La diversidad como ventaja en clases de Matemática de primaria

Claudia Broitman, Mónica Escobar e Inés Sancha

Introducción, descripción del estudio y marco teórico

La gestión de la clase de Matemática en las aulas plurigrado[1] exige encontrar modos de enseñar los contenidos a un mismo grupo de alumnos que pertenecen a distintos años de la escolaridad, cuyas edades y conocimientos son diferentes, así como sus niveles de autonomía para realizar las tareas propuestas.

La planificación y el desarrollo de estas situaciones de clase suponen una especificidad para la cual resultan insuficientes los aportes de las investigaciones sobre la enseñanza de la Matemática en las aulas de sección única. Existen algunos estudios en diferentes países de América Latina que aportan elementos sobre las situaciones didácticas que suelen plantearse para la enseñanza de esta disciplina en un grupo multigrado, sobre las formas de interacción entre alumnos y docentes y entre los propios alumnos de diferentes grados durante las clases de Matemática. Varios de estos trabajos también indagan sobre los retos que implica planear y gestionar la clase considerando simultáneamente diferentes grados escolares. Entre ellos destacamos los de Fuenlabrada y Weiss, 2006; Popoca y otros, 2006; García, 2007; Terigi, 2008, 2013; Arteaga, 2009; Block, Ramírez y Reséndiz, 2013; Muñoz, 2013; Solares Pineda y

[1] El aula de sección única es aquella en la que todos los alumnos que conforman el grupo-clase cursan el mismo grado de la escolaridad, mientras que en el aula plurigrado el docente tiene a cargo —en forma simultánea— la enseñanza de un grupo de alumnos que cursan diferentes grados de la escolaridad. En este trabajo usaremos de manera indistinta “plurigrado”, “multigrado”, aula de “sección múltiple”, para referirnos a esta última. No utilizaremos las expresiones “aula multiedad” o “grupo multiedad” por estar asociadas a las escuelas de enseñanza no graduada. Para ampliar este aspecto remitimos a la lectura de Terigi (2008).

Solares Rojas, 2018; Popoca y Moscoso, 2019. Sin embargo, a pesar de estas producciones, es aún escasa la bibliografía acerca de las condiciones de enseñanza de esta disciplina en el aula plurigrado. Una cuestión común que hemos encontrado entre los estudios y materiales relevados es la identificación de algunas dificultades —en ocasiones mencionadas como “desventajas” en relación con la escuela urbana— que representa la escuela rural para los alumnos que cursan allí su escolaridad: la discontinuidad de la asistencia (tanto de alumnos como de docentes), el aislamiento, los programas de contenidos que difícilmente llegan a abordarse en forma completa, entre otros. La investigación que aquí presentamos intenta abonar al estudio de las condiciones de enseñanza de la Matemática para estas aulas y ofrecer herramientas para la producción didáctica específica.

Por otra parte, dado que la heterogeneidad de conocimientos de los alumnos y la necesidad de tratamiento simultáneo de un mismo contenido considerando diferentes niveles de conceptualización no son exclusivos del aula plurigrado, sostenemos que el análisis de las intervenciones del docente en este contexto y de las interacciones que estas posibilitan en la clase puede significar un aporte para prever y enseñar en la inevitable diversidad de cualquier aula.

En este capítulo analizamos la gestión del trabajo con la diversidad a partir de un estudio sobre la enseñanza de la Matemática en aulas plurigrado del ámbito rural. Los datos de la investigación que aquí presentamos fueron relevados durante el año 2012 en una escuela primaria rural de la localidad de Chascomús, provincia de Buenos Aires, Argentina. En el momento de la toma de datos, la escuela contaba con un solo docente a cargo de ocho alumnos.[2] El grupo estaba conformado por un alumno de 1.° año, dos de 2.° año, dos de 4.° año, uno de 5.° año y dos de 6.° año. Cabe aclarar que no todas las escuelas rurales presentan estas características, la cantidad de grupos y docentes depende en gran parte de la matrícula y los cargos docentes disponibles. En nuestro país contamos con escuelas con un docente por año de escolaridad, o bien con escuelas tridocentes, bidocentes o unidocentes. La decisión de relevar los datos en un establecimiento escolar unidocente responde al propósito del estudio que llevamos adelante.

[2] La maestra era María Monserrat Apaolaza de la Escuela N.º 20 de Chascomús.

Inicialmente se realizó una observación natural de clases para conocer a los alumnos y la organización habitual del trabajo en el aula. En una serie de reuniones con la docente propusimos el análisis compartido de producciones curriculares, la discusión sobre aportes bibliográficos y acordamos contenidos a incluir en la secuencia que se implementaría en el aula con sus alumnos. El trabajo conjunto estuvo centrado en analizar el enfoque didáctico de la producción de la jurisdicción, la elección de los contenidos a tratar en función de las necesidades del grupo en cuestión y el tratamiento y secuenciación de este contenido en propuestas didácticas de documentos curriculares y libros de texto.[3] Si bien este recorrido abarcó varias entrevistas y fue documentado, no profundizaremos aquí sobre sus detalles dado que el proceso de construcción de conocimientos matemáticos y didácticos por parte de la docente no constituye el tema de análisis del presente trabajo.

Paralelamente realizamos algunas indagaciones acerca de los conocimientos de los alumnos sobre el recorte elegido: cálculo mental.

A partir de estas instancias, elaboramos de manera conjunta con la docente una secuencia de problemas. En esta investigación no se utilizó estrictamente la metodología de ingeniería didáctica (Artigue, 1986) dado que el propósito principal no estuvo orientado hacia el estudio y elaboración de una secuencia didáctica original. En cambio, se adaptaron propuestas de enseñanza de diversos libros de texto y documentos curriculares. El análisis no estuvo centrado en la validación de la secuencia didáctica sino en examinar de qué manera se promovieron interacciones entre alumnos y cuáles eran las intervenciones didácticas —previstas o no previstas— que fomentaban esas interacciones. La secuencia estaba constituida por cuatro etapas de varias clases cada una. En la primera se buscó que los niños construyeran o ampliaran sus repertorios de cálculos disponibles en las cuatro operaciones; en la segunda etapa se apuntó a que usaran dichos cálculos para resolver otros cálculos mentales más complejos; en la tercera se propuso que exploraran el uso de la calculadora

[3] Los problemas fueron tomados o adaptados de diseños y documentos curriculares: Diseño Curricular para la Escuela Primaria (Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2004), Diseño Curricular para la Educación Primaria (DGCyE de la provincia de Buenos Aires, 2007), documentos curriculares de la DGCyE de la provincia de Buenos Aires de 2001, 2008 y 2009, documentos curriculares de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires de 1997 y 2006; Serie Piedra Libre (MECyT, 2010), libros y artículos para docentes (Parra, 1994; Broitman, 1999, 2005; Itzcovich, 2007) y libros de texto escolares (Serie *Hacer Matemática* de Editorial Estrada, Serie *Matimática* de Editorial Tinta Fresca y Series *Estudiar Matemática* y *Matemática en* de Editorial Santillana).

en problemas que exigían considerar el valor posicional y en la cuarta etapa se abordaron estrategias de cálculo estimativo. Finalmente se implementó una instancia de recapitulación.

La secuencia didáctica de cálculo mental abarcó 17 clases cuya duración oscilaba entre 60 y 90 minutos. Todos estos encuentros fueron videograbados. En acuerdo con la docente, los investigadores que observaban las clases participaban ocasionalmente tanto de interacciones con algunos alumnos, como en los momentos de discusión colectiva. Constituyen también el corpus de información las producciones escritas individuales y grupales de los niños, los registros colectivos realizados en el pizarrón o en afiches por dictado al docente y las notas manuscritas tomadas por los investigadores.

Durante el proceso inicial de trabajo con la docente, la implementación de la secuencia y el análisis de datos, nos apoyamos en las ideas sobre el trabajo matemático de los alumnos y de los roles del docente provistas por algunos referentes teóricos de la perspectiva francesa en Didáctica de la Matemática que permitieron reconocer la posibilidad de generar una actividad constructiva por parte de los alumnos bajo ciertas condiciones didácticas de organización y gestión de la clase.

Tomando los aportes de Guy Brousseau (1986, 1994, 2007) consideramos necesario enfrentar a los alumnos a situaciones en las que actúen para resolver problemas elaborando y usando conocimientos implícitos, que los puedan explicitar en un lenguaje comprendido por todos y validar utilizando pruebas. Estas situaciones están en gran parte determinadas por las interacciones sociales que las constituyen, ya que involucran a otros a quienes se destina la producción. Adoptar las ideas de este autor supone instalar una gestión de la clase en la cual los alumnos se comprometan a elaborar y defender sus convicciones; explicitar sus puntos de vista; comunicar, justificar y explicar procedimientos; argumentar y probar sus ideas. Entendemos el aprendizaje en el aula como una construcción social en la cual los conocimientos de los alumnos se van transformando en una comunidad de prácticas matemáticas. Pensar en una transformación progresiva de los conocimientos mientras los saberes de un grupo de alumnos se van "amasando" implica reconocer que los conocimientos no se construyen de manera aislada y definitiva, sino que las prácticas sociales de la clase exigen hacer vivir a esos conocimientos de diferentes maneras.

A partir de las primeras entrevistas con la docente y de nuestras observaciones de sus clases pudimos constatar que al organizar el trabajo, ella solía proponer a sus alumnos tareas individuales o en grupos por ciclo[4], de manera que los niños estaban habituados a resolver en forma independiente y simultánea tareas diferentes a las de sus compañeros de clase que podían referirse tanto a la misma área como a distintas áreas curriculares. Diversos estudios (Terigi, 2008, 2013; Block, Ramírez y Reséndiz, 2015; Broitman, Escobar, Sancha y Urretabizcaya, 2015; Broitman, Escobar y Sancha, 2016; Escobar, 2016) han relevado esta práctica usual en los docentes de las aulas plurigrado. Como señalamos, en esta investigación partimos de la convicción de la potencia de las interacciones sociales para el aprendizaje. Al decir de Chevallard (1997), se aprende "en tribu". Desde esta perspectiva, exploramos diversas interacciones entre pares próximos y distantes dentro de la clase de Matemática en plurigrado y analizamos las intervenciones docentes que las posibilitan y potencian.

Vergnaud (1990) distingue, en el interior de un mismo campo conceptual, problemas con estructuras diferentes que se establecen de acuerdo a las diversas relaciones matemáticas involucradas en cada uno de ellos. Con la intención de promover la cooperación intelectual en las clases a propósito del conocimiento matemático en construcción, hemos intentado que todos los niños resolvieran problemas que, aunque de complejidad muy variable, tuvieran la misma estructura y fueran reconocidos como parte de un mismo contenido escolar transversal. Esta decisión buscaba promover mayores posibilidades de interacción social en torno a los conocimientos tanto en el proceso de resolución como en los espacios de debate y análisis colectivo. Esto sin desconocer —como señala Delia Lerner (2007)— que la cooperación intelectual requiere del trabajo personal de cada alumno: los niños precisan disponer de un tiempo propio (no necesariamente individual) en el cual puedan apropiarse de los conocimientos. A continuación, analizaremos algunas de las decisiones del docente que promueven y sostienen este tipo de trabajo.

[4] En la provincia de Buenos Aires, como en gran parte de la Argentina, la escuela primaria está organizada en seis años (1.° a 6.°) distribuidos en dos ciclos (primer ciclo conformado por 1.°, 2.° y 3.° años y segundo ciclo por 4.°, 5.° y 6.° años).

Contemplar la diversidad *a priori:* variables didácticas y modalidades organizativas

Tanto en las instancias de planificación como en las de implementación y análisis de la secuencia didáctica de nuestro estudio, identificamos aspectos del trabajo docente en un aula multigrado que adoptan cierta especificidad cuando se procura instalar espacios de intercambio y de producción colectiva de ideas a partir de la resolución de problemas similares o vinculados entre sí.

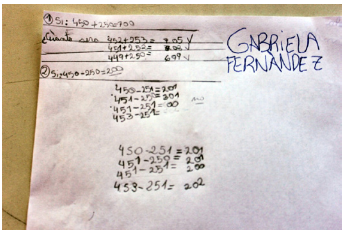
Como ya mencionamos, intentamos elaborar una propuesta en la que los alumnos de diferentes grados resolvieran problemas de la misma estructura y contenido con el fin de promover mayores posibilidades de interacción social en torno a ellos. Apuntando a que las actividades fueran efectivamente problemáticas para los alumnos de todos los grados y a generar un campo de problemas que pudieran ser resueltos por alumnos de diferentes niveles de conocimiento, se previó en la planificación el comando de ciertas variables didácticas (Brousseau, 1985). La noción de variable didáctica —central para el diseño de las clases de esta secuencia— fue acuñada por Guy Brousseau (1995) en el seno de su teoría de las situaciones didácticas:

> [El docente] puede utilizar valores que permiten al alumno comprender y resolver la situación con sus conocimientos previos, y luego hacerle afrontar la construcción de un conocimiento nuevo fijando un nuevo valor de una variable. La modificación de los valores de esas variables permite entonces engendrar, a partir de una situación, ya sea un campo de problemas correspondientes a un mismo conocimiento, ya sea un abanico de problemas que corresponden a conocimientos diferentes (Citado en Bartolomé y Fregona, 2003, p. 156).

Veamos a continuación algunas situaciones que posibilitaron el intercambio de ideas. Por ejemplo, en la clase seis de la segunda etapa se les propuso a los alumnos que, a partir de una suma ya resuelta, pensaran los resultados de otras dos o tres sumas entre números muy próximos a los anteriores (del mismo modo para ciertas restas). Si bien la consigna y la estructura de los cálculos eran semejantes, se introdujeron cambios en el tamaño de los números involucrados.

Para primer ciclo: Si 10+10=20, cuánto será…? 11+10= 10+11= 10+12= Si 80-20=60, cuánto será…? 81-20= 80-21= 80-19=	Para segundo ciclo: Si 450+250=700, cuánto será…? 452+253= 451+252= 449+250= Si 450-250=200, cuánto será…? 450-251= 451-250= 451-251= 453-251=

En el desarrollo de la clase fue posible identificar la complejidad que revistió para cada uno de los niños.

 Figura 1. Producción de Gabriela	Transcripción de la producción original de Gabriela 1) Si: 450+250=700 ¿Cuánto será? 452+253=705✓ 451+252=703✓ 449+250=699✓ 2) Si: 450-250=200 450-251=201 451-250=301 451-251= 00 no 453-251= 450-251=201 451-250=201 451-251=200 453-251=202

Gabriela (4.°, ver Figura 1) no encuentra dificultades para resolver las sumas identificando que debe aumentar o disminuir en uno el resultado inicial porque alguno de los sumandos es una unidad mayor que los del cálculo dado. En cambio, frente a las restas, comete el error de agregar uno al resultado de la resta suponiendo que si se agrega uno al sustraendo entonces se agregará uno al resultado, por ello obtiene 201 en lugar de 199. En el segundo cálculo produce un nuevo error que consiste en agregar uno, pero como posiblemente no sepa dónde agregarlo, aumenta las centenas además de las unidades y obtiene 301.

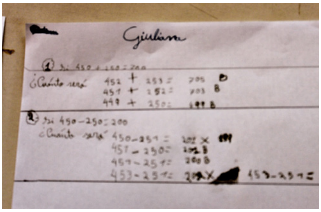


Figura 2. Producción de Giuliana

Transcripción de la producción original de Giuliana

1) Si: 450+250=700
¿Cuánto será? 452+253=705 B
451+252=703 B
449+250=699 B
2) Si: 450-250=200
¿Cuánto será? 450-251=201 X 199
451-250=201 B
451-251=200 B
453-251=202 X 153-251= 100

Giuliana (4.°, ver Figura 2) tampoco encuentra dificultades para resolver las sumas y produce el mismo error que Gabriela frente a la primera resta.

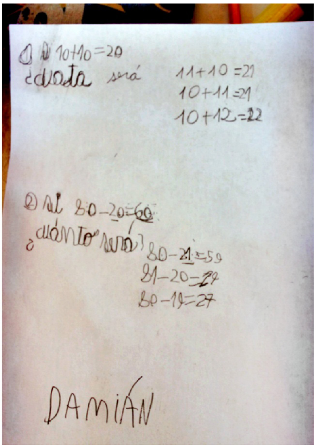


Figura 3. Producción de Damián

Transcripción de la producción original de Damián

1) Si 10+10=20
¿Cuánto será? 11+10=21
10+11=21
10+12=22

2) Si 80-20=60
¿Cuánto será? 80-21=59
81-20=29
80-19=27

Damián (2.°, ver Figura 3) resuelve correctamente las tres sumas, pero se confunde en las tres restas. En la primera escribe 61, posiblemente porque considera que, al aumentar el sustraendo en relación con el cálculo dado, debe aumentar el resultado en uno. Luego de verificar el resultado obtenido usando la calculadora y con intervención de la docente, corrige su cálculo y escribe 59. En las otras dos restas también podemos ver que Damián está explorando si aumenta o disminuye una unidad (aunque se confunde el cinco con el dos de las decenas).

Es interesante resaltar que, a pesar de tratarse de números de diferente orden de magnitud, varios alumnos producen errores similares. Utilizan para la resta un razonamiento que resulta válido para la suma y que podría interpretarse como un error provocado por un mecanismo de sobregeneralización (Artigue, 1986). Los alumnos elaboran una conjetura: "si se le agrega algo a uno de los números, también se le agrega al resultado".

La proximidad entre los cálculos propuestos en ambos ciclos posibilitó que se generaran condiciones para un intercambio colectivo en el que pudieron discutirse errores comunes y reconocerse los límites en el dominio de validez de la conjetura: "sirve para las sumas, pero no para las restas".

Más allá de las variables que se consideraron en la planificación, fue necesario tomar algunas decisiones no previstas en el transcurso de la clase. Frente a la resolución del problema por parte de una niña de 1.° año y un niño de 2.° año, para quienes los cálculos de primer ciclo eran muy complejos, se les propusieron situaciones con estructura similar que al resto de sus compañeros, pero con números más pequeños y, a la vez, contextualizadas en el marco de la unión de dos colecciones de lápices:

> Si junto 4 lápices y 4 lápices, tengo 8 (contándolos), ¿cuántos lápices tendré si junto 4 lápices y 5 lápices (agregando 1)?
> Si junto 7 lápices y 7 lápices, tengo 14 (contándolos), ¿cuántos lápices tendré si junto 7 lápices y 8 lápices (agregando 1)?

La situación intentaba provocar un trabajo anticipatorio por parte de los niños, que promoviera el pasaje de estrategias de conteo a estrategias de cálculo.

En esta misma clase también se modificó la complejidad del problema para dos alumnos de segundo ciclo que ya habían finalizado la resolución de los cálculos mientras el resto del grupo continuaba con la actividad. A la alumna de 5.° año (ver Figura 4) se le propusieron otros cálculos de resta con la misma estructura, más complejos en tanto presentaban números mayores y no redondos. Como puede observarse, para esta niña la actividad sigue resultando problemática, ya que produce el mismo tipo de errores que en la propuesta anterior.

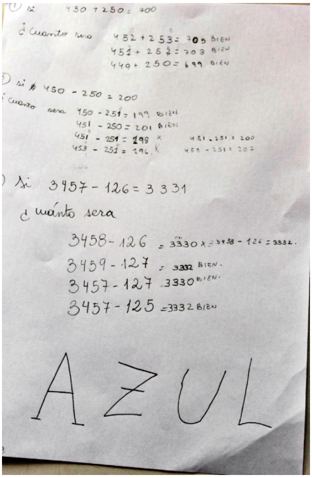
<table>
<tr>
<td>

Figura 4. Producción de Azul</td>
<td>Transcripción de la producción original de Azul

1) Si: 450+250=700
¿Cuánto será? 452+253=705 BIEN
451+252=703 BIEN
449+250=699 BIEN

2) Si: 450-250=200
¿Cuánto será? 450-251=199 BIEN
451-250=201 BIEN
451-251=198 X 451-251=200
453-251=196 X 553-251=202

3) Si 3457-126=3.331
¿Cuánto será?
3458-126=3330 X 3458-126=3332
3459-127=3332 BIEN
3457-127=3330 BIEN
3457-125=3332 BIEN</td>
</tr>
</table>

Para un alumno de 6.° año (ver Figura 5) se propusieron cálculos multiplicativos en los cuales también la tarea consistía en anticipar el resultado de un cálculo a partir de otro resuelto. La complejidad de los números elegidos generó la necesidad de intervenir nuevamente reduciendo el tamaño de los números y seleccionando números redondos para plantear un cálculo multiplicativo más sencillo que sí pudo resolver.

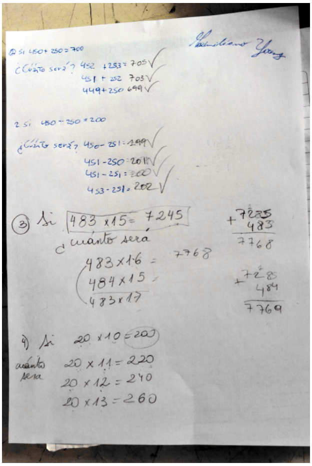


Figura 5. Producción de Maximiliano

Transcripción de la producción original de Maximiliano

1) Si: 450+250=700
¿Cuánto será? 452+253=705 ✓
451+252=703 ✓
449+250=699 ✓

2 Si: 450-250=200
¿Cuánto será? 450-251=199 ✓
451-250=201 ✓
451-251=200 ✓
453-251=202 ✓

7285
\+ 483
7768

3) Si 483x15=7245
¿cuánto será?
483x16=7768
484x15=
483x17=

1
7285
\+ 484
7769

4) Si 20x10=200
¿cuánto será? 20x11=220
20x12=240
20x13=260

Con estos ejemplos hemos intentado mostrar que en un aula plurigrado es posible lograr que una situación sea desafiante para todos mediante un abanico de intervenciones que consiste en comandar variables didácticas para modificar el nivel de complejidad sobre el mismo recorte de un contenido matemático. Sin duda en un aula estándar el docente también precisa explotar la potencia del comando de variables didácticas de un problema para aumentar o disminuir la complejidad del mismo. Sin embargo, una mayor amplitud de estas variaciones –de un modo similar al que suele considerarse para pensar en la planificación institucional o en la secuenciación curricular– es necesaria para una misma situación de enseñanza en el aula plurigrado en la que es preciso anticipar una diversidad de problemas que permitan el tratamiento simultáneo de un mismo contenido considerando niveles de conceptualización diferentes. En el capítulo siguiente se desarrollan con mayor profundidad las decisiones involucradas en los procesos de planificación de la enseñanza en aulas plurigrado.

Otra de las decisiones esenciales que el maestro toma en el proceso de planificación está referida a las diferentes modalidades organizativas por las que puede optar con el fin de generar tanto espacios para la producción individual de conocimientos diversos, como momentos de intercambio, justificación o validación. Para poder instalar un tipo de trabajo como el que se buscaba en nuestro estudio, fue preciso contemplar distintas modalidades organizativas en la misma clase y en una misma secuencia: actividades para resolver individualmente o en parejas de conocimientos próximos para una misma situación que contemplaba dos o tres niveles de complejidad diferente; organización de parejas o grupos pequeños de niveles heterogéneos entre sí dado que tendrían roles diferenciados —por ejemplo, unos escribirían simbólicamente las relaciones que otros harían circular de manera oral—; momentos de la clase dirigidos a que los alumnos organizados individualmente o en pequeños grupos comuniquen resultados, errores o procedimientos al resto de la clase; situaciones colectivas para introducir la consigna, para evocar la producción de clases anteriores de los diferentes grupos o del grupo total, para institucionalizar nuevos conocimientos o para establecer relaciones entre los conceptos abordados por cada pareja o pequeño grupo; etc. Asimismo, las modalidades organizativas previstas en la instancia de planificación fueron replanteadas en algunas oportunidades durante el desarrollo de las clases, apelando a la reorganización de los grupos de trabajo para potenciar los espacios de intercambio. Por ejemplo, cuando los niños de primer ciclo terminaban de resolver sus problemas se los invitaba a trabajar con los alumnos de segundo ciclo con el propósito de que resolvieran otros problemas más complejos; de esta manera se promovían nuevos tipos de interacciones.

Nos interesa explicitar que la consideración del comando de variables didácticas y la diversidad de modalidades de organización ha favorecido la posibilidad del tratamiento simultáneo de un recorte de contenidos con niveles diferentes poniendo en juego ciertas relaciones entre conceptos que usualmente se enseñan por separado. Si bien ambos aspectos forman parte de las previsiones que realizan tanto docentes de sección única como de aula plurigrado, la exigencia de planificación resulta mayor en estas últimas cuando se busca generar espacios reales de interacción en los que participen alumnos de los seis grados a propósito de los conocimientos involucrados en la resolución de dicha gama de problemas. Es preciso aclarar que si bien esta situación de enseñanza resultó posible en la secuencia propuesta, no estamos planteando que sea factible para todos los contenidos de la escuela primaria.

Promover lo común en la diferencia: aspectos involucrados en la consigna

Durante la implementación de la secuencia, encontramos algunas especificidades del trabajo en aula plurigrado en el modo en que el docente plantea la consigna inicial al grupo. Aclaramos que dada la intención de este trabajo, en el presente análisis no distinguiremos entre aquellos tipos de intervenciones previstas durante la fase de elaboración de la secuencia didáctica y cuáles surgieron durante la clase por parte de la docente o por parte de los investigadores. Es decir que analizaremos las intervenciones didácticas de la secuencia de nuestro estudio sin distinguir su autoría o el momento de su génesis. Luego de esta aclaración, una clase de intervenciones que resulta interesante examinar es la manera en la que en algunas clases se propone una consigna general para todos los alumnos, aunque luego cada pareja o grupo resuelve problemas de diferente complejidad.

El ejemplo al que haremos referencia a continuación ha sido tomado de una clase en la que todos los alumnos resuelven cálculos que involucran las mismas propiedades matemáticas, pero cada pareja lo hace con números de diferente tamaño. Antes de indicar la tarea que los niños van a realizar, la docente precisa el tipo de actividad que pretende que todos ellos desplieguen durante la resolución.

> ***Docente:*** *Vamos a seguir con la resolución de diferentes cálculos, ¿sí?*
> *(…)*
> ***Docente:*** *Como veníamos trabajando todos estos días, que estuvimos trabajando el martes. Vamos a trabajar con esta resolución de cálculos. Para eso, vamos a trabajar en parejas. Vamos a ir anotando todo; lo que nos parece mal, no lo vamos a borrar, ¿sí? Lo importante es que… no buscamos que salga perfecto, sino ir registrando, ir guardando, ir viendo paso a paso lo que vamos haciendo, ¿se entiende?*
> *(…)*
> ***Docente:*** *Después una vez que terminamos, ahí sí podemos comprobar, podemos ver con la calcu, ¿sí?*
> *(…)*
> ***Docente:*** *Ver si está bien, si está mal, si nos equivocamos, ver por qué nos equivocamos… (…) ¿Eh? Vamos resolviendo los cálculos, anotamos*

todo, no borramos nada… Como es en parejas, me apoyo en el compañero, por ahí si yo tengo dudas, o por ahí, si hay algo que no entiendo, le pregunto a mi compañero, mi compañero me ayuda, porque pareja es eso, es trabajar de a dos, ¿sí?, apoyándonos, ¿sí?

Vemos en estos fragmentos cómo la docente, en lugar de distinguir a los alumnos por el grado que cursan para indicarles diferentes consignas —como es usual en las aulas plurigrado—, se dirige a todos para convocarlos a una tarea común. Más allá de la diversidad de niveles de dificultad del problema, particulariza en el tipo de registro de los procedimientos que espera que todos los niños realicen al pedirles que anoten todo lo que van pensando y que no borren los errores. La palabra de la docente involucra a los niños de todos los grados, y varios de ellos van respondiendo y acotando de manera atenta y comprometida. Si bien esta intención puede estar presente en el modo de presentar las consignas en aquellas situaciones en que se proponen problemas diferenciados en aulas de sección única, el aula plurigrado requiere de manera ineludible la consideración de estas indicaciones para la organización de la tarea.

Además, la docente expresa algunas "ventajas" del trabajo en parejas que, en este caso, están conformadas por niños de grados diferentes e incluso distantes. En la enunciación de la consigna, ella invita a los niños a que interactúen con su compañero y a que pidan ayuda frente a las dudas, y resalta que el trabajo en pareja lo posibilita. Posiblemente, la discontinuidad en la asistencia de los alumnos de aulas plurigrado rurales y los diversos agrupamientos que se proponen de acuerdo a quiénes están presentes cada día, obliga a explicitar con mayor detalle cuál será la modalidad organizativa en cada clase. Esta maestra considera que trabajar y colaborar en grupo con creciente autonomía forma parte de lo que los chicos tienen que aprender necesariamente. Las "reglas del juego" son prácticas sociales matemáticas de esta aula particular que también pueden comunicarse de manera colectiva.

Asimismo, en la formulación de la consigna evoca problemas de cálculos abordados en clases anteriores, a pesar de que no todos han resuelto los mismos. Si bien en el caso de este fragmento la evocación no se presenta de manera demasiado explícita, nos parece interesante señalar que intervenciones de esta índole atraviesan varias clases de la secuencia en las que los niños han trabajado sobre un mismo tipo de problemas en los que se han comandado diversas variables didácticas y se apoyan en ellos para resolver nuevas situaciones.

Otro aspecto que subyace a la invitación de la docente a este trabajo colectivo es el modo en que propone tratar la diversidad de errores que necesariamente aparecerán en el aula. Ella invita a los alumnos a terminar de resolver los cálculos para recién después comprobar los resultados con la calculadora. Parece mostrar un posicionamiento frente al error que cobra relevancia en un aula en la que conviven niños de distintos grados y con conocimientos diversos. Su propuesta no se limitará a identificar si están bien o mal —tarea en la que solo podrían participar las parejas que resolvieron el cálculo particular—, sino que buscará desde un espacio común analizar por qué siguieron ciertos pasos para resolver, las razones por las que los cálculos resultaron correctos o erróneos o el tipo de estrategias utilizadas. Si bien esta posición frente a los errores de los alumnos está presente en muchas aulas de sección única, resaltamos en este caso la decisión de considerar que los errores producidos por alumnos de seis grados diferentes también pueden ser objeto de reflexión colectiva.

Analizar lo común: el intercambio y el registro de la producción

Veamos otras intervenciones que apuntan a favorecer la colaboración intelectual entre alumnos de edades y grados de la escolaridad muy diferentes, promoviendo y sosteniendo una cooperación productiva para el aprendizaje de todos. Sabemos que en un aula de sección única el docente realiza numerosas intervenciones dirigidas a favorecer la producción colectiva; analizaremos aquí algunas particularidades de este tipo de trabajo en las aulas plurigrado.

Tomemos un ejemplo de intervenciones en un pequeño grupo de alumnos en la clase en que se ha propuesto usar cálculos conocidos para resolver otros desconocidos. Con la intención de retomar el trabajo matemático realizado en clases anteriores —y como parte de las actividades orales y escritas de evocación— la maestra escribe en el pizarrón los siguientes cálculos (ver Figura 6), a partir de los cuales van reconstruyendo entre todos lo trabajado en la clase anterior:

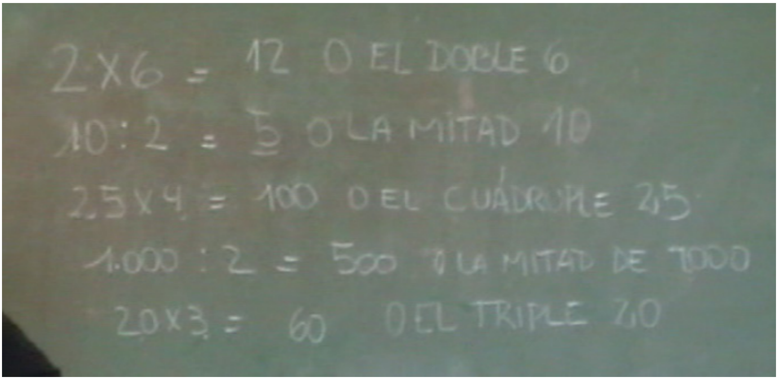


Figura 6. Listado de cálculos o expresiones propuestos por la maestra para el trabajo colectivo.

Al describir las actividades iniciales de las clases observadas en su estudio, Block (2013, citado en Block y otros, 2015) señala que han identificado tres modalidades. Una de ellas consiste en una exposición del docente sobre el sentido o importancia del tema que se va a estudiar; otra apunta a introducir o hacer un repaso a través de preguntas que el docente formula al grupo y, finalmente, han documentado propuestas de juegos y otras actividades con participación de alumnos de todos los grados. Vinculamos el ejemplo que citamos con la segunda de las modalidades descripta por el autor.

Si bien escribir en el pizarrón para que quede un registro de la evocación de conocimientos elaborados en clases anteriores es una práctica que se puede desplegar en cualquier aula de sección única, nos interesa resaltar que no es tan habitual que un mismo escrito en el pizarrón tenga como destinatarios a todos los alumnos, a pesar de que cursen distintos grados de la escolaridad. En este caso la docente está comunicando la importancia de retener en la memoria ciertos cálculos que podrán ser reutilizados.

El nuevo problema que se propone luego en esta clase consiste en resolver los siguientes cálculos sin hacer las cuentas e identificando cuál o cuáles de los cálculos anteriores pueden resultar puntos de apoyo para obtener los resultados:

100 : 2 = 100 : 4 = 250 x 4 = 20 x 6 = 20 x 30 =

Luego de la evocación y presentación de la tarea a toda la clase, la docente organiza a los alumnos en pequeños grupos o parejas de niveles diversos. Al concluir el trabajo grupal, la maestra gestiona un espacio colectivo en el que se producen nuevos intercambios entre pares y con el docente. Se explicitan, discuten y comparan los vínculos que establecieron entre los cálculos.

Para que los niños se involucren en la resolución de problemas de acuerdo a sus conocimientos de partida y puedan avanzar a pesar de la diversidad, la docente prevé situaciones en las que todos tengan alguna responsabilidad diferente en la resolución de la tarea asumiendo o alternando roles, semejantes o diferenciados. La tarea propuesta intenta habilitar a cada niño para que ingrese y colabore desde lo que sabe y avance a partir de la interacción con compañeros de su grupo o de distintos grupos.[5] En este caso se produce un intercambio entre la docente y uno de los grupos integrado por Daniela (6.°), Azul (5.°) y Román (2.°). A partir de una pregunta de Román vinculada con el cálculo 100 : 2 (acerca de una operación que él aún no ha estudiado y que tampoco sabe cómo registrar) se inicia el siguiente intercambio:

Azul (5.°): *Mirá…*
Docente: *"Mirá", ¡le dice al otro! Dejalo pensar.*
(Risas)
Azul (5.°): *Cien divido dos, cincuenta - que sería la mitad de cien -.*
Román (2.°): *Claro, cincuenta… ¿cómo pongo?*

Si bien algo propio del aula plurigrado es que convivan en ella niños que cursan grados diferentes, destacamos que hay una decisión didáctica explícita dirigida a que los alumnos trabajen juntos en el mismo grupo e interactúen a propósito de problemas comunes. Azul (5.°) intenta explicarle a Román (2.°) y dice "mirá", pero la docente interviene pidiéndole que lo ayude sin reemplazarlo en la resolución de la tarea: "dejalo pensar". La pregunta de Román "¿cómo pongo?" se reitera a lo largo de la clase (pero, ¿qué pongo?, ¿cómo pongo?, ¿dónde pongo?, ¿acá?, ¿dónde pongo 25?) y abre nuevas discusiones. Román se formula preguntas que Azul y Daniela ya tienen resueltas: cómo registrar esa operación aún expresada como dobles o mitades dado que quiere

[5] Block (2015) caracteriza distintos tipos de ayudas de la maestra hacia los alumnos y entre alumnos. El concepto de colaboración intelectual podría entrar en diálogo con las ideas allí desarrolladas.

saber cómo anotan “los más grandes”. Con relación a esta cuestión, la docente podría tomar distintas decisiones: podría liberar a Román de la responsabilidad de escribir dejando esta tarea a cargo de Azul y Daniela, o bien, tomar este asunto como objeto de trabajo, dar lugar a que Román escriba como pueda o que Azul y Daniela le expliquen cómo lo hacen. En este último caso, las invita a que expliciten sus conocimientos y que busquen diversas maneras de poner en diálogo eso que ellas saben con lo que Román tiene disponible, ya que la maestra puso ciertas condiciones a este intercambio: “dejalo pensar”. Es interesante señalar la diferencia de este intercambio con prácticas habituales en el aula plurigrado en las que los alumnos que poseen conocimientos más avanzados (no necesariamente de mayor edad o escolaridad) asumen el rol de ayudantes limitándose a explicar a los menos avanzados los conocimientos requeridos para resolver cada situación.

En otro momento de la clase, la docente le dice a Román mientras él escribe: “Vos ponelo como vos lo entiendas, lo importante es que lo entiendan”. Y frente a otro cálculo Román dice: “¿Cómo 25? ¿Acá pongo 25, al lado del cuatro? (escribiendo 25 es la mitad de cincuenta) Ah, claro…. veinticinco es la mitad de cincuenta”.

Román decide participar, preguntar sin esperar a que sus compañeras resuelvan la tarea. Esta posición activa y comprometida con el trabajo de todos parece colaborar en el hecho de que al avanzar, Román logre proponer cálculos y no solo preguntar cómo escribirlos. Nos interesa resaltar que Román parece comprender algo más acerca de lo que se está preguntando a partir de la escritura. Es probable que, al no dominar o reconocer los objetos matemáticos que circulan en el grupo, desde lo oral se le dificulte atrapar lo que se está discutiendo. Entendemos que cuando el docente interviene diciendo “no se olviden de anotar el cálculo que usaron” o “hacé una cosa, vos anotá cuál estás usando, ¿sí? y después vamos a discutir”, apunta a resaltar la importancia de contar con registros escritos de lo que se va produciendo, tanto para avanzar en la resolución como para tenerlo disponible al momento de compartirlo con el resto de los grupos. Somos conscientes de que la sola circulación de vocabulario, de formas de representación o de técnicas, no implica necesariamente aprendizaje; sin embargo, consideramos que en esta secuencia los alumnos más pequeños fueron convocados en muchas ocasiones a interpretar relaciones matemáticas a las que en una escuela graduada no tendrían acceso, y los niños mayores, a dar explicaciones dirigidas a ellos que requieren vincular conocimientos.

Resulta interesante analizar el recorrido que la docente realiza por los grupos mientras los niños se encuentran resolviendo, con la intención tanto de acompañar y sostener la tarea como de relevar dificultades o errores que podrán ser retomados en la puesta en común. Como mencionamos, en la clase a la que hacemos referencia, los grupos de trabajo estaban integrados por niños de diferentes grados; en este sentido, eran semejantes. Ahora bien, cuando en las clases se propone un trabajo individual o los grupos reúnen a niños del mismo grado, los docentes tienden a dedicar mayor tiempo de atención directa a los más pequeños mientras los alumnos de los grados superiores realizan tareas que no requieren de la ayuda del docente. Los conceptos de derivas del docente (Terigi, 2008) y la descripción y análisis de las diversas ayudas que realiza el docente o se producen entre los alumnos (Block y otros, 2015) son herramientas que permiten profundizar este análisis. Terigi (2008) usa el concepto de derivas para describir y analizar la circulación del docente en el aula plurigrado al atender a los alumnos a pesar de que están realizando tareas diversas y simultáneas. El recorrido puede iniciarse por aquellos grupos que el docente considera que necesitan más ayuda y continuar siguiendo el camino que trazan las demandas de los alumnos. Si bien el docente de sección única que proponga un trabajo en pequeños grupos podrá emprender tarea semejante al acercarse a las mesas y acompañar el trabajo de sus alumnos, el aula plurigrado exige al maestro adaptar sus intervenciones a la diversidad de conocimientos que los niños ponen en acción, cuya anticipación plantea un desafío a la vez que requiere considerar el contenido matemático en juego dentro de un campo conceptual más amplio.

En esta misma línea también son relevantes aquellas intervenciones del docente en el aula plurigrado dirigidas a sostener la memoria didáctica. El concepto de memoria didáctica (Brousseau y Centeno, 1991) refiere a la necesidad de intervenir en las clases para establecer nexos entre el pasado matemático de los alumnos y los nuevos conceptos, por ejemplo a través de la evocación de las experiencias. Hemos relevado intervenciones que propician la explicitación, sistematización y reorganización de conocimientos así como el establecimiento de continuidades entre la producción matemática anterior y la nueva tarea. Estas intervenciones fomentan que los niños de ambos ciclos puedan explicitar aquello que han realizado o pensado frente a un auditorio de niveles de conocimientos matemáticos muy diferentes. Si bien ambos tipos de intervenciones también están presentes en un aula estándar, en condiciones de plurigrado exigen contemplar la pluralidad de conocimientos que han circulado y evocar una amplitud de problemas resueltos.

A modo de ejemplo traemos este pizarrón luego de un momento de evocación de una clase anterior dirigido a tomar conciencia de conjuntos de resultados memorizados de cálculos (ver Figura 7). Una rápida mirada permite atrapar la variedad de operaciones (campo aditivo y multiplicativo), de formas de representación (multiplicaciones y dobles, divisiones y mitades), y de rangos numéricos (desde 5 + 5 hasta 12.000.000 – 6.000.000) que reflejan el esfuerzo de la docente por dejar registro de cálculos para todos. A partir del análisis de las producciones individuales fue posible identificar parte de la complejidad que representa la gestión de estas instancias y la multiplicidad de decisiones que toma la docente. Por ejemplo, ella ha considerado poco pertinente incluir también algunos cálculos escritos por alumnos mayores con números racionales.

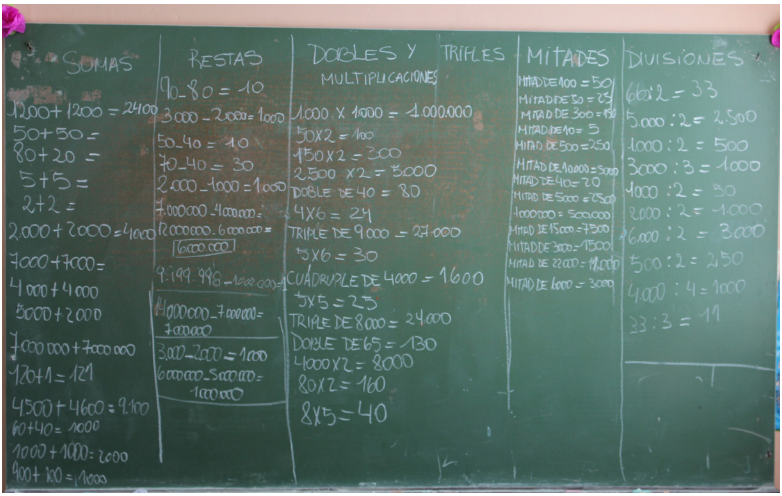


Figura 7. Pizarrón en el que se registran los cálculos evocados.

En las páginas anteriores hemos enfatizado los diferentes roles y decisiones del docente para promover interacciones sociales frente al conocimiento matemático en situaciones de alta heterogeneidad de una clase. A continuación, haremos hincapié en las interacciones entre los alumnos posibilitadas por dichas decisiones.

Interacciones entre alumnos que poseen conocimientos diversos

En el desarrollo de la secuencia fue posible relevar interacciones entre alumnos que poseen diferentes niveles de conocimientos a pesar de que la tarea les exigía resolver cálculos distintos. Agruparemos las interacciones según el aspecto que nos interesa resaltar.

Alumnos de segundo ciclo elaboran nuevas relaciones al explicar a un alumno de primer ciclo

Los niños de primer ciclo debían determinar el resultado de 30 - 13 a partir del cálculo 30 -12 = 18. Román (2.º) pone en juego implícitamente la relación "si el 13 es 1 más que 12 entonces hay que agregar 1". La docente, sin dar pistas de que se trata de un error, invita a opinar a los alumnos de ambos ciclos. Para una mayor comprensión del fragmento que presentamos, aclaramos que en el frente del aula se disponen dos pizarrones contiguos. La docente distribuye los cálculos que se proponen a los alumnos de primer ciclo en uno de los pizarrones y a los de segundo ciclo en el otro.

Román (2.°): *Si 30 menos 12 es 18, entonces 30-13 tiene que ser 19.*[6]
Docente: *A ver, los demás, ¿qué opinan?*
Azul (5.°): *Si Román presta atención a lo que explicamos acá (señalando uno de los pizarrones) se abrevian los números que están ahí (refiriéndose a los números del cálculo propuesto a los alumnos de segundo ciclo: 300-120=180 para averiguar el resultado de 300-130) sería como 30-12, pero después nosotros explicamos que daría 1 menos siendo 1 más. Entonces Román ahí tendría que haber pensado que tenía que dar 1 menos.*
Docente: *¿Alguien más quiere dar su opinión?*
Maxi (6.°): *Y si no, una manera más fácil, que le saque todo…*

[6] Si bien sería más correcto en los extractos de clase referirse a los números dichos expresándolos en letras (uno, dos, etc.) usaremos expresiones numéricas para facilitar la lectura.

Docente: *A ver, más despacio, no me expliques a mí, es él el que tiene que entender.*
Maxi (6.°): *Que al de las tres cifras, del 300, le saque el 0 de atrás, entonces te queda 30.*
Docente: *¿Que del 300…?*
Román (2.°): *Le saco el 0 de atrás.*
Maxi (6.°): *Del 120, el 0 de atrás. Y del 19 también el 9 de atrás.*
Román (2.°): *El 0 de atrás…*
Maxi (6.°): *Y le queda el número más fácil.*
Docente: *Maxi, ¿y si se lo tratás de explicar con esta cuenta (señalando los cálculos de primer ciclo) para que les sea más fácil a Sofía, a Román y a Damián (alumnos de primer ciclo)?*
Maxi (6.°): *Por ejemplo, el 30 menos 12, cuando el 13 es por ejemplo más grande que el 12 y te tiene que dar 18, cuando te da 18 y el número que le resta…por ejemplo el 13….cuando el número de atrás se lo resta siempre me va a dar…*
Docente: *¿Cuál, este?*
Maxi (6.°): *El 18 le presta 1 al 13.*
Docente: *Si el que le resta es más grande se achica…*
Maxi (6.°): *…el 18.*
Docente: *…el resultado.*
Maxi (6.°): *Se achica el resultado…*
Docente: *Él dice que si se agranda el que se resta se achica el resultado.*
Román (2.°): *Sí.*
Docente: *¿Va queriendo por ese lado?*

En este episodio vemos cómo dos niños de segundo ciclo se dirigen a uno de primer ciclo. Si bien la intervención inicial de la maestra posiblemente estuviera dirigida a que los compañeros ayudaran al pequeño a revisar su concepción errónea, los alumnos mayores establecen un vínculo entre ambos cálculos produciendo una nueva relación que no había circulado antes: ambos cálculos están entrelazados, se parecen y tienen aspectos en común. El niño más pequeño está escuchando dos explicaciones sobre un cálculo que no hizo pero que puede entender; los dos alumnos mayores también están elaborando justificaciones sobre un cálculo que ellos no resolvieron y producen un nuevo conocimiento al establecer relaciones entre cálculos de ambos pizarrones, conocimiento superador del originalmente elaborado al resolver sus propios cálculos.

Frente a estas explicaciones sobre ambos grupos de cálculos, y de alguna manera más ligadas a lo figurativo (“abreviar”, sacar las últimas cifras, etc.), la docente propone que le expliquen a Román a propósito de su propio cálculo, intervención que posibilita adentrarse aún más en las razones que permiten justificar por qué el resultado disminuye y no aumenta: “si el que se resta es mayor, el resultado es menor”. Esta exigencia de comunicación y explicación posibilita la elaboración de una justificación de mayor nivel de generalidad para todos los cálculos propuestos.

La producción de estos conocimientos fue favorecida por la proximidad de los números involucrados en los cálculos elegidos, por la oportunidad de interactuar a propósito de un mismo tipo de problema que tuvieron en esta aula alumnos de ciclos diferentes, como también, por las intervenciones de la docente en pos de poner en diálogo ambas colecciones de cálculos. Estas condiciones didácticas posibilitaron una ampliación en la circulación de conocimientos con respecto a la que se podría haber generado en un aula estándar.

Alumnos de primer ciclo aportan relaciones que no se habían considerado con anterioridad

Mostraremos un primer episodio tomado de una de las clases mencionadas en páginas anteriores. Los alumnos tenían que resolver tres cálculos de suma a partir de un cálculo dado (si 10 + 10 = 20, cuánto será 10 + 11; 11 +10 y 10 + 12 para primer ciclo y otros similares con números mayores para segundo ciclo).[7] En la fase colectiva circulaba la estrategia de agregar 1 o 2 al resultado del cálculo inicial tanto por parte de los alumnos de primer ciclo como por parte de los de segundo. Sin embargo, un alumno de 2.° año explica otro procedimiento diferente; él se apoya en un cálculo intermedio recién resuelto para resolver un cálculo nuevo:

> ***Docente:*** *A ver Román, ese me parece que te salió bien, el de 10 más 12, ¿no? (cada alumno había verificado sus resultados con la calculadora).*
> ***Román (2.°):*** *Sí.*
> ***Docente:*** *¿Y cómo lo pensaste?*

[7] El listado completo de los cálculos presentados en esta clase fue incluido en las primeras páginas de este mismo capítulo.

Román (2.°): *Porque si 10… eh…si 10 más 12, eh, no, si 10 más 11 es 21, 10 más 12… eh, tiene que ser, es 21, digo 22.*
Maxi (6.°): *¡Claro! Es lo mismo que, por ejemplo, 200 más 10…(210) y le vas agregando 10 hasta 20…*

Este alumno de 6.° toma la idea que el niño del primer ciclo puso a circular y afirma que cuando se trata de sumar 20 (cuestión presente en uno de sus cálculos) se le puede sumar 10 y después 10, estableciendo una relación con los cálculos intermedios. Luego la clase continúa analizando la validez de esta nueva estrategia (apoyarse en un cálculo intermedio) y la fecundidad de usarla también para los cálculos de segundo ciclo.

Encontramos otro episodio en el que también un alumno de primer ciclo aporta una relación nueva. En la fase colectiva se estaba discutiendo por qué si 10 - 5 es 5, 10 - 6 es 4 y no 6, es decir por qué "se achica" y no "se agranda" el resultado si "se agrandó" uno de los números. La intervención de la docente buscaba que los alumnos de segundo ciclo ayudaran a los de primer ciclo a analizar ese error, pero un niño de 2.° año elabora una explicación que no había sido puesta en juego ni analizada por los alumnos de segundo ciclo.

Docente: *¿10 menos 5 es…?*
Damián (2.°): *5*
Docente: *10 menos 5 es 5. Si en vez de sacarle 5, le saco 6, ¿me va a dar más o me va a dar menos?*
Román (2.°): *Me va a dar menos.*
Docente: *Me va a dar menos. ¿Por qué?*
Román (2.°): *Porque me comí más (usando el contexto de "comer caramelos" de un ejemplo reciente).*
Docente: *Claro, porque me comí más. Porque saqué más. ¿Se entiende? ¿Cuánto menos me va a dar? Cuando me comí 5 me quedaron 5, ¿y si como 6?*
Román (2.°): *4.*
Docente: *Román dice 4, ¿les parece que está bien?*
Alumnos: *Sí.*
Docente: *¿Y por qué 4 y no 6? Yo podría pensar se agrandó 1 (señalando el sustraendo), entonces se agrandó 1 (señalando el resultado).*

Román (2.°): *Porque 6 más 4 es 10.*

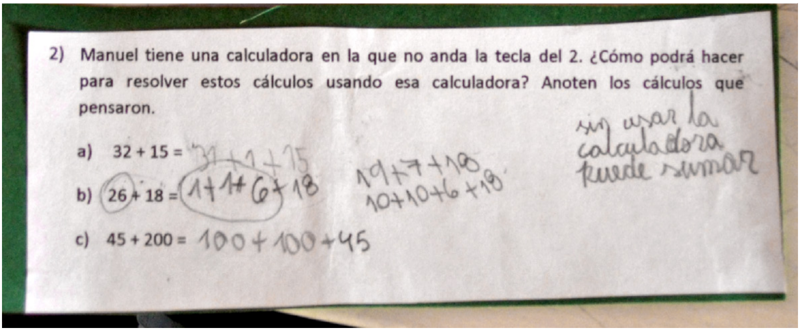
Vemos en este episodio que Román justifica que 6 + 4 es 10 con un argumento diferente al de agregar o quitar 1, que era el conocimiento que estaba discutiéndose tanto en primer ciclo como en segundo ciclo. El niño de 2.° año valida el resultado obtenido en la resta por medio de la operación inversa poniendo a circular incluso ante sus compañeros mayores una nueva relación. Este aporte posibilitó que los alumnos de segundo ciclo analizaran esta relación para sus propios cálculos.

Alumnos de distintos ciclos resuelven juntos situaciones que son efectivamente problemáticas para ambos

En una clase de la tercera etapa la docente propuso a los alumnos que resolvieran problemas en parejas o tríos integrados por alumnos de ciclos diferentes. La intención de haber elegido esta modalidad organizativa fue generar oportunidades para que los niños interactuaran entre pares que se encontraban en niveles de conceptualización diferentes —atendiendo a evitar la situación de que quien "sabe" más, reduzca a su par a una actitud de recepción pasiva— y, a la vez, para que los niños mayores pudieran orientar a los más pequeños en el uso instrumental de la calculadora que se introducía con el objetivo de promover el análisis del valor posicional:

Manuel tiene una calculadora en la que no anda la tecla del 2. ¿Cómo podrá hacer para resolver 26 + 18, usando esa calculadora? Anoten los cálculos que pensaron.

Nos detendremos en las interacciones producidas durante el trabajo de una pareja formada por un niño de 2.° año y una niña de 4.° año en torno a este problema. El alumno de 2.° año propone descomponer el número 26 en 116 argumentando "que dos unos son dos". La niña de 4° año señala que no está de acuerdo con esta idea, le explica a su pequeño compañero que no puede ser, borra el número 116 (ver Figura 8) y produce otro nuevo error al intentar mejorar la producción ajena. Escribe entonces, a partir del 116 la siguiente descomposición: 1 + 1 + 6 (redondeada en la imagen).


2) Manuel tiene una calculadora en la que no anda la tecla del 2. ¿Cómo podrá hacer para resolver estos cálculos usando esa calculadora? Anoten los cálculos que pensaron.

a) 32 + 15 = 31 + 1 + 15

b) 26 + 18 = 1 + 1 + 6 + 18 19 + 7 + 18 10 + 10 + 6 + 18

c) 45 + 200 = 100 + 100 + 45

sin usar la calculadora puede sumar

Figura 8. Producción de alumnos de 2.º y 4.º año.

Transcripción de la producción original de alumnos de 2.° y 4.° año

a) 32 + 15 = 31 + 1 + 15		sin usar la
b) 26+ 18 = 1 + 1 + 6+ 18	19 + 7 + 18	calculadora
	10 + 10 + 6 + 18	puede sumar
c) 45 + 200 = 100 + 100 + 45		

La niña mayor se dio cuenta rápidamente que 116 no es una posible descomposición para 26; sin embargo, su “solución” también involucra el mismo error al no considerar el valor posicional de la cifra 2 y proponer sumar los tres dígitos. La docente les propone verificar con la calculadora sus anticipaciones, intervención que les permite comprobar que ambas respuestas son incorrectas. Al continuar explorando diferentes descomposiciones —y verificarlas una a una con la calculadora— arriban a dos correctas: 10 + 10 + 6 + 18 y 19 + 7 + 18 (reutilizando una estrategia que se venía trabajando acerca de compensar entre los sumandos de tal manera que sea posible quitarle a uno y agregar a otro, en este caso partiendo de 20 + 6 + 18, cálculo correcto pero que no cumplía con la consigna de no usar la cifra 2).

Con este episodio nos interesa resaltar de qué manera dos alumnos de años distintos resuelven el mismo problema que a ambos les resulta desafiante. Es probable que el lector considere que este problema no resulta desafiante para alumnos de 4.º grado y que los errores que produce esta niña no son esperables para un alumno de este nivel. Sin embargo, interesa resaltar que los errores producidos surgen a partir de intentar interpretar y ajustar la producción de su compañero. Es esta práctica colaborativa de interpretación de las ideas de los otros y los intentos sucesivos por reencauzarlas lo que resulta desafiante para esta alumna. Si bien disponen de conocimientos diversos y producen cálculos y escrituras diferentes, interactúan y están aprendiendo en simultáneo. Durante este intercambio por un tiempo sostenido y prolongado, estos dos niños producen errores, intentan corregirse entre ellos, aparecen nuevos errores, precisan probar con la calculadora, leen en el visor que sus anticipaciones no son válidas, exploran nuevas respuestas, las vuelven a validar, reconocen que sus nuevas descomposiciones son correctas.

Otro ejemplo similar de interacción lo encontramos en la segunda etapa de la secuencia. La docente presenta a los alumnos un problema en el que tienen que resolver una serie de cálculos identificando cuáles de una lista dada les sirven como punto de apoyo. Recordemos que la lista de cálculos que se retoma con los alumnos (ilustrada en la Figura 6) abarca los siguientes: “2 x 6 = 12 o el doble de 6 / 10 : 2 = 5 o la mitad de 10 / 25 x 4 = 100 o el cuádruple de 25 / 1000 : 2 = 500 o la mitad de 1000 / 20 x 3 = 60 o el triple de 60”, y que el problema que se les presenta consiste en señalar cuál de todos los cálculos que constan en la lista les sirve para resolver estos otros: 100 : 2/ 100 : 4/ 250 x 4/ 20 x 6/ 20 x 30. En este momento un trío formado por dos alumnos de segundo ciclo y uno de primer ciclo intenta resolver: 250 x 4. Si bien los alumnos de este grupo identifican inicialmente, y de manera correcta, que un cálculo que puede ayudarlos es 25 x 4 = 100, producen una serie de errores. Algunos de ellos podrían atribuirse a dificultades para comprender la tarea de utilizar un cálculo dado para determinar otro sin realizar dicho cálculo. En este caso hipotetizamos que los alumnos de segundo ciclo podrían haber resuelto sin dificultad de manera directa el cálculo 250 x 4, pero la búsqueda del cálculo que “ayude” provoca en cambio una pérdida del control del resultado. Más allá de los límites en la elección de los cálculos involucrados, destacamos las interacciones entre niños de ciclos diferentes en una resolución conjunta que se tornó problemática para todos:

> ***Docente:*** *¿Ya determinaron qué cálculo les sirve de acá? (señalando la lista de cálculos dados).*
> ***Azul (5.°):*** *25 por 4.*
> ***Docente:*** *A ver, contame por qué te parece… estamos resolviendo 250 por 4, ¿y vos decís que vas a usar cuál?*
> ***Azul (5.°):*** *25 por 4.*

Docente: *¿Por qué?*
Azul (5.°): *Porque hoy cuando dijeron el resultado me di cuenta que sería como…*
Román (2.°): *…le agrego un cero (completando la oración de Azul).*
Azul (5.°): *Sí, agregándole un cero y…*
Docente: *¿Vos qué decís? (a Román).*
Román (2.°): *Y… ¡le agrego un cero!*
Docente: *¿A qué le agrego un cero?*
Román (2.°): *Al 25 por 4 y me queda 250 por 4 (señalando los números en su hoja).*

En el extracto anterior podemos reconocer cómo el niño pequeño completa la oración de la niña mayor y también le responde a la docente mencionando y señalando ambos cálculos vinculados. Por otra parte, resulta interesante que, a diferencia de lo que habían planteado sus compañeras, Román propone agregar el 0 a uno de los factores y no al producto. Nos muestra así tanto su involucramiento en la tarea, como cierta comprensión de las relaciones matemáticas en juego.

Docente: *Ajá, ¿y el resultado?, ¿cómo hago?*
Román (2.°): *900.*
Docente: *¿Por qué 900?*
Román (2.°): *Eh…*
Docente: *¿Cuánto me da 25 por 4? (remitiéndose al cálculo dado que decidieron usar).*
Román (2.°): *100.*
Docente: *Y acá tengo 250 por 4. Acá me da 100, ¿y acá me va a dar 900?*
Azul (5.°): *Sí.*
Docente: *¿Por qué?*
Azul (5.°): *Porque el "cuátriple" de 250 es 900.*
Docente: *¿Y qué es cuádruple?*
Azul (5.°): *4 veces.*
Román (2°): *¿Un millón?*
Docente: *(A Azul) ¿Y vos decís que cuatro veces 250 es 900?*
Azul (5.°): *Sí.*

En el fragmento que antecede es posible identificar cómo Román produce una respuesta errónea (900) y cómo su compañera momentáneamente no solo no la discute, sino que la reafirma apelando al cuádruple de 250. Frente a las intervenciones de la docente aparece la duda y Román apela a otro resultado, también erróneo: un millón. Suponemos que intentaba poner nombre a alguna unidad seguida de ceros agregándoselos al 100 del resultado del cálculo dado. Es preciso aclarar también que él estaba muy interesado en un trabajo exploratorio que se había realizado en clases anteriores sobre el nombre y la escritura de números grandes "redondos". Algunas de sus intervenciones en estos intercambios provocaron incluso cierto asombro en sus propios compañeros de grados superiores:

Román (2.°): *Ocho millones más ocho millones son dieciséis millones.*
(Algunos alumnos se ríen)
Docente: *¿De qué se ríen?*
Maxi (6.°): *De Román. Que siendo tan chico ya sepa tan ligero.*

Es probable que la exposición de este alumno de 2.° grado a discusiones en torno a contenidos más avanzados y complejos que los que corresponden a su año de escolaridad le aporten la posibilidad de pensar en nuevas relaciones numéricas que, de haber trabajado con un rango más acotado, probablemente no se hubieran planteado. En estas situaciones la diversidad de conocimientos propia del aula plurigrado, en lugar de operar como dificultad o carencia, lo hizo como potenciadora de nuevos aprendizajes.

Volvamos ahora a cómo Román introduce el resultado correcto (1000) y busca —dado que así lo exigía la tarea— una relación con el número 1000 en la lista de cálculos dados: "1000 : 2 = 500 o 500 es la mitad de 1000".

Docente: *Vos anotá cuál estás usando, ¿sí? y después vamos a discutir un poco el resultado. Pero anotalo, ¿dale?*
Román (2.°): *Dale.*
(…)
Román (2.°): *1000 es la mitad de… 1000 es la mitad de quinientos (equivocándose al interpretar 1000 : 2).*
Dani (6.°): *No es la mitad.*
Román (2.°): *Sí.*
Dani (6.°): *El "cuádriple" (posiblemente apelando al cálculo en juego*

250 x 4 = 1.000).
Román (2.°): *¿Qué es un "cuádriple"?*
Dani (6.°): *(Se ríe pero no le responde).*
Docente: *Acá Román les hizo una pregunta recién.*
Azul (5.°): *Sí (a Román), el "cuádriple" es como si fuera… un doble. El doble es por dos, son dos, o sea si es 25, ¿el doble de 25 cuánto es? 50. Bueno, entonces, el "cuádriple" sería 4 veces, ¿eh? (con gesto y entonación de estar enseñándole).*
Román (2.°): *Sí.*
(…)
Docente: *¿Y qué paso? ¿Cambiaron el resultado ahí?*
Azul (5.°): *Sí.*
Docente: *¿Ya no da más 900? ¿Cuánto da?*
Azul (5.°): *1.000.*
Docente: *¿Y cómo saben que da 1000?*
Azul (5.°): *Porque lo hice de otra manera.*

Docente: *¿Qué pasó que cambiaron el resultado? ¿De qué se dieron cuenta? A ver…*
Azul (5.°): *Eh… la forma que nos decían si estamos seguros… hice otra vez todo para ver si estaba bien.*
Docente: *¿Y volviste a usar algún cálculo que estaba en aquel pizarrón?*
Azul (5.°): *El mismo (señalando 25 x 4 = 100).*

Más allá de los errores y malentendidos, resulta interesante ver el sostenimiento de las interacciones entre niños de niveles tan diversos. Román formula una pregunta que exige ayuda y la docente en lugar de responderla, la devuelve al pequeño grupo. Esta intervención promueve que los alumnos mayores se vean exigidos a explicar una relación. Azul apela al concepto de dobles para que Román entienda el significado de la expresión "cuádruple" (usando el doble de 25 en lugar del cuádruple). Podríamos decir que de alguna manera esta niña realiza una intervención didáctica comandando una variable numérica (y que seguramente ha aprendido a realizar a partir de las intervenciones similares y reiteradas de la maestra compartida). Resaltamos cómo la exposición y participación en prácticas matemáticas más avanzadas puede ser una oportunidad de alcanzar nuevos aprendizajes para los alumnos más pequeños; a su vez, cómo la exigencia de explicitación, de confrontación o de justificación promueve también aprendizajes para los alumnos más avanzados o mayores. Así, los errores y aciertos de los más pequeños son fuente de dudas y explicaciones nuevas para los mayores, y los menores tienen la oportunidad de participar en discusiones e intercambios sobre conocimientos matemáticos más elaborados que no suelen producirse en un aula estándar.

Alumnos de ciclos y años diferentes discuten en torno a un mismo problema

En una clase ya mencionada en la que los alumnos debían encontrar descomposiciones diversas de cálculos dados evitando usar un número particular "porque está rota la tecla de la calculadora", se organiza un espacio colectivo en el cual la docente propone analizar algunos de los cálculos planteados para cada uno de los dos ciclos iniciando por los más sencillos de primer ciclo y avanzando hacia los más complejos del segundo ciclo. Luego de un tiempo relativamente prolongado de intercambios sobre varios cálculos —en el que todos los alumnos participan independientemente de que los hayan resuelto o no— se analiza el siguiente problema que había sido propuesto para segundo ciclo. Si bien no todos los niños lo habían resuelto, estaban en condiciones de intervenir en la discusión apoyándose en las relaciones matemáticas que habían podido establecer en el tratamiento de problemas de estructura similar, aunque los números involucrados fueran menores:

¿Cómo se puede resolver 123 + 125 en una calculadora en la que no anda la tecla del 2?

A partir de este enunciado, Maxi (6.°) le dicta a la maestra para que escriba en el pizarrón 133 + 135 – 30 + 10. Con la intención de que su propuesta resulte accesible a todo el grupo, la docente solicita que pase al frente y explique cómo llegó a esos números:

Maxi (6.°): *(Escribe en el pizarrón 133 + 135 agregándole 1 y 1 a las decenas de ambos sumandos) Yo ahora para llegar al 248 le tenía que sacar 20 (dado que reconoce que haber agrandado ambas decenas en 1* *implica agregar 20), pero para que no me dé (para no escribir) 20 (por la restricción del problema que no le permitía escribir el 2 de 20), le puse 30 (refiriéndose a que restó 30), entonces al 30 ese le sumé 10. Yo en lugar de al 248 llegué al 238 (explicando por qué al restar 30 tiene aún que sumarle 10).*

La maestra retoma esta explicación del alumno y la difunde para todos. Luego pregunta al resto de sus alumnos si se les ocurren otros cálculos diferentes para realizar 123 + 125 sin usar el 2. Daniela (6.°) recupera la idea de Maxi de transformar las cifras y luego “compensar” con sumas o restas para llegar al mismo resultado y propone el cálculo 113 + 115 + 10 + 10. Destacamos que realiza estas transformaciones y está segura de su validez sin necesidad de obtener el resultado de su nuevo cálculo. Azul (5.°) toma el cálculo de Daniela y propone una nueva transformación que tampoco precisa ser justificada a partir del resultado:

Azul (5.°): *Como la que hizo Dani, 115 + 115 + 18 (agregando 2 a 113 y restándoselo al 20, que surge de 10 + 10)*

Al referenciar su cálculo en el propuesto por Daniela, Azul advierte aspectos comunes entre ambos cálculos. Lo que subyace en su expresión de manera implícita es el reconocimiento de que ambas usan la misma propiedad o recurren a la misma técnica para realizar la descomposición aditiva que permite hallar la solución.

Finalmente, Román (2.°), esta vez sí partiendo del resultado 248 correspondiente a todas esas sumas propuestas y escritas en el pizarrón, introduce una resta que hasta ese momento no había aparecido: 288 – 40.

En este episodio —cuya transcripción no incluimos dada su extensión— es interesante resaltar cómo el espacio colectivo se convierte, a partir de las intervenciones de la docente y de la actividad de los alumnos, en un desafío más amplio: buscar descomposiciones posibles de cálculos y justificar por qué resultan equivalentes, sin recurrir al argumento de que a partir de ellas se obtiene el mismo resultado, sino analizando las transformaciones operadas a cada uno de los números, en un trabajo más algebraico que aritmético.

A pesar de la heterogeneidad de edades y trayectorias escolares, los niños logran interactuar poniendo en circulación diferentes recursos que son tomados una y otra vez por los otros compañeros produciendo un saber nuevo y colectivo, superador sin duda de las producciones individuales o de parejas.

Reflexiones sobre la atención a la diversidad a partir de este estudio

Una preocupación presente en nuestra indagación consistió en analizar posibilidades de interacción entre pares diversos (por sus edades, por sus conocimientos y por su pertenencia a años diferentes de la escolaridad) en propuestas de enseñanza que involucran ciertos criterios de progresión de contenidos. Como señalan Quaranta y Wolman (2003) y Santos (2006, 2009) —este último, refiriéndose de manera específica a las aulas multigrado—, los momentos de discusión implican mucho más que una simple explicitación de las producciones individuales frente a toda la clase. Su valor central reside en que son potencialmente fructíferos para la generación de confrontaciones, reflexiones y argumentaciones. Las interacciones en el aula posibilitan que se planteen conflictos sociocognitivos, que se coordinen progresivamente diferentes puntos de vista ante un desafío planteado, que se vaya construyendo un saber común en la clase, que se tornen explícitos recursos que son en principio intuitivos e implícitos. Para que esto sea posible y el intercambio contribuya a alcanzar acuerdos superadores entre los niños, es imprescindible que las propuestas didácticas se desarrollen en un marco de cooperación (Lerner, 1996). Los resultados presentados permiten avanzar sobre algunas conceptualizaciones y reflexiones en esta línea de pensamiento.

Es posible reconocer que la explicitación y la circulación de relaciones entre conocimientos propiciadas por el trabajo en plurigrado constituyen una ampliación de las oportunidades de aprendizaje para los niños más pequeños. La mera circulación de vocabulario, de formas de representación o de técnicas no implica necesariamente aprendizaje para quien participa de forma pasiva de tal situación. No se trata solo de poner juntos a niños de edades y grados diversos para constituir la circulación de conocimientos en fuente de aprendizaje. El desafío consiste en generar condiciones para que los alumnos más pequeños sean convocados a interpretar propiedades y relaciones matemáticas a las que en una escuela graduada no tendrían acceso, a opinar sobre explicaciones complejas dirigidas a ellos por los mayores, a vincular conocimientos que ellos están estudiando con otros que los mayores están usando. Sin duda, futuras investigaciones longitudinales podrán estudiar con mayor sistematicidad evidencias y condiciones que permitan comprender cómo los niños pequeños van recuperando progresivamente o reinvirtiendo aquellos conocimientos que han circulado.[8]

Hemos podido identificar asimismo que la exposición y participación en prácticas matemáticas más avanzadas es también una oportunidad generada por el aula plurigrado y puede ser explotada didácticamente. Los alumnos pequeños pueden participar de intercambios con sus compañeros mayores que los inviten de manera progresiva a descreer del rol de los ejemplos para justificar una afirmación, a relativizar la información que en apariencia provee un dibujo de una figura geométrica o bien a preguntarse por las posibilidades de generalización de una verdad en formas más elaboradas que las que se propondrían en un grupo más homogéneo. Los intercambios con los compañeros y el docente son aquí cruciales: las explicitaciones, las confrontaciones y las justificaciones entre los alumnos constituyen un factor de progreso para todos. Permiten ir construyendo el camino que los llevará a validar el trabajo que se hace. Esta actividad reflexiva enriquecerá, recíprocamente, las futuras resoluciones de todos los alumnos. Reconocemos la insuficiencia de los datos aquí presentados para demostrar estas afirmaciones, así como la necesidad de que futuros estudios —también longitudinales— profundicen y sistematicen esta apropiación progresiva de ciertas prácticas matemáticas.

Por otra parte, hemos podido advertir que en el aula plurigrado los alumnos que cursan los grados más avanzados están sometidos a requerimientos que propician diferentes aprendizajes. Por ejemplo, en las puestas en común elaboran a pedido del docente exposiciones que resultan complejas, dado que lo hacen frente a un auditorio compuesto por niños de distintas edades y conocimientos matemáticos diversos. Los aprendizajes que estas situaciones posibilitan son diferentes a los que propicia el aula estándar puesto que ellos deben explicar a los pequeños lo que pensaron o los procedimientos que utilizaron, deben mostrar relaciones entre problemas y entre distintas maneras de resolver o esbozar ciertas generalizaciones, asumiendo el desafío de hablar frente a niños cuyos conocimientos no son necesariamente compartidos. En el aula de sección única estas interacciones son menos visibles porque es menor la distancia entre los

[8] La tesis doctoral de Flavia Terigi (2013) ha abordado esta cuestión al estudiar la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración en aulas de sección única y múltiple de escuelas primarias.

conocimientos de los niños, aunque es posible encontrarlas. En su estudio sobre la enseñanza del sistema de numeración, Lerner y Sadovsky (1994) mostraron que el momento de discusión sobre los problemas es también un momento de aprendizaje para los alumnos más avanzados, y esto porque

> … por una parte, la necesidad de fundamentar su producción los llevará a conceptualizar aquello que hasta ese momento era simplemente un recurso que utilizaban pero sobre el cual seguramente aún no habían reflexionado; por otra parte, la elaboración de argumentos para apoyar o rebatir las producciones de sus compañeros enriquecerá su conceptualización (p. 145).

Los ejemplos expuestos son indudablemente escasos para mostrar los avances de los alumnos mayores producidos a partir de las interacciones con niños de edades y conocimientos matemáticos diversos, pero podrían constituirse en fuente de nuevas indagaciones que posibiliten un análisis en profundidad de los aprendizajes que propician estas situaciones de intercambio.

El rol del docente es determinante para generar espacios de reflexión y discusión en el aula plurigrado, ya que son sus intervenciones las que propician que los niños de ambos ciclos puedan explicitar aquello que han realizado o pensado frente a un auditorio de niveles diversos de conocimientos matemáticos. El docente es quien va generando momentos específicos en las clases para que los alumnos puedan ir participando de forma gradual en estos intercambios y discusiones. Desempeña también un papel fundamental en la interacción entre pares: no solo la promueve y coordina en el contexto del aula, organizando las parejas o equipos de trabajo en agrupamientos flexibles de niños según el propósito de la situación, sino que también reconoce cuáles son las interacciones que favorecen la colaboración intelectual entre pares y que permiten aproximarse progresivamente al saber matemático. Además, en el trabajo en el aula plurigrado es preciso distribuir o negociar los roles con los alumnos de manera cada vez más autónoma para que todos tengan una tarea (ligada al conocimiento) clara y no solo un rol formal en la resolución conjunta de una situación. Cuando se piensa en roles complementarios entre niños es indispensable evitar el habitual paternalismo de los más grandes, en el que los más pequeños adoptan un rol pasivo en términos intelectuales.

La complejidad del aula plurigrado en la que conviven propuestas de enseñanza que involucran diferentes niveles de tratamiento de los objetos matemáticos exige al docente sostener con mayor rigurosidad la memoria didáctica evocando las experiencias de cada grupo de alumnos en relación con los conceptos que están trabajando. Hemos podido reparar en que la escritura de conclusiones luego de un trabajo de intercambio durante el proceso de estudio de los contenidos matemáticos en este contexto ocupa un lugar central. El desafío para el docente no solo consiste en promover el distanciamiento necesario para escribir sobre las relaciones establecidas de manera de poder objetivar el pensamiento y enfrentarse a exigencias lingüísticas que favorecen el progreso en la conceptualización, sino también en identificar las relaciones que pueden ser registradas colectivamente y las que han sido construidas solo por un grupo de cierto nivel de avance en sus conocimientos (Sancha, 2016). Consideramos necesario profundizar el estudio de las condiciones que se requieren para realizar escrituras en el aula plurigrado con el propósito de guardar memoria de las relaciones matemáticas establecidas y los procedimientos utilizados, así como sobre las situaciones en que se recuperan esas escrituras para dar continuidad al trabajo en el aula.

Nos interesa resaltar también la necesidad de construir desde la formación docente, tanto inicial como continua, una mirada amplia respecto de los contenidos matemáticos. Para que el maestro pueda generar condiciones didácticas en torno a un conjunto de problemas que permitan que alumnos de edades y conocimientos diversos se enfrenten a verdaderos problemas es preciso reconocer y comandar una mayor diversidad de variables didácticas de cada clase de problemas. Este conocimiento didáctico resulta fundamental para lograr las transformaciones y variaciones de las situaciones de enseñanza reduciendo y aumentando su complejidad. Si bien este conocimiento es indispensable también en un aula de sección única, pensamos que su necesidad es mayor aún en aulas plurigrado. Recordemos que en los datos de nuestro estudio, en varias ocasiones habíamos previsto la diversidad anticipando dos o tres niveles de complejidad para una misma clase de problemas, y que en la situación de enseñanza fue necesario incluso desplegar nuevas transformaciones del problema dirigidas a algunos alumnos en particular. Una dirección posible para el tratamiento didáctico de los contenidos podría estar destinada a contemplar y anticipar esta gran variedad en torno a una misma colección de situaciones.

Es preciso reconocer que no parece posible anticipar campos de problemas que contemplen la amplia diversidad de recursos matemáticos para todos los contenidos de la escuela primaria. Quizá sería fecundo pensar una distribución anual de contenidos considerando *a priori* posibles cruces y relaciones y asumiendo para cuáles contenidos matemáticos escolares no sería posible presentar de manera simultánea niveles de complejidad creciente en torno a un mismo campo de problemas. O bien para cuáles contenidos apenas es tratable de forma conjunta recién en los primeros problemas que se abordan, por ejemplo, aquellos contenidos que están muy diferenciados por ciclos (tal como ocurre con el tratamiento de la proporcionalidad como objeto de estudio en el segundo ciclo) o que están casi ausentes en alguno de los ciclos (números racionales). Parece necesario que el docente disponga de una mirada longitudinal sobre la progresión de contenidos, tanto en el nivel de la planificación como en los momentos de trabajo colectivo en los que se apunta, entre otras cuestiones, a establecer vínculos entre los aspectos tratados por grupos diversos. Somos conscientes de que la mayor parte de la ingeniería didáctica y de la producción curricular profundiza en el tratamiento de un contenido para un grado de la escuela. Consideramos que es posible pensar en otra clase de secuencias que contemplen estas variaciones y perspectivas de secuenciación. Estos materiales sin duda generarían un desafío para los docentes, ya que deberían contemplar la gran batería de variables didácticas a comandar, de intervenciones didácticas posibles e intervenciones específicas para analizar y explicitar las relaciones entre porciones de conocimientos interrelacionados. En nuestro caso hemos generado espacios de trabajo que abarcaban desde problemas dirigidos a generar un salto desde el conteo al cálculo (obtener el resultado de 5 + 6 apoyándose en el resultado de 5 + 5 en lugar de hacerlo en el cálculo) hasta cierta entrada en cuestiones algebraicas en términos de generalizaciones y cantidades variables (analizar qué sucede siempre con el resultado de una resta si se aumenta una u otra cantidad interviniente). Nuestros datos permiten una vez más desprendernos de una mirada más usual, atomizada, de los conocimientos matemáticos escolares (qué tamaño de números para cada grado, qué tipos de repertorios memorizados por grado, qué clases de cálculos, qué tipos de problemas, etc.) y pensar en campos conceptuales (Vergnaud, 1990) estableciendo relaciones explícitas entre contenidos de niveles diferentes. Para dar cuenta de los procesos de conceptualización progresiva, Vergnaud

(1990) sostiene, en el marco de la teoría de los campos conceptuales, que los conceptos no se reducen a su definición explícita desde los dominios de referencia, sino que adquieren sentido para el sujeto frente al conjunto de situaciones que permiten resolver, dado que cada una de las diferentes situaciones solo puede remitir parcialmente a las propiedades y relaciones que constituyen aspectos centrales de los conceptos. Para el autor, la aproximación desde las situaciones le "permite generar una clasificación que reposa sobre el análisis de las tareas cognitivas y los procedimientos que pueden ser puestos en juego en cada una de ellas" (p. 140-141). Posibilita, a su vez, advertir que los conceptos no están aislados, sino entramados en redes conceptuales que requieren por parte del sujeto un proceso constructivo a largo plazo; que son complejos y no se accede a su comprensión en forma acabada ni linealmente. Consideramos que estas ideas son aún más relevantes al pensar en la secuenciación de contenidos en aulas plurigrado o en aulas que contemplen la heterogeneidad.

Es preciso seguir estudiando alternativas curriculares para las escuelas rurales —como también para la enseñanza de adultos, para los programas de aceleración, para la educación inclusiva— que ofrezcan variadas trayectorias de estudio de los contenidos escolares a través de recorridos diferentes. Esta perspectiva sobre la amplitud, diversidad, secuenciación y redes de conceptos puede ser un aporte para dichas alternativas.

Hemos venido señalando de qué manera esta investigación sobre las aulas plurigrado invita a reflexionar sobre las aulas de sección única. En estas últimas no suele tenerse en cuenta la diversidad, se interviene como si el discurso del docente se estuviera dirigiendo a un colectivo homogéneo. Apostamos a que pensar en las intervenciones en aulas plurigrado puede estimular también a los docentes de sección única para diversificar sus intervenciones haciendo uso de las variables didácticas que contemplan los diferentes conocimientos de los alumnos. En las aulas plurigrado la diversidad propia de todo salón de clases se acrecienta y se hace ostensible. Frente a la sobrevalorización de los aprendizajes y de las condiciones organizativas para promoverlos que logran los alumnos que asisten a la escuela urbana graduada en desmedro de los que cursan la escolaridad en la escuela rural plurigrado, los datos que presentamos permiten no solo poner en discusión los términos de dicha comparación, sino poner en evidencia la posibilidad y potencia de la aceptación y gestión de la diversidad en las clases de todas las escuelas.

El análisis de la gestión de la clase en un aula plurigrado actualiza viejas preguntas y plantea nuevos desafíos a la investigación didáctica. Hemos intentado aportar una mirada sobre las condiciones y posibilidades que imprime al trabajo del docente la gestión de una clase en la que se busca —a partir de la marcada diversificación de problemas y conocimientos— instalar espacios para construir cierto saber común en la clase.

Se requiere continuar profundizando en el estudio de las condiciones didácticas para la ampliación de las oportunidades de aprendizaje, mediante indagaciones que permitan atrapar longitudinalmente el progreso en los conocimientos de los niños que participan en este tipo de experiencias de mayor circulación de conocimientos matemáticos. No queremos dejar de señalar las áreas de vacancia y la necesidad de construcción de un conjunto de propuestas superadoras de los planes de formación profesional que contemplen los requerimientos específicos del docente que efectiva o eventualmente se desempeñe en un aula plurigrado, o con más amplitud, para todo docente frente al desafío de atención a la diversidad en relación con el área de Matemática (Escobar, 2016).

Sumamos las muchas preguntas a todas aquellas iniciativas orientadas a construir alternativas curriculares que ofrezcan variadas trayectorias de estudio de los contenidos escolares asumiendo la insuficiencia y los límites del modelo actual de escuela graduada (Solares Pineda y Solares Rojas, 2018).

Para finalizar, pensamos que una mirada sobre las posibilidades de enseñanza en aulas plurigrado ayuda a redimensionar el tratamiento de la diversidad en las aulas de sección única, dado que la diversidad propia de toda aula se hace aquí tan manifiesta que requiere de tipos de intervenciones específicas. El estudio de dichas intervenciones podría contribuir a seguir conceptualizando no solo la posibilidad sino la potencia de la heterogeneidad para el avance de los conocimientos. Delia Lerner (1992) hace explícita esta inquietud y anticipa algunas respuestas:

> ¿Cómo hacer para que la diversidad se constituya en un factor positivo para el aprendizaje? Tenemos, por supuesto, una respuesta general para este problema: apelar a la cooperación entre los niños, fomentar la confrontación de sus diferentes estrategias, discutir sobre la pertinencia

de cada una de ellas. Pero sólo la investigación didáctica nos permitirá analizar de cerca cómo interactúan los niños en cada situación específica, en qué medida se apropian de las estrategias propuestas por sus compañeros y –sobre todo- cuáles son las intervenciones del docente que hacen posible una cooperación realmente productiva para el aprendizaje de todos (p. 49).

Este capítulo ha intentado realizar un aporte al desafío planteado mostrando algunas escenas que permiten reflexionar sobre cómo es posible poner en valor la diversidad de conocimientos constitutiva del aula. Sabemos que es preciso continuar profundizando la investigación y documentando nuevas situaciones de interacción e intervenciones docentes que nos permitan generar mejores condiciones "para que la diversidad se constituya en un factor positivo para el aprendizaje" (Lerner, 1992, p. 49).

Referencias bibliográficas

Arteaga, P. (2009). *Los saberes docentes de maestros en primarias con grupos multigrado*. (Tesis de maestría). DIE/CINVESTAV, México.

Artigue, M. (1986). Epistémologie et Didactique [Epistemología y Didáctica]. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10*(2.3), 241-286. (Traducido en 1993 por el PTFD Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Buenos Aires).

Bartolomé, O. y Fregona, D. (2003). El conteo en un problema de distribución: una génesis posible en la enseñanza de los números naturales. En M. Panizza (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas* (pp. 131-162). Buenos Aires: Paidós.

Block, D., Ramírez, M. y Reséndiz, L. (2013). Tejer currículo: la planeación de la clase de matemáticas en una escuela multigrado. En Memoria electrónica del *XII Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Guanajuato, México.

Block, D., Ramírez, M. y Reséndiz, L. (2015). Las ayudas personalizadas como recurso de enseñanza de las matemáticas en un aula multigrado: un estudio de caso. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *20*(66), 711-735.

Broitman, C. (1999). *Las operaciones en el primer ciclo.* Buenos Aires: Novedades Educativas.

Broitman, C. (2005). *Estrategias de cálculo con números naturales. Segundo ciclo de EGB.* Buenos Aires: Santillana.

Broitman, C.; Escobar, M.; Sancha, I. y Urretabizcaya, J. (2014). Interacciones entre alumnos de diversos niveles de conocimientos matemáticos. Un estudio en un aula plurigrado de escuela primaria. *Yupana, 8*, 11-30.

Broitman, C., Escobar, M. y Sancha, I. (2016). La gestión de la clase de matemática en las aulas plurigrado de escuela primaria. En Seoane, V. (coord.), Actas del *III Seminario Nacional de la Red Estrado, Formación y trabajo docente: aportes a la democratización educativa.* La Plata, Argentina.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques [Fundamentos y Métodos de la didáctica de las matemáticas]. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-112. (Traducido por la UNC)

Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En C. Parra e I. Saiz (comp.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 65-94). Buenos Aires: Paidós.

Brousseau, G. (1995). Glossaire de didactique des mathématiques. *Thémes mathématiques pour la préparation du concours CRPE*. Bordeaux, Copirelem, IREM d'Aquitaine, LADIST.

Brousseau, G. (2007). *Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Brousseau, G. y Centeno, L. (1991). Role de la memoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 11*(2.3), 167-21.

Chevallard, Y.; Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE-Horsori.

Escobar, M. (2016). *La enseñanza de la matemática en aulas plurigrado. Un estudio de caso sobre un Instituto Superior de Formación Docente de la provincia de Buenos Aires* (Tesis de Maestría en Educación). FaHCE-UNLP, Argentina.

Fuenlabrada, I. y Weiss, E. (coords.); Candela, A.; Ezpeleta, J.; Fuelabrada, I.; Kalman, J. y Mercado, R. (2006). *Las prácticas escolares y docentes en las* *escuelas multigrado de la educación primaria* (Informe de investigación). Consejo Nacional de Fomento Educativo/DIE-CINVESTAV, México.

García, E. (2007). La enseñanza de las matemáticas en escuelas primarias indígenas: Una aproximación a partir de portafolios de alumnos de 4° grado. En Memoria electrónica del *IX Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Mérida, Yucatán, México.

Itzcovich, H. (coord.) (2007). *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires: Aique.

Lerner, D. (1992). *La matemática en la escuela aquí y ahora*. Buenos Aires: Aique.

Lerner, D. (1996). La enseñanza y el aprendizaje escolar. Alegato contra una falsa oposición. En J. A. Castorina y otros, *Piaget- Vigotsky: contribuciones para replantear el debate* (pp. 69-118). Buenos Aires: Paidós.

Lerner, D. (2007). Enseñar en la diversidad. *Lectura y vida, 28*(4), 6-17.

Lerner, D. y Sadovsky, P. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En C. Parra e I. Saiz (comp.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 95-184). Buenos Aires: Paidós.

Muñoz, A. (2013). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela multigrado. Análisis didáctico de un caso centrado en los alumnos de quinto y sexto grados*. (Tesis de maestría). DIE-CINVESTAV, México.

Parra, C. (1994). Cálculo mental en la escuela primaria. En C. Parra e I. Saiz (comp.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 219-272). Buenos Aires: Paidós.

Popoca, C.; Cabello, M.; Cuervo, A.; Estrada, M.; Hernández, M.; Reyes, M. y Sánchez, A. (2006). *Retos y necesidades de cambio en las escuelas multigrado*. *Estudio exploratorio*. México: SEP.

Popoca Ochoa, C. y Moscoso Canabal, J. A. (2019). Didácticas específicas en escuelas rurales de educación básica. En V. Rebolledo Angulo y R. M. Torres Hernández (coords.), *Estado del arte de la educación rural en México (2004-2014)*. México: Universidad Iberoamericana Ciudad de México.

Quaranta, M. E. y Wolman, S. (2003). Discusiones en las clases de matemática. Qué, para qué y cómo se discute. En M. Panizza (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas* (pp. 189-244). Buenos Aires: Paidós.

Sancha, I. (2016). *Escrituras en las clases de matemática para explicitar, reorganizar y sistematizar lo aprendido: Análisis de una secuencia* (Tesis de Maestría en Escritura y Alfabetización). FaHCE-UNLP, Argentina.

Santos, L. (2006). Atención a la diversidad: algunas bases teóricas de la didáctica multigrado. *Quehacer Educativo,* (75), 72-79.

Santos, L. (2009). El nuevo programa. Miradas desde la escuela rural. *Quehacer Educativo,* (93).

Solares Pineda, D. y Solares Rojas, A. (2018). Retos y alternativas en la enseñanza de las matemáticas en telesecundarias multigrado. Un estudio de caso. En A. Cano Ruíz y E. Ibarra Aguirre (coords.), *Vulnerabilidad, innovación y prácticas docentes en escuelas multigrado*. Ciudad de México: Editora Nómada.

Terigi, F. (2008). *Organización de la enseñanza en los plurigrados de las escuelas rurales* (Tesis de Maestría en Ciencias Sociales con Orientación en Educación). FLACSO, Argentina.

Terigi, F. (2013). *El aprendizaje del sistema de numeración en el contexto didáctico del plurigrado. Estudio de la adquisición del sistema de numeración en niños y niñas que inician su escolaridad primaria en secciones múltiples en escuelas rurales argentinas* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Madrid, España.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels [La teoría de los campos conceptuales]. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(2.3), 133-170. (Traducción mimeografiada).

Diseños y documentos curriculares citados

Dirección de Currícula (1997). *Documento Curricular N.° 4. Matemática*. Secretaría de Educación GCBA. Recuperado de www.buenosaires.gov.ar

Dirección de Currícula (2004). *Diseño Curricular*. Secretaría de Educación GCBA. Recuperado de www.buenosaires.gov.ar

Dirección de Currícula (2006). *Matemática. Cálculo mental con números naturales. Apuntes para la enseñanza.* Plan plurianual para el mejoramiento de la enseñanza. Secretaría de Educación GCBA. Recuperado de www.buenosaires.gov.ar

Dirección de Educación General Básica (2001). *Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB.* Gabinete Pedagógico Curricular- Matemática. DGCyE provincia de Buenos Aires. Recuperado de www.abc.gov.ar

Dirección de Educación General Básica (2001). *Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la Multiplicación en los tres ciclos de la EGB.* DGCyE provincia de Buenos Aires. Recuperado de www.abc.gov.ar

Dirección de Educación General Básica (2001). *Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la División en los tres ciclos de la EGB.* DGCyE provincia de Buenos Aires. Recuperado de www.abc.gov.ar

Dirección de Educación Primaria Básica (2005). *Hacia una mejor calidad de la educación rural: Matemática. Escuelas rurales – 1.° y 2.° ciclos de la EPB.* Documentos de apoyo para la capacitación. DGCyE provincia de Buenos Aires. Recuperado de www.abc.gov.ar

Dirección Provincial de Educación Primaria (2007). *Diseño Curricular para la Educación Primaria*. DGCyE provincia de Buenos Aires. Recuperado de www.abc.gov.ar

Dirección Provincial de Educación Primaria (2008). *La enseñanza del cálculo en 1.º año*. DGCyE. Provincia de Buenos Aires. Recuperado de www.abc.gov.ar

Dirección Provincial de Educación Primaria (2009). *Cálculo mental y algorítmico.* DGCyE. Provincia de Buenos Aires. Recuperado de www.abc.gov.ar

Dirección Provincial de Educación Primaria (2009). *Cálculo mental de sumas y restas. Propuestas para trabajar en el aula*. DGCyE. Provincia de Buenos Aires. Recuperado de www.abc.gov.ar

Dirección Provincial de Educación Primaria (2009). *Juegos que pueden colaborar en el trabajo en torno al cálculo mental*. DGCyE. Provincia de Buenos Aires. Recuperado de www.abc.gov.ar

MECyT (2008). *Cuadernos para el docente. Ejemplos para pensar la enseñanza en plurigrado en las escuelas rurales*.

MECyT (2010). *Serie Piedra Libre*. Recuperado de www.me.gov.ar

Textos escolares citados

Broitman, C. (coord.) (2005). Serie *Estudiar Matemática*. Buenos Aires: Santillana.

Broitman, C. (coord.) (2012). Serie *Matemática en*. Buenos Aires: Santillana.
Itzcovich, H. (coord.) (2007). Serie *Matimática*. Buenos Aires: Tinta Fresca.
Parra, C. y Saiz, I. (2000). Serie *Hacer Matemática*. Buenos Aires: Estrada.