considerarse iguales a las diferencias entre los números totales de átomos de Ti, V y Cr.

Comparando estos valores con los del citado trabajo de Wright, en la tabla 24, no se encuentran diferencias apreciables entre  $\alpha$  Bootis y las estrellas estudiadas por aquel autor.

La autora desea expresar su más sincero agradecimiento al profesor Dr. Livio Gratton, Jefe del Departamento de Astrofísica, por haberle asignado este tema y guiarla generosamente en el curso de la investigación.

#### IV. BIBLIOGRAFIA

- (1) VAN DIJKE, SUZANNE E. A. — A comparative study of the spectra of  $\alpha$  Bootis and 70 Ophiuchi A. Ap. J. 104, 27, 1946.
- (2) HILTNER, W. A. AND WILLIAMS, ROBLEY C. — Photometric Atlas of Stellar Spectra. Book II. Ann Arbor. University of Michigan Press. 1946.
- (3) KING, ROBERT B. AND KING, ARTHUR S. — Relative  $f$ -values for lines of Fe I and Ti I. Mt. W. Contr. Vol. XXIV, 359. Oct. 1936-Nov. 1937; Ap. J. 87, 24, 1938.
- (4) KING, ROBERT B. — Relative  $gf$ -values for lines of V I. - Mt. W. Contr. Vol. XXVIII 17. Dic. 1943-Feb. 1947; Ap. J. 105, 376, 1947.
- (5) HILL, A. J. AND KING, R. B. — Relative  $gf$ - and  $f$ -values for lines of Cr I. Journal of the Optical Society of America. Vol. 41, N° 5, 1951.
- (6) WRIGHT, K. O. — A study of line intensities in the spectra of four solar-types stars. Pub. Dom. Ap. Obs. Victoria. Vol. VIII, N° 1, 1948.